

DOI: 10.19783/j.cnki.pspc.240010

# 计及低复杂度少保守性的并联分数阶 逆变器系统稳定性研究

杨铨炯, 林振福, 聂智杰, 张子昊, 曾博儒

(南方电网数字电网研究院股份有限公司, 广东 广州 510700)

**摘要:** 三电平 T 型换流器(three-level T-type converter, 3LT<sup>2</sup>C)与 LCL 滤波器在可再生能源发电系统中被广泛使用。最近研究表明, 由于 LCL 滤波器的电感和电容的分数特性, 分数阶模型在描述 LCL-3LT<sup>2</sup>C 变换器的静态和动态行为方面比整数阶模型具有更高的准确性。为了评估并网分数 LCL-3LT<sup>2</sup>C(FLCL-3LT<sup>2</sup>C)的稳定性, 通常采用分数阶阻抗模型; 然而, 由于分数微积分的存在, 特征方程的整体阶次会增加, 从而导致高处理器计算负荷。此外, 现有的特征值估计方法在特征值取值范围精度方面存在不足。为了解决这些问题, 提出了一种基于 Ostrowski 定理的低复杂度和较少保守性的稳定性判据, 该准则根据系统环路增益矩阵确定关键稳定点。首先, 在不平衡电网下建立了单个和多并联 F3LT<sup>2</sup>C 的分数序列导纳模型。其次, 通过 Ostrowski 定理确定了系统的临界稳定点。仿真和实验结果验证了所提出的分数模型的建模准确性, 以及提出的低复杂度和少保守性稳定性判据的有效性。

**关键词:** 稳定裕度; T 型并网变流器; 分数阶电感和电容; Gershgorin 定理; Ostrowski 定理

## Stability analysis of parallel fractional-order inverter systems considering low complexity and conservatism

YANG Duotong, LIN Zhenfu, NIE Zhijie, ZHANG Zihao, ZENG Boru

(Southern Power Grid Digital Grid Research Institute Co., Ltd., Guangzhou 510700, China)

**Abstract:** The three-level T-type converter (3LT<sup>2</sup>C) and LCL filter have been widely used in renewable energy power generation systems. Recent studies show that, because of the fractional characteristics of the inductance and capacitance of the LCL filter, the fractional-order model has higher accuracy than the integer-order model in describing the static- and dynamic-behaviors of the physical LCL-3LT<sup>2</sup>C converter. To evaluate the stability of the grid-connected fractional LCL-3LT<sup>2</sup>C (FLCL-3LT<sup>2</sup>C), a fractional impedance model is often used. However, because of the fractional calculus, the overall order of the characteristic equation would increase, thus leading to a high computation burden. The existing eigenvalues estimation method is not sufficiently accurate. To solve these problems, a low-complexity and less-conservative stability criterion based on the Ostrowski theorem is proposed. This determines the critical stability point according to the system loop gain matrix. First, the fractional sequence admittance models for a single and multi-parallel F3LT<sup>2</sup>C are established with an unbalanced grid. Second, the critical stability points of the system are determined by the Ostrowski theorem. Simulation and experimental results verify the modeling accuracy of the proposed fractional model and the effectiveness of the proposed stability theorem with low-complexity and less-conservativeness.

This work is supported by the Key Area Research and Development Program of Guangdong Province (No. 2021B0101230003).

**Key words:** stability margin; T-type grid-connected converter; fractional inductor and capacitor; Gershgorin theorem; Ostrowski theorem

## 0 引言

随着可再生能源逐渐融入电网, 与单变流器相

比, 多机并联并网变流器(multi-parallel grid-connected converter, MP-GCC)在增加功率容量、提高可靠性和减少电流谐波方面发挥着更重要的作用, 其能增强可靠性并减少电流谐波<sup>[1-2]</sup>。然而, 不平衡的电网条件存在多相短路故障和不平衡负载<sup>[3-4]</sup>, 这给 MP-GCC 的稳定性和输出电流质量带来了重大挑战。因

基金项目: 广东省重点领域研发计划项目资助 (2021B0101230003)

此,如何在不平衡电网条件下确定 MP-GCC 的临界稳定点至关重要。

传统逆变器系统建模的功率和控制部分通常采用整数阶微积分进行建模。然而,越来越多的研究表明,实际电路中的电感和电容等器件往往表现出分数阶微积分特性<sup>[5-6]</sup>。因此,利用分数阶微积分定理可以建立更准确的分数阶系统数学模型。它将更接近实际物理模型且误差更小,有利于基于系统数学模型的后续研究和分析。

目前,分数阶系统的建模主要集中在包含分数电感和电容的电路模型以及分数阶控制器模型,例如分数阶控制、分数阶比例积分微分(proportional-integral-derivative, PID)控制器、分数阶滑模控制等。分数阶功率电子变换器的建模主要分为两类,即时域分数阶建模和频域分数阶建模。

