

DOI: 10.19783/j.cnki.pspc.250691

# 基于混合卷积窗和粒子群谱线插值的谐波与间谐波检测方法

袁文涛, 李开成, 罗溢, 尹晨, 徐奥傲, 陆梓浩, 贺嘉明

(华中科技大学电气与电子工程学院, 湖北 武汉 430074)

**摘要:** 加窗插值快速傅里叶变换方法因计算精度高、复杂度低, 能有效缓解非同步采样和非整周期截断引起的频谱泄漏和栅栏效应, 广泛应用于电力系统嵌入式谐波检测。针对现有窗函数和谱线插值方法的不足, 提出一种基于混合卷积窗和粒子群谱线插值的谐波与间谐波检测方法。该方法首先构建时域卷积混合窗, 融合 Blackman-Harris 窗与五项最大旁瓣衰减(maximum-sidelobe-decay, MSD)窗的优越特性, 增强频谱泄漏抑制能力。其次建立谱线插值模型, 引入粒子群优化算法离线搜索最优权重组合, 克服传统方法依赖人工经验设定的局限, 并进一步提高幅值检测精度。仿真结果表明, 相较于改进前算法, 所提方法在谐波与间谐波检测精度及抗干扰能力方面均表现更优。  
**关键词:** 快速傅里叶变换; 非同步采样; 混合卷积窗; 粒子群优化; 谱线插值优化

## Harmonic and interharmonic detection method based on hybrid convolution windows and particle swarm optimization-based spectral line interpolation

YUAN Wentao, LI Kaicheng, LUO Yi, YIN Chen, XU Aoao, LU Zihao, HE Jiaming

(School of Electrical and Electronic Engineering, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan 430074, China)

**Abstract:** Windowed interpolation fast Fourier transform (FFT) methods are widely used in embedded harmonic detection for power systems due to their high accuracy and low complexity, effectively mitigating spectral leakage and the picket-fence effect caused by asynchronous sampling and non-integer-period truncation. To address the limitations of existing window functions and spectral line interpolation methods, this paper proposes an improved harmonic and interharmonic detection approach based on hybrid convolution windows and particle swarm optimization (PSO)-based spectral line interpolation. First, a time-domain convolution hybrid window is constructed by combining the advantageous characteristics of the Blackman-Harris window and the five-term maximum sidelobe decay (MSD) window, thereby enhancing spectral leakage suppression capability. Second, a spectral line interpolation model is established, where the PSO algorithm is employed to perform offline searches for the optimal weight combination, overcoming the limitations of traditional methods that rely on empirical parameter settings and further improving amplitude detection accuracy. Simulation results show that, compared with the original algorithm, the proposed method achieves superior performance in terms of harmonic and interharmonic detection accuracy and anti-interference capability.

This work is supported by the National Natural Science Foundation of China (No. 52077089).

**Key words:** FFT; asynchronous sampling; hybrid convolution window; particle swarm optimization; spectral line interpolation optimization

## 0 引言

在“双碳”目标引导下, 我国能源电力系统正加快向以新能源为主体的新型电力系统转型, 呈现出高比例可再生能源接入、高度电力电子化及运行控制复杂化等发展特征<sup>[1-3]</sup>。随着风电、光伏等波动性电源大规模并网, 电动汽车充电桩、变频器等非

线性负载与电力电子装置大量接入, 电网中谐波污染与间谐波干扰问题愈发突出。谐波与间谐波不仅会导致电力能源损耗、精密仪器损坏、继电保护误动等问题, 甚至可能引发系统停电、停机等严重后果, 实现其稳定、准确检测是提升电能质量感知能力、支撑电网安全与经济运行的重要基础。

目前, 国内外学者围绕谐波与间谐波检测方法开展了大量研究, 主要可分为现代谱估计方法和频域分析方法两大类<sup>[4]</sup>。前者包括 Prony<sup>[5]</sup>、希尔伯特

基金项目: 国家自然科学基金项目资助(52077089)

黄变换(Hilbert Huang transform, HHT)<sup>[6]</sup>、旋转不变子空间法(estimation of signal parameters via rotational invariance techniques, ESPRIT)<sup>[7]</sup>、矩阵束<sup>[8]</sup>等, 具有较高的频率分辨率和参数估计精度, 但通常依赖超参数选择, 计算复杂, 难以在嵌入式系统中实现。后者以快速傅里叶变换(fast Fourier transform, FFT)及其改进算法为代表, 因其结构简单、计算效率高、易于微机实现, 应用最为广泛<sup>[9]</sup>。

实际使用 FFT 进行谐波分析时, 由于非同步采样和电网频率偏移, 频谱泄漏和栅栏效应难以避免, 加窗截断和谱线插值是解决该问题的重要方法<sup>[10]</sup>。

窗函数的选择对频谱泄漏的抑制具有显著影响, 常用的窗函数包括 Hanning 窗、Nuttall 窗、Blackman-Harris 窗、Rife-Vincent 窗<sup>[11-12]</sup>等。在此基础上, 部分研究提出了改进型窗函数, 文献[13]提出基于 4 项 Nuttall 窗和 5 项 MSD 窗构建的混合卷积窗, 展现出优秀的旁瓣特性; 文献[14]提出 2 阶 Hanning 自卷积窗与双谱线插值算法, 在 ZYNQ 嵌入式系统中实现了高精度的谐波检测功能。

谱线插值算法通过分析加窗信号在主峰及其邻近谱线上的幅度分布规律, 对实际离散频点的幅值进行加权修正, 从而还原真实信号特征。常见的插值方法包括双谱线、三谱线和四谱线插值等<sup>[15-16]</sup>。双谱线插值计算简便, 适用于计算资源受限的场景; 三谱线插值增加了主峰本身的参与, 有助于提升拟合精度; 四谱线插值在结构上具备对称性, 进一步提高了谐波估计精度与抗噪声能力。文献[17]采用六谱线加权修正, 能够更有效地覆盖窗函数主瓣区域, 提升插值性能。文献[18]提出一种基于 HHT 辅助的动态谱线插值方法, 但算法结构复杂, 更适用于离线分析, 难以满足嵌入式部署需求。

同时, 当前谱线插值方法在谱线选择及权重参数设定方面依赖人工经验, 缺乏系统的理论支撑。文献[9]通过谱线幅值比率构建选取策略, 降低主瓣间互频谱泄漏干扰的影响, 但该方法泛化能力有限, 在不同窗函数间迁移使用时工作量较大, 且仍未摆脱原插值算法中对经验参数的依赖。

针对上述问题, 本文从窗函数设计和谱线插值算法两方面进行了改进研究。首先, 依据窗函数的关键特性指标和目标频率分辨率要求, 选取合适的子窗函数, 通过时域混合卷积的方法构造 BlackmanHarris-MSD(BH-M)窗, 充分融合各子窗的旁瓣特性优势。其次, 围绕谱线选择和参数设定问题, 建立了谱线插值模型, 并以最小幅值误差为目标构建优化函数, 应用粒子群算法在离线环境中进行参数全局优化, 得到了频率、幅值和相位修正公

式, 解决了传统插值方法参数固定、适应性不足的问题。最后, 在复杂电力信号、白噪声干扰和电网频率波动场景进行了仿真验证, 结果表明, 与传统方法相比, 所提方法具有更高的谐波与间谐波检测精度, 抗干扰能力更强。

## 1 BH-M 混合卷积窗

### 1.1 窗函数的选择

窗函数的频谱特性主要体现在 3 个关键指标<sup>[19]</sup>上: 主瓣宽度(mainlobe width, MW)、旁瓣峰值电平(peak sidelobe level, PSL)和旁瓣渐进衰减速率(sidelobe roll-off rate, SRR)。常见窗函数性能指标对比参见表 1。通常情况下, 旁瓣峰值电平越小、旁瓣渐进衰减速率越高, 频谱泄漏的抑制效果越好, 但此时主瓣宽度也随之增加, 会在一定程度上影响频率分辨率。因此, 应当在满足检测频率覆盖范围的前提下, 尽可能优化窗函数的旁瓣特性。本文针对含有 1~50 次谐波和 1.5~49.5 次间谐波的电力信号进行分析和研究。

表 1 常见窗函数特性指标对比

Table 1 Comparison of characteristic parameters of common window functions

窗函数	MW/( $\pi N$ )	PSL/dB	SRR/(dB/oct)
Hanning	8	-32	18
Blackman	12	-58	18
Blackman-Harris	16	-92	6
4 项 3 阶 Nuttall	16	-82.6	30
4 项 5 阶 Nuttall	16	-60.95	42
5 项 MSD	20	-75	54

由表 1 可知, Blackman-Harris 窗具有更低的旁瓣峰值电平, 有利于抑制相邻主瓣间的频谱泄漏; 5 项 MSD 窗具有更高的旁瓣渐进衰减速率, 有助于削弱主瓣与远端旁瓣之间的互频谱干扰。二者在频谱泄漏抑制中各有侧重, 为综合发挥两类窗函数的频谱特性, 本文采用时域卷积的方式对两者进行混合构造, 得到一种兼具低 PSL 与高 SRR 的混合卷积窗。

### 1.2 BH-M 混合卷积窗的构造及其频域特性

Blackman-Harris 窗和 5 项 MSD 窗都是一种组合余弦窗, 其离散时域表达式为

$$w(m) = \sum_{h=0}^{H-1} (-1)^h a_h \cos\left(\frac{2\pi m h}{M}\right) \quad (1)$$

式中:  $M$  为子窗长度,  $m = 0, 1, \dots, M$ ;  $H$  为组合余弦窗的项数,  $h = 0, 1, \dots, H$ ;  $a_h$  为组合余弦窗的系数。

Blackman-Harris 窗的 4 项系数分别为  $a_0 = 0.35875$ ,  $a_1 = 0.48829$ ,  $a_2 = 0.14128$ ,  $a_3 = 0.01168$ 。MSD 窗的 5 项系数分别为  $a_0 = 0.2734375$ ,  $a_1 =$

0.4375,  $a_2 = 0.21875$ ,  $a_3 = 0.0625$ ,  $a_4 = 0.0078125$ 。

混合卷积窗可由多个不同类型窗函数在时域上卷积而来,具有比传统窗函数更优异的旁瓣特性。设混合卷积窗长度与信号采样长度一致,均为  $N$ ,  $n = 0, 1, 2, \dots, N-1$ , 则  $p$  阶混合卷积窗的时域表达式为

$$\begin{cases} w_p(n) = \underbrace{w_1(m) * w_2(m) * \dots * w_p(m)}_p \\ N = p(M-1) + 1 \end{cases} \quad (2)$$

根据卷积定理,窗函数在时域上卷积等于在频域上乘积,因此混合卷积窗  $W_p$  的频域表达式为

$$W_p(\omega) = \underbrace{W_1(\omega)W_2(\omega)\dots W_p(\omega)}_p \quad (3)$$

混合卷积窗的主瓣宽度定义为其幅度谱中距原点两侧最近的两个零值点之间的距离。令  $|W_p(\omega)| = |W_1(\omega)W_2(\omega)\dots W_p(\omega)| = 0$ , 当各子窗的主瓣宽度不同时,混合窗的主瓣宽度  $B_w$  仍由子窗中主瓣最窄者所决定,其表达式与组合余弦窗一致,如式(4)所示。

$$B_w = \frac{4\pi(H+1)}{M} \quad (4)$$

结合式(2)和式(4),卷积阶数  $p$  的增加将显著扩展主瓣宽度,降低频谱分辨率。因此,本文选取阶数为 2 的混合卷积窗,兼顾旁瓣抑制效果与主瓣宽度,确保整体频谱分析的有效性。需要注意的是,时域卷积后的窗长度为原窗长度之和减  $p-1$ ,需在卷积窗的前端或后端补零。

离散组合余弦窗的频谱表达式为

$$W(\omega) = \sum_{h=0}^{H-1} (-1)^h \frac{a_h}{2} \left[ W_R \left( \omega - \frac{2\pi h}{M} \right) + W_R \left( \omega + \frac{2\pi h}{M} \right) \right] \quad (5)$$

式中:  $W_R$  为矩形窗离散频谱表达式。

令  $\omega = 2\pi k/N$ ,  $M = (N+1)/2$ , 并将矩形窗表达式  $W_R(\omega) = \frac{\sin(M\omega/2)}{\sin(\omega/2)} e^{-j(M-1)\omega/2}$  代入式(5), 可得

$$W(k) = \sum_{h=0}^{H-1} (-1)^h \frac{a_h}{2} \left\{ e^{-j\pi \frac{N-1}{2} \left( \frac{k}{N} - \frac{2h}{N+1} \right)} \frac{\sin \left[ \pi M \left( \frac{k}{N} - \frac{2h}{N+1} \right) \right]}{\sin \left[ \pi \left( \frac{k}{N} - \frac{2h}{N+1} \right) \right]} + e^{-j\pi \frac{N-1}{2} \left( \frac{k}{N} + \frac{2h}{N+1} \right)} \frac{\sin \left[ \pi M \left( \frac{k}{N} + \frac{2h}{N+1} \right) \right]}{\sin \left[ \pi \left( \frac{k}{N} + \frac{2h}{N+1} \right) \right]} \right\} \quad (6)$$

2 阶 BH-M 混合卷积窗的频域表达式为

$$W_{\text{BH-M}}(\omega) = W_{\text{BH}}(\omega) \cdot W_{\text{MSD}}(\omega) \quad (7)$$

式中:  $W_{\text{BH}}$  是 Blackman-Harris 窗的频谱表达式;

$W_{\text{MSD}}$  是 5 项 MSD 窗的频谱表达式。

图 1 为 2 阶 BH-M 混合卷积窗与其子窗的幅度谱特性对比。可以看出,混合卷积窗的旁瓣峰值电平和旁瓣渐近衰减速率为各子窗之和。相比原始窗函数,混合卷积窗具有更陡峭的旁瓣渐近衰减速率(60 dB/oct)和更低的旁瓣峰值电平(-147 dB),具备更强的频谱泄漏抑制能力。

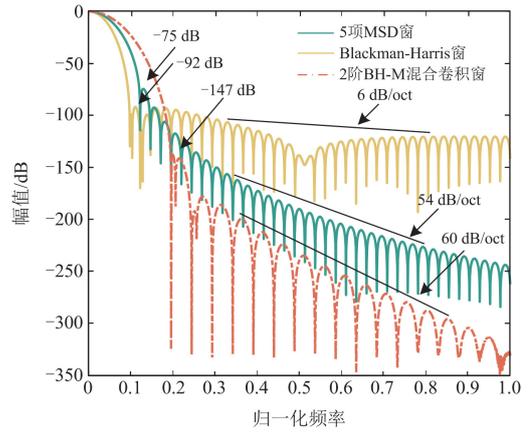


图 1 2 阶 BH-M 混合卷积窗与其子窗的幅度谱特性对比  
Fig. 1 Magnitude spectrum comparison of 2nd-order BH-M hybrid convolution window and its sub-windows

## 2 粒子群谱线插值算法

### 2.1 谱线插值模型与适应度函数

由于窗函数主瓣宽度有限且旁瓣不为零,目标频率的能量会泄漏至邻近频点,导致频谱展宽。本文采用多谱线插值方法,根据主瓣邻域若干谱线的幅值信息对目标峰值进行重构,恢复目标频率的频率与幅值。该过程本质为一种加权拟合,其关键在于插值结构的构建与权重系数的选取。

本文以单一谐波信号为例展开分析,其他频率分量与此类同,设该谐波信号表达式为

$$x(n) = A_i \cos(2\pi f_i n / f_s + \varphi_i) \quad (8)$$

式中:  $A_i$ 、 $f_i$ 、 $\varphi_i$  分别为第  $i$  次谐波的幅值、频率以及相位;  $f_s$  为采样频率;  $n = 0, 1, 2, \dots, N-1$ ,  $N$  为采样长度。

对  $x(n)$  加窗后得到  $x_w(n) = x(n) \cdot w_{\text{BH-M}}(n)$ , 其离散傅里叶变换的表达式为

$$X_w(k) = \frac{A_i}{2j} e^{j\varphi_i} W_{\text{BH-M}} \left( k - \frac{f_i}{\Delta f} \right) \quad (9)$$

式中:  $\Delta f$  为频谱分辨率,  $\Delta f = f / N_s$ 。

由于非同步采样与电网频率偏移,谐波频率  $f_i$

通常不严格落在离散谱线的频点上, 即存在栅栏效应, 实际频谱分布如图 2 所示。设频谱峰值点  $k_i$  附近的 6 条谱线分别为  $k_1 \sim k_6$ , 则有  $k_1 < k_2 < k_3 < k_4 < k_5 < k_6$ , 其对应幅值记为  $y_1 = |X_w(k_1)|, \dots, y_6 = |X_w(k_6)|$ 。为描述频率偏移关系, 引入频率辅助参数  $\alpha$  和幅值辅助参数  $\beta$ , 其定义如式(10)所示。

$$\begin{cases} \alpha = k_3 - k_i + 0.5, & -0.5 < \alpha < 0.5 \\ \beta = \frac{cy_1 + by_2 + ay_3 - (ay_4 + by_5 + cy_6)}{cy_1 + by_2 + ay_3 + ay_4 + by_5 + cy_6} \end{cases} \quad (10)$$

式中:  $a$ 、 $b$ 、 $c$  为待优化的谱线权重系数。

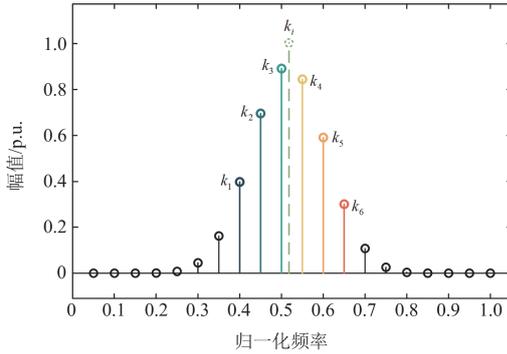


图 2 单一谐波信号实际频谱分布

Fig. 2 Actual spectrum distribution of a single harmonic signal

将式(9)代入式(10),  $\beta$  可表示为

$$\beta = \frac{R - S}{R + S} \quad (11)$$

式中:

$$\begin{aligned} R &= a|W(-\alpha + 0.5)| + b|W(-\alpha + 1.5)| + c|W(-\alpha + 2.5)| \\ S &= a|W(-\alpha - 0.5)| + b|W(-\alpha - 1.5)| + c|W(-\alpha - 2.5)| \end{aligned}$$

通过求取式(11)的反函数  $\alpha = f^{-1}(\beta)$ , 得到频率辅助参数  $\alpha$ , 则频率、相位的修正公式为

$$\begin{cases} \hat{f}_i = (k_i - 1)\Delta f = (k_3 + \alpha + 0.5 - 1)\Delta f \\ \hat{\phi}_i = \arg[X_w(k_3)] + \frac{\pi}{2} - \pi(\alpha + 0.5) \end{cases} \quad (12)$$

通过对相邻谱线幅度加权平均, 求得实际频点的幅值, 其幅值修正公式为

$$\hat{A}_i = \frac{2(cy_1 + by_2 + ay_3 + ay_4 + by_5 + cy_6)}{R + S} \quad (13)$$

由于  $N \gg 1$ , 设  $g(\alpha) = \frac{2N^2}{R + S}$ , 幅值修正公式可进一步简化为

$$\hat{A}_i = (cy_1 + by_2 + ay_3 + ay_4 + by_5 + cy_6)N^{-2} \cdot g(\alpha) \quad (14)$$

为使插值结果  $\hat{A}_i$  尽可能接近真实幅值  $A_{\text{true}}$ , 定义适应度函数  $J(\theta)$  为平均幅值误差, 如式(15)所示。

$$J(\theta) = \frac{1}{n} \sum_{f \in \mathcal{F}} \left| \frac{\hat{A}(f; \theta) - A_{\text{true}}(f)}{A_{\text{true}}(f)} \right| \quad (15)$$

式中: 参数向量  $\theta = [a, b, c]$  为插值算法的权重参数;  $\mathcal{F}$  为测试频点合集;  $\hat{A}(f; \theta)$  为第  $f$  点对应的幅值估计值;  $A_{\text{true}}(f)$  为该点的理论真实幅值。

通过求取适应度函数  $J(\theta)$  的最小值, 对参数向量  $\theta = [a, b, c]$  进行优化, 求出最优权重系数  $[a^*, b^*, c^*]$ , 提升谱线插值算法的精度。

## 2.2 粒子群优化算法

粒子群优化算法(particle swarm optimization, PSO)是一种基于群体协同机制的全局优化方法, 由 Kennedy 和 Eberhart 于 1995 年提出<sup>[20]</sup>。该算法借鉴了鸟群、鱼群等群体生物在环境中协同寻找食物的行为, 通过粒子间共享信息、相互学习, 不断逼近适应度函数的最优解。相较于传统的梯度类优化方法, PSO 不依赖于适应度函数的可导性, 具有结构简单、参数少、实现容易等优点, 尤其适用于非线性、非凸或无显式表达式的问题, 广泛应用于信号处理、图像重建、参数辨识等工程领域<sup>[21]</sup>。

在 PSO 中, 每个候选解被抽象为一个“粒子”, 整个解空间由多个粒子构成的种群进行搜索。粒子的状态由其位置和速度共同描述, 其中位置向量表示当前候选解, 速度向量控制其搜索步长。设优化变量维度为  $d$ , 则第  $i$  个粒子在第  $t$  次迭代时的位置向量为  $\mathbf{x}_i^t = [x_{i,1}^t, x_{i,2}^t, \dots, x_{i,d}^t]$ , 其速度向量为  $\mathbf{v}_i^t = [v_{i,1}^t, v_{i,2}^t, \dots, v_{i,d}^t]$ 。粒子将自身历史上最优位置  $\mathbf{p}_i^t$  与全体粒子历史中的最优位置  $\mathbf{g}^t$  作为参考, 更新搜索方向, 其速度与位置更新公式为

$$\mathbf{v}_i^{t+1} = \sigma \mathbf{v}_i^t + c_1 r_1 (\mathbf{p}_i^t - \mathbf{x}_i^t) + c_2 r_2 (\mathbf{g}^t - \mathbf{x}_i^t) \quad (16)$$

$$\mathbf{x}_i^{t+1} = \mathbf{x}_i^t + \mathbf{v}_i^{t+1} \quad (17)$$

式中:  $\sigma$  为自适应惯性权重;  $c_1$ 、 $c_2$  分别为粒子对个体经验与群体经验的学习因子;  $r_1$ 、 $r_2$  为  $[0, 1]$  区间均匀分布的随机变量, 旨在引入搜索多样性。

为防止粒子飞出可行解域, 需对其搜索空间设置边界约束。设置速度上下限分别为  $\mathbf{v}_{\max}$ 、 $\mathbf{v}_{\min}$ , 位置边界为  $[\mathbf{x}_{\min}, \mathbf{x}_{\max}]$ 。

自适应惯性权重  $\sigma$  用于在全局搜索与局部收敛之间进行动态权衡, 计算表达式为

$$\sigma = \begin{cases} \sigma_{\min} - \frac{(\sigma_{\max} - \sigma_{\min})(J - J_{\min})}{J_{\text{avg}} - J_{\min}}, & J \leq J_{\text{avg}} \\ \sigma_{\max}, & J > J_{\text{avg}} \end{cases} \quad (18)$$

式中:  $\sigma_{\max}$ 、 $\sigma_{\min}$  分别为惯性权重  $\sigma$  的最大值和最小值;  $J$  为当前迭代中粒子适应度函数值;  $J_{\min}$  和

$J_{\text{avg}}$  分别为当前迭代中所有粒子的最小适应度值和平均适应度值。

### 2.3 BH-M 混合卷积窗 PSO 谱线插值的修正公式

针对 BH-M 混合卷积窗下的谱线插值模型, 本文构建包含多种基波频率与复杂谐波成分的仿真信号数据集, 在 PC 端的离线环境中, 以式(15)定义的平均幅值误差  $J(\theta)$  为适应度函数, 应用 PSO 算法对权重参数  $\theta = [a, b, c]$  进行全局搜索, 算法的参数更新过程及适应度函数的收敛情况如图 3 所示。

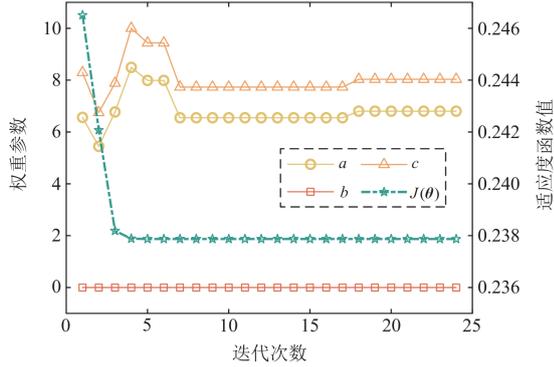


图 3 权重参数与适应度函数值随迭代次数的变化关系

Fig. 3 Variation of weight parameters and fitness function values with the number of iterations

由图 3 可见, 粒子群算法在前 10 轮迭代中适应度迅速下降并趋于收敛, 表明离线优化过程稳定有效。其中, 参数  $a$  与  $c$  均稳定收敛, 最终优化结果分别为 6.803 421 83 和 8.035 121 24; 而参数  $b$  始终位于最小值边界, 表明其在谱线插值模型中可能产生负面影响, 故予以剔除。实际算法部署时仅需调用优化后参数, 为保持计算复杂度与传统方法一致, 本文将优化结果取整, 最终确定谱线插值权重为  $a^* = 7$ ,  $b^* = 0$ ,  $c^* = 8$ 。

将该组参数代回谱线插值模型, 利用 MATLAB 的 `polyfit` 函数对反函数  $\alpha = f^{-1}(\beta)$  和  $g(\alpha)$  进行离散多项式拟合。由于  $\alpha$  取两侧端点时辅助参数  $\beta$  表达式分母为 0 无意义, 本文设置  $\alpha$  取值范围为  $(-0.5, 0.5)$ , 步长为 0.000 01 以逼近两侧端点, 提升  $\alpha$  位于边缘点(即整周期采样时)的拟合精度。同时, 为平衡拟合精度与运算资源开销, 设定拟合多项式最高阶数为 7。拟合表达式结果为

$$\alpha = f^{-1}(\beta) = 2.404057314752\beta + 0.582012341443\beta^3 + 0.337810032083\beta^5 + 0.243738580069\beta^7$$

$$g(\alpha) = 2.93220348740716 + 0.13735978547604\alpha^2 + 0.00600472786659\alpha^4 + 0.00034153189034\alpha^6$$

在 BH-M 混合卷积窗下 PSO 谱线插值涉及的频率辅助参数  $\alpha$ 、幅值辅助参数  $\beta$  的计算表达式以及

频率、幅值和相位的修正公式, 最终表示为

$$\begin{cases} \beta = \frac{8y_1 + 7y_3 - (7y_4 + 8y_6)}{8y_1 + 7y_3 + 7y_4 + 8y_6} \\ \alpha = f^{-1}(\beta) \\ \hat{f}_i = (k_3 + \alpha + 0.5 - 1)\Delta f \\ \hat{A}_i = (8y_1 + 7y_3 + 7y_4 + 8y_6)N^{-2} \cdot g(\alpha) \\ \hat{\phi}_i = \arg[X_w(k_3)] + \frac{\pi}{2} - \pi(\alpha + 0.5) \end{cases} \quad (19)$$

本文基于 BH-M 混合卷积窗和 PSO 谱线插值算法, 通过对原始信号加窗、离散傅里叶变换、PSO 谱线插值重构, 获取信号中各谐波与间谐波的频率、幅值与相位信息。

## 3 仿真实验分析

### 3.1 算法对比

本文在 MATLAB 平台上搭建仿真实验, 对所提出的 BH-M 混合卷积窗和 PSO 谱线插值方法进行性能验证。仿真信号设定为含 1~50 次谐波和 1.5~49.5 次间谐波的复杂电力信号, 基波频率设置为 50.2 Hz 以模拟工频偏移; 采样频率为 8000 Hz, 采样长度为 4096。鉴于信号中频率成分较多, 本文选取具有代表性的谐波、间谐波信号进行展示, 如表 2 所示。

表 2 代表性仿真信号参数

Table 2 Representative simulation signal parameters

谐波、间谐波次数	频率/Hz	幅值/V	相位/(°)
基波	50.1	220	30
1.5	75.15	2.2	15
2.5	125.25	3.3	20
3	150.3	6	35
3.5	175.35	2.2	40
5	250.5	5	55
5.5	275.55	4.4	95
7	350.7	4	90
49	2454.9	2	70
49.5	2479.95	1.1	65

为分析混合卷积窗与插值权重优化对算法性能的影响, 本文通过控制单一变量设计对比实验, 对以下 4 种算法进行评估: 方法 A 为 Blackman-Harris 窗和六谱线插值( $a=6$ ,  $b=2$ ,  $c=1$ ); 方法 B 为 Blackman-Harris 窗和 PSO 谱线插值( $a=6$ ,  $b=9$ ,  $c=4$ ); 方法 C 为 BH-M 混合卷积窗和六谱线插值( $a=6$ ,  $b=2$ ,  $c=1$ ); 方法 D 为本文提出的 BH-M 混合卷积窗和 PSO 谱线插值( $a=7$ ,  $b=0$ ,  $c=8$ )。4 种方法在频率、幅值和相位检测方面的相对误差对比如表 3 所示。

表 3 各算法对比实验结果

Table 3 Comparative experiment results of different algorithms

方法	频率相对误差									
	基波	1.5 次	2.5 次	3 次	3.5 次	5 次	5.5 次	7 次	49 次	49.5 次
A	$3.26 \times 10^{-6}$	$1.66 \times 10^{-3}$	$6.25 \times 10^{-5}$	$1.69 \times 10^{-6}$	$5.54 \times 10^{-5}$	$5.36 \times 10^{-7}$	$9.29 \times 10^{-6}$	$4.88 \times 10^{-6}$	$7.35 \times 10^{-8}$	$1.22 \times 10^{-6}$
B	$1.24 \times 10^{-7}$	$1.79 \times 10^{-4}$	$5.56 \times 10^{-6}$	$1.51 \times 10^{-6}$	$4.95 \times 10^{-6}$	$1.47 \times 10^{-7}$	$9.69 \times 10^{-7}$	$4.52 \times 10^{-7}$	$2.01 \times 10^{-9}$	$1.35 \times 10^{-7}$
C	$8.70 \times 10^{-12}$	$4.78 \times 10^{-8}$	$2.63 \times 10^{-12}$	$1.95 \times 10^{-11}$	$3.46 \times 10^{-12}$	$1.88 \times 10^{-10}$	$3.51 \times 10^{-10}$	$4.17 \times 10^{-12}$	$7.64 \times 10^{-12}$	$7.68 \times 10^{-11}$
D	$2.80 \times 10^{-10}$	$9.59 \times 10^{-8}$	$2.43 \times 10^{-10}$	$2.22 \times 10^{-11}$	$3.09 \times 10^{-10}$	$1.73 \times 10^{-10}$	$1.02 \times 10^{-10}$	$5.92 \times 10^{-12}$	$1.28 \times 10^{-11}$	$6.70 \times 10^{-11}$

方法	幅值相对误差									
	基波	1.5 次	2.5 次	3 次	3.5 次	5 次	5.5 次	7 次	49 次	49.5 次
A	$6.34 \times 10^{-6}$	$2.75 \times 10^{-3}$	$4.17 \times 10^{-4}$	$2.23 \times 10^{-4}$	$9.39 \times 10^{-4}$	$4.37 \times 10^{-5}$	$1.36 \times 10^{-4}$	$1.51 \times 10^{-4}$	$2.60 \times 10^{-5}$	$2.41 \times 10^{-5}$
B	$8.17 \times 10^{-7}$	$5.34 \times 10^{-5}$	$6.07 \times 10^{-7}$	$4.94 \times 10^{-7}$	$6.42 \times 10^{-6}$	$8.82 \times 10^{-7}$	$1.99 \times 10^{-6}$	$2.11 \times 10^{-6}$	$8.73 \times 10^{-7}$	$9.72 \times 10^{-7}$
C	$1.36 \times 10^{-8}$	$2.27 \times 10^{-6}$	$8.98 \times 10^{-9}$	$3.06 \times 10^{-10}$	$2.59 \times 10^{-8}$	$3.44 \times 10^{-8}$	$1.83 \times 10^{-8}$	$9.61 \times 10^{-9}$	$1.16 \times 10^{-8}$	$5.60 \times 10^{-8}$
D	$2.45 \times 10^{-9}$	$6.85 \times 10^{-7}$	$2.35 \times 10^{-9}$	$6.20 \times 10^{-10}$	$7.87 \times 10^{-9}$	$1.12 \times 10^{-8}$	$1.72 \times 10^{-8}$	$1.55 \times 10^{-9}$	$2.76 \times 10^{-9}$	$4.75 \times 10^{-8}$

方法	相位相对误差									
	基波	1.5 次	2.5 次	3 次	3.5 次	5 次	5.5 次	7 次	49 次	49.5 次
A	$7.67 \times 10^{-5}$	$9.33 \times 10^{-2}$	$2.03 \times 10^{-3}$	$4.43 \times 10^{-3}$	$9.48 \times 10^{-2}$	$3.65 \times 10^{-4}$	$5.77 \times 10^{-4}$	$1.74 \times 10^{-3}$	$2.35 \times 10^{-4}$	$2.78 \times 10^{-3}$
B	$2.70 \times 10^{-6}$	$2.37 \times 10^{-2}$	$6.72 \times 10^{-5}$	$1.21 \times 10^{-3}$	$1.84 \times 10^{-2}$	$4.17 \times 10^{-4}$	$3.28 \times 10^{-5}$	$6.09 \times 10^{-4}$	$1.05 \times 10^{-4}$	$7.64 \times 10^{-4}$
C	$2.70 \times 10^{-6}$	$1.65 \times 10^{-7}$	$5.74 \times 10^{-7}$	$1.21 \times 10^{-6}$	$7.19 \times 10^{-5}$	$1.94 \times 10^{-6}$	$7.66 \times 10^{-7}$	$3.97 \times 10^{-6}$	$2.21 \times 10^{-6}$	$1.41 \times 10^{-6}$
D	$2.71 \times 10^{-6}$	$6.58 \times 10^{-6}$	$5.65 \times 10^{-7}$	$1.22 \times 10^{-6}$	$7.26 \times 10^{-5}$	$1.99 \times 10^{-6}$	$7.47 \times 10^{-6}$	$3.97 \times 10^{-6}$	$2.17 \times 10^{-6}$	$1.42 \times 10^{-6}$

根据表 3 的测试结果,对比传统方法 A 与改进方法 C 可知,在谱线插值算法一致的前提下,与传统 Blackman-Harris 窗相比, BH-M 混合卷积窗在频率、幅值与相位误差上均表现更优。同时,在基波频率附近的谐波(如 1.5 次间谐波)因受幅值较大的基波频谱泄漏影响,误差相对较大,而 BH-M 窗具有更低的旁瓣峰值电平,对该类谐波的精度提升更为显著。

对比传统方法 A 与改进方法 B 可知,在窗函数一致的前提下, PSO 谱线插值方法能更充分地利用离散谱线的幅值关系恢复原峰值谱线,显著降低幅值误差,降幅达到 1~3 个数量级,但对频率和相位的改善相对有限。其原因在于: PSO 的优化目标为平均幅值误差  $J(\theta)$ , 权重寻优优先降低幅值误差,辅助参数  $\alpha$  和频率相位的改进属于次生收益;其次,相位修正的主导项是主峰相邻谱线  $k_3$  的相位,主要受窗函数频域特性的影响,辅助参数  $\alpha$  对相位精度提升更为有限。

综合考虑窗函数改进与谱线参数优化,本文提出的 BH-M 混合卷积窗和 PSO 谱线插值方法,即方法 D,在 3 项关键指标上均表现最优,其中频率检测精度可达  $10^{-10}$  数量级,幅值检测精度可达  $10^{-9}$  数量级,相位检测精度可达  $10^{-6}$  数量级。

### 3.2 频谱泄漏抑制能力验证

为更好地验证 BH-M 混合卷积窗的频谱泄漏抑制效果,本文在 3.1 节的仿真条件下,以 3 次谐波与 3.5 次间谐波为代表,截取其主峰及邻近若干离

散谱线的幅度谱,与传统 Blackman-Harris 窗进行对比。图 4 为两种窗函数在线性刻度与 dB 刻度下的幅度谱结果。

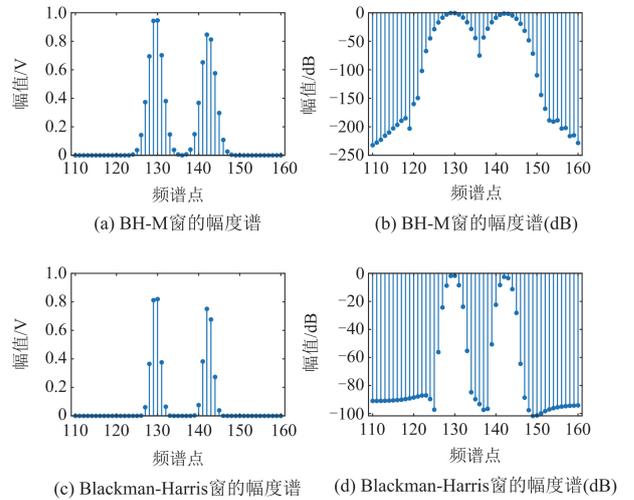


图 4 非同步采样下的幅度谱示例

Fig. 4 Example of amplitude spectrum of signal under asynchronous sampling

由图 4 可知, BH-M 混合卷积窗的旁瓣峰值更低,如对频谱点 120 而言, BH-M 窗的幅值泄漏为  $-159.99$  dB, 相较传统 Blackman-Harris 窗降低  $71.43$  dB, 对旁瓣泄漏的抑制效果显著,更有利于邻近谐波间的分辨与准确测量。同时, BH-M 混合卷积窗的旁瓣衰减速率更快,如对频谱点 110 而言,

BH-M 窗的幅值泄漏为-232.25 dB, 相较 Blackman-Harris 窗降低 141.23 dB, 有效抑制了各谐波对远端频率分量的泄漏, 更有利于多重谐波与间谐波混叠的复杂电力信号检测。

### 3.3 ADC 采样位数测试

在数据的实际采样中, 模数转换器(analog-to-digital converter, ADC)的采样位数将对算法精度造成一定影响。本文通过数据量化的方法对仿真信号进行预处理, 模拟 ADC 的有效采样位数, 分别对 16 位、24 位和 MATLAB 默认 32 位(即不考虑 ADC 量化)的情况进行仿真, 结果如图 5 所示。

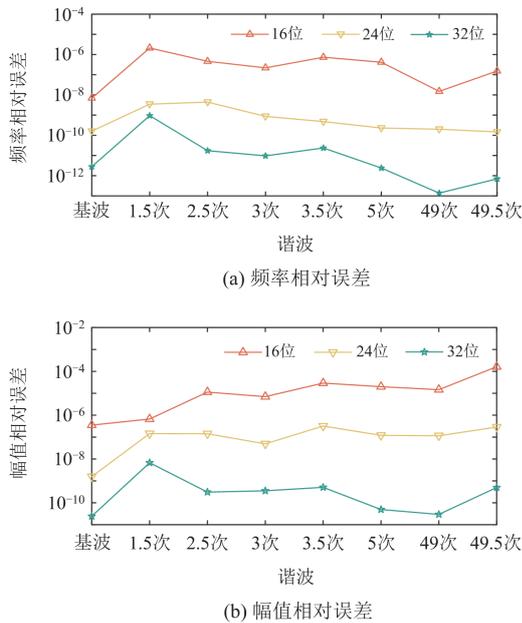


图 5 不同 ADC 采样位数下的频率和幅值相对误差

Fig. 5 Relative errors of frequency and amplitude for different ADC sampling resolutions

由图 5 可知, 算法在 MATLAB 默认的 32 位情况下精度最高, 而 16 位、24 位的采样位数将在不同程度上限制算法精度。16 位采样位数下算法相对误差最大, 其中频率最大相对误差为  $2.1208 \times 10^{-6}$ , 幅值最大相对误差为  $1.6273 \times 10^{-4}$ 。因此, 在实际应用中, 建议采用更高采样位数的 ADC 转换芯片, 避免算法精度被 ADC 性能所钳制。

### 3.4 噪声干扰测试

为进一步验证算法在实际工况下的抗干扰性与可靠性, 本文在含谐波与间谐波成分的复杂电力信号中引入不同强度的高斯白噪声, 对其在不同信噪比(signal-to-noise ratio, SNR)条件下的性能进行测试。SNR 设置范围为 30~120 dB, 步长为 10 dB, 对比传统方法 A 与本文方法, 基波频率和幅值相对误差如图 6 所示。

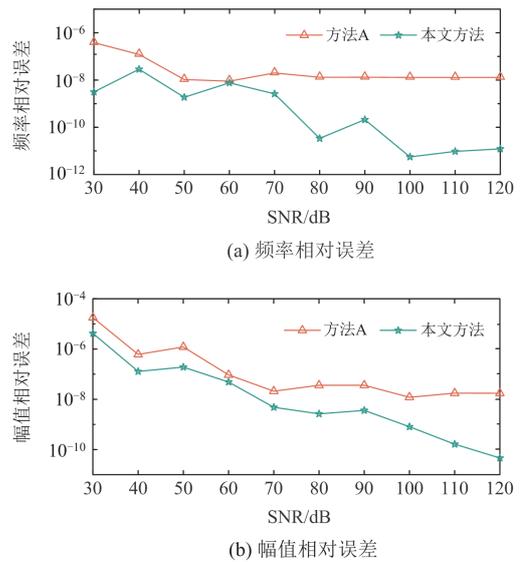


图 6 白噪声环境下的基波频率和幅值相对误差

Fig. 6 Relative errors of fundamental frequency and amplitude under white noise conditions

根据图 6 可知, 当待测信号受不同 SNR 白噪声干扰时, 算法的精度受到不同程度的影响。随着 SNR 的提升, 算法的频率与幅值相对误差逐步下降。在 SNR 为 30 dB 的条件下, 本文算法仍具有较高的检测精度, 基波频率相对误差为  $5.3346 \times 10^{-9}$ , 幅值相对误差为  $7.1549 \times 10^{-6}$ 。同时在全噪声范围水平下, 本文算法均优于改进前的算法 A, 具有更高的谐波与间谐波检测精度。

### 3.5 电网频率波动测试

考虑到实际电力系统中, 工频受负载变化、调频控制等因素影响, 存在一定波动, 本文依据 GB/T 15945—2008 《电能质量 电力系统频率偏差》<sup>[22]</sup>, 设置工频变化范围为[49.5, 50.5] Hz。谐波与间谐波的幅值、相位分析结果如图 7 所示。

由图 7 可知, 当电网频率发生偏移, 所提算法在幅值和相位方面仍保持较高精度, 同时其相对误差呈现一定程度的周期性波动, 原因在于: 对于某一单次谐波而言, 电网频率波动在频谱中表现为真实谱线  $k_1$  与离散谱线  $k_3$  之间的距离, 即辅助参数  $\alpha$  在区间(-0.5,0)或(0,0.5)内的周期性变化。当谐波频率恰好对应整周期采样时,  $\alpha$  取值达到边界, 反函数  $\alpha = f^{-1}(\beta)$  拟合误差最大, 从而引起幅值、相位相对误差的同步增大。针对该问题, 本文通过细化  $\alpha$  的取值步长, 降低了反函数在边缘点的拟合误差, 使整体波动控制在一个数量级以内, 变化程度极小。其中, 幅值误差最大不超过  $7.0723 \times 10^{-10}$ , 相位误差最大不超过  $8.9235 \times 10^{-8}$ , 远优于 GB/T 14549—1993 《电能质量 公用电网谐波》<sup>[23]</sup>的相关要求。

因此所提算法能够克服电网频率波动的影响, 实现对谐波与间谐波的高精度测量。

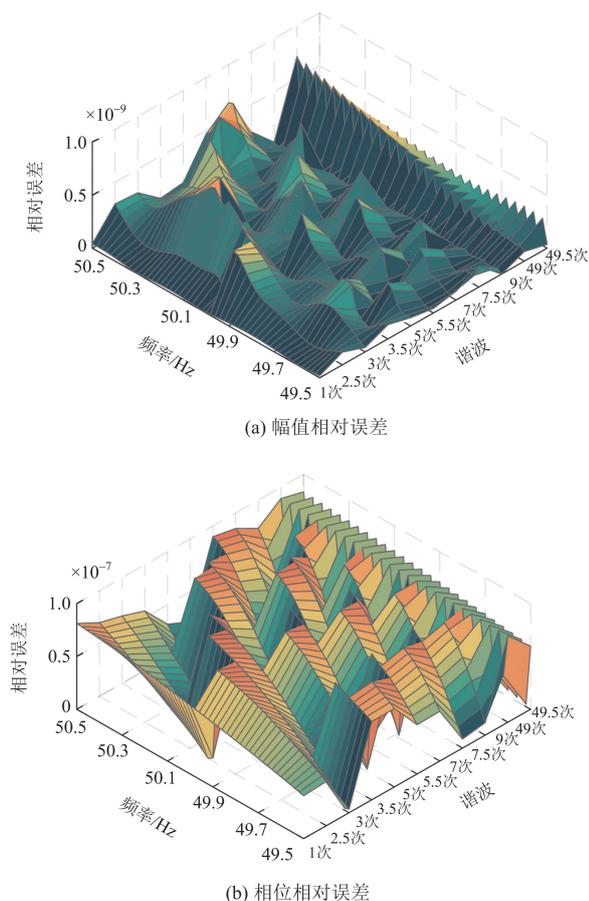


图 7 电网频率波动下的幅值和相位相对误差分布

Fig. 7 Distribution of relative errors in amplitude and phase under power grid frequency fluctuations

## 4 结论

本文围绕非同步采样下的嵌入式谐波与间谐波检测场景, 系统研究了窗函数对频谱泄漏的影响因素与谱线插值算法的优化策略, 提出了一种基于 BH-M 混合卷积窗和粒子群优化的谱线插值的方法。基于 MATLAB 平台的多场景仿真验证表明:

1) 本文构造的 2 阶 BH-M 混合卷积窗融合了 Blackman-Harris 窗的低旁瓣峰值特性与 MSD 窗的高旁瓣衰减速率特性, 显著增强了频谱泄漏抑制能力。

2) 引入粒子群优化算法, 对谱线插值模型中的权重系数进行全局寻优, 有效解决了传统插值方法中权重参数依赖经验设定的问题, 并根据优化目标设定, 将幅值相对误差降低多个数量级。

3) 与传统方法相比, 本文算法的谐波与间谐波检测精度更高, 在一定程度上减少了白噪声和电网频率波动的影响, 可为嵌入式谐波检测及电能质量

分析仪等工程应用的算法改进提供理论支撑。

此外, 本文方法的 PSO 谱线插值对频率和相位精度的提升仍有限。未来研究可在优化框架中采用窗函数参数与谱线权重的联合寻优策略, 进一步发挥窗函数在改善频率、相位精度方面的优势。

## 参考文献

- [1] 周孝信, 赵强, 张玉琼, 等. “双碳”目标下我国能源电力系统发展趋势分析: 绿电替代与绿氢替代[J]. 中国电机工程学报, 2024, 44 (17): 6707-6721.  
ZHOU Xiaoxin, ZHAO Qiang, ZHANG Yuqiong, et al. Analysis of the development trend of china's energy and power system under the dual carbon target: green electricity substitution and green hydrogen substitution[J]. Proceedings of the CSEE, 2024, 44(17): 6707-6721.
- [2] 王朋, 张迪, 张勇军, 等. 新型电力系统数智化关键技术应用研究与展望[J]. 电力系统保护与控制, 2025, 53(6): 175-187.  
WANG Peng, ZHANG Di, ZHANG Yongjun, et al. Research and prospects for key digital-intelligent technology applications in new power systems[J]. Power System Protection and Control, 2025, 53(6): 175-187.
- [3] SINGH P, KUMAR U, CHOUDHARY N K, et al. Advancements in protection coordination of microgrids: a comprehensive review of protection challenges and mitigation schemes for grid stability[J]. Protection and Control of Modern Power Systems, 2024, 9(6): 156-183.
- [4] SRIVASTAVA A K, TIWARI A N, SINGH S N. Harmonic and interharmonic estimation using poincaré filtering assisted ESPRIT method[J]. IEEE Transactions on Industry Applications, 2023, 59(4): 4859-4867.
- [5] 郭成, 尹轲, 张艳萍, 等. 一种基于综合 DFT 和 Prony 算法的谐波与间谐波分析方法[J]. 电力系统保护与控制, 2021, 49(17): 1-9.  
GUO Cheng, YIN Ke, ZHANG Yanping, et al. A harmonic and interharmonic analysis method based on integrated DFT and Prony algorithm[J]. Power System Protection and Control, 2021, 49(17): 1-9.
- [6] 张展, 张云鹏, 杨晋, 等. 基于 EEMEMD 改进的 HHT 方法及其在谐波检测应用中的研究[J]. 电力系统及其自动化学报, 2025, 37(5): 40-51.  
ZHANG Zhan, ZHANG Yunpeng, YANG Jin, et al. Research on improved HHT method based on EEMEMD and its application in harmonic detection[J]. Proceedings of the CSU-EPSA, 2025, 37(5): 40-51.
- [7] 王铀程, 陈蓉, 杨勇. 基于改进 TLS-ESPRIT 与自卷积窗的谐波与间谐波检测算法[J]. 电力系统保护与控制, 2023, 51(17): 159-168.  
WANG Youcheng, CHEN Rong, YANG Yong. Harmonic and inter-harmonic detection algorithm based on improved

- TLS-ESPRIT and a self-convolution window[J]. Power System Protection and Control, 2023, 51(17): 159-168.
- [8] BERNARD L, GOONDRAM S, BAHrani B, et al. Harmonic and interharmonic phasor estimation using matrix pencil method for phasor measurement units[J]. IEEE Sensors Journal, 2020, 21(2): 945-954.
- [9] 周群, 官子超, 马晓阳, 等. 基于嵌入式系统的非同步采样高精度谐波检测[J]. 电力系统保护与控制, 2023, 51(9): 138-146.
- ZHOU Qun, GUAN Zichao, MA Xiaoyang, et al. High precision harmonic detection in non-synchronous sampling based on an embedded system[J]. Power System Protection and Control, 2023, 51(9): 138-146.
- [10] 李振华, 胡廷和, 杜亚伟, 等. 基于窗函数和谱线插值理论的谐波检测方法[J]. 电力系统保护与控制, 2019, 47(22): 78-88.
- LI Zhenhua, HU Tinghe, DU Yawei, et al. Harmonic detection method based on the theory of windows and spectrum line interpolation[J]. Power System Protection and Control, 2019, 47(22): 78-88.
- [11] 张鸿博, 熊军华, 蔡晓峰. 基于高倍过采样与加窗插值 FFT 的电力谐波分析[J]. 电力系统保护与控制, 2024, 52(5): 105-115.
- ZHANG Hongbo, XIONG Junhua, CAI Xiaofeng. Power harmonic analysis based on high-rate oversampling and windowed interpolation FFT[J]. Power System Protection and Control, 2024, 52(5): 105-115.
- [12] TAN T, CHEN W, LIU K, et al. Harmonic analysis based on time domain mutual-multiplication window[J]. Journal of Modern Power Systems and Clean Energy, 2016, 4(1): 47-53.
- [13] 陈昊, 张达. 基于混合卷积窗的激光多普勒信号处理研究[J]. 激光与光电子学进展, 2023, 60(17): 288-300.
- CHEN Hao, ZHANG Da. Laser doppler signal processing based on hybrid convolution window[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2023, 60(17): 288-300.
- [14] 李冬, 艾黄泽, 尹领, 等. 基于 2 阶 Hann 自卷积窗的谐波电能高精度量测方法研究与实现[J]. 电测与仪表, 2024, 61(3): 167-176.
- LI Dong, AI Huangze, YIN Ling, et al. Research and implementation on the high-precision measuring method of harmonic electric energy based on 2-order Hann self-convolution window[J]. Electrical Measurement & Instrumentation, 2024, 61(3): 167-176.
- [15] XIANG J, CUI W, SHEN Q. Flexible and accurate frequency estimation for complex sinusoid signal by interpolation using dft samples[J]. Chinese Journal of Electronics, 2018, 27(1): 109-114.
- [16] 聂欣昊, 唐文虎, 李杰, 等. 计及频率偏移和谐波干扰的谐波相量估计方法[J]. 电力系统保护与控制, 2024, 52(24): 44-52.
- NIE Xinhao, TANG Wenhui, LI Jie, et al. Harmonic phasor estimation method considering frequency deviation and harmonic interference[J]. Power System Protection and Control, 2024, 52(24): 44-52.
- [17] 华敏, 陈剑云. 一种高精度六谱线插值 FFT 谐波与间谐波分析方法[J]. 电力系统保护与控制, 2019, 47(11): 9-15.
- HUA Min, CHEN Jianyun. A high precision approach for harmonic and interharmonic analysis based on six-spectrum-line interpolation FFT[J]. Power System Protection and Control, 2019, 47(11): 9-15.
- [18] 施志明, 董玮, 张军军, 等. 基于动态谱线插值的新能源场站同步基准信号检测方法[J]. 电网技术, 2024, 48(1): 229-243.
- SHI Zhiming, DONG Wei, ZHANG Junjun, et al. Synchronous reference signal detection based on dynamic spectral line interpolation for renewable energy station[J]. Power System Technology, 2024, 48(1): 229-243.
- [19] 陈至豪, 王立德, 王冲, 等. 基于组合余弦优化窗四谱线插值 FFT 的电力谐波分析方法[J]. 电网技术, 2020, 44(3): 1105-1113.
- CHEN Zhihao, WANG Lide, WANG Chong, et al. An approach for electrical harmonic analysis based on optimized composite cosine window four-spectrum-line interpolation FFT[J]. Power System Technology, 2020, 44(3): 1105-1113.
- [20] KENNEDY J, EBERHART R. Particle swarm optimization[C] // Proceedings of ICNN'95-International Conference on Neural Networks, November 27-December 1, 1995, Perth, Australia: 1942-1948.
- [21] BONYADI M R, MICHALEWICZ Z. Particle swarm optimization for single objective continuous space problems: a review[J]. Evolutionary computation, 2017, 25(1): 1-54.
- [22] 全国电压电流等级和频率标准化技术委员会. 电能质量公用电网谐波: GB/T 14549—1993[S]. 北京: 中国标准出版社, 1993.
- [23] 全国电压电流等级和频率标准化技术委员会. 电能质量电力系统频率偏差: GB/T 15945—2008[S]. 北京: 中国标准出版社, 2008.

收稿日期: 2025-06-27; 修回日期: 2025-09-09

作者简介:

袁文涛(2000—), 男, 硕士研究生, 研究方向为电能质量谐波与间谐波检测及其装置研究; E-mail: m202372360@hust.edu.cn

李开成(1962—), 男, 通信作者, 博士生导师, 教授, 研究方向为电磁测量及仪器、电能质量分析。E-mail: likaicheng@hust.edu.cn

(编辑 周金梅)