

DOI: 10.19783/j.cnki.pspc.240575

# 考虑限流的基于多李雅普诺夫法的虚拟同步机暂态稳定判据

朱誉<sup>1</sup>, 屠增泽<sup>2</sup>, 余达<sup>1</sup>, 刘菁锐<sup>2</sup>, 李佳朋<sup>2</sup>, 李宇骏<sup>2</sup>

(1. 广东电网有限责任公司电力调度控制中心, 广东 广州 130012; 2. 西安交通大学电气工程学院, 陕西 西安 710049)

**摘要:** 在考虑电流限幅策略的虚拟同步机并网的暂态同步问题中, 传统方法构建的系统模型是基于电流幅值的代数变量切换规则, 难以对失稳机理进行解析分析, 且所提判据保守性也较大。针对此问题, 以限流不等式为切入点, 构建了所研究系统基于状态变量的切换模型。并提出了基于多李雅普诺夫方法的暂态稳定判据, 即当各子系统的李雅普诺夫函数在两个连续切换区间内呈减小趋势时, 所研究系统能够保持稳定。最后, 提出了一种限流参数的设置方法使得系统具有最大稳定边界。仿真结果表明, 所提判据相比等面积法具有更小的保守性, 并验证了所提结论的有效性。

**关键词:** 虚拟同步机; 电流限幅; 相角切换模型; 多李雅普诺夫函数; 饱和电流角

## Transient stability criterion of a virtual synchronous generator with current limiting using the multiple Lyapunov functions method

ZHU Yu<sup>1</sup>, TU Zengze<sup>2</sup>, YU Da<sup>1</sup>, LIU Jingrui<sup>2</sup>, LI Jiapeng<sup>2</sup>, LI Yujun<sup>2</sup>

(1. Dispatching and Control Center, Guangdong Power Grid Company Limited, Guangzhou 130012, China;  
2. School of Electrical Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China)

**Abstract:** In addressing the transient synchronization issue of grid-connected virtual synchronous generator considering current limiting strategies, traditional methods often rely on algebraic variable switching rules based on current amplitude. These methods make it difficult to analytically analyze the instability mechanisms, and the proposed criteria are also quite conservative. To tackle these issues, this paper introduces a switching model based on state variables using current limiting inequalities as a starting point. A transient stability criterion based on the multiple Lyapunov method is then proposed. This states that the system can remain stable if the Lyapunov functions of each subsystem exhibit a decreasing trend over two consecutive switching intervals. Finally, a method for setting the current limiting parameters is presented to maximize the system's stability boundary. Simulation results demonstrate that the proposed criteria are less conservative than the equal-area method, and the effectiveness of the conclusions drawn in this paper is verified.

This work is supported by the Science and Technology Project of China Southern Power Grid (No. 036000KK52220018(GDKJXM20220249)).

**Key words:** virtual synchronous generator; current limiting; angle-switched model; multiple Lyapunov function; saturated current angle

## 0 引言

新能源通常通过换流器并入电网。目前, 锁相环(phase-locked loop, PLL)是并网换流器的一个重要元件<sup>[1-3]</sup>。通过锁相环与电网同步的换流器通常被称为“跟网型(grid-following, GFL)换流器”。相关

研究<sup>[4-6]</sup>表明, 当大量 GFL 换流器连接到一个较弱的交流系统时, 系统的稳定性和安全性可能会遭到损害。为了解决这些问题, “构网型(grid-forming, GFM)换流器”近年来受到越来越多的关注<sup>[7-9]</sup>。

一般来说, GFM 换流器主要分为功率同步环(power synchronization loop, PSL)<sup>[10]</sup>和虚拟同步发电机(virtual synchronous generator, VSG)<sup>[11-12]</sup>。PSL 利用同步发电机经典的有功-频率下垂特性, 自动实现与电网的同步。而 VSG 很好地模拟了同步发电机

**基金项目:** 南方电网公司科技项目资助(036000KK52220018(GDKJXM20220249)); 国家自然科学基金项目资助(52277122)

的转子运动过程, 通过自然的“功角”特性实现同步<sup>[13]</sup>。此外, 基于 VSG 的构网型换流器可以在系统遭受扰动下提供一定的惯性和频率支撑作用。然而, 当系统遇到较大的扰动时, 可能会触发 GFM 换流器中的控制器限制, 使系统变成一个切换系统。

换流器在扰动过程中不能承受过流, 需要采用限流策略。当前, 主流的限流策略主要有两种。1) 基于虚拟阻抗(virtual impedance, VI)的方法<sup>[14-16]</sup>, 该方法在扰动过程中模拟阻抗特性, 从而抑制过电流; 2) 电流饱和和算法 (current saturation algorithm, CSA)<sup>[17]</sup>, 将其  $d$ - $q$  轴故障电流控制到参考值, 使得换流器故障电流小于其设定的极限值。文献[18]指出, 与 VI 法相比, CSA 在电流限幅方面具有更好的效果。

尽管限流控制在 GFM 换流器的安全运行中不可或缺, 但其同样可能会降低系统的稳定性。文献[19]表明限流策略的特性可能会对 GFM 换流器的动态特性产生影响。文献[20]讨论了相角、 $d$  轴、 $q$  轴优先的限流策略对 GFM 换流器暂态稳定性的影响。文献[21]表明当故障后的稳定平衡点(stable equilibrium point, SEP)存在时, PSL 具有全局稳定的特性。文献[22]利用等面积(equal area criterion, EAC)法研究了饱和电流角对系统稳定性的影响, 但是在其分析中假设故障清除时系统直接进入限流控制, 这种假设可能并不总能成立。

切换系统动态分析在自动控制领域得到了广泛的研究。实际上, 切换系统的稳定性依赖于各子系统的特性和连接它们的切换逻辑<sup>[23]</sup>。文献[24]指出, 如果系统具有一个公共李雅普诺夫函数, 则系统全局渐近稳定得到保证。然而, 这种方法的结果通常是相当保守的。多李雅普诺夫函数法通过构造与各

子系统相关的李雅普诺夫函数簇<sup>[25]</sup>, 可用于切换系统的稳定性分析。它只要求李雅普诺夫函数的导数在特定区域为负, 而不是全局为负。现有的研究大多集中在线性切换系统的稳定性上<sup>[23-26]</sup>。然而, 对非线性切换系统的分析, 特别是考虑电流限幅的并网 GFM 换流器的分析还不够深入, 缺乏适用于定量分析的解析稳定判据。

本文主要贡献如下所述。

1) 明确了考虑电流限幅的单机并网 VSG 在恒压控制模式与限流控制模式之间的切换机理, 发现恒压控制与限流控制之间的切换发生在两条切换线上。

2) 使用多李雅普诺夫法得到了考虑电流限幅的单机并网 VSG 暂态稳定判据, 与传统等面积法相比具有更小的保守性。

3) 基于所提的暂态稳定判据, 提出了一种最优饱和电流角的设置方法, 可提升切换系统暂态的稳定性。

## 1 考虑电流限幅的切换系统动态模型

所研究的系统为一台 VSG 通过传输线连接到无穷大母线, 系统的主电路和控制框图如图 1 所示。传输线的电感、电阻分别用  $L_l$  和  $R_l$  表示。换流器连接到公共耦合点(point of common coupling, PCC)的电压记为  $u_p$ 。  $u_c$  和  $u_s$  分别表示换流器和无穷大母线的电压,  $L_c$  和  $R_c$  分别表示相电抗器的等效电感和等效电阻。  $\omega_c$  和  $\omega_s$  分别为换流器输出的角频率和无穷大母线的角频率。其中,  $P_c$  和  $Q_c$  分别为换流器的有功、无功输出功率。

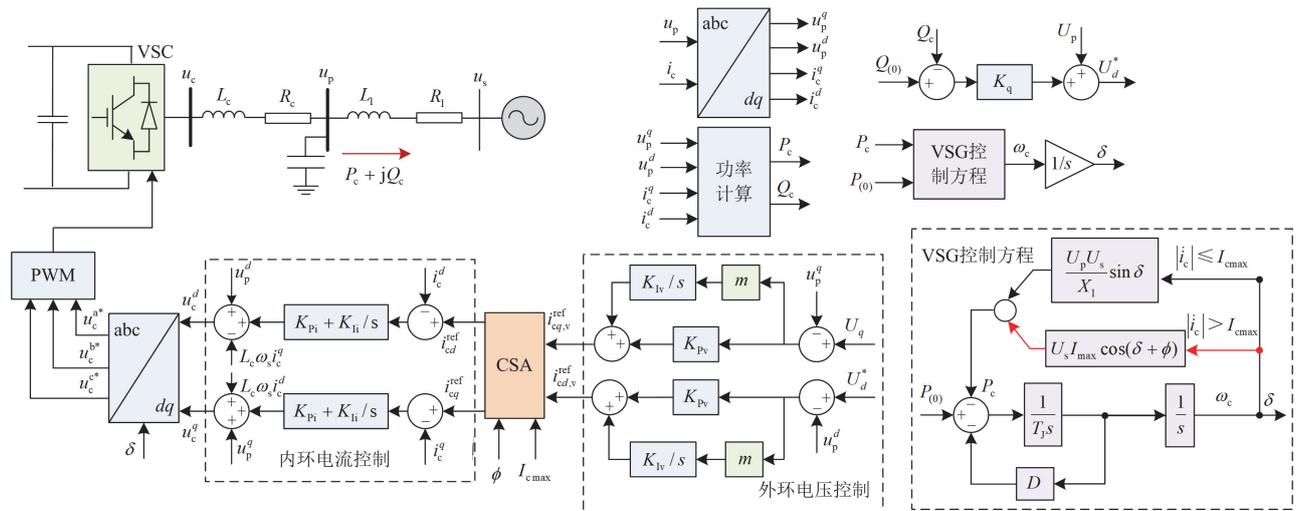


图 1 考虑切换的 VSG 控制方案

Fig. 1 Control scheme of VSG considering switching

为了厘清决定系统稳定性的主要因素，做出如下假设。

1) 与线路电抗相比，线路电阻可以忽略<sup>[20-21]</sup>。

2) 在 PCC 并联的电容器通常相对较小，因此在后续分析中可以忽略<sup>[18,20,23]</sup>。

3) 外环电压控制和内环电流控制的动态响应要比功率控制环的动态响应快得多<sup>[20,23]</sup>。因此，在研究由功率控制回路引起的暂态稳定问题时，可以忽略与外部电压控制和内部电流控制相关的动态。

### 1.1 系统动态模型

VSG 的有功功率控制回路的动态方程为

$$\frac{d\theta_{c,real}}{dt} = \omega_c \quad (1)$$

$$T_J \frac{d\omega_c}{dt} = P_{(0)} - P_c - D(\omega_c - \omega_s) \quad (2)$$

式中： $\theta_{c,real}$  为 VSG 提供的相角； $P_{(0)}$  为 VSG 的有功功率参考值； $T_J$  为虚拟惯量； $D$  为阻尼系数。

然而，在系统暂态稳定性分析中，主要关注 VSG 相对于电网的相对相角。因此，VSG 的动态方程可表示<sup>[22]</sup>为

$$\frac{d\theta_c}{dt} = \omega_c - \omega_s \quad (3)$$

$$T_J \frac{d\omega_c}{dt} = P_{(0)} - P_c - D(\omega_c - \omega_s) \quad (4)$$

式中， $\theta_c$  表示 VSG 与网络之间的相对相角。

在严重的交流故障中，换流器电流可能超过其极限值。采用 CSA 可以很好地限制故障电流<sup>[23]</sup>如式(5)。

$$\begin{cases} i_{cd}^{ref} = i_{cd,v}^{ref} \\ i_{cq}^{ref} = i_{cq,v}^{ref}, \sqrt{(i_{cd,v}^{ref})^2 + (i_{cq,v}^{ref})^2} \leq I_{c,max} \\ i_{cd}^{ref} = I_{c,max} \cos \phi \\ i_{cq}^{ref} = I_{c,max} \sin \phi, \sqrt{(i_{cd,v}^{ref})^2 + (i_{cq,v}^{ref})^2} > I_{c,max} \end{cases} \quad (5)$$

式中： $I_{c,max}$  为电流极限值； $\phi$  为饱和电流矢量与  $d$  轴的夹角，定义为饱和电流角； $i_{cd,v}^{ref}$ 、 $i_{cq,v}^{ref}$  分别为外环电压控制输出的  $d$ 、 $q$  轴电流参考值； $i_{cd}^{ref}$ 、 $i_{cq}^{ref}$  分别为经历饱和电流算法之后的  $d$ 、 $q$  轴电流参考值。

根据式(5)，如果换流器电流幅值  $|i_c| < I_{c,max}$ ，外环电压控制产生的电流参考值保持不变。在这种情况下，设置判断变量  $m=1$ ，公共耦合点电压  $U_p$  的  $d$  轴分量  $u_p^d$  被控制为与  $d$  轴一致的基准电压  $U_d^*(u_p^d = U_d^*, u_p^q = 0)$ 。这种控制模式被称为恒压控

制。一旦换流器电流  $i_c$  超过其极限值 ( $|i_c| \geq I_{c,max}$ )，电流  $i_c^{ref}$  被控制为一个恒定幅值的电流相量  $i_c$ 。此时，故障电流幅值被限制为  $I_{c,max}$ ，控制模式切换到限流控制。通过设置  $m=0$  采取抗饱和措施，防止换流器无法从 CLC 模式返回到 CVC 模式。这两种控制模式的矢量图如图 2 所示。

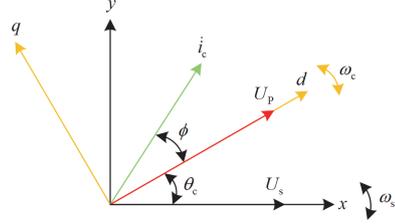


图 2 两种控制模式的矢量关系图

Fig. 2 Vector diagram of two control modes

换流器的有功输出  $P_c$  可以表示为

$$P_c = \frac{U_p U_s}{\omega_s L_1} \sin \theta_c, |i_c| \leq I_{c,max} \quad (6)$$

$$P_c = U_s I_{c,max} \cos(\theta_c + \phi), |i_c| > I_{c,max} \quad (7)$$

式中： $U_p$  为 PCC 电压幅值； $U_s$  为无穷大母线的电压幅值。

式(3)和式(4)、式(6)和式(7)是以电流幅值为切换条件的电流切换模型。该模型对以状态变量描述的非线性系统的定量稳定性分析仍然是一个很大的挑战。

所研究的动态系统在电流相量幅值小于其极限时切换到 CVC。

$$\begin{aligned} |i_c| &= \left| \frac{U_p \angle \theta_c - U_s}{j \omega_s L_1} \right| = \\ &= \left| \frac{(U_p \cos \theta_c - U_s) + j U_p \sin \theta_c}{j \omega_s L_1} \right| \leq I_{c,max} \end{aligned} \quad (8)$$

式(8)经化简后为

$$\cos \theta_c > d = \frac{U_p^2 + U_s^2 - I_{c,max}^2 \omega_s^2 L_1^2}{2 U_p U_s} \quad (9)$$

$$-\cos^{-1}(d) < \theta_c < \cos^{-1}(d) \quad (10)$$

式中， $\theta_c = -\cos^{-1}(d)$  和  $\theta_c = \cos^{-1}(d)$  分别表示左、右切换线。

根据式(10)，可以将原基于电流幅值的代数切换规则转化为本文提出的基于状态变量  $\theta_c$  相角切换规则。

### 1.2 相角切换模型

一个非线性切换系统可以建模<sup>[25]</sup>为

$$\frac{dx}{dt} = h_p(x(t)), t \in \mathbb{R}^+, p \in \mathcal{P} = \{1, 2, \dots, N\} \quad (11)$$

式中:  $x$  为状态变量,  $x \in \mathbb{R}^n$ ; 有限集  $\mathcal{P}$  表示离散子系统;  $h_p$  表示第  $p$  个子系统。

对所研究系统做变量代换 ( $x = \theta_c - \theta_{c(0)}, y = \omega_c - \omega_s$ ), 结合式(3)一式(7)和式(10), 可得到所研究切换系统的两个子系统  $h_1$  和  $h_2$ 。

$$h_1: \begin{cases} \frac{dx}{dt} = y \\ \frac{dy}{dt} = -f(x) - D_c y \end{cases}, (x_s^b < x < x_s^a) \quad (12)$$

$$h_2: \begin{cases} \frac{dx}{dt} = y \\ \frac{dy}{dt} = -g(x) - D_c y \end{cases}, \begin{cases} x_s^a \leq x \leq 2\pi + x_s^b \\ -2\pi + x_s^a \leq x \leq x_s^b \end{cases} \quad (13)$$

其中:

$$\theta_{c(0)} = \sin^{-1} \left( \frac{P_{(0)} \omega_s L_1}{U_p U_s} \right), D_c = \frac{D}{T_J},$$

$$f(x) = \frac{U_p U_s}{T_J \omega_s L_1} \sin(x + \theta_{c(0)}) - \frac{P_{(0)}}{T_J},$$

$$g(x) = \frac{I_{c\max} U_s}{T_J} \cos(x + \theta_{c(0)} + \phi) - \frac{P_{(0)}}{T_J},$$

$$x_s^b = -\theta_{c(0)} - \cos^{-1}(d), \quad x_s^a = \cos^{-1}(d) - \theta_{c(0)}$$

式中,  $\theta_{c(0)}$  为  $\theta_c$  的稳态值。

系统动力学特性取决于两个子系统的性质, 并在之后的分析中, 不妨将  $x_s^a$  右侧的子系统记为  $h_2(x_s^a)$ ,  $x_s^b$  左侧的子系统记为  $h_2(x_s^b)$ 。

## 2 基于多李雅普诺夫函数的稳定性分析

定理<sup>[26-28]</sup>: 令式(11)为全局渐近稳定系统簇, 定义  $V_p$  为一组相对应的径向无界李雅普诺夫函数簇,  $p \in \mathcal{P}$ 。假设存在一簇正定连续函数  $W_p$ , 对于每一对切换时间  $(t_i, t_j)$ ,  $i < j$ , 使得  $\sigma(t_i) = \sigma(t_j) = p \in \mathcal{P}$ , 并且对  $t_i < t_k < t_j$ ,  $\sigma(t_k) \neq p$ , 当满足式(14)时, 切换系统(11)是全局渐近稳定的。其中  $\sigma$  是分段常数函数, 用来表示子系统在  $t_i$  时刻的切换状态。

$$V_p(x(t_j)) - V_p(x(t_i)) \leq -W_p(x(t_i)) \quad (14)$$

### 2.1 每个子系统的李雅普诺夫函数

CVC 模式下的子系统  $h_1$  的李雅普诺夫函数  $V_1(x, y)$  可表示为

$$V_1(x, y) = \frac{y^2}{2} + F(x), \quad F(x) = \int_0^x f(u) du \quad (15)$$

式中,  $f(u)$  为 CVC 模式下关于换流器相角的函数。

$V_1(x, y)$  正定的条件为

$$xf(x) > 0 \Rightarrow -\pi - 2\theta_{c(0)} < x < \pi - 2\theta_{c(0)} \quad (16)$$

根据式(17)可知, 当  $x \in (x_s^b, x_s^a)$  时  $V_1(x, y)$  正定。

$$-\pi - 2\theta_{c(0)} < x_s^b < 0 < x_s^a < \pi - 2\theta_{c(0)} \quad (17)$$

此外,  $\dot{V}_1(x, y)$  半负定恒成立。

$$\frac{dV_1(x, y)}{dt} = y[-f(x) - D_c y] + f(x)y = -D_c y^2 \leq 0 \quad (18)$$

同理, CVC 模式下子系统  $h_2$  的李雅普诺夫函数  $V_2(x, y)$  可表示为

$$V_2(x, y) = \frac{y^2}{2} + G(x), \quad G(x) = \int_{\theta_{c(1)}}^x g(u) du \quad (19)$$

式中:  $\theta_{c(1)}$  为  $h_2$  中  $\theta_c$  的稳态值,  $\theta_{c(1)} = -\cos^{-1} \left[ P_{(0)} / (I_{c\max} U_s) \right] - \phi - \theta_{c(0)}$ ;  $g(u)$  为 CLC 模式下关于换流器相角的函数。

$V_2(x, y)$  正定的条件为

$$xg(x) > 0 \Rightarrow x_{uep}^b < x < x_{uep}^a \quad (20)$$

其中:

$$\begin{cases} x_{uep}^b = \cos^{-1} \left( \frac{P_{(0)}}{I_{c\max} U_s} \right) - \phi - 2\pi - \theta_{c(0)} \\ x_{uep}^a = \cos^{-1} \left( \frac{P_{(0)}}{I_{c\max} U_s} \right) - \phi - \theta_{c(0)} \end{cases}$$

式中,  $x_{uep}^a$  和  $x_{uep}^b$  均为  $h_2$  的不稳定平衡点。

显然, 在  $h_2$  取值范围  $(x \in \{[x_s^a, x_{uep}^a] \cup [x_{uep}^b, x_s^b]\})$  内,  $V_2(x, y)$  正定。

与此同时,  $\dot{V}_2(x, y)$  半负定恒成立。

$$\frac{dV_2(x, y)}{dt} = y[-g(x) - D_c y] + g(x)y = -D_c y^2 \leq 0 \quad (21)$$

因此, 由式(18)和式(21)可知,  $V_1(x, y)$  和  $V_2(x, y)$  沿着  $h_1$  和  $h_2$  的轨迹对时间  $t$  保持非增特性。这一性质对所研究切换系统的稳定边界的刻画具有重要意义。

### 2.2 切换时刻李雅普诺夫函数值之间的关系

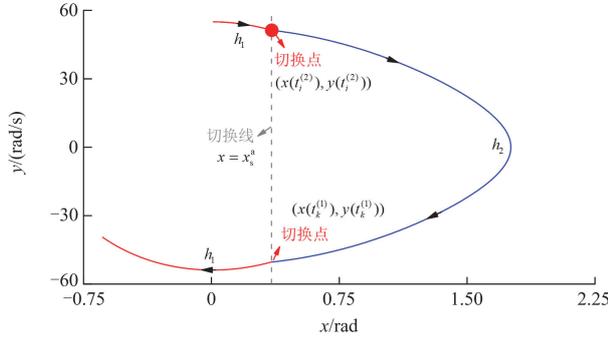
本节分析了在切换时刻  $V_1(x, y)$  和  $V_2(x, y)$  之间的解析关系。首先定义第  $k$  次切换到子系统的时间为  $t_k^{(p)}$ , 相应地  $\{(x, y) | (x(t_k^{(p)}), y(t_k^{(p)})), p \in \mathcal{P}, k \in \mathcal{K}\}$  是两个子系统的切换点集,  $\mathcal{K}$  表示切换次数的集合。

本文所研究的切换系统有两种可能的切换过程。图 3(a)描述了从  $h_1$  开始, 达到切换线  $x = x_s^a$  后切换到  $h_2$ , 最后切换回  $h_1$  的过程, 将该过程记为  $h_1 \rightarrow h_2(x_s^a) \rightarrow h_1$ 。另一个切换动态过程如图 3(b)所

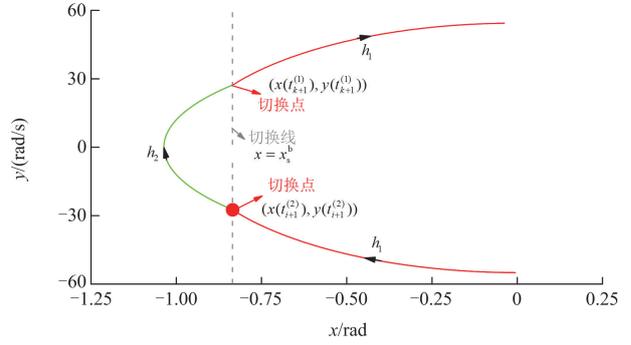
示, 从  $h_1$  开始, 接触切换线  $x = x_s^b$  后切换到  $h_2$ , 最后切换回  $h_1$ , 记为  $h_1 \rightarrow h_2(x_s^b) \rightarrow h_1$ 。

对于  $h_1 \rightarrow h_2(x_s^a) \rightarrow h_1$  过程, 切换时刻满足式(22)。

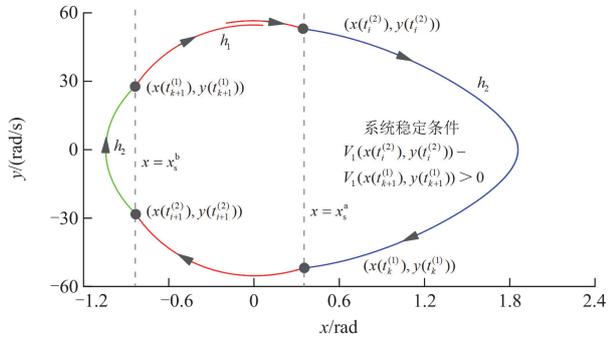
$$x(t_k^{(p)}) = x_s^a, p = 1, 2, k \in \mathcal{K} \quad (22)$$



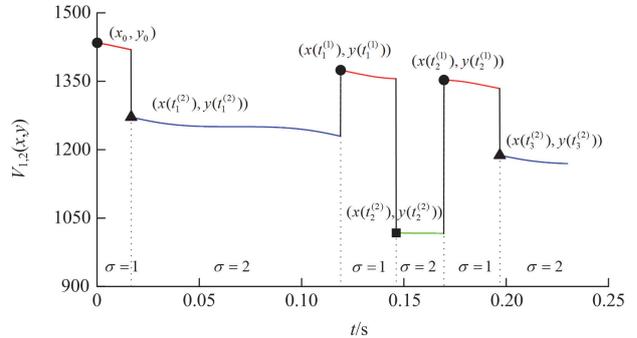
(a) 切换动态过程  $h_1 \rightarrow h_2(x_s^a) \rightarrow h_1$



(b) 切换动态过程  $h_1 \rightarrow h_2(x_s^b) \rightarrow h_1$



(c) 切换动态过程  $h_1 \rightarrow h_2(x_s^a) \rightarrow h_1 \rightarrow h_2(x_s^b) \rightarrow h_1$



(d) 李雅普诺夫函数值随时间变化曲线

图 3 系统切换过程及李雅普诺夫函数变化曲线

Fig. 3 System switching process and Lyapunov function change curve

依据式(15)、式(19)、式(22)的定义,  $V_1(x, y)$  和  $V_2(x, y)$  在指定切换时刻  $t_k^{(p)}$  的值分别为

$$V_1(x(t_k^{(p)}), y(t_k^{(p)})) = \frac{y^2(t_k^{(p)})}{2} + F(x_s^a) \quad (23)$$

$$V_2(x(t_k^{(p)}), y(t_k^{(p)})) = \frac{y^2(t_k^{(p)})}{2} + G(x_s^a) \quad (24)$$

式中,  $F(x_s^a)$  和  $G(x_s^a)$  分别为函数  $F(x)$  和  $G(x)$  在  $x_s^a$  处的函数值。

由式(23)、式(24)可以看出, 虽然两个子系统各自定义的李雅普诺夫函数具有相似的形式, 但其势能不同, 这导致了  $V_1(x, y)$  和  $V_2(x, y)$  在切换时刻的值不相等。将式(24)代入式(23), 消去第一项(动能项), 则对于  $h_1 \rightarrow h_2(x_s^a) \rightarrow h_1$  过程, 在切换时刻  $V_1(x, y)$  和  $V_2(x, y)$  的关系可表示为

$$V_1(x(t_k^{(p)}), y(t_k^{(p)})) = V_2(x(t_k^{(p)}), y(t_k^{(p)})) + F(x_s^a) - G(x_s^a) \quad (25)$$

对于  $h_1 \rightarrow h_2(x_s^b) \rightarrow h_1$  过程的切换时刻满足式(26)。

$$x(t_k^{(p)}) = x_s^b, p = 1, 2, k \in \mathcal{K} \quad (26)$$

由式(26)可得,  $V_1(x, y)$  和  $V_2(x, y)$  在指定切换时刻  $t_k^{(p)}$  的值分别为

$$V_1(x(t_k^{(p)}), y(t_k^{(p)})) = \frac{y^2(t_k^{(p)})}{2} + F(x_s^b) \quad (27)$$

$$V_2(x(t_k^{(p)}), y(t_k^{(p)})) = \frac{y^2(t_k^{(p)})}{2} + G(x_s^b) \quad (28)$$

同理, 对于  $h_1 \rightarrow h_2(x_s^b) \rightarrow h_1$  过程, 切换时刻  $V_1(x, y)$  和  $V_2(x, y)$  的关系可由式(27)和式(28)推导得到, 其关系式为

$$V_1(x(t_k^{(p)}), y(t_k^{(p)})) = V_2(x(t_k^{(p)}), y(t_k^{(p)})) + F(x_s^b) - G(x_s^b), p = 1, 2, k \in \mathcal{K} \quad (29)$$

如图 3(d)所示,  $V_1(x, y)$  和  $V_2(x, y)$  在两条切换线处的值是不相等的, 这很好地解释了切换系统的李雅普诺夫函数值在切换线上是离散的。并且, 在连续两个切换时刻,  $V_1(x, y)$  和  $V_2(x, y)$  的值都在减小, 根据定理, 切换系统的稳定性得到了保证。

### 2.3 切换动态系统的稳定边界

为保证系统的稳定性, 各子系统均应满足式(14)。假设系统轨迹在故障清除时刻(记为 $t_0$ )从点 $(x_0, y_0)$ (位于 $h_1$ )开始移动。如图3(c)所示, 考虑一个特定的切换周期 $h_1 \rightarrow h_2(x_s^a) \rightarrow h_1 \rightarrow h_2(x_s^b) \rightarrow h_1$ , 该过程的切换时刻分别为 $t_i^{(2)}$ 、 $t_k^{(1)}$ 、 $t_{i+1}^{(2)}$ 、 $t_{k+1}^{(1)}$ 。切换时刻状态变量 $x$ 的值分别为 $x(t_k^{(1)}) = x(t_i^{(2)}) = x_s^a$ 和 $x(t_{k+1}^{(1)}) = x(t_{i+1}^{(2)}) = x_s^b$ 。

由式(18)可知, 在切换动态过程 $h_1 \rightarrow h_2(x_s^a)$ 中等式(30)成立。

$$V_1(x_s^a, y(t_i^{(2)})) = V_1(x_0, y_0) + \int_{t_0}^{t_i^{(2)}} -D_c y^2 dt \quad (30)$$

式中:  $V_1(x_s^a, y(t_i^{(2)}))$ 为状态点 $(x_s^a, y(t_i^{(2)}))$ 的能量;  $V_1(x_0, y_0)$ 为故障清除时刻的状态点 $(x_0, y_0)$ 的能量。

在 $h_2$ 的指定范围 $x \in [x_s^a, x_{\text{uep}}^2]$ 内, 基于式(21), 切换动态过程 $h_2(x_s^a) \rightarrow h_1$ 满足式(31)。

$$V_2(x_s^a, y(t_k^{(1)})) = V_2(x_s^a, y(t_i^{(2)})) + \int_{t_i^{(2)}}^{t_k^{(1)}} -D_c y^2 dt \quad (31)$$

基于 $V_2(x, y)$ 的非增特性, 若满足式(32), 则任何一个在 $h_2$ 内的系统轨迹都会被限制在 $x \in [x_s^a, x_{\text{uep}}^a]$ 范围内, 并且最终切换回 $h_1$ 。

$$V_2(x_s^a, y(t_k^{(1)})) \leq \int_{\theta_s^a}^{x_{\text{uep}}^a} g(u) du = G(x_{\text{uep}}^a) \quad (32)$$

根据式(25)的关系, 式(31)可以转换为 $V_1(x, y)$ 的形式, 如式(33)所示。

$$V_1(x_s^a, y(t_k^{(1)})) = V_1(x_s^a, y(t_i^{(2)})) + \int_{t_i^{(2)}}^{t_k^{(1)}} -D_c y^2 dt \quad (33)$$

结合式(30)和式(33), 可得

$$V_1(x_s^a, y(t_k^{(1)})) = V_1(x_0, y_0) + \int_{t_0}^{t_i^{(2)}} -D_c y^2 dt + \int_{t_i^{(2)}}^{t_k^{(1)}} -D_c y^2 dt \quad (34)$$

因此, 从式(34)中可知系统能量满足 $V_1(x_s^a, y(t_k^{(1)})) < V_1(x_0, y_0)$ 。

联立式(25)、式(32), 可得切换时刻 $V_1(x_s^a, y(t_i^{(2)}))$ 的取值范围如式(32)所示。

$$V_1(x_s^a, y(t_i^{(2)})) \leq V_{1\text{max}}^a = G(x_{\text{uep}}^a) + F(x_s^a) - G(x_s^a) \quad (35)$$

式中,  $V_{1\text{max}}^a$ 为切换动态过程 $h_1 \rightarrow h_2(x_s^a) \rightarrow h_1$ 中子系统 $h_1$ 的稳定边界。

对于切换动态过程 $h_1 \rightarrow h_2(x_s^b)$ , 同理可得

$$V_1(x_s^b, y(t_{i+1}^{(2)})) = V_1(x_s^a, y(t_k^{(1)})) + \int_{t_k^{(1)}}^{t_{i+1}^{(2)}} -D_c y^2 dt \quad (36)$$

同理, 基于式(21), 切换过程 $h_2(x_s^b) \rightarrow h_1$ 中同样满足式(37)。

$$V_2(x_s^b, y(t_{k+1}^{(1)})) = V_2(x_s^b, y(t_{i+1}^{(2)})) + \int_{t_{i+1}^{(2)}}^{t_{k+1}^{(1)}} -D_c y^2 dt \quad (37)$$

由于 $V_2(x, y)$ 的导数半负定, 若满足式(38), 则任何一个在 $h_2$ 内的系统轨迹都会被限制在 $x \in (x_{\text{uep}}^b, x_s^b]$ 范围内, 并且最终切换回 $h_1$ 。

$$V_2(x_s^b, y(t_{i+1}^{(2)})) \leq \int_{\theta_s^b}^{x_{\text{uep}}^b} g(u) du = G(x_{\text{uep}}^b) \quad (38)$$

根据式(29), 可以将式(37)转换为式(39)。

$$V_1(x_s^b, y(t_{k+1}^{(1)})) = V_1(x_s^b, y(t_{i+1}^{(2)})) + \int_{t_{i+1}^{(2)}}^{t_{k+1}^{(1)}} -D_c y^2 dt \quad (39)$$

联立式(36)和式(39), 可得

$$V_1(x_s^b, y(t_{k+1}^{(1)})) = V_1(x_s^a, y(t_k^{(1)})) + \int_{t_k^{(1)}}^{t_{i+1}^{(2)}} -D_c y^2 dt + \int_{t_{i+1}^{(2)}}^{t_{k+1}^{(1)}} -D_c y^2 dt \quad (40)$$

因此, 系统满足 $V_1(x_s^b, y(t_{k+1}^{(1)})) < V_1(x_s^a, y(t_k^{(1)}))$ 。

基于式(40)所得结论并联立式(29)、式(38), 可得到另一切换动态过程中切换时刻系统能量取值范围, 如式(41)所示。

$$V_1(x_s^b, y(t_{k+1}^{(1)})) \leq V_{1\text{max}}^b = G(x_{\text{uep}}^b) + F(x_s^b) - G(x_s^b) \quad (41)$$

式中,  $V_{1\text{max}}^b$ 为切换动态过程 $h_1 \rightarrow h_2(x_s^b) \rightarrow h_1$ 中, 子系统 $h_1$ 的稳定边界。

为保证子系统 $h_1$ 对所有可能的切换过程( $h_1 \rightarrow h_2(x_s^a) \rightarrow h_1$ 、 $h_1 \rightarrow h_2(x_s^b) \rightarrow h_1$ )均能保持稳定, 式(32)和式(38)应同时满足。

故所研究系统的暂态稳定判据可基于式(35)、式(41)表示如式(42)所示。

$$V_1(x_0, y_0) \leq V_{1\text{max}} = \min\{V_{1\text{max}}^a, V_{1\text{max}}^b\} \quad (42)$$

式中,  $V_{1\text{max}}$ 为整个振荡周期中子系统 $h_1$ 的稳定边界。

基于 $V_{1,2}(x)$ 导数的半负定, 存在不等式(43)成立。

$$V_{1\text{max}} \geq V_1(x_0, y_0) > V_1(x_s^a, y(t_i^{(2)})) > V_1(x_s^a, y(t_k^{(1)})) > V_1(x_s^b, y(t_{i+1}^{(2)})) > V_1(x_s^b, y(t_{k+1}^{(1)})) \quad (43)$$

由式(43)可知, 每次切换过程子系统 $h_1$ 的能量依次递减, 满足不等式(14), 因此所研究切换系统稳定。

实际上, 系统轨迹在故障清除时可能从子系统 $h_2$ 开始移动。使用相似的推导流程, 子系统 $h_2$ 的稳定边界 $V_{2\text{max}}$ 可由式(44)得到。

$$V_{2\text{max}} = \begin{cases} G(x_{\text{uep}}^a), V_{1\text{max}}^b > V_{1\text{max}}^a \\ V_{1\text{max}}^b + G(x_s^a) - F(x_s^a), V_{1\text{max}}^b \leq V_{1\text{max}}^a \end{cases} \quad (44)$$

根据式(42)和式(44), 通过调节饱和电流角 $\phi$ , 使得等式(45)成立时, 所研究切换系统具有最大稳定边界。

$$V_{1\text{max}}^a = V_{1\text{max}}^b \quad (45)$$

### 3 数值研究

基于 PSCAD 对图 1 所示系统进行仿真。相关参数如表 1 所示。设置扰动为无穷大母线电压  $U_s$  在  $t = 0.01\text{ s}$  跌落至  $0.01\text{ p.u.}$ , 在故障持续  $t_c$  时间后恢复至  $U_s$ 。以下饱和电流角  $\phi$  和换流器相角均用弧度表示, 单位均为 rad。

#### 3.1 多李雅普诺夫法的稳定性边界

图 4 展示了不同故障持续时间下的仿真结果。设置饱和电流角  $\phi$  为  $0$ 。如图 4(a)所示, 当  $t_c$  较小时, 系统保持稳定。从图 4(d)可以看出, 系统控制模式的切换发生在切换线  $x = x_s^a$  处。图 4(c)显示了切换控制下  $V(x, y)$  值的变化。在故障持续时间较小的情况下, 故障清除时的李雅普诺夫函数值 ( $V_A = 80.5$ ) 小于  $V_{1\max}$ , 根据本文所提的多李雅普诺夫暂态稳定判据判断系统是稳定的, 仿真结果证实了本文所提

表 1 系统参数

Table 1 System parameters

| 符号   | 参数             | 数值        |
|--|----------------|-----------|
| $U_s$                                      | 无穷大母线电压/kV     | 10        |
| $L_c$                                      | 相电抗器等值电感/p.u.  | 0.15      |
| $R_c$                                      | 相电抗器等值电阻/p.u.  | 0.005     |
| $L_l$                                      | 线路电感/p.u.      | 0.5       |
| $R_l$                                      | 线路电阻/p.u.      | 0.03      |
| $P_{(0)}$                                  | 换流器参考功率/MVA    | 120       |
| $U_p$                                      | 公共耦合点参考电压/kV   | 11.5      |
| $I_{c\max}$                                | 换流器电流限幅/p.u.   | 1.2       |
| $T_l$                                      | VSG 的下垂惯性系数/s  | 2         |
| $D$  | VSG 的阻尼系数/p.u. | 0.01      |
| $K_{P(\text{inner})}, K_{I(\text{inner})}$ | 内环电流控制的 PI 增益  | 57.8, 125 |

判据的有效性。此外, 在每个子系统中, 由于换流器的阻尼系数为正, 李雅普诺夫函数随时间递减, 这保证了系统的全局渐近稳定性。

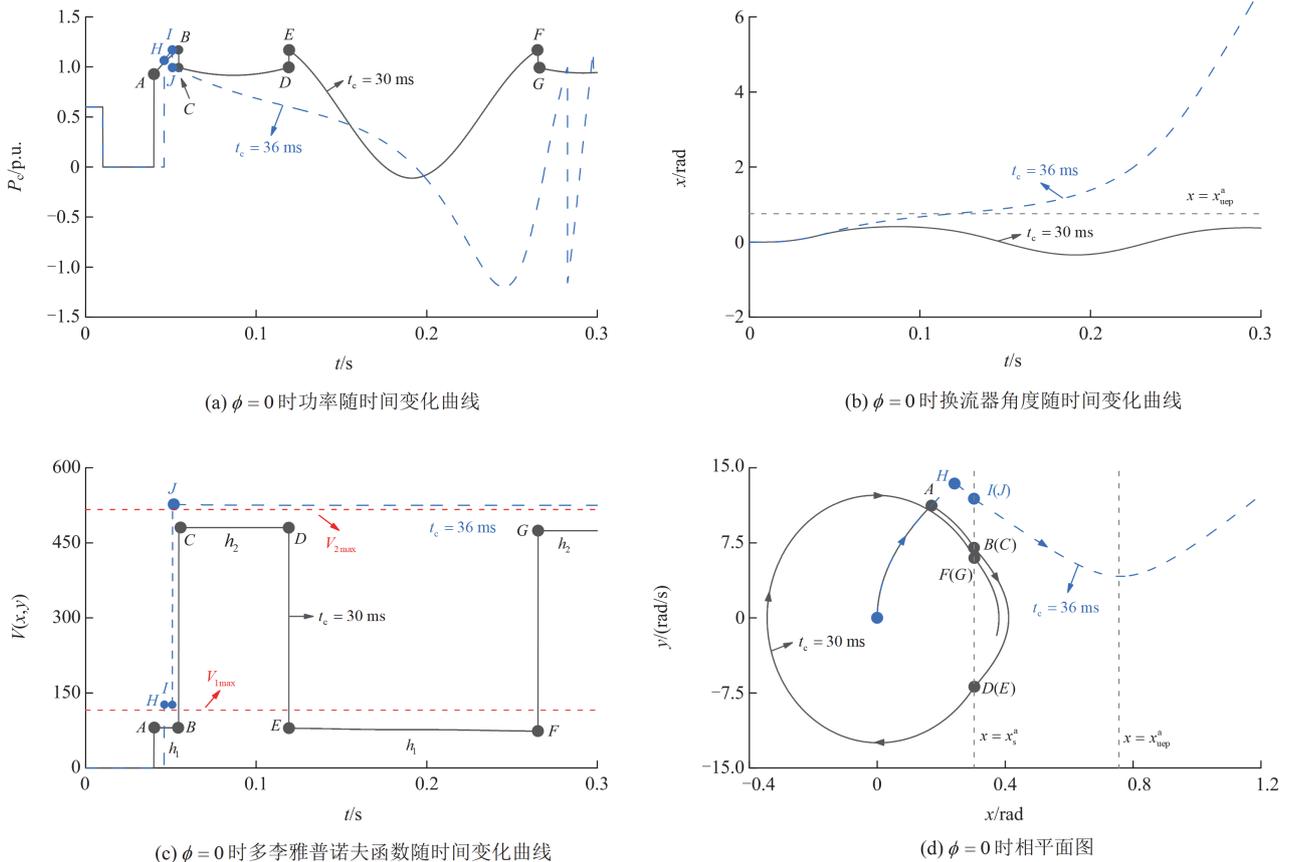


图 4 系统在不同故障持续时间下的动态响应

Fig. 4 System dynamic response under the different fault duration time

#### 3.2 最大稳定边界

图 5 显示了不同饱和电流角  $\phi$  下的系统轨迹。

设置有功输出功率为  $20\text{ MW}$ , 故障持续时间设置为  $311\text{ ms}$ 。在  $\phi = -2.2\text{ rad}$  时, 系统轨迹可以收敛到原

点。然而, 当选择较小或较大的饱和电流角时, 会发生非周期不稳定性。更具体地说, 在  $\phi = -2.1 \text{ rad}$  下, 虚线所示的系统轨迹将越过  $x = x_{\text{uep}}^a$ ; 在  $\phi = -2.3 \text{ rad}$  下, 短划线所示的轨迹将越过  $x = x_{\text{uep}}^b$ 。因此可以得出存在一个最优饱和电流角, 使系统达到最大稳定边界。

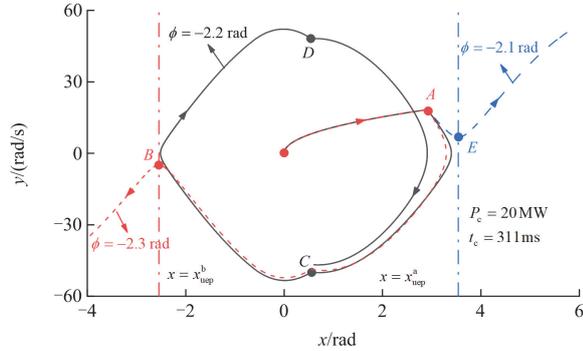


图 5 不同饱和电流角下的系统轨迹

Fig. 5 System trajectories under different saturated current angles

表 2 比较了不同饱和电流相角下的系统临界清除时间。可以看出, 通过减小饱和电流角, 可以提高  $x_{\text{uep}}^a$ , 也可能导致  $x_{\text{uep}}^b$  的相角相应增大。最后, 在系统越过  $x = x_{\text{uep}}^b$  时发生失稳现象。结果表明, 当满足条件  $V_{1\text{max}}^a = V_{1\text{max}}^b$  时, 存在最优饱和电流角  $\phi = -2.2 \text{ rad}$ 。

表 2 不同饱和电流角下的临界切除时间  
Table 2 Critical clearing time under different saturated current angles

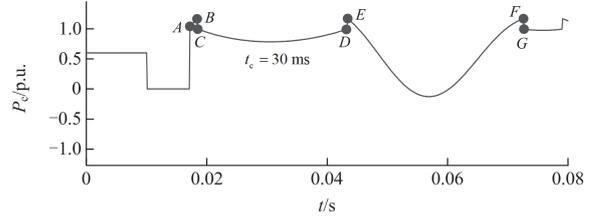
| 参数                              | $\phi/\text{rad}$ |       |       |       |
|---------------------------------|-------------------|-------|-------|-------|
|                                 | -2.1              | -2.2  | -2.3  | -2.4  |
| $x_{\text{uep}}^a/\text{rad}$   | 3.54              | 3.64  | 3.74  | 3.84  |
| $x_{\text{uep}}^b/\text{rad}$   | -2.74             | -2.64 | -2.54 | -2.44 |
| $V_{1\text{max}}^a/\text{p.u.}$ | 1493              | 1505  | 1522  | 1487  |
| $V_{1\text{max}}^b/\text{p.u.}$ | 1615              | 1473  | 1398  | 1320  |
| $V_{2\text{max}}/\text{p.u.}$   | 1265              | 1284  | 1214  | 1148  |
| $t_{\text{cr}}/\text{ms}$       | 309.1             | 311.5 | 309.8 | 308.8 |

### 3.3 与等面积法的比较

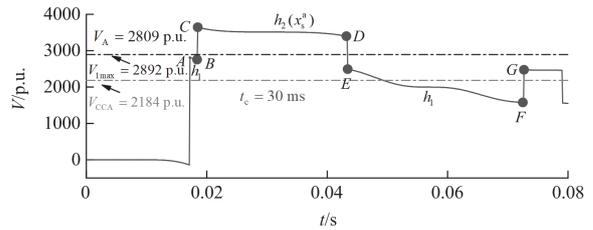
图 6 为本文所提的多李雅普诺夫法与传统等面积法的保守性对比, 设置故障持续时间  $t_c = 30 \text{ ms}$ 。

如图 6(c)所示, 基于传统等面积法得到的临界切除角为  $x_{\text{CCA}} = 0.1824 \text{ rad}$ , 其对应的临界能量  $V_{\text{CCA}} = 2184 \text{ p.u.}$ 。如图 6(b)所示, 本文所提的多李雅普诺夫方法与等面积方法得到的临界能量的关系为  $V_{1\text{max}} = 2892 \text{ p.u.} > V_A = 2809 \text{ p.u.} > V_{\text{CCA}} = 2184 \text{ p.u.}$

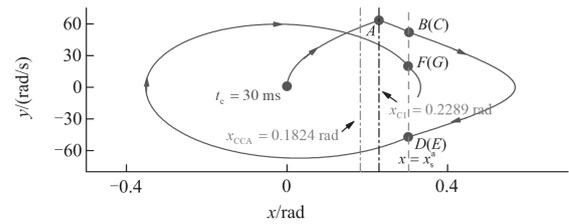
( $V_A$  为此种故障下故障清除时刻 ( $t_c = 30 \text{ ms}$ ) 的能量)。即验证了与传统等面积法相比, 本文提出的多李雅普诺夫方法具有更小的保守性。



(a) 换流器有功功率曲线



(b) 系统暂态能量曲线



(c) 系统相平面图

图 6 多李雅普诺夫法与等面积法的保守性比较

Fig. 6 Comparison of conservatism between multi-Lyapunov method and equal area method

## 4 结论与展望

本文研究了构网型换流器在限流控制下的暂态稳定性。根据基于电流限幅不等式的推导结果, 换流器在经过两条固定的切换线时发生 CVC 模式与 CLC 模式间的切换。基于此, 提出了由两个切换子系统组成的相角切换模型。通过对各个切换子系统分别构造李雅普诺夫函数, 采用多李雅普诺夫函数法研究了切换系统的稳定性。结果表明, 只有在连续两次切换下各子系统的李雅普诺夫函数值随时间递减时, 系统的稳定性才能得到保证。在此基础上, 基于多李雅普诺夫法进一步推导出系统的稳定边界, 此边界相比传统等面积方法具有更小的保守性。最后, 提出了最优饱和电流角的设置方法, 以获得最大的系统稳定边界。

本文后续的研究方向考虑将多李雅普诺夫方法应用到多机系统。对于多机系统, 可以考虑在正确

识别临界机群的基础上将多机系统分群为主导失稳的机群和非主导失稳机群, 再对不同机群构造多李雅普诺夫函数, 进而得到多机系统的暂态稳定判据。

### 参考文献

- [1] 叶晗, 盛晓东, 谢晔源, 等. 基于级联多电平换流器的两级式储能系统控制策略[J]. 电力工程技术, 2023, 42(3): 217-225.  
YE Han, SHENG Xiaodong, XIE Yeyuan, et al. Control strategy of double-stage cascaded multilevel converters energy storage system[J]. Electric Power Engineering Technology, 2023, 42(3): 217-225.
- [2] 刘普, 崔艺博, 刘兆峰, 等. 基于阻抗分析法的并网变流器稳定性统一分析方法研究[J]. 电力系统保护与控制, 2023, 51(4): 114-125.  
LIU Pu, CUI Yibo, LIU Zhaofeng, et al. The unified analysis method of grid-connected converter stability based on impedance analysis[J]. Power System Protection and Control, 2023, 51(4): 114-125.
- [3] 肖宁, 汤赐, 邝翎仪, 等. 计及频率耦合的单相并网逆变器阻抗建模及稳定性分析[J]. 电力科学与技术学报, 2024, 39(1): 251-259.  
XIAO Ning, TANG Ci, KUANG Xuyi, et al. Impedance modeling and stability analysis of single-phase grid-connected inverter considering frequency coupling[J]. Journal of Electric Power Science and Technology, 2024, 39(1): 251-259.
- [4] 李宇骏, 陆艺源, 牟同鹏, 等. 新能源发电经换流器并网系统的稳定性分析与控制综述[J]. 电网与清洁能源, 2023, 39(12): 79-94.  
LI Yujun, LU Yiyuan, MOU Tongpeng, et al. A review of stability analysis and control of renewable energy integration systems via converters[J]. Power System and Clean Energy, 2023, 39(12): 79-94.
- [5] 黄龔, 郝迎鹏, 汪慧娴, 等. 基于二阶统一模型的分布式发电并网同步控制研究[J]. 中国电力, 2023, 56(12): 41-50.  
HUANG Yan, HAO Yingpeng, WANG Huixian, et al. Research on synchronization control of distributed generation based on second-order unified model[J]. Electric Power, 2023, 56(12): 41-50.
- [6] 阮亮, 王杨, 肖先勇, 等. 跟网型和构网型变流器动态交互特性分析[J]. 智慧电力, 2024, 52(7): 103-110.  
RUAN Liang, WANG Yang, XIAO Xianyong, et al. Dynamic interaction control characteristic analysis of grid-following and grid-forming inverters[J]. Smart Power, 2024, 52(7): 103-110.
- [7] 马秀达, 卢宇, 田杰, 等. 柔性直流输电系统的构网型控制关键技术与挑战[J]. 电力系统自动化, 2023, 47(3): 1-11.  
MA Xiuda, LU Yu, TIAN Jie, et al. Key technologies and challenges of grid-forming control for flexible DC transmission system[J]. Automation of Electric Power Systems, 2023, 47(3): 1-11.
- [8] 符杨, 陈禹瑾, 季亮, 等. 考虑功率解耦的构网型逆变器的低电压穿越控制策略[J]. 电力系统保护与控制, 2024, 52(15): 1-13.  
FU Yang, CHEN Yujin, JI Liang, et al. Low voltage ride-through control strategy of a grid-forming inverter considering power decoupling[J]. Power System Protection and Control, 2024, 52(15): 1-13.
- [9] 尚磊, 唐王倩云, 苏适, 等. 构网型无功补偿抑制新能源送端暂态过电压[J]. 电力工程技术, 2024, 43(2): 83-93.  
SHANG Lei, TANG Wangqianyun, SU Shi, et al. Suppression of transient overvoltage in renewable energy transmission terminal by grid-forming based reactive power compensation[J]. Electric Power Engineering Technology, 2024, 43(2): 83-93.
- [10] ZHANG L, NEE H P, HARNEFORS L. Analysis of stability limitations of a VSC-HVDC link using power-synchronization control[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2010, 26(3): 1326-1337.
- [11] 周柯, 金庆忍, 莫枝阅, 等. 虚拟同步机并网运行下电网谐波抑制和故障穿越策略[J]. 电力系统保护与控制, 2024, 52(9): 166-173.  
ZHOU Ke, JIN Qingren, MO Zhiyue, et al. Grid harmonic suppression and fault ride-through strategies for a virtual synchronous generator in grid-connected operation[J]. Power System Protection and Control, 2024, 52(9): 166-173.
- [12] 罗澍忻, 韩应生, 余浩, 等. 构网型控制在提升高比例新能源并网系统振荡稳定性中的应用[J]. 南方电网技术, 2023, 17(5): 39-48.  
LUO Shuxin, HAN Yingsheng, YU Hao, et al. Application of grid-forming control in improving the oscillation stability of power systems with high proportion renewable energy integration[J]. Southern Power System Technology, 2023, 17(5): 39-48.
- [13] 朱子民, 张锦芳, 常清, 等. 大规模新能源接入弱同步支撑柔直系统的送端自适应VSG控制策略[J]. 中国电力, 2024, 57(5): 211-221.  
ZHU Zimin, ZHANG Jinfang, CHANG Qing, et al. Adaptive VSG control strategy of sending end for large-scale renewable energy connected to weakly-synchronized support VSC-HVDC System[J]. Electric Power, 2024, 57(5): 211-221.
- [14] 杨东升, 阮新波, 吴恒. 提高 LCL 型并网逆变器对弱电网适应能力的虚拟阻抗方法[J]. 中国电机工程学报,

- 2014, 34(15): 2327-2335.
- YANG Dongsheng, RUAN Xinbo, WU Heng. A virtual impedance method to improve the performance of LCL-type grid-connected inverters under weak grid conditions[J]. Proceedings of the CSEE, 2014, 34(15): 2327-2335.
- [15] 史明明, 姜云龙, 史鸿飞, 等. 集成有源阻尼器功能的并网逆变器虚拟电阻补偿控制方法[J]. 电力自动化设备, 2024, 44(4): 119-126.
- SHI Mingming, JIANG Yunlong, SHI Hongfei, et al. Virtual resistance compensation control method for grid-connected inverter integrated with active damper function[J]. Electric Power Automation Equipment, 2024, 44(4): 119-126.
- [16] 刘欣, 郭志博, 贾焦心, 等. 基于序阻抗的虚拟同步发电机并网稳定性分析及虚拟阻抗设计[J]. 电工技术学报, 2023, 38(15): 4130-4146.
- LIU Xin, GUO Zhibo, JIA Jiaoxin, et al. Stability analysis and virtual impedance design of virtual synchronous machine based on sequence impedance[J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2023, 38(15): 4130-4146.
- [17] HUANG L, XIN H, WANG Z, et al. Transient stability analysis and control design of droop-controlled voltage source converters considering current limitation[J]. IEEE Transactions on Smart Grid, 2017, 10(1): 578-591.
- [18] QORIA T, GRUSON F, COLAS F, et al. Current limiting algorithms and transient stability analysis of grid-forming VSCs[J]. Electric Power Systems Research, 2020, 189: 106726.
- [19] XIN H, HUANG L, ZHANG L, et al. Synchronous instability mechanism of P-f droop-controlled voltage source converter caused by current saturation[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2016, 31(6): 5206-5207.
- [20] 高凯, 肖凡, 葛平娟, 等. 计及电流限幅环节影响的虚拟同步发电机暂态稳定区间分析[J/OL]. 电网技术: 1-12[2024-01-23]. <https://doi.org/10.13335/j.1000-3673.pst.2023.0365>.
- GAO Kai, XIAO Fan, GE Pingjuan, et al. Transient stability interval analysis of virtual synchronous generators considering the influence of current limiting links[J/OL]. Power System Technology: 1-12[2024-01-23]. <https://doi.org/10.13335/j.1000-3673.pst.2023.0365>.
- [21] FAN B, WANG X. Equivalent circuit model of grid-forming converters with circular current limiter for transient stability analysis[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2022, 37(4): 3141-3144.
- [22] ROKROK E, QORIA T, BRUYERE A, et al. Transient stability assessment and enhancement of grid-forming converters embedding current reference saturation as current limiting strategy[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2021, 37(2): 1519-1531.
- [23] WITSENHAUSEN H. A class of hybrid-state continuous-time dynamic systems[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 1966, 11(2): 161-167.
- [24] AKAR M, PAUL A, SAFONOV M G, et al. Conditions on the stability of a class of second-order switched systems[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2006, 51(2): 338-340.
- [25] BRANICKY M S. Multiple Lyapunov functions and other analysis tools for switched and hybrid systems[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 1998, 43(4): 475-482.
- [26] LIN H, ANTSAKLIS P J. Stability and stabilizability of switched linear systems: a survey of recent results[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2009, 54(2): 308-322.
- [27] LAKSHMIKANTHAM V, VANGIPURAM S. Stability analysis in terms of two measures[M]. Singapore: World Scientific, 1993.
- [28] MARGALIOT M, LANGHOLZ G. Necessary and sufficient conditions for absolute stability: the case of second-order systems[J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Fundamental Theory and Applications, 2003, 50(2): 227-234.

收稿日期: 2024-05-10; 修回日期: 2024-09-29

作者简介:

朱 誉(1984—), 男, 硕士研究生, 主要研究领域为新能源并网调度; E-mail: 47035594@qq.com

屠增泽(2001—), 男, 通信作者, 硕士研究生, 研究方向为新型电力系统的稳定性控制。E-mail: tu159690542@stu.xjtu.edu.cn

(编辑 张颖)