时域建模方面,大多数研究选择状态空间模型来分析分数阶系统。文献[7-8]在多电平变换器的状态空间模型中应用了滑模分数阶控制器,提高了系统在系统参数不确定和非线性负载改变下的鲁棒性。文献[9]采用鲁棒自适应模糊分数阶非奇异终端滑模控制器来提高直流-直流降压变换器的输出电压跟踪能力。为消除干扰,文献[10]提出了一种基于分数阶滑模控制策略的高阶非线性干扰观测器并应用于 Buck 变换器,该方法使用了状态空间模型。

频域建模方面,分数阶建模主要集中在阻抗建模上<sup>[11]</sup>。文献[12]提出了一种针对于电网连接的高功率光伏系统的分数阶有源阻尼控制方法,该方法具有更多的调节参数,能够削弱无源谐振并改善电能质量。文献[13]分析了双馈感应发电机与电网之间的耦合,提出了分数阶阻尼以增强系统的鲁棒性并改善锁相环(phase-locked loop, PLL)的跟踪能力。

基于不同的系统模型,稳定性分析方法也可以分为时域法和频域法<sup>[14-15]</sup>。在时域中,系统的稳定性与状态空间方程的特征值有关,即可以采用降阶雅可比矩阵准则来分析与电网连接的变流器的稳定性<sup>[16]</sup>。文献[17-19]利用小信号状态空间模型,提出了 Lyapunov 稳定性定理和 Floquet 定理来确定多电平变换器的系统稳定性,可以基于这些稳定性分析方法来估计控制器参数范围。

频域中有许多经典的稳定性分析方法,例如 Routh 判据、阻抗比判据和 Nyquist 判据。文献[20]中, Nyquist 判据被用来评估与电网连接的变流器的小信号稳定性,并且短时间内向控制回路的参考电流注入小信号,以识别电网阻抗。文献[21]提出了一种离散广义 Bode 准则,它结合了 Nyquist 准则和开环 Bode 图来分析三相变流器阻抗的稳定性。与

阻抗模型相比,导纳模型更适用于并联 FLCL-3LT<sup>2</sup>C 系统。然而,频域稳定性分析与状态空间模型有关,当电网电压不平衡时,基于状态空间的模型很难区分负序和正序电压、电流。

传统 Nyquist 稳定性判据需要计算特征值,然而对于高阶复杂的变流器-电网耦合系统,由于存在分数阶系统,特征值的求解通常非常复杂。为了减轻计算负荷,稳定性分析常常采用基于模型的特征值估计方法。为简化特征值的计算,文献[22]通过 Gershgorin 定理估计特征值范围。Gershgorin 定理是一种圆盘理论,也是多变量频率控制中使用逆 Nyquist 矩阵的基础。另一种圆盘定理是 Ostrowski 定理,在复平面上的圆环带比 Gershgorin 定理计算出的更窄,因此能够更准确地、更保守地估计特征值的范围。因此本文应用 Ostrowski 稳定性准则来估计回路增益矩阵的特征值范围,以确定临界稳定点,并将结果与 Gershgorin 定理计算的结果进行比较。综上,本文主要贡献概括如下。

1) 基于分数阶微积分,建立了 LCL-3LT<sup>2</sup>C 的分数阶模型,并通过与整数阶数学模型和实际物理对象的比较证明了其具有更高的精度。

2) 将 Ostrowski 定理与分数阶导纳模型相结合,计算了非平衡电网下并联变换器的稳定裕度,并验证了临界稳定点。这种改进的稳定性准则可以降低计算复杂度和减少运行时间。

3) 通过不同方法计算的临界稳定点的实验结果验证了所提出方法具有低保守性和更高的准确性。

## 1 分数阶 LCL-3LT<sup>2</sup>C 变换器功率电路

### 1.1 分数阶微积分简介

分数阶微积分的概念从整数扩展到实轴,甚至整个复平面。根据需求,目前主要的分数阶算子定义有 Grunwald-Letnikov(GL)、Riemann-Liouville(RL)和 Caputo (C)定义,但这 3 种微积分定义都具有相同的一般表达式,如式(1)所示。

$$D_t^\alpha f(t) = \begin{cases} \frac{d^\alpha f(t)}{dt^\alpha}, \alpha > 0 \\ f(t), \alpha = 0 \\ \int_{t_0}^t f(\tau) d\tau^\alpha, \alpha < 0 \end{cases} \quad (1)$$

式中:  $D_t^\alpha$  为分数阶微积分算子;  $\alpha$  为分数阶。根据现有研究,分数阶电感和电容的阶数是正数。基于式(1),可以得到分数阶(fractional-order, FO)和整数阶(integer-order, IO)电感和电容在时域和频域中的电特性比较,如表 1 所示。

表 1 FO 和 IO 电感与电容比较

Table 1 Comparison between FO- and IO-Inductance and Capacitance

	电感		电容	
	FO	IO	FO	IO
$x(t)$	$u_L = L \frac{d^{\alpha} i_L}{dt^{\alpha}}$	$u_L = L \frac{di_L}{dt}$	$u_C = \frac{1}{C} \int_0^t i_C(t) dt^{\beta}$	$u_C = \frac{1}{C} \int_0^t i_C(t) dt$
阶次	$0 < \alpha < 1$	$\alpha = 1$	$0 < \beta < 2$	$\beta = 1$
$Z(s)$	$Ls^{\alpha}$	$Ls$	$1/(Cs^{\beta})$	$1/(Cs)$

## 1.2 拓扑描述

图 1 展示了带分数阶 LCL 滤波器的三相 T 型并联逆变器的拓扑结构, 它包含两个部分: 功率模块和控制模块。

在图 1 中, 直流母线处设置了两个串联的电容

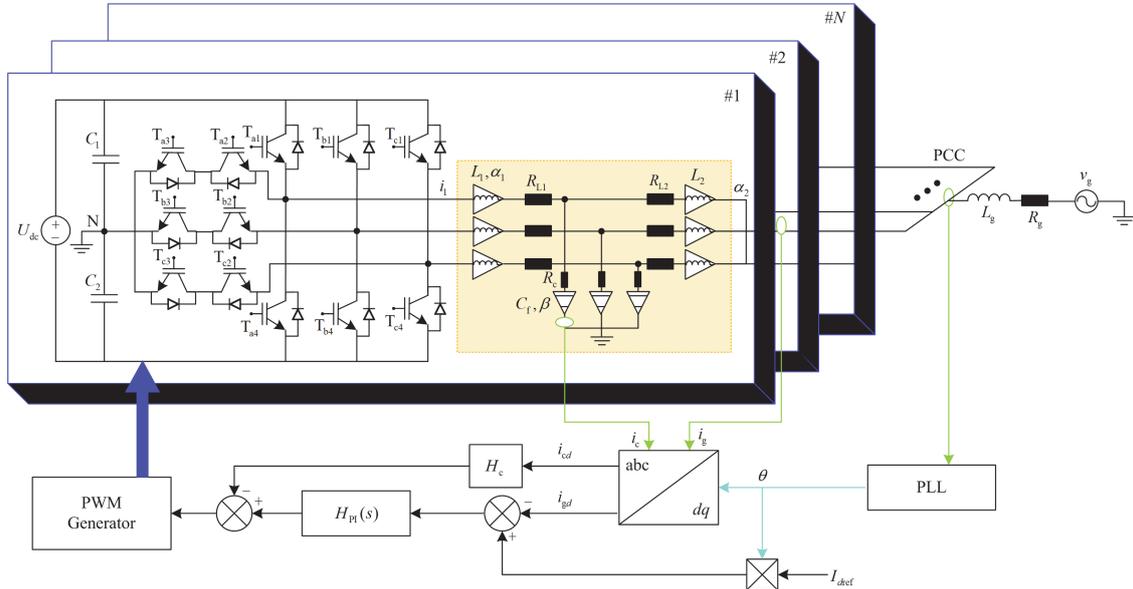

 图 1 FLCL-3LT<sup>2</sup>C 的功率电路拓扑结构

 Fig. 1 Power circuit topology of a FLCL-3LT<sup>2</sup>C

## 2 不平衡电网下的并网逆变器序导纳模型

### 2.1 电网电压和电流的序分解

根据对称分量法, 由于与电网连接的逆变器中没有零序成分, FLCL-3LT<sup>2</sup>C 并网系统中不平衡电网电压可以被分解为正序和负序。时域中 a 相的电网电压  $v_{ga}$  可以被分解为

$$v_{ga} = V_1 \cos(\omega_0 t) + V_2 \cos(\omega_0 t + \varphi_2) + V_p \cos(\omega_p t + \varphi_p) + V_n \cos(\omega_n t + \varphi_n) \quad (2)$$

式中:  $V_1$  和  $V_2$  分别代表正序和负序基波电压的幅值;  $\omega_0$  为基波的角频率;  $\varphi_2$  为  $V_2$  的初始相位角度;  $V_p$  和  $V_n$  分别代表正序和负序扰动序列电压的幅值;

$C_1$  和  $C_2$ , 然后将 12 个功率晶体管分别命名为  $T_{a1}$ — $T_{a4}$ 、 $T_{b1}$ — $T_{b4}$ 、 $T_{c1}$ — $T_{c4}$ 。该分数阶 LCL 滤波器由分数阶电感  $L_1$  和  $L_2$ 、分数阶电容  $C_f$  及它们的寄生电阻  $R_{L1}$ 、 $R_{L2}$ 、 $R_c$  组成。其中,  $e$ 、 $i$  分别为逆变器的电压和电流,  $v_c$ 、 $i_c$  分别为电容的电压和电流。在电网侧, 变换器在公共耦合点 (point of common coupling, PCC) 处并联连接, 而电网阻抗则由  $L_g$  和  $R_g$  组成,  $v_g$  和  $i_g$  分别为电网电压和电流。

控制部分包括: 锁相环 (PLL)、abc-dq 轴变换模块、电流调节器和脉宽调制器 (pulse width modulator, PWM) 生成器;  $H_c$  为电容电流的反馈常数;  $\alpha_1$ 、 $\alpha_2$  和  $\beta$  分别表示  $L_1$ 、 $L_2$  和  $C_f$  的分数阶次。

$\omega_p$ 、 $\omega_n$  和  $\varphi_p$ 、 $\varphi_n$  分别代表正序和负序扰动序列的角频率和初始相位。式 (2) 可以通过傅里叶变换转化为频域表达式, 如式 (3) 所示。

$$v_{ga}[f] = \begin{cases} V_1 + V_2 = (V_1/2)e + (V_2/2)e^{\pm j\varphi_2}, f = \pm f_1 \\ V_p = (V_p/2)e^{\pm j\varphi_p}, f = \pm f_p \\ V_n = (V_n/2)e^{\pm j\varphi_n}, f = \pm f_n \end{cases} \quad (3)$$

式中,  $f_1$ 、 $f_p$ 、 $f_n$  分别代表基波、正序扰动和负序扰动的频率。电网电流的对称分量的频域表达式 (4) 与式 (3) 类似,  $I_1$  和  $I_2$  分别代表正序和负序基波电网电流序列的幅值;  $I_p$  和  $I_n$  分别代表正序和负序扰动序列电流的幅值;  $\varphi_{11}$ 、 $\varphi_{12}$  分别为正序和负序基波

电网电流的初始相位； $\varphi_p$  和  $\varphi_n$  分别代表正序和负序扰动序列电流的初始相位。

$$i_{ga}[f] = \begin{cases} I_1 + I_2 = (I_1/2)e^{\pm j\varphi_{a1}} + (I_2/2)e^{\pm j\varphi_{a2}}, f = \pm f_1 \\ I_p = (I_p/2)e^{\pm j\varphi_p}, f = \pm f_p \\ I_n = (I_n/2)e^{\pm j\varphi_n}, f = \pm f_n \end{cases} \quad (4)$$

## 2.2 锁相环小信号模型

由于控制器需要将电网电压和电流从 abc 坐标系变换到 dq 坐标系，但由于正序和负序分量的影响，由 PLL 提取的相角  $\theta$  是基波相角  $\theta_1$  和误差角  $\Delta\theta$  的和，如图 2 所示。

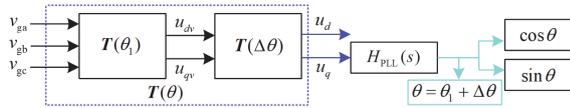


图 2 PLL 中带有  $\Delta\theta$  的 abc-dq 变换

Fig. 2 The abc-dq transformation of PLL with  $\Delta\theta$

由于  $\Delta\theta$  远小于  $\theta$ ，假设  $\cos\Delta\theta \approx 1$ ， $\sin\Delta\theta \approx \Delta\theta$ ，则  $T(\theta)$ 、 $\cos\theta$  和  $\sin\theta$  的表达式分别如式(5)和式(6)所示。

$$T(\theta_1) = \begin{bmatrix} \cos\theta_1 & \cos(\theta_1 - \frac{2\pi}{3}) & \cos(\theta_1 + \frac{2\pi}{3}) \\ -\sin\theta_1 & -\sin(\theta_1 - \frac{2\pi}{3}) & -\sin(\theta_1 + \frac{2\pi}{3}) \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$T(\Delta\theta) = \begin{bmatrix} \Delta\theta & 1 & 0 \\ -1 & \Delta\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (6)$$

$$\begin{cases} \cos\theta \approx \cos\theta_1 - \sin\theta_1\Delta\theta \\ \sin\theta \approx \sin\theta_1 + \cos\theta_1\Delta\theta \end{cases}$$

根据文献[23]，在基波正序和负序电压  $V_1$  和  $V_2$  的影响下，电网电压在频域所产生的正负序扰动分量所对应频率分别为  $\pm(f_p - f_1)$ 、 $\pm(f_n + f_1)$ ，因此相角误差扰动分量  $\Delta\theta$  频域表达式如式(7)所示。

$$\Delta\theta(f) = \begin{cases} \mp jG(s)V_p, f = \pm(f_p - f_1) \\ \pm jG(s)V_n, f = \pm(f_n + f_1) \\ \pm jF_p(s)V_pV_2, f = \pm(f_p + f_1) \\ \mp jF_n(s)V_nV_2^*, f = \pm(f_n - f_1) \end{cases} \quad (7)$$

$$G(s) = H_{PLL}(s)/(1 + V_1H_{PLL}(s))$$

$$F_p(s) = G(s)G(s \mp j4\pi f_1)$$

$$F_n(s) = G(s)G(s \pm j4\pi f_1)$$

式中， $H_{PLL} = \frac{1}{s}(K_{pPLL} + \frac{K_{iPLL}}{s})$ ，其中  $K_{pPLL}$  和  $K_{iPLL}$  分

别为锁相环的比例和积分系数。然后将式(7)代入式(6)并应用傅里叶变换，得到  $\theta$  的正弦和余弦分量的频域表达式  $\cos(\theta)[f]$  和  $\sin(\theta)[f]$ ，分别表示为

$$\cos(\theta)[f] = \begin{cases} 1/2, f = \pm f_1 \\ (G(s)V_p + F_p(s)V_pV_2)/2, f = \pm f_p \\ -G(s)V_p/2, f = \pm(f_p - 2f_1) \\ (G(s)V_n + F_n(s)V_nV_2^*)/2, f = \pm f_n \\ -G(s)V_n/2, f = \pm(f_n + 2f_1) \\ -F_p(s)V_pV_2/2, f = \pm(f_p + 2f_1) \\ -F_n(s)V_nV_2^*/2, f = \pm(f_n - 2f_1) \end{cases} \quad (8)$$

$$\sin(\theta)[f] = \begin{cases} \mp j/2, f = \pm f_1 \\ (\mp jG(s)V_p \pm jF_p(s)V_pV_2)/2, f = \pm f_p \\ \pm jT_pV_p/2, f = \pm(f_p - 2f_1) \\ (\mp jT_nV_n \mp jF_n(s)V_nV_2^*)/2, f = \pm f_n \\ \pm jT_nV_n/2, f = \pm(f_n + 2f_1) \\ \pm jF_p(s)V_pV_2/2, f = \pm(f_p + 2f_1) \\ \mp jF_n(s)V_nV_2^*/2, f = \pm(f_n - 2f_1) \end{cases} \quad (9)$$

式中： $T_p$ 、 $T_n$  分别表示正序和负序分量周期； $F_p$ 、 $F_n$  分别为正序和负序采样频率。

将 PLL 在频域的输出式(8)和式(9)代入式(5)，可以得到 abc-dq 变换矩阵  $T(\theta)[f]$  的频域表达式，如式(10)所示。以此建立不平衡电网的锁相环模型。

$$T(\theta)[f] = \begin{bmatrix} \cos(\theta)[f] & \cos(\theta - \frac{2\pi}{3})[f] & \cos(\theta + \frac{2\pi}{3})[f] \\ -\sin(\theta)[f] & -\sin(\theta - \frac{2\pi}{3})[f] & -\sin(\theta + \frac{2\pi}{3})[f] \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix} \quad (10)$$

## 2.3 dq 坐标系下的电流调节器模型

将坐标变换矩阵  $T(\theta)$  应用于式(4)，则 dq 坐标系下具有正序和负序耦合的电网电流可表示为

$$i_{gd}[f] = \begin{cases} I_1 \cos\varphi_{i1}, f = 0 \\ I_2, f = \pm 2f_1 \\ I_p \mp j \sin\varphi_{i1} I_1 G(s)V_p, f = \pm(f_p - f_1) \\ \pm j \sin\varphi_{i1} I_1 F_p(s)V_pV_2, f = \pm(f_p + f_1) \\ I_n \pm j \sin\varphi_{i1} I_1 G(s)V_n, f = \pm(f_n - f_1) \\ \mp j \sin\varphi_{i1} I_1 F_n(s)V_nV_2^*, f = \pm(f_n + f_1) \end{cases} \quad (11)$$

$$i_{gq}[f] = \begin{cases} I_1 \sin\varphi_{i1}, f = 0 \\ \pm j I_2, f = \pm 2f_1 \\ \mp I_p \pm j \cos\varphi_{i1} I_1 G(s)V_p, f = \pm(f_p - f_1) \\ \mp j \cos\varphi_{i1} I_1 F_p(s)V_pV_2, f = \pm(f_p + f_1) \\ \pm j I_n \pm j \cos\varphi_{i1} I_1 G(s)V_n, f = \pm(f_n - f_1) \\ \pm j \cos\varphi_{i1} I_1 F_n(s)V_nV_2^*, f = \pm(f_n + f_1) \end{cases} \quad (12)$$

电流调节器必须将控制变量从  $abc$  坐标系转换到  $dq$  坐标系, 如图 3 所示。其中,  $i_{dref}$  和  $i_{qref}$  为并网电流参考值;  $i_{gd}$ 、 $i_{gq}$  和  $i_{cd}$ 、 $i_{cq}$  分别为采样的电网电流和滤波电容电流。  $H_{PI}(s) = k_{pPI} + k_{iPI}/s$  为比例和积分控制器, 其中  $k_{pPI}$  和  $k_{iPI}$  分别为电流调节器的比例和积分系数;  $K_{dq} = (L_1 + L_2)\omega_0$  为解耦常数;  $H_c$  为电容电流的反馈常数。

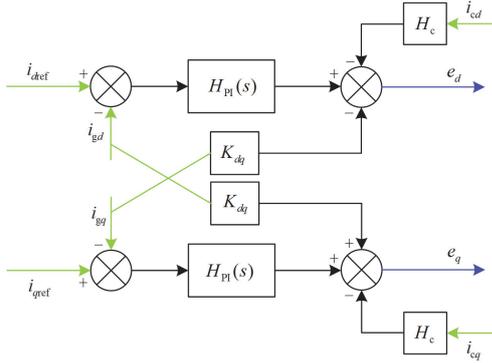


图 3  $dq$  坐标系下 PI 控制器示意图

Fig. 3 Diagram of PI controller under  $dq$ -frame

将式(11)和式(12)中的电网电流用图 3 中的变量替换,  $dq$  坐标系下的逆变器电压  $e_d$  和  $e_q$  可以用电网电流和电压表示, 如式(13)所示。

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} e_d \\ e_q \end{bmatrix} = H_{PI}(s) \begin{bmatrix} i_{dref} \\ i_{qref} \end{bmatrix} + \\ \begin{bmatrix} M(s) & K_{dq} \\ -K_{dq} & M(s) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{gd} \\ i_{gq} \end{bmatrix} - C_f s^\beta \begin{bmatrix} v_{gd} \\ v_{gq} \end{bmatrix} \\ M(s) = C_f L_2 s^{(\alpha_2 + \beta)} - H_{PI}(s) \end{cases} \quad (13)$$

可以假设正负扰动电网电流的参考值被抑制为 0。假设电流调节器的直流分量为  $D_0$  和  $Q_0$ , 它们可以通过在基频点使用电路方程计算得出。最终频域中电流调节器的输出如式(14)和式(15)所示。

$$e_d[f] = \begin{cases} C_f L_2 s^{(\alpha_2 + \beta)} I_1 \cos \varphi_{i1} - K_{dq} I_1 \sin \varphi_{i1} + D_0, f = 0 \\ M(s) I_2 \pm j K_{dq} I_2 - C_f s^\beta V_2, f = \pm 2f_1 \\ I_p (M(s) \pm K_{dq}) + j I_1 G(s) V_p (\mp \sin \varphi_{i1} (M(s) - C_f s^\beta) \mp \cos \varphi_{i1} K_{dq}), f = \pm (f_p - f_1) \\ j I_1 F_p(s) V_p V_2 (\pm \sin \varphi_{i1} (M(s) - C_f s^\beta) \mp \cos \varphi_{i1} K_{dq}), f = \pm (f_p + f_1) \\ I_n (M(s) \pm j K_{dq}) + j I_1 G(s) V_n (\pm \sin \varphi_{i1} (M(s) - C_f s^\beta) \pm \cos \varphi_{i1} K_{dq}), f = \pm (f_n - f_1) \\ j I_1 F_n(s) V_n V_2^* (\mp \sin \varphi_{i1} (M(s) - C_f s^\beta) \pm \cos \varphi_{i1} K_{dq}), f = \pm (f_n + f_1) \end{cases} \quad (14)$$

$$e_q[f] = \begin{cases} C_f L_2 s^{(\alpha_2 + \beta)} I_1 \cos \varphi_{i1} - K_{dq} I_1 \sin \varphi_{i1} + Q_0, f = 0 \\ M(s) I_2 \mp j K_{dq} I_2 - C_f s^\beta V_2, f = \pm 2f_1 \\ I_p (M(s) \mp K_{dq}) + j I_1 G(s) V_p (\pm \cos \varphi_{i1} (M(s) - C_f s^\beta) \pm \sin \varphi_{i1} K_{dq}), f = \pm (f_p - f_1) \\ j I_1 F_p(s) V_p V_2 (\mp \cos \varphi_{i1} (M(s) - C_f s^\beta) \mp \sin \varphi_{i1} K_{dq}), f = \pm (f_p + f_1) \\ I_n (M(s) \mp j K_{dq}) + j I_1 G(s) V_n (\mp \cos \varphi_{i1} (M(s) - C_f s^\beta) \mp \sin \varphi_{i1} K_{dq}), f = \pm (f_n - f_1) \\ j I_1 F_n(s) V_n V_2^* (\pm \cos \varphi_{i1} (M(s) - C_f s^\beta) \mp \sin \varphi_{i1} K_{dq}), f = \pm (f_n + f_1) \end{cases} \quad (15)$$

应用  $abc$ - $dq$  变换矩阵  $T^{-1}(\theta)$ , 可以将变频器电压  $e$  转换为以电网电流和电压的正负扰动序列表示的  $abc$  坐标系下, 其系数矩阵  $C_{ig}$  和  $C_{vg}$  可以从式(14)和式(15)中推导出来, 机侧电压如式(16)所示。

$$\begin{bmatrix} e_a \\ e_b \\ e_c \end{bmatrix} = C_{ig} A \begin{bmatrix} I_p \\ I_n \\ 0 \end{bmatrix} + C_{vg} A \begin{bmatrix} V_p \\ V_n \\ 0 \end{bmatrix}, A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ \alpha^2 & \alpha & 1 \\ \alpha & \alpha^2 & 1 \end{bmatrix} \quad (16)$$

式中,  $\alpha = e^{j2/3\pi}$ 。

#### 2.4 单台 FLCL-3LT<sup>2</sup>C 逆变器的序列导纳

基于基尔霍夫电压定律和分数阶微积分, 单台 FLCL-3LT<sup>2</sup>C 在  $abc$  坐标系下的频域电路方程如式(17)所示。

$$\begin{bmatrix} e_a \\ e_b \\ e_c \end{bmatrix} = (1 + L_1 C_f s^{(\alpha_1 + \beta)}) \begin{bmatrix} v_{ga} \\ v_{gb} \\ v_{gc} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} i_{ga} \\ i_{gb} \\ i_{gc} \end{bmatrix} \quad (17)$$

$$(s^{\alpha_1} L_1 + s^{\alpha_2} L_2 + L_1 L_2 C_f s^{(\alpha_1 + \alpha_2 + \beta)})$$

将式(17)中的机侧电压用式(16)替换, 并将电网电压和电流转换为正负序列表表达式, 然后推导出 FLCL-3LT<sup>2</sup>C 的输出导纳, 表示为

$$\begin{bmatrix} I_p \\ I_n \end{bmatrix} = -Y_o \begin{bmatrix} V_p \\ V_n \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} Y_{pp} & Y_{pn} \\ Y_{np} & Y_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_p \\ V_n \end{bmatrix} \quad (18)$$

式中,  $Y_o$  的表达式如式(19)所示。其中  $I$  是  $2 \times 2$  的单位矩阵。

$$Y_o = \frac{C_{vg} - (1 + L_1 C_f s^{(\alpha_1 + \beta)}) I}{C_{ig} - (s^{\alpha_1} L_1 + s^{\alpha_2} L_2 + L_1 L_2 C_f s^{(\alpha_1 + \alpha_2 + \beta)}) I} \quad (19)$$

#### 2.5 分数阶/整数阶导纳模型准确性比较

通过电压阶跃响应结合最小二乘法等方法, 可以得到实际电路中的分数阶。但是, 确定滤波器分

数阶数非本文研究重点。根据现有的分数阶系统研究，电感和电容的阶次通常在 $[0, 2]$ 之间，因此在仿真和实验中选择的分数阶次如表 2 所示。

表 2 分数阶 LCL 滤波器参数设置

Table 2 Fractional order specification of LCL filter		
符号	描述	数值
$\alpha_1$	$L_1$ 的分数阶	0.8
$\alpha_2$	$L_2$ 的分数阶	0.8
$\beta$	$C_r$ 的分数阶	1.1

通过在仿真模型中对电网电压添加小信号扰动，测量不同频率点上的正负序列导纳。在 Bode 图中，将整数阶模型和 FLCL-3LT<sup>2</sup>C 的数学导纳模型  $Y_{pp\_IO}$ 、 $Y_{nn\_IO}$  和  $Y_{pp\_FO}$ 、 $Y_{nn\_FO}$  以及仿真模型的采样点进行比较，得到结果如图 4 所示。

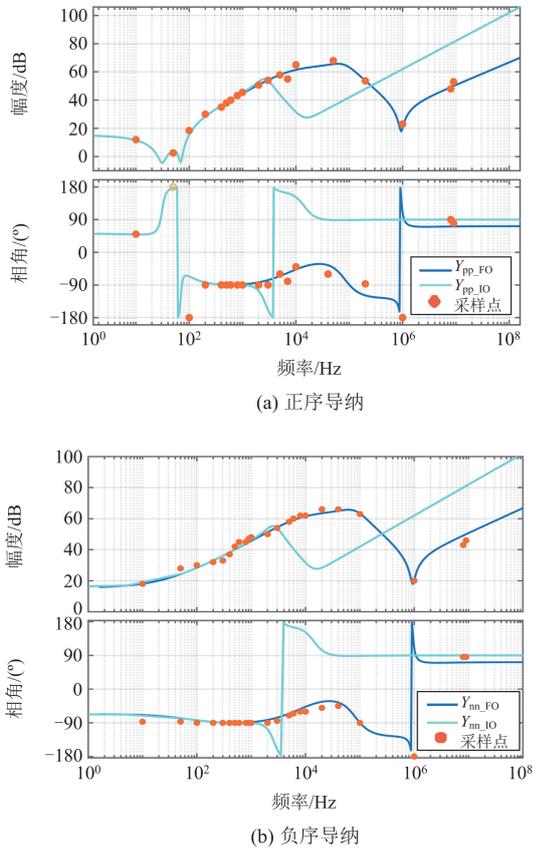


图 4 正负序列导纳伯德图比较

Fig. 4 Bode comparison of the positive and negative sequence admittance

可以看出，在低频和高频段，正序导纳是呈感性的，相位接近  $90^\circ$ 。在中频范围内，它变成了电容性的，相位接近  $-90^\circ$ 。它在基波频率处的频率响应呈现出一个低谷，表明了它显著的抑制电流的能力。另一方面，负序导纳在中低频段是电容性的，

相位接近  $-90^\circ$ ，在高频范围内则是感性的。

IO-3LT<sup>2</sup>C 和 FLCL-3LT<sup>2</sup>C 的正序耦合和负序导纳模型的波德图分别如图 5(a)和图 5(b)所示。其中， $Y_{pn\_IO}$  和  $Y_{np\_IO}$  表示整数阶导纳模型， $Y_{pn\_FO}$  和  $Y_{np\_FO}$  表示分数阶导纳模型。在整个频率范围内，IO 模型和 FO 模型的正向耦合导纳频率响应并没有显著差异。IO 和 FLCL-3LT<sup>2</sup>C 的负向耦合响应在低频段呈感性，在中频段呈电容性。然而，FO 模型在高频范围内会穿越  $180^\circ$  线。

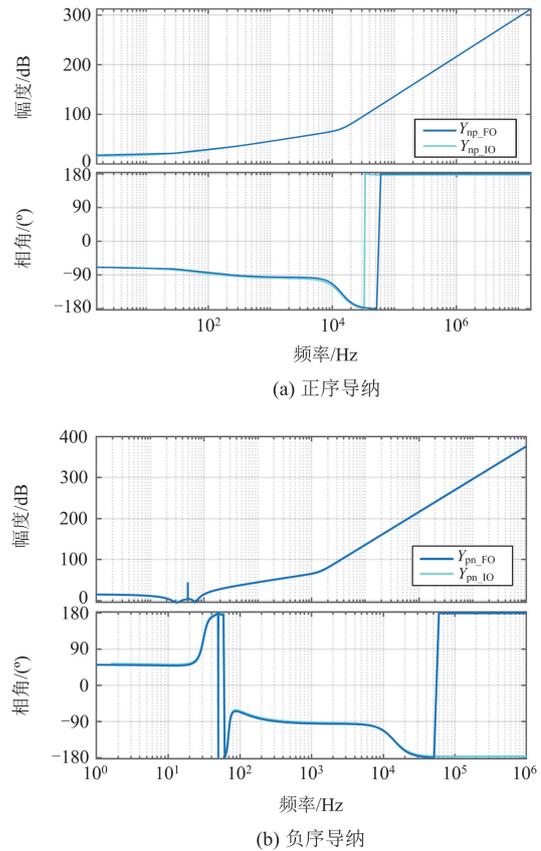


图 5 FO 模型和 IO 模型耦合项的正负序导纳伯德图比较  
Fig. 5 Bode diagram comparison of the coupling positive and negative sequence admittance with FO-model and IO-model

总之，尽管在某些采样频率点存在一些差异，但与 IO 模型相比，FLCL-3LT<sup>2</sup>C 数学模型更接近于实际模型采样点形成的幅度和相位响应曲线。这验证了在式(19)中推导的 FO 正负序导纳模型的准确性，该模型可以应用于后续的分析中。由于 IO 和 FO 导纳模型在低频和中频段差异很大，某些频率下的导纳特性完全相反，因此使用 IO 模型进行后续稳定裕度分析的应用将导致临界稳定点计算时产生较大误差。

### 3 FLCL-3LT<sup>2</sup>C 并联逆变器导纳模型

#### 3.1 等效模型

由于系统模型基于导纳和电流源, 当有  $N$  个 FLCL-3LT<sup>2</sup>C 并联连接时, 等效输出导纳  $Y_{eq}$  (图 1) 可以表示为式(20)。

$$Y_{eq} = \sum_{n=1}^N Y_o^n = NY_o \quad (20)$$

等效电路如图 6 所示。其中:  $i_{pcc}$  为 PCC 电流;  $Z_g$  为电网阻抗。

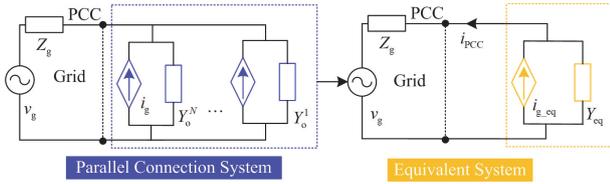


图 6 多台 FLCL-3LT<sup>2</sup>C 并联逆变器的等效电路

Fig. 6 Equivalent circuit of multi-parallel FLCL-3LT<sup>2</sup>C

基于图 6, 可以导出 PCC 电流的表达式如式(21)。

$$i_{pcc}(s) = \frac{1}{(1 + NZ_g(s)Y_o(s))} \cdot (Ni_g(s) - Nv_g(s)Y_o(s)) \quad (21)$$

其中, 电网阻抗  $Z_g$  由电网电感和电网电阻组成, 其表达式如式(22)所示。

$$Z_g = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} Z_{ga} + Z_{gb} + Z_{gc} & Z_{ga} + \alpha^2 Z_{gb} + \alpha Z_{gc} \\ Z_{ga} + