

DOI: 10.19783/j.cnki.pspc.241114

## 考虑吸引域边界危机的电压稳定域划分方法

马晓阳<sup>1</sup>, 梁锦文<sup>1</sup>, 汪颖<sup>1</sup>, 肖先勇<sup>1</sup>, 于丹<sup>2</sup>

(1. 四川大学电气工程学院, 四川 成都 610065; 2. 国网河北省电力有限公司石家庄供电分公司, 河北 石家庄 050000)

**摘要:** 静态电压稳定性是一种理想化的稳定性概念, 其扰动无限小的假设不利于强非线性的电力系统在静态电压稳定域(steady-state voltage stability region, SVSR)内的安全运行。针对功率大扰动场景下由 SVSR 内的边界危机所引发的吸引域骤缩问题, 提出了一种考虑边界危机的电压稳定域(voltage stability region considering boundary crises, BCVSR)的划分方法。首先通过流形分析研究了边界危机的发生机理及其对电压稳定性的影响。其次通过相轨迹分析验证了理论研究的结果。然后通过分岔分析研究了参数变化对直驱风电并网系统的平衡集及动态特性的影响。最后划分了系统在注入功率空间中的单参数与双参数 BCVSR, 并将其与 SVSR 进行了对比。研究表明, 在考虑功率大扰动的情形下, BCVSR 的划分排除了 SVSR 内的边界危机对系统电压稳定性的威胁, 有助于指导电力系统在实际运行中的功率调整。

**关键词:** 直驱风电并网系统; 功率大扰动; 电压稳定域; 分岔与混沌理论; 边界危机

### Voltage stability region partitioning method considering boundary crises of the region of attraction

MA Xiaoyang<sup>1</sup>, LIANG Jinwen<sup>1</sup>, WANG Ying<sup>1</sup>, XIAO Xianyong<sup>1</sup>, YU Dan<sup>2</sup>

(1. College of Electrical Engineering, Sichuan University, Chengdu 610065, China; 2. Shijiazhuang Power Supply Branch, State Grid Hebei Electric Power Co., Ltd., Shijiazhuang 050000, China)

**Abstract:** Static voltage stability is an idealized concept that assumes infinitesimally small disturbances, which is not suitable for the secure operation of highly nonlinear power systems within the steady-state voltage stability region (SVSR). To address the problem of abrupt shrinkage of the attractive region caused by the boundary crises within the SVSR under large power disturbances, this paper proposes a voltage stability region partitioning method that considers boundary crises, referred to as voltage stability region considering boundary crises (BCVSR). First, the mechanism of boundary crises and their impact on voltage stability are studied through manifold analysis. Next, the theoretical findings are verified through phase trajectory analysis. Bifurcation analysis is subsequently employed to study the influence of parameter variations on the equilibrium sets and dynamic characteristics of direct-drive wind power integration system. Finally, the system's single- and double-parameter BCVSRs in the space of power injections are partitioned and compared with the SVSR. The results show that under large power disturbances, the proposed BCVSR method effectively excludes regions within the SVSR that are vulnerable to boundary crises, thereby enhancing voltage stability of the system. This provides valuable guidance for power adjustment in practical power system operations.

This work is supported by the National Natural Science Foundation of China (No. 52107117).

**Key words:** direct-drive wind power integration system; large power disturbance; voltage stability region; bifurcation and chaos theory; boundary crisis

## 0 引言

电力系统在功率大扰动后的暂态电压稳定性<sup>[1]</sup>作为系统安全稳定运行的前提条件, 受到系统非线性

特性的显著影响。实际电力系统是多耦合、异构和时变的典型非线性系统<sup>[2]</sup>。系统在暂态电压稳定边界附近表现出明显的非线性特征, 面临着极大的失稳风险<sup>[3]</sup>。因此, 在划分系统的电压稳定域时, 考虑非线性特性的影响有助于降低系统在稳定域内的失稳风险, 提高系统运行的安全性。

基金项目: 国家自然科学基金项目资助(52107117)

直驱式永磁同步发电机(direct-drive permanent magnet synchronous generator, D-PMSG)因其优良的控制特性得到了广泛应用<sup>[4]</sup>。针对含 D-PMSG 的电力系统稳定性分析问题, 目前已有许多成熟的分析方法, 如特征值分析法<sup>[5-7]</sup>, 阻抗分析法<sup>[8-10]</sup>, 频率扫描法<sup>[11-12]</sup>以及复转矩系数法<sup>[13]</sup>等。然而, 以上所提方法均为线性化的分析方法, 扰动在理论上被认为是足够小的。线性化分析方法对于静态电压稳定域(steady-state voltage stability region, SVSR)的划分是足够的。但线性理论缺乏与系统动态过程之间的联系, 无法揭示实际运行过程中功率大扰动使得状态变量超出局部线性化允许的范围时会发生什么<sup>[14]</sup>。

非线性分岔理论<sup>[15]</sup>与混沌理论<sup>[16]</sup>能够反映参数变化对系统状态空间拓扑结构的影响, 可以用于分析系统的电压稳定性<sup>[17]</sup>。文献[18]指出, 系统静态电压稳定性的丧失可以归因于 4 种局部分岔: 鞍结分岔(saddle-node bifurcation, SNB)、Hopf 分岔(Hopf bifurcation, HB)、极限诱导分岔(limit-induced bifurcation, LIB)和奇异诱导分岔(singularity-induced bifurcation, SIB)。文献[19]基于对系统 SNB 和 LIB 的分析, 研究了新能源出力不确定性对静态电压稳定裕度的影响。文献[20]研究了由 SIB 所导致的电压崩溃机理。针对 4 种局部分岔中的动态分岔 HB, 文献[21]基于 HB 理论提出一种考虑系统非线性特性的稳定域计算方法; 文献[22]提出一种模糊线性自抗扰控制策略来抑制 HB 扰动, 保障了 Buck 变换器的工作性能; 文献[23]则在扰动大小非无限小的情况下, 分析了超临界与亚临界 HB 给系统稳定性带来的截然不同的影响, 扩充了线性稳定性分析的结果。

然而, 值得注意的是, 文献[17-23]虽然使用非线性分岔理论研究了系统在局部分岔前后状态空间拓扑特性的变化, 补充了线性分析的结果, 但没有考虑全局分岔对系统稳定性的影响。文献[24]指出, 在全局分岔的影响下, 系统存在着潜在的暂态不稳定问题。文献[25]的研究则表明, 在全局分岔的影响下, 即使在瞬态干扰下, 换流器也能够与电网重新同步。可见, 全局分岔对系统稳定性的影响不容忽视。边界危机<sup>[26-27]</sup>是一种特殊的混沌平衡集的全局分岔。在分岔理论中, 平衡点、极限环或其他不变集的局部分岔是已知平衡集自身局部稳定性的变化, 而全局分岔则涉及到系统中较大不变集之间的碰撞<sup>[28]</sup>。因此, 边界危机无法通过平衡集的局部动力学特性进行表征。此外, 边界危机及其所造成的瞬态混沌现象<sup>[29]</sup>将导致系统状态空间中吸引域大小的突然改变。这种改变将给系统电压稳定性带来

灾难性的威胁。在功率大扰动的情形下, 边界危机更易发生, 迫使系统不得不面临这些问题。

为了解决上述问题, 确定系统容许的功率扰动范围, 本文提出了一种定义在注入功率空间中的暂态电压稳定性区域, 即考虑边界危机的电压稳定域(voltage stability region considering boundary crises, BCVSR)。首先, 通过理论分析研究了局部分岔、同宿分岔与边界危机对系统电压稳定性的影响, 构建了基于分岔理论的 BCVSR 边界方程。接着, 建立了直驱风电并网系统的非线性微分-代数方程组(differential-algebraic equations, DAEs)模型。重点探究了边界危机在亚临界 HB 点之前产生混沌吸引子的机理。然后, 通过分岔分析得到系统统计及极限环变化趋势的综合分岔图, 并通过同伦方法<sup>[30]</sup>标记极限环的同宿分岔与边界危机, 划分系统的单参数 BCVSR。最后, 综合多参数的影响, 划分了系统在注入功率空间中的 BCVSR, 并将其与 SVSR 进行了对比。所提出的 BCVSR 通过状态空间与参数空间两个维度反映了局部与全局分岔对系统状态空间拓扑结构的影响。BCVSR 的划分排除了 SVSR 内的边界危机对系统电压稳定性的威胁, 是一种提前的、预防式的工作。在系统实际运行时, 通过检测参数是否处于 BCVSR 内以及与 BCVSR 边界的距离, 能够给出相应的功率调整建议。

## 1 BCVSR 的划分方法

电力系统在功率大扰动后的动态响应过程可以采用式(1)形式的非线性 DAEs 进行描述<sup>[17]</sup>。

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{p}) \\ \mathbf{0} = \mathbf{g}(\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{p}) \end{cases} \quad (1)$$

式中:  $\mathbf{x} = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T$  为动态状态变量的  $n$  维列向量, 在电压稳定性分析中重点关注各节点电压的幅值和相位;  $\dot{\mathbf{x}}$  为  $\mathbf{x}$  的导函数;  $\mathbf{y} = [y_1, y_2, \dots, y_m]^T$  为代数变量的  $m$  维列向量;  $\mathbf{p} = [p_1, p_2, \dots, p_l]^T$  为分岔参数的  $l$  维列向量, 在参数稳定域的划分中重点关注各节点注入系统的有功和无功功率;  $\mathbf{f}$ 、 $\mathbf{g}$  分别为系统状态方程和代数方程的  $n$  维和  $m$  维列向量。

### 1.1 平衡点的局部稳定性分析

平衡点的局部稳定性是功率大扰动后电压稳定性恢复的前提条件。系统的平衡点可通过令式(1)中的各状态变量导数为 0 求得。由所有平衡点所构成的  $l$  维平衡点集合  $E_{\text{eq}}$  可表示为式(2)。

$$E_{\text{eq}} = \{(x, y, p) | \mathbf{f}(x, y, p) = \mathbf{0}, \mathbf{g}(x, y, p) = \mathbf{0}\} \quad (2)$$

式中:  $(x, y, p)$  为  $(n+m+l)$  维系统空间中的一个点,

其完整坐标为  $(x_1, x_2, \dots, x_n, y_1, y_2, \dots, y_m, p_1, p_2, \dots, p_l)$ 。

局部分岔理论首先在非线性系统的平衡点处进行线性化处理, 通过局部线性化系统的特征值判断平衡点处原非线性系统的稳定情况。线性化后的系统可以表示为式(3)。

$$\begin{bmatrix} \Delta \dot{x} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_x & f_y \\ g_x & g_y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta y \end{bmatrix} \quad (3)$$

式中:  $\Delta$  表示对相应变量的线性化运算; 子矩阵  $f_x$  表示函数  $f$  关于  $x$  的雅可比矩阵, 其矩阵运算表达式为  $f_x = \partial f(x, y, p) / \partial x^T$ ; 子矩阵  $f_y$ 、 $g_x$  和  $g_y$  的定义与  $f_x$  类似。

当  $g_y$  非奇异时, 式(3)可以消去代数变量, 得到如式(4)形式的常微分方程组模型。

$$\Delta \dot{x} = A \Delta x \quad (4)$$

式中: 状态矩阵  $A = f_x - f_y(g_y)^{-1}g_x$ 。

对于雅可比矩阵特征值都具有非零实部的任意双曲平衡点  $x^*$ , 根据 Hartman-Grobman 线性化定理, 存在  $x^*$  的邻域  $V$  及其上的同胚  $h$  使得非线性系统过某一点  $x(x_1, x_2, \dots, x_n)$  的流  $\varphi(x)$  满足式(5)。

$$\Delta \varphi(x^*)h = h\varphi(x), \forall x \in V \quad (5)$$

式中:  $\Delta \varphi(x^*)$  为流  $\varphi(x)$  关于  $x^*$  的线性化流。该定理表明: 原非线性系统与其线性化系统在任意双曲平衡点  $x^*$  的邻域内是拓扑等价的<sup>[31]</sup>。

而当系统经过特征值含有零实部的非双曲平衡点时, 局部线性化理论失效。此时, 雅可比矩阵的特征值跨越虚轴, 平衡点的局部稳定性发生突变, 即称系统发生了局部分岔。可见, 局部分岔点即为 SVSR 的边界点。

### 1.2 边界危机的发生机理

实际电力系统具有多重稳定性的特点, 较大不变集之间的相互碰撞极易诱发全局分岔。HB 是一种导致电压振荡的典型局部分岔, 但其所产生的极限环却具有全局性质与非线性特性。超临界与亚临界 HB 产生的稳定与不稳定极限环  $\Gamma^s$ 、 $\Gamma^u$  分别为极限环两侧某邻域内轨线的  $\omega$  极限集和  $\alpha$  极限集。

$$\Gamma^s = \lim_{\omega} \varphi(x) = \bigcap_{t' \in \mathbb{R}} \overline{\{\varphi(x, t) | t > t'\}} \quad (6)$$

$$\Gamma^u = \lim_{\alpha} \varphi(x) = \bigcap_{t' \in \mathbb{R}} \overline{\{\varphi(x, t) | t < t'\}} \quad (7)$$

式中:  $t$  为系统状态变量在流  $\varphi(x)$  上运行的任意时刻;  $t'$  为状态变量在流  $\varphi(x)$  上运行的某一确定时刻;  $\varphi(x, t)$  为满足条件  $t > t'$  或  $t < t'$  的  $\varphi(x)$  区段。

两类 HB 的示意图如图 1 所示, 图中  $p$  表示系统的分岔参数,  $r$  表示极限环振荡的幅值。稳定极

限环  $\Gamma^s$  使系统产生持续的等幅振荡。不稳定极限环  $\Gamma^u$  使系统产生以稳定平衡点为吸引中心、 $\Gamma^u$  为吸引边界的吸引域, 而  $\Gamma^u$  外侧邻域内的轨线则会振荡发散。亚临界 HB 的不稳定极限环  $\Gamma^u$  由全局同宿分岔产生, 同时  $\Gamma^u$  也是边界危机发生的根源所在。同宿分岔是一种低维平衡集间的边界危机, 其与边界危机拥有相同的发生机理。同宿分岔由极限环与双曲鞍点碰撞发生, 边界危机则由混沌吸引子与双曲极限环碰撞发生。

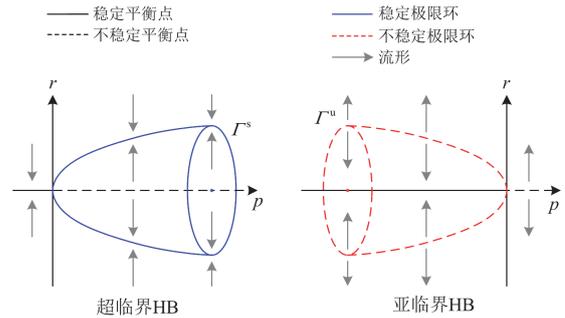


图 1 两类 HB 的示意图

Fig. 1 Schematic diagram of two types of HB

同宿型边界危机(即同宿分岔)的发生过程如图 2 所示。在图 2(a)中, 红色虚线表示不稳定极限环, 蓝色实线表示鞍点的稳定与不稳定流形。随着参数的变化, 不稳定极限环与鞍点相互碰撞, 鞍点的稳定与不稳定流形在极限环的作用下重合, 形成了同宿轨道, 如图 2(b)中的红色闭合曲线所示。随着参数的进一步变化, 同宿轨道破裂, 鞍点的稳定与不稳定流形分离, 如图 2(c)中的蓝色与红色曲线所示。在参数的继续变化下, 稳定焦点与鞍点间的距离增大, 二者流形间的影响也逐渐降低, 如图 2(d)所示。

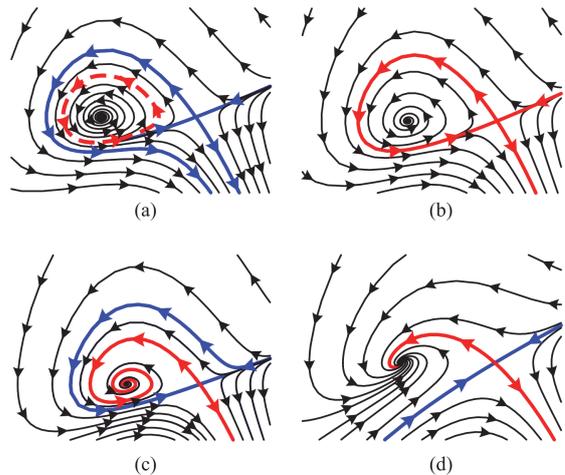


图 2 同宿型边界危机的发生过程

Fig. 2 Occurrence process of homoclinic boundary crisis

### 1.3 边界危机对电压稳定性的影响机理分析

针对同宿分岔与边界危机的理论研究, 首先定义平衡点  $x^*$  的局部稳定流形  $W_{loc}^s(x^*)$  和局部不稳定流形  $W_{loc}^u(x^*)$ , 如式(8)和式(9)所示。

$$W_{loc}^s(x^*) \triangleq \{x \in V \mid \text{对于 } \forall t \geq 0, \text{ 有 } \varphi(x) \in V, \text{ 且 } \lim_{t \rightarrow +\infty} \varphi(x) = x^*\} \quad (8)$$

$$W_{loc}^u(x^*) \triangleq \{x \in V \mid \text{对于 } \forall t \leq 0, \text{ 有 } \varphi(x) \in V, \text{ 且 } \lim_{t \rightarrow -\infty} \varphi(x) = x^*\} \quad (9)$$

由式(8)、式(9)可以得到平衡点  $x^*$  的全局稳定流形为  $W^s(x^*) = \bigcup_{t \leq 0} \varphi(W_{loc}^s(x^*))$ , 全局不稳定流形为  $W^u(x^*) = \bigcup_{t \geq 0} \varphi(W_{loc}^u(x^*))$ 。

当发生同宿分岔时, 平衡点  $x^*$  的同宿轨道可以使用  $x^*$  的稳定流形  $W^s(x^*)$  与不稳定流形  $W^u(x^*)$  表示为如式(10)的符号序列。

$$\Gamma_{Ho} = \{(x^*, \dots, s_{-1}, s_0, s_1, \dots, x^*) \mid s_k \in W^s(x^*) \cap W^u(x^*), \forall k \in \mathbf{Z}\} \quad (10)$$

式中:  $s_k$  为同宿点;  $k$  为任意整数。

由式(10)可知, 同宿轨道  $\Gamma_{Ho}$  的  $\omega$  极限集和  $\alpha$  极限集均与平衡点  $x^*$  一致。因此, 在同宿点  $s_k$  处, 流形  $W^s(x^*)$  与  $W^u(x^*)$  的切向量  $s_k^s$  与  $s_k^u$  满足  $s_k^s = -s_k^u$ , 进而有

$$T_{s_k} W^s(x^*) \cap T_{s_k} W^u(x^*) = \text{span}(s_k^s) = \text{span}(s_k^u) \quad (11)$$

式中:  $T_{s_k} W^s(x^*)$  和  $T_{s_k} W^u(x^*)$  分别为流形  $W^s(x^*)$  和  $W^u(x^*)$  在同宿点  $s_k$  处的切空间;  $\text{span}(s_k^s)$  和  $\text{span}(s_k^u)$  分别为切向量  $s_k^s$  和  $s_k^u$  所张成的空间。

式(11)表明, 在同宿点  $s_k$  处, 分岔的余维数  $\text{codim}(T_{s_k} W^s(x^*) + T_{s_k} W^u(x^*)) = 1$ 。这说明流形  $W^s(x^*)$  与  $W^u(x^*)$  在  $s_k$  处非横截相交,  $s_k$  为非横截同宿点, 无法在小扰动下维持其结构稳定性。这种由非横截同宿点所构成的同宿轨道为结构不稳定的非横截同宿轨道。而  $x^*$  则因其双曲性, 在同宿分岔前后维持了局部稳定性。

同宿分岔前后, 同宿轨道  $\Gamma_{Ho}$  内的稳定焦点  $x_{sj}$  没有发生局部分岔, 为结构稳定的双曲平衡点。因此  $x_{sj}$  仍旧保持其吸引力, 即

$$x_{sj} = \lim_{\omega} \varphi(x) = \bigcap_{t' \in \mathbf{R}} \overline{\{\varphi(x, t) \mid t > t'\}} \quad (12)$$

用  $x_0$  表示系统在功率大扰动后的初始状态, 取  $x = x_0$ , 则流  $\varphi(x_0)$  反映了功率大扰动后系统电压水平的变化过程。结合式(7)与式(12)可知, 功率大扰

动后, 非线性系统的流  $\varphi(x_0)$  将同时受到不稳定极限环  $\Gamma^u$  的排斥作用和稳定焦点  $x_{sj}$  的吸引作用。当功率大扰动后, 系统的初始状态  $x_0$  位于  $\Gamma^u$  外时, 受到  $\Gamma^u$  的排斥作用,  $\varphi(x_0)$  首先远离  $\Gamma^u$ 。在其余不稳定平衡集的作用下,  $\varphi(x_0)$  才能够进入  $\Gamma^u$  内部并最终收敛于稳定焦点  $x_{sj}$ 。 $\varphi(x_0)$  的这一运行特征被称为瞬态混沌,  $\varphi(x_0)$  所形成的流形如图 3 中的蓝色轨线所示。由于瞬态混沌不具有吸引性<sup>[27]</sup>, 因此系统也可不表现出瞬态混沌现象, 如图 3 中的黑色轨线所示。

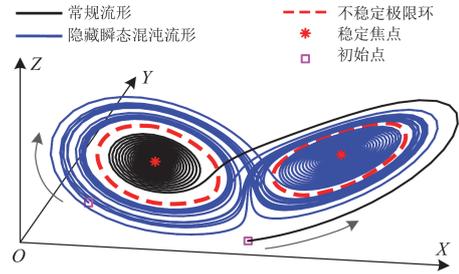


图 3 瞬态混沌的示意图

Fig. 3 Schematic diagram of transient chaos

边界危机的发生会导致不具有吸引性的瞬态混沌  $\Pi_u$  突变为混沌吸引子  $\Pi$ , 影响系统在功率大扰动后的电压稳定性, 如表 1 所示。

表 1 边界危机对电压稳定性的影响

Table 1 Influence of boundary crisis on voltage stability					
发生阶段	关键平衡集			$x_{sj}$	收敛情况
	$x_{sj}$	$\Gamma^u$	混沌平衡集	吸引域	
发生前	稳定	不稳定	瞬态混沌 $\Pi_u$	$\Pi_u$	$x_{sj}$
发生时	稳定	不稳定	同宿瞬态混沌 $\Pi_{Ho}$	$\Gamma^u$	$\Gamma^u$
发生后	稳定	不稳定	混沌吸引子 $\Pi$	$\Gamma^u$	$\Pi$

#### 1) 边界危机发生前

边界危机发生以前, 系统中的混沌平衡集为瞬态混沌  $\Pi_u$ , 根据上文对瞬态混沌的分析,  $\Pi_u$  可以表示为

$$\Pi_u = \{(a_{\Pi_u}, \dots, a_{-1}, a_0, a_1, \dots, x_{sj}) \mid a_{-\eta} \in W^u(\Gamma^u) \cup W^u(x_{uj}), a_{\eta} \in W^s(x_{sj}), \forall \eta \in \mathbf{N}\} \quad (13)$$

式中:  $a_{\Pi_u}$  为瞬态混沌  $\Pi_u$  的任意边界点;  $a_{-\eta}$  为状态轨迹进入  $\Gamma^u$  前的瞬态混沌点;  $a_{\eta}$  为状态轨迹进入  $\Gamma^u$  后的瞬态混沌点;  $a_0$  为  $a_{-\eta}$  与  $a_{\eta}$  间的临界点;  $x_{uj}$  为某一其他不稳定平衡集。

由式(13)可知, 瞬态混沌  $\Pi_u$  由  $\Gamma^u$  与  $x_{ij}$  的共同排斥作用产生。功率大扰动后,  $\Pi_u$  会导致系统电压沿  $W^u(\Gamma^u)$  和  $W^u(x_{ij})$  振荡发散, 电压在这二者间的交替会使系统进入有限持续时间的混沌振荡状态。从  $x_0$  到  $a_0$  的时间为混沌振荡的持续时间  $\tau$ 。在经过时间  $\tau$  后, 混沌振荡结束, 系统电压进入  $\Gamma^u$ , 电压沿  $W^s(\Gamma^u)$  逐渐收敛至  $x_{sj}$ 。由于  $\Pi_u$  不具有吸引力, 因此在边界危机发生以前, 稳定平衡点  $x_{sj}$  的吸引域范围为  $\Pi_u$ 。需要注意的是,  $\Pi_u$  的范围受到系统中除  $x_{ij}$  以外的其他不稳定平衡点的限制。 $\Pi_u$  的边界  $\partial\Pi_u$  由其上所有不稳定平衡点  $x_{uc}$  的稳定流形所构成, 即  $\partial\Pi_u = \bigcup_{x_{uc} \in \partial\Pi_u} W^s(x_{uc})$ 。

### 2) 边界危机发生时

边界危机发生时, 类似于同宿分岔, 极限环  $\Gamma^u$  与瞬态混沌  $\Pi_u$  碰撞。 $\Gamma^u$  的稳定流形  $W^s(\Gamma^u)$  与不稳定流形  $W^u(\Gamma^u)$  形成了同宿瞬态混沌。

$$\Pi_{Ho} = \{(\Gamma^u, \dots, b_{-1}, b_0, b_1, \dots, \Gamma^u) | b_k \in W^s(\Gamma^u) \cap W^u(\Gamma^u), \forall k \in \mathbf{Z}\} \quad (14)$$

式中:  $\Pi_{Ho}$  为同宿瞬态混沌;  $b_k$  为同宿瞬态混沌点。

由式(14)可知, 功率大扰动后, 同宿瞬态混沌  $\Pi_{Ho}$  会导致系统电压在有限持续时间的混沌振荡后, 沿  $\Gamma^u$  进入等幅振荡的临界状态。 $\Pi_{Ho}$  拥有与同宿轨道  $\Gamma_{Ho}$  相似的性质。与同宿分岔的分析类似, 可以得知: 流形  $W^s(\Gamma^u)$  与  $W^u(\Gamma^u)$  非横截相交,  $b_k$  为结构不稳定的非横截相交点;  $\Gamma^u$  与  $x_{sj}$  均未发生改变它们自身稳定性的局部分岔, 为结构稳定的双曲极限环和双曲平衡点。

### 3) 边界危机发生后

边界危机发生后, 非横截相交的同宿瞬态混沌点  $b_k$  消失, 瞬态混沌  $\Pi_u$  通过边界危机形成了混沌吸引子  $\Pi$ 。

$$\Pi = \{(\dots, c_{-1}, c_0, c_1, \dots) | c_k \in W^u(\Gamma^u) \cup W^u(x_{ij}), \forall k \in \mathbf{Z}\} \quad (15)$$

式中:  $c_k$  为混沌吸引子  $\Pi$  上的点。

式(15)表明, 在  $\Pi$  的吸引作用下,  $\varphi(x_0)$  陷入了无法逃离的混沌运行状态, 使得系统电压始终处于混沌振荡状态。可见, 边界危机的发生使稳定平衡点  $x_{sj}$  的吸引域范围被限制在了  $\Gamma^u$  内, 造成了系统吸引域由  $\Pi_u$  到  $\Gamma^u$  的突然缩小。

## 1.4 基于分岔理论的 SVSR 与 BCVSR 划分

首先确定系统的 SVSR, 对 SVSR 的划分能够

确定平衡点的局部稳定性, 是划分系统 BCVSR 前的基础工作。SVSR 是系统在小扰动下能够维持电压稳定性的参数点的集合, 即所有稳定平衡点对应的参数集。因此可以定义系统的 SVSR 为

$$\Omega_s(i) \triangleq \left\{ p \in \mathbf{R}^l \mid \begin{array}{l} \max\{\text{Re}(\lambda_j)\} < 0, \forall \lambda_j \in \Lambda, \\ \det \mathbf{g}_y \neq 0 \end{array} \right\} \quad (16)$$

式中:  $i$  为网络结构; 分岔参数  $p(p_1, p_2, \dots, p_l)$  为功率大扰动后的有功和无功功率;  $\mathbf{R}^l$  为  $l$  维实数集;  $\text{Re}(\lambda_j)$  为特征值  $\lambda_j$  的实部;  $\Lambda = \{\lambda_j, j = 1, 2, \dots, n\}$  为系统状态矩阵  $A$  的所有特征值的集合。

分岔理论将系统静态电压稳定性的丧失归因于 4 种平衡点的局部分岔, 即 SNB、HB、LIB 和 SIB。结合 1.1 节中对于平衡点局部稳定性的分析, 可以确定系统的 SVSR 边界为

$$\partial\Omega_s = \left\{ p \in \mathbf{R}^l \mid \begin{array}{l} \max\{\text{Re}(\lambda_j)\} = 0, \forall \lambda_j \in \Lambda \\ p \in \mathbf{R}^l \mid \det \mathbf{g}_y = 0 \end{array} \right\} \cup \quad (17)$$

式中:  $\max\{\text{Re}(\lambda_j)\} = 0$  对应 SNB、HB 和 LIB, 特征值在 SNB 点处沿实轴跨越虚轴, 在 HB 点处以共轭复根的形式跨越虚轴, 在 LIB 点处因参数越限而跨越虚轴;  $\det \mathbf{g}_y = 0$  则对应 SIB。

本文所提出的 BCVSR 是一种定义在注入功率空间中的参数稳定域, 旨在保证系统在功率大扰动后的暂态电压稳定性。功率大扰动的发生并不会改变系统的网络结构  $i$ , 因此定义 BCVSR 为

$$\Omega_{BC}(i) \triangleq \left\{ p \in \mathbf{R}^l \mid x_0(p_0) \in R(x_{sj}(p)) \right\} \quad (18)$$

式中:  $p_0$  为扰动前参数;  $R(x_{sj}(p))$  为  $x_{sj}$  的吸引域;  $x_0(p_0)$  特指参数  $p_0$  下的初始点  $x_0$ ;  $x_{sj}(p)$  特指功率大扰动后参数  $p$  下的稳定平衡点  $x_{sj}$ 。

根据 1.3 节的分析可知: 边界危机的发生会导致  $x_{sj}$  吸引域的骤缩, 直接影响系统在功率大扰动后的电压稳定性, 导致边界危机点成为 BCVSR 的边界点。根据式(14)可知, 边界危机点处流形  $W^s(\Gamma^u(p))$  与  $W^u(\Gamma^u(p))$  非横截相交, 因此可以确定系统的 BCVSR 边界为

$$\partial\Omega_{BC} = \left\{ p \in \mathbf{R}^l \mid \dim[M_{d_k}^s + M_{d_k}^u] < n + m \right\} \quad (19)$$

式中:  $\dim[\cdot]$  为空间维数;  $M_{d_k}^s$  为流形  $W^s(\Gamma^u(p))$  在  $d_k$  点处的切空间,  $M_{d_k}^s = T_{d_k} W^s(\Gamma^u(p))$ ,  $d_k$  为流形  $\varphi(x_0)$  上任意一点;  $M_{d_k}^u$  为流形  $W^u(\Gamma^u(p))$  在  $d_k$  点处的切空间,  $M_{d_k}^u = T_{d_k} W^u(\Gamma^u(p))$ 。在 BCVSR 的边界处,  $d_k$  即为同宿瞬态混沌点  $b_k$ 。

根据以上对两种稳定域的分析, 可以得出 SVSR 和 BCVSR 之间的关系, 如表 2 所示。

表 2 SVSR 与 BCVSR 的关系

Table 2 Relationship between SVSR and BCVSR				
稳定域	扰动类型	网络结构	边界点	包含关系
SVSR	小扰动	维持 $i$ 不变	局部分岔: SNB、HB、LIB、SIB	$\Omega_{BC} \subset \Omega_S$
BCVSR	功率大扰动	维持 $i$ 不变	全局分岔: 边界危机	

由表 2 可知, SVSR 关注平衡点局部稳定性的变化, 以局部分岔点为稳定边界。BCVSR 则关注功率大扰动后的状态变量是否在系统的吸引域内, 并以出现吸引域骤缩现象的边界危机点为稳定边界。BCVSR 充分考虑了系统在功率大扰动后的动态行为。此外, 由于功率大扰动并不会导致系统网络结构的变化, 因此 BCVSR 与 SVSR 是在相同的网络结构下定义的。而 BCVSR 以全局分岔为边界点的特性则使其成为了以局部分岔为边界点的 SVSR 的子集。BCVSR 的划分避免了边界危机带来的失稳风险, 揭示了系统电压振荡的机理。运行在 BCVSR 内有利于提高系统在功率大扰动后电压稳定的安全性。

## 2 仿真模型简介

本文所研究网络为图 4 所示的基于 D-PMSG 的风电并网系统。图中, G1—G4 为 4 台同步发电机,  $U_{G1}$ — $U_{G4}$ 、 $\delta_{G1}$ — $\delta_{G4}$ 、 $P_{G1}$ — $P_{G4}$ 、 $Q_{G1}$ — $Q_{G4}$  分别为它们的电压幅值、电压相角、有功功率和无功功率;  $U_w$ 、 $\delta_w$ 、 $P_w$ 、 $Q_w$  分别 D-PMSG 的电压幅值、电压相角、有功功率和无功功率;  $U_L$ 、 $\delta_L$ 、 $P_L$ 、 $Q_L$  分别为动态负荷的电压幅值、电压相角、有功功率和无功功率。该系统是对文献[32]中例 12.6 所提系统的修改, 是电力系统稳定性分析领域的常用系统。

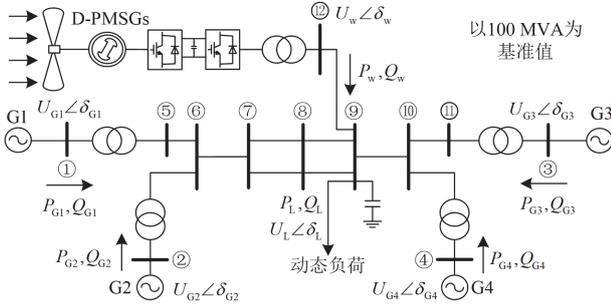


图 4 基于 D-PMSG 的风电并网系统

Fig. 4 Wind power grid-connected system based on D-PMSG

### 2.1 D-PMSG 及其控制模型

在恒电压幅值变换的两相旋转坐标系下,

D-PMSG 的非线性 DAEs 模型可描述为

$$\begin{cases} \frac{di_{ds}}{dt} = (-u_{ds} - R_s i_{ds} + \omega_e L_s i_{qs})/L_s \\ \frac{di_{qs}}{dt} = (-u_{qs} - R_s i_{qs} - \omega_e L_s i_{ds} + \omega_e \psi_f)/L_s \\ \frac{d\omega_e}{dt} = (n_p T_w - n_p T_e)/\tau_j \\ T_e = \frac{3}{2} n_p \psi_f i_{qs} \end{cases} \quad (20)$$

式中:  $i_{ds}$ 、 $i_{qs}$  和  $u_{ds}$ 、 $u_{qs}$  分别表示定子电流和定子电压的  $d$  轴与  $q$  轴分量;  $R_s$  为定子电阻;  $\omega_e$  为转子电角速度;  $L_s$  为定子同步电感;  $\psi_f$  为转子磁链;  $n_p$  为极对数;  $T_w$  为风轮的机械转矩;  $T_e$  为电磁转矩;  $\tau_j$  为惯性时间常数。

D-PMSG 的机侧控制器控制  $d$  轴定子电流为零,  $q$  轴定子电流跟踪风力机最大输入转矩。网侧控制器控制网侧  $d$  轴电流为零, 通过控制网侧  $q$  轴电流保持直流电压稳定。式(20)所示的 D-PMSG 模型及其控制模型的具体细节见文献[33]。

### 2.2 动态负荷模型

为了更准确地反映电力系统中的负荷动态, 负荷节点采用文献[34]中的 Valve 综合负荷模型。综合负荷方程为

$$\begin{cases} P_L = P_{ld} + P_0 + p_1 \dot{\delta}_L + p_2 \ddot{\delta}_L + p_3 U_L \\ Q_L = Q_{ld} + Q_0 + q_1 \dot{\delta}_L + q_2 U_L + q_3 U_L^2 \end{cases} \quad (21)$$

式中:  $P_{ld}$ 、 $Q_{ld}$  为静态恒定负载;  $P_0$ 、 $Q_0$  分别为感应电机有功功率与无功功率的恒定分量;  $p_1$ 、 $p_2$ 、 $p_3$ 、 $q_1$ 、 $q_2$ 、 $q_3$  为经验常数。

D-PMSG 及动态负荷的参数情况见表 3。表 3 中,  $S_N$  为单个 D-PMSG 的额定容量;  $U_N$  为 D-PMSG 的

表 3 系统参数

Table 3 System parameters

参数类型	数值
D-PMSG 参数	$S_N = 1.5 \text{ MW}$ , $U_N = 690 \text{ V}$ , $\omega_B = 113.04 \text{ rad/s}$
	$n_p = 64$ , $\tau_j = 6.5 \text{ s}$ , $\psi_f = 1.013 \text{ p.u.}$
	$R_s = 0.108 \text{ p.u.}$ , $L_s = 0.796 \text{ p.u.}$
	$C_{DC} = 0.861 \text{ p.u.}$ , $L_r = 0.121 \text{ p.u.}$
	$K_{p1} = 0.5$ , $K_{i1} = 10$ , $K_{p2} = 1$ , $K_{i2} = 20$ $K_{p3} = 0.5$ , $K_{i3} = 10$ , $K_{p4} = 0.5$ , $K_{i4} = 10$ $K_{p5} = 0.5$ , $K_{i5} = 10$
动态负荷参数	$p_1 = 0.14$ , $p_2 = 1.26$ , $p_3 = 0.21$
	$q_1 = 0.23$ , $q_2 = -1.61$ , $q_3 = -1.95$
	$P_{ld} = 0.96 \text{ p.u.}$ , $Q_{ld} = 0 \text{ p.u.}$ $P_0 = 0.54 \text{ p.u.}$ , $Q_0 = 1.48 \text{ p.u.}$

额定电压;  $\omega_B$  为 D-PMSG 定子侧的基准电角速度;  $C_{DC}$  为直流电容;  $L_f$  为滤波电感;  $K_{P1}$ 、 $K_{I1}$ 、 $K_{P2}$ 、 $K_{I2}$ 、 $K_{P3}$ 、 $K_{I3}$ 、 $K_{P4}$ 、 $K_{I4}$ 、 $K_{P5}$ 、 $K_{I5}$  为 D-PMSG 变流器的控制参数。

### 2.3 网络方程

忽略机端变压器阻抗的影响, 则系统网络提供给动态负荷的功率为

$$\begin{cases} P_L = U_{G4}U_L Y_{9,10} \cos(\delta_L - \delta_{G4} - \theta_{9,10}) + \\ U_8 U_L Y_{8,9} \cos(\delta_L - \delta_8 - \theta_{8,9}) - \\ U_L^2 (Y_{9,10} \cos \theta_{9,10} + Y_{8,9} \cos \theta_{8,9}) + \\ P_w - (P_w^2 + Q_w^2) R_{9,12} / U_w^2 \\ Q_L = U_{G4}U_L Y_{9,10} \sin(\delta_L - \delta_{G4} - \theta_{9,10}) + \\ U_8 U_L Y_{8,9} \sin(\delta_L - \delta_8 - \theta_{8,9}) + \\ U_L^2 (Y_{9,10} \sin \theta_{9,10} + Y_{8,9} \sin \theta_{8,9}) + \\ Q_w - (P_w^2 + Q_w^2) X_{9,12} / U_w^2 \end{cases} \quad (22)$$

式中:  $Y_{\alpha,\beta} \angle \theta_{\alpha,\beta}$  ( $\alpha, \beta = 1, 2, \dots, 12$ ) 为节点  $\alpha$ 、 $\beta$  之间的导纳,  $U_8 \angle \delta_8$  为母线 8 处电压, 具体表达式为

$$U_8 = \text{sqrt} \left( \left( U_{G2} \cos \delta_{G2} - \frac{P_{G2} R_{6,8} + Q_{G2} X_{6,8}}{U_{G2}} \right)^2 + \left( U_{G2} \sin \delta_{G2} - \frac{P_{G2} X_{6,8} - Q_{G2} R_{6,8}}{U_{G2}} \right)^2 \right) \quad (23)$$

$$\delta_8 = \arctan \left( \frac{U_{G2} \sin \delta_{G2} - (P_{G2} X_{6,8} - Q_{G2} R_{6,8})}{U_{G2} \cos \delta_{G2} - (P_{G2} R_{6,8} + Q_{G2} X_{6,8})} \right) \quad (24)$$

式中:  $R_{\alpha,\beta} + jX_{\alpha,\beta}$  为节点  $\alpha$ 、 $\beta$  之间的输电线路阻抗。

## 3 仿真分析

本节基于非线性分岔与混沌理论, 分析参数条件变化时, 图 4 所示的 D-PMSG 风电并网系统在功率大扰动后非线性动力学特性的变化。在状态空间中, 研究局部分岔与全局分岔对状态空间拓扑结构的影响; 在参数空间中, 研究局部分岔对平衡点局部稳定性的影响。从状态空间与参数空间两个维度研究系统电压稳定性的变化, 以划分系统的 BCVSR。

### 3.1 系统中混沌吸引子的边界危机

本节研究输入 D-PMSG 风电机组的机械转矩  $T_w$  变化时, 系统相轨迹的变化过程。同宿型轨道的定位采用拓扑学领域的同伦方法<sup>[30]</sup>。

由同伦方法可以得知, 当  $T_w = 0.765$  p.u. 时, 系统发生了同宿分岔。此时, 鞍点  $E_3$  的稳定流形与不稳定流形在稳定焦点  $E_1$  的影响下非横截相交, 形成了环绕  $E_1$  的同宿轨道  $\Gamma_{Ho}$ 。由于  $\Gamma_{Ho}$  上除鞍点  $E_3$  外

的点均为非横截同宿点, 因此  $\Gamma_{Ho}$  为结构不稳定的非横截同宿轨道。在不稳定同宿轨道  $\Gamma_{Ho}$  与不稳定焦点  $E_2$  的排斥作用下, 出发于鞍点  $E_3$  附近的流形已呈现瞬态混沌的状态, 其状态轨迹如图 5 所示。图 5—图 8 中的两条黑色指示线表示同一初始条件下的同一轨线在不同时刻的走向。其中, 左上角的黑线表示流形的初始走向, 右下角的黑线表示流形在极限环(或同宿轨道)附近的走向。

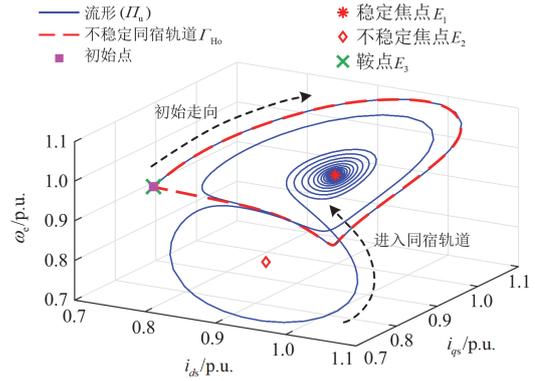


图 5  $T_w = 0.765$  p.u. 时 D-PMSG 的状态空间图

Fig. 5 State space diagram of D-PMSG when  $T_w = 0.765$  p.u.

由于  $\Gamma_{Ho}$  为非横截同宿轨道, 因此当  $T_w$  增大时  $\Gamma_{Ho}$  破裂, 同时在状态空间中产生了不稳定极限环  $\Gamma$ 。环绕稳定焦点  $E_1$  的不稳定极限环  $\Gamma$  阻碍了极限环外流形向  $E_1$  的收敛趋势。并且在多个排斥子(不稳定极限环  $\Gamma$  与不稳定焦点  $E_2$ )的作用下, 开始于  $\Gamma$  外的轨线进入了瞬态混沌状态, 如图 6 所示。

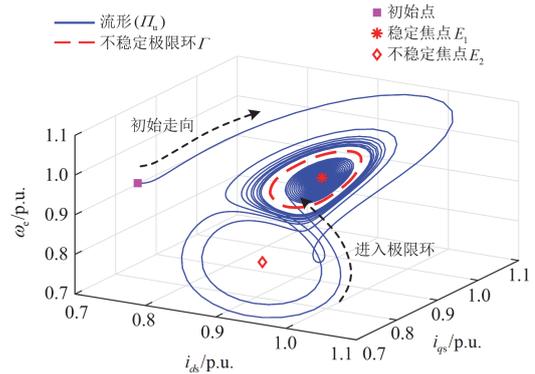


图 6  $T_w = 1.000$  p.u. 时 D-PMSG 的状态空间图

Fig. 6 State space diagram of D-PMSG when  $T_w = 1.000$  p.u.

当  $T_w = 1.149$  p.u. 时,  $\Gamma^u$  与  $\Gamma$  相撞, 导致了边界危机的发生, 形成了同宿瞬态混沌  $\Gamma_{Ho}$ , 如图 7 所示。由于  $\Gamma^u$  来源于  $\Gamma$  的不稳定流形, 而边界危机时轨线的延伸路径与  $\Gamma$  重合, 因此边界危机实质

上是  $\Gamma$  的稳定流形  $W^s(\Gamma)$  与不稳定流形  $W^u(\Gamma)$  的非横截相交, 所形成的  $\Pi_{Ho}$  结构不稳定。

当系统已经发生了边界危机, 但处于亚临界  $HB(T_w = 1.287 \text{ p.u.})$  发生之前时, 取  $T_w = 1.150 \text{ p.u.}$ , 系统的状态空间图如图 8 所示。可见,  $T_w = 1.149 \text{ p.u.}$  时的边界危机使得瞬态混沌  $\Pi_u$  突变为以  $\Gamma$  为吸引域边界的混沌吸引子  $\Pi$ 。对于功率大扰动后的直驱风电并网系统, 状态轨迹在  $\Pi$  的吸引作用下陷入了混沌状态, 无法逃离混沌吸引子, 也无法进入极限环  $\Gamma$  的内部。当  $T_w = 1.287 \text{ p.u.}$  时,  $HB$  发生,  $\Gamma$  缩小到与  $E_1$  重合,  $E_1$  由稳定焦点变为不稳定焦点, 系统失去了静态电压稳定性, 完全陷入混沌状态。

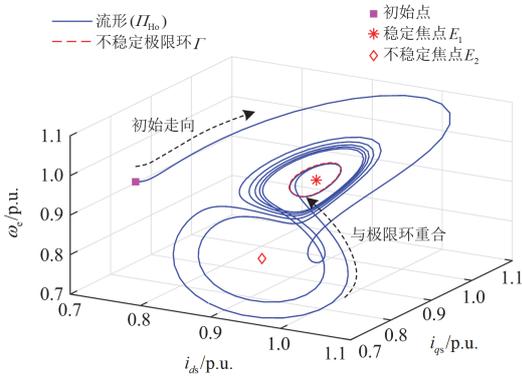


图 7  $T_w = 1.149 \text{ p.u.}$  时 D-PMSG 的状态空间图

Fig. 7 State space diagram of D-PMSG when  $T_w = 1.149 \text{ p.u.}$

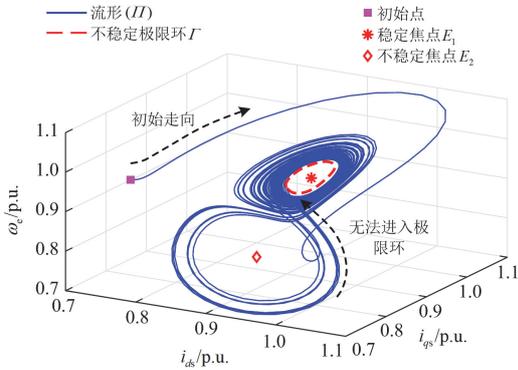


图 8  $T_w = 1.150 \text{ p.u.}$  时 D-PMSG 的状态空间图

Fig. 8 State space diagram of D-PMSG when  $T_w = 1.150 \text{ p.u.}$

$T_w$  变化时的仿真总结如表 4 所示。仿真结果表明, 边界危机的发生会使得混沌吸引子提前于 SVSR 边界(局部分岔点)出现, 导致系统提前产生不稳定因素。对于发生功率大扰动后的直驱风电并网系统, 边界危机前的瞬态混沌虽然会带来暂态不稳定问题, 但系统在经历短暂的暂态不稳定后仍旧能够回到稳定平衡点, 恢复电压稳定。边界危机后的混沌吸引子则使得系统彻底失稳, 陷入混沌振荡状态。

表 4  $T_w$  变化时的仿真总结

Table 4 Simulation summary when  $T_w$  changes

$T_w$ 取值/p.u.	分岔类型	分岔相关平衡集	收敛趋势
(0, 0.756)	—	稳定焦点 $E_1$	振荡收敛于 $E_1$
0.756	同宿分岔	同宿轨道 $\Gamma_{Ho}$	进入 $\Gamma_{Ho} \rightarrow$ 收敛于 $E_1$
(0.756, 1.149)	—	瞬态混沌 $\Pi_u$	瞬态混沌 $\rightarrow$ 进入 $\Gamma \rightarrow$ 收敛于 $E_1$
1.149	边界危机	同宿瞬态混沌 $\Pi_{Ho}$	瞬态混沌 $\rightarrow$ 与 $\Gamma$ 重合 $\rightarrow$ 等幅振荡
(1.149, 1.287)	—	混沌吸引子 $\Pi$	持续混沌振荡 (无法进入 $\Gamma$ )
1.287	HB	混沌吸引子 $\Pi$	完全混沌

### 3.2 单参数变化下系统 BCVSR 的划分

本节基于分岔分析, 研究 D-PMSG 风电机组输出有功功率  $P_w$  和动态负荷无功功率  $Q_L$  发生变化时, 系统状态空间与参数空间两个维度中平衡集和动力学特性的变化过程。并使用同伦方法<sup>[30]</sup>检测系统中发生的同宿分岔与边界危机, 用以准确划分系统的 BCVSR。

#### 3.2.1 $P_w$ 变化时系统 BCVSR 的划分

当  $P_w$  变化时, 显示系统平衡集(平衡点与极限环)变化过程的单参数分岔图如图 9 所示。状态空间仅展示了电压稳定性重点关注的负荷侧电压幅值  $U_L$  与电压相角  $\delta_L$ , 分岔参数为风电机组输出的有功功率  $P_w$ 。

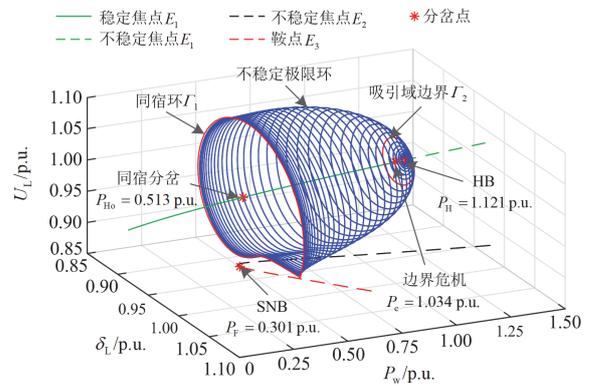


图 9  $P_w$  变化时的分岔图

Fig. 9 Bifurcation diagram when  $P_w$  changes

当  $P_w = P_{Ho} = 0.513 \text{ p.u.}$  时, 鞍点  $E_3$  的稳定流形与不稳定流形非横截相交, 形成了一个鞍点同宿环, 如图 9 中红色圆圈  $\Gamma_1$  所示。此时, 系统同时具有稳定焦点  $E_1$ 、不稳定焦点  $E_2$ 、鞍点  $E_3$  和鞍点同宿环  $\Gamma_1$ 。对于扰动后开始于同宿环外的轨线, 不稳定同宿环  $\Gamma_1$  与不稳定焦点  $E_2$  使得系统中产生了瞬态混

沌, 阻碍了流形向稳定焦点  $E_1$  的收敛。

随着  $P_w$  的逐渐增大, 非横截同宿环  $\Gamma_1$  破裂, 状态空间中产生了不稳定的极限环。极限环的大小随着  $P_w$  的增大而逐渐缩小, 如图 9 中的蓝色圆圈序列所示。并且, 瞬态混沌与不稳定极限环之间的距离也逐渐缩小。当  $P_w = P_c = 1.034$  p.u. 时, 瞬态混沌的不稳定流形与不稳定极限环重合, 导致了系统中边界危机的发生。边界危机使得极限环外的瞬态混沌突变为以不稳定极限环为吸引域边界的混沌吸引子。此时, 混沌吸引子的吸引域边界如图 9 中红色圆圈  $\Gamma_2$  所示。 $\Gamma_2$  的内部则为稳定焦点  $E_1$  的吸引域。不稳定极限环  $\Gamma_2$  的范围为  $U_L \in [0.937, 1.046]$  p.u.,  $\delta_L \in [0.939, 1.025]$  p.u.。随着  $P_w$  的继续增大, 极限环继续缩小。当  $P_w = P_H = 1.121$  p.u. 时, 系统发生了 HB, 不稳定极限环缩小到稳定焦点  $E_1$  上,  $E_1$  突变为不稳定焦点。此时, 混沌吸引子将  $E_1$  附近的局部范围也包含进了其吸引域内, 这也标志着系统在  $E_1$  处失去了静态电压稳定性。

根据以上分析可知, 系统在  $P_w$  变化下的单参数 BCVSR 为  $P_w \in (0, 1.034)$  p.u., SVSR 为  $P_w \in (0, 1.121)$  p.u.。在 BCVSR 边界 ( $P_w = 1.034$  p.u.) 处, 稳定平衡点  $E_1$  的吸引域为  $U_L \in [0.937, 1.046]$  p.u.,  $\delta_L \in [0.939, 1.025]$  p.u.。绘制系统在  $P_w = 1.000$  p.u. 及  $P_w = 1.050$  p.u. 时的时域仿真图, 如图 10 所示。可以看出, 当系统位于 BCVSR 内时, 即便功率大扰动使得系统状态变量处于不稳定极限环外, 系统也能够短暂的暂态不稳定后恢复电压稳定性。而当系统位于 SVSR 内, 但位于 BCVSR 外时, 功率大扰动可能发生导致扰动后的系统状态变量位于稳定平衡点  $E_1$  的吸引域外, 进而造成系统电压的混沌振荡。

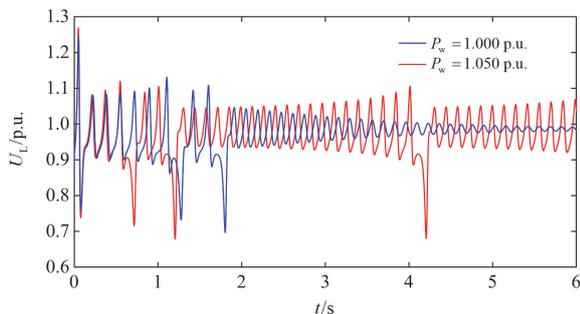


图 10 不同  $P_w$  下的时域仿真图

Fig. 10 Time domain simulation diagram with different  $P_w$

### 3.2.2 $Q_L$ 变化时系统 BCVSR 的划分

当  $Q_L$  变化时, 显示系统平衡集(平衡点与极限

环)变化过程的单参数分岔图如图 11 所示。状态空间仅展示了电压稳定性重点关注的负荷侧电压幅值  $U_L$  与电压相角  $\delta_L$ , 分岔参数为动态负荷的无功功率  $Q_L$ 。

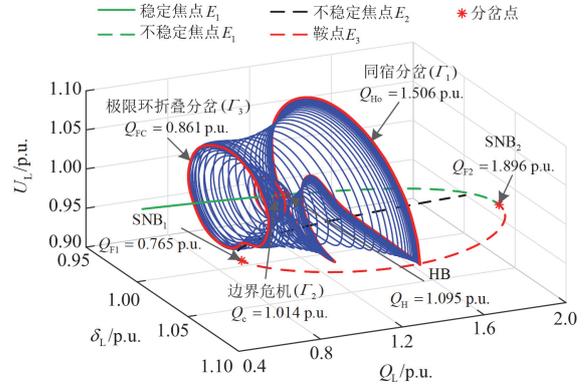


图 11  $Q_L$  变化时的分岔图

Fig. 11 Bifurcation diagram when  $Q_L$  changes

当  $Q_L = Q_{Ho} = 1.506$  p.u. 时, 系统发生了同宿分岔, 产生了同宿环, 如图 11 中的红色圆圈  $\Gamma_1$  所示。随着  $Q_L$  的减小, 同宿环破裂, 系统在状态空间中产生了不稳定极限环, 如图 11 中的蓝色圆圈序列所示。当  $Q_L = Q_{FC} = 0.861$  p.u. 时, 不稳定极限环发生了极限环折叠分岔, 如图 11 中的红色圆圈  $\Gamma_3$  所示。此时, 极限环在参数空间中开始向着  $Q_L$  增大的方向延伸。当  $Q_L = Q_c = 1.014$  p.u. 时, 系统发生了边界危机, 瞬态混沌轨线与不稳定极限环  $\Gamma_2$  碰撞。 $\Gamma_2$  的范围为  $U_L \in [0.921, 1.035]$  p.u.,  $\delta_L \in [0.955, 1.037]$  p.u.。当  $Q_L = Q_H = 1.095$  p.u. 时, 系统发生了 HB。因此, 系统在  $Q_L \in (0.861, 1.014)$  p.u. 时存在着最终收敛于稳定焦点  $E_1$  的瞬态混沌, 在  $Q_L \in (1.014, 1.095)$  p.u. 时存在以不稳定极限环为吸引域边界的混沌吸引子。而当  $Q_L \in (1.095, 1.506)$  p.u. 时, 状态空间中虽然存在着由同宿分岔所产生的不稳定极限环, 但由于缺少稳定平衡点, 状态轨迹仍旧呈现混沌状态。当  $Q_L > 1.506$  p.u. 时, 状态空间中不存在稳定平衡点, 系统同样不能够保证其静态电压稳定性。

由以上分析可知, 系统在  $Q_L$  变化下的单参数 BCVSR 为  $Q_L \in (0, 1.014)$  p.u., SVSR 为  $Q_L \in (0, 1.095)$  p.u.。在 BCVSR 边界 ( $Q_L = 1.014$  p.u.) 处, 平衡点  $E_1$  的吸引域为  $U_L \in [0.921, 1.035]$  p.u.,  $\delta_L \in [0.955, 1.037]$  p.u.。绘制系统在  $Q_L = 1.000$  p.u. 及  $Q_L = 1.050$  p.u. 时的时域仿真图, 如图 12 所示。根据图 12 中不同  $Q_L$  下的时域仿真轨迹, 可以得出与

3.2.1 节类似的结论：在功率大扰动的情形下，位于 BCVSR 内的系统能够恢复电压稳定性，位于 BCVSR 外的系统则会因为吸引域的突然缩小而陷入混沌振荡状态。

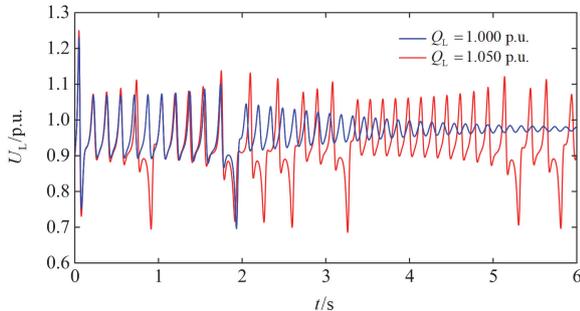


图 12 不同  $Q_L$  下的时域仿真图

Fig. 12 Time domain simulation diagram with different  $Q_L$

单参数 BCVSR 划分的仿真总结如表 5 所示。表 5 的数据表明，边界危机所带来的吸引域变化与 1.3 节的理论分析结果一致，SVSR 和 BCVSR 的关系与 1.4 节的理论分析结果一致。

表 5 单参数 BCVSR 划分的仿真总结

Table 5 Simulation summary of single parameter BCVSR partition

参数	p.u.		
	BCVSR	SVSR	存在瞬态混沌的区域
$P_w$	(0, 1.034)	(0, 1.121)	(0.513, 1.034)
$Q_L$	(0, 1.014)	(0, 1.095)	(0.861, 1.014)

### 3.3 系统注入功率空间中 BCVSR 的划分

本节在 3.1 节和 3.2 节研究的基础上，划分系统在注入功率空间中的 BCVSR。通过对分岔点的延拓，划分系统在  $P_w$  与  $Q_L$  双参数变化下的 BCVSR，如图 13 所示。在图中：区域①表示系统的 BCVSR，以边界危机曲线为稳定边界；区域①∪②表示系统的 SVSR，以 HB 曲线为稳定边界。

处于 BCVSR(区域①)内的系统在瞬态混沌的作用下，即便在功率大扰动后位于不稳定极限环外，系统也能够短暂的暂态不稳定后进入极限环内部，并最终收敛于极限环内的稳定平衡点。当系统运行于 BCVSR 外，但处于 SVSR 内时(即运行于区域②时)，状态空间中以极限环为吸引域边界的混沌吸引子将使得扰动后位于极限环外的状态轨迹陷入混沌状态。而当系统运行于区域③时，由于此时的系统已经不存在任何稳定平衡点，系统可能处于混沌振荡、周期振荡或电压崩溃等状态。

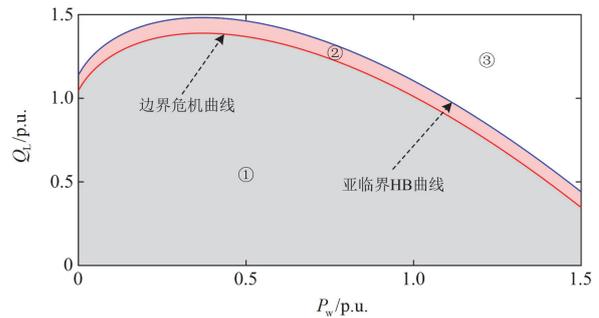


图 13  $P_w$  与  $Q_L$  注入空间中的 BCVSR

Fig. 13 BCVSR in  $P_w$  and  $Q_L$  injection space

边界危机的发生使得区域①内的瞬态混沌在进入区域②后突变为以不稳定极限环为吸引域边界的混沌吸引子。这也表明在亚临界 HB 的情况下，边界危机提前于 HB 点发生，在系统的 SVSR 内产生了混沌吸引子的失稳风险。当系统运行于 SVSR 的边界附近时，稳定域内的不稳定极限环将极大地限制稳定平衡点吸引域的大小。因此接近 SVSR 边界也意味着可能出现暂态不稳定问题。BCVSR 将不安全运行区域②从 SVSR 中剔除，确保了功率大扰动后系统在稳定域内运行的安全性。

在实际电力系统中，系统负荷和新能源发电具有随机性和不确定性。在考虑功率大扰动的情形下，BCVSR 的划分排除了 SVSR 内的边界危机对系统电压稳定性的威胁。划分系统在注入功率空间中的 BCVSR，可用于系统的动态安全评估和故障预防控制，是一种提前的、预防式的工作。在系统实际运行时，通过检测参数是否处于 BCVSR 内以及与 BCVSR 边界的距离，能够给出相应的功率调整建议。通过对注入功率的调整，使功率参数落在 BCVSR 内，能够有效避免混沌振荡在 SVSR 内的提前发生。

## 4 结论

本文重点关注动态电压稳定域，分析了功率大扰动后边界危机对系统电压稳定性的影响，提出了一种注入功率空间中的暂态电压稳定性区域，即 BCVSR。主要结论如下：

- 1) 系统中不稳定平衡集之间的相互作用会影响状态轨迹的收敛趋势，成为系统呈现短时瞬态混沌现象的重要原因之一。
- 2) 边界危机由瞬态混沌与不稳定极限环碰撞发生，其发生机理与同宿分岔类似，同样可以采用同伦方法进行检测。
- 3) BCVSR 以边界危机点为稳定边界。BCVSR 内的瞬态混沌，使得系统在功率大扰动下经历短暂

的暂态不稳定后仍旧能够回到稳定平衡点。BCVSR的划分提高了系统稳定运行的安全性。

4) 当系统位于BCVSR外但仍处于SVSR内时, 不稳定极限环所确定的吸引域通常不大, 导致系统面临较大的失稳风险。边界危机所产生的混沌吸引子将导致功率大扰动后的状态轨迹陷入持续的混沌振荡状态。

本文的研究是在系统模型固定的情况下进行的, 且仅考虑功率大扰动, 系统的扰动幅值会受到扰动前稳定运行状态的限制。接下来的研究将从以下两个方面展开: 1) 如何在短路事故等改变系统网络结构的情况下划分系统的BCVSR; 2) 如何在扰动幅值不受限制的情况下划分系统的BCVSR。

### 参考文献

- [1] HATZIARGYRIOU N, MILANOVIĆ J, RAHMANN C, et al. Definition and classification of power system stability—revisited & extended[J]. *IEEE Transactions on Power Systems*, 2021, 36(4): 3271-3281.
- [2] 姜齐荣, 王玉芝. 电力电子设备高占比电力系统电磁振荡分析与抑制综述[J]. *中国电机工程学报*, 2020, 40(22): 7185-7201.  
JIANG Qirong, WANG Yuzhi. Overview of the analysis and mitigation methods of electromagnetic oscillations in power systems with high proportion of power electronic equipment[J]. *Proceedings of the CSEE*, 2020, 40(22): 7185-7201.
- [3] MA Xiaoyang, WAN Yuheng, WANG Ying, et al. Multi-parameter practical stability region analysis of wind power system based on limit cycle amplitude tracing[J]. *IEEE Transactions on Energy Conversion*, 2023, 38(4): 2571-2583.
- [4] 王子骏, 庄可好, 辛焕海, 等. 虚拟同步直驱风机低频振荡机理分析及阻尼补偿控制[J]. *电力系统自动化*, 2024, 48(2): 95-104.  
WANG Zijun, ZHUANG Kehao, XIN Huanhai, et al. Low-frequency oscillation mechanism analysis and damping compensation control of virtual synchronous direct-driven wind turbine generators[J]. *Automation of Electric Power Systems*, 2024, 48(2): 95-104.
- [5] 邹明, 赵成勇, 许建中. 永磁同步发电机电磁暂态等效建模方法及稳定性分析[J]. *电力系统保护与控制*, 2023, 51(13): 25-36.  
ZOU Ming, ZHAO Chengyong, XU Jianzhong. Electromagnetic transient equivalent modeling method and stability analysis of a permanent magnet synchronous generator[J]. *Power System Protection and Control*, 2023, 51(13): 25-36.
- [6] 高本锋, 符章棋, 王刚, 等. 适用于次同步振荡分析的直驱风电场平衡降阶方法[J]. *电力工程技术*, 2023, 42(3): 112-120.
- [7] GAO Benfeng, FU Zhangqi, WANG Gang, et al. Balanced reduction method of direct-drive wind farm for subsynchronous oscillation analysis[J]. *Electric Power Engineering Technology*, 2023, 42(3): 112-120.
- [7] 高本锋, 董涵泉, 孙大卫, 等. 匹配控制构网型直驱风电场经LCC-HVDC送出系统的次同步振荡特性及机理分析[J]. *中国电机工程学报*, 2024, 44(23): 9296-9310.  
GAO Benfeng, DONG Hanxiao, SUN Dawei, et al. Sub-synchronous oscillation characteristics and mechanism analysis of matching-control-based grid-forming direct drive wind farm transmitted through LCC-HVDC system[J]. *Proceedings of the CSEE*, 2024, 44(23): 9296-9310.
- [8] 饶仪明, 吕敬, 戴金水, 等. 不同控制策略下直驱风电机组的电网耦合特性及稳定性分析[J]. *电力系统自动化*, 2024, 48(4): 150-159.  
RAO Yiming, LÜ Jing, DAI Jinshui, et al. Analysis of generator-grid coupling characteristics and stability for direct-drive wind turbines with different control strategies[J]. *Automation of Electric Power Systems*, 2024, 48(4): 150-159.
- [9] 肖垒, 蔺红. 直驱风电场经交流并网系统dq阻抗模型及稳定性分析[J]. *电测与仪表*, 2023, 60(12): 65-70.  
XIAO Lei, LIN Hong. DQ impedance model and stability analysis of direct-drive wind farm via AC grid-connected system[J]. *Electrical Measurement & Instrumentation*, 2023, 60(12): 65-70.
- [10] 黄志光, 陈浩, 丁浩寅, 等. 计及数字控制延时影响的含PMSG电力系统的宽频振荡z域阻抗判据研究[J]. *电力系统保护与控制*, 2024, 52(10): 138-146.  
HUANG Zhiguang, CHEN Hao, DING Haoyin, et al. The z domain impedance criterion for wide-band oscillation stability analysis of a power system with PMSG considering the impact of digital control delay[J]. *Power System Protection and Control*, 2024, 52(10): 138-146.
- [11] TREVISAN A S, MENDONÇA Â, GAGNON R, et al. Analytically validated SSCI assessment technique for wind parks in series compensated grids[J]. *IEEE Transactions on Power Systems*, 2021, 36(1): 39-48.
- [12] 黄碧月, 陈雅皓, 孙海顺, 等. 考虑静止无功补偿器的直驱风电并网系统次同步振荡[J]. *清华大学学报(自然科学版)*, 2021, 61(5): 446-456.  
HUANG Biyue, CHEN Yahao, SUN Haishun, et al. Sub-synchronous oscillation in wind farm integrated power system considering static var compensator[J]. *Journal of Tsinghua University (Science and Technology)*, 2021, 61(5): 446-456.
- [13] ZHAI Wenchao, JIA Qi, YAN Gangui. Analysis of sub synchronous oscillation characteristics from a direct drive wind farm based on the complex torque coefficient method[J/OL]. *CSEE Journal of Power and Energy*

- Systems: 1-10[2022-08-18]. DOI: 10.17775/CSEEJPES.2021.05760.
- [14] MENCK P J, HEITZIG J, MARWAN N, et al. How basin stability complements the linear-stability paradigm[J]. *Nature Physics*, 2013, 9(2): 89-92.
- [15] KUZNETSOV Y A. *Elements of applied bifurcation theory*[M]. 4th ed. New York: Springer-Verlag, 2023.
- [16] OTT E. *Chaos in dynamical systems*[M]. Cambridge: Cambridge University Press, 1993.
- [17] CUTSEM T V, VOURNAS C. *Voltage stability of electric power systems*[M]. New York: Springer-Verlag, 1998.
- [18] SHEN Danfeng, WU Hao, LIANG Hao, et al. Accurate polynomial approximation of bifurcation hypersurfaces in parameter space for small signal stability region considering wind generation[J]. *IEEE Transactions on Power Systems*, 2022, 37(6): 4512-4524.
- [19] 齐金山, 姚良忠, 廖思阳, 等. 高比例新能源电力系统静态电压稳定裕度在线概率评估[J]. *电力系统保护与控制*, 2023, 51(5): 47-57.  
 QI Jinshan, YAO Liangzhong, LIAO Siyang, et al. Online probabilistic assessment of static voltage stability margin for power systems with a high proportion of renewable energy[J]. *Power System Protection and Control*, 2023, 51(5): 47-57.
- [20] 阮佳阳, 鲁宗相, 乔颖, 等. 并网型双馈异步发电机奇异诱导分岔型电压崩溃机理[J]. *中国电机工程学报*, 2014, 34(31): 5467-5476.  
 RUAN Jiayang, LU Zongxiang, QIAO Ying, et al. Study on voltage collapse caused by singularity-induced bifurcation of grid-connected doubly-fed induction generators[J]. *Proceedings of the CSEE*, 2014, 34(31): 5467-5476.
- [21] 陈金保, 任刚, 丁萁琦, 等. 孤网模式下基于 HBBC 的水轮机调节系统稳定性量化分析方法研究[J]. *电力系统保护与控制*, 2023, 51(13): 60-69.  
 CHEN Jinbao, REN Gang, DING Qiqi, et al. Study on a quantitative stability analysis method of a hydraulic turbine regulating system based on HBBC in frequency control mode[J]. *Power System Protection and Control*, 2023, 51(13): 60-69.
- [22] 张建功, 周雪松, 马幼捷, 等. 基于 Buck 变换器的模糊自抗扰 Hopf 分岔扰动抑制策略[J]. *电力系统保护与控制*, 2023, 51(15): 12-21.  
 ZHANG Jianguo, ZHOU Xuesong, MA Youjie, et al. Fuzzy ADRC Hopf bifurcation disturbance suppression strategy based on a Buck converter[J]. *Power System Protection and Control*, 2023, 51(15): 12-21.
- [23] SREERAM T S, DHEER D K, DOOLLA S, et al. Hopf bifurcation analysis in droop controlled islanded microgrids[J]. *International Journal of Electrical Power and Energy Systems*, 2017, 90: 208-224.
- [24] LUO Cheng, LIU Teng, WANG Xiongfei, et al. Design-oriented analysis of DC-link voltage control for transient stability of grid-forming inverters[J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2024, 71(4): 3698-3707.
- [25] YANG Jingxi, TSE C K, HUANG Meng, et al. Homoclinic bifurcation of a grid-forming voltage source converter[J]. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 2021, 36(11): 13176-13187.
- [26] HAN Xiujing, YU Yue, ZHANG Chun. A novel route to chaotic bursting in the parametrically driven Lorenz system[J]. *Nonlinear Dynamics*, 2017, 88(4): 2889-2897.
- [27] MEUCCI R, EUZZOR S, CIOFINI M, et al. Demonstrating filtered feedback control near a boundary crisis[J]. *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Regular Papers*, 2021, 68(7): 3023-3030.
- [28] ZHOU Shuhan, ZHOU Guohua, HE Mingzhi, et al. Stability effect of different modulation parameters in voltage-mode PWM control for CCM switching DC-DC converter[J]. *IEEE Transactions on Transportation Electrification*, 2024, 10(2): 2408-2422.
- [29] TÉL T. The joy of transient chaos[J]. *Chaos*, 2015, 25(9).
- [30] DUDKOWSKI D, JAFARI S, KAPITANIAK T, et al. Hidden attractors in dynamical systems[J]. *Physics Reports*, 2016, 637: 1-50.
- [31] ZHI Yuan, WAJID H, VENKATASUBRAMANIAN V M, et al. Computational methods for nonlinear analysis of Hopf bifurcations in power system models[J]. *Electric Power Systems Research*, 2022, 212.
- [32] KUNDUR P. *Power system stability and control*[M]. New York: McGraw-Hill, 1994.
- [33] HUANG H, MAO C, LU J, et al. Small-signal modelling and analysis of wind turbine with direct drive permanent magnet synchronous generator connected to power grid[J]. *IET Renewable Power Generation*, 2012, 6(1): 48-58.
- [34] VAHDATI P M, KAZEMI A, AMINI M H, et al. Hopf bifurcation control of power system nonlinear dynamics via a dynamic state feedback controller—part I: theory and modeling[J]. *IEEE Transactions on Power Systems*, 2017, 32(4): 3217-3228.

收稿日期: 2024-08-21; 修回日期: 2024-12-26

作者简介:

马晓阳(1991—), 男, 博士, 副教授, 硕士生导师, 研究方向为电能质量分析、新型电力系统稳定性分析等; E-mail: mxy\_scu@163.com

梁锦文(1999—), 男, 硕士研究生, 研究方向为新型电力系统稳定性分析; E-mail: liangjinwen999@163.com

汪颖(1981—), 女, 通信作者, 博士, 教授, 博士生导师, 研究方向为电能质量与智能供配电网。E-mail: 769429505@qq.com

(编辑 周金梅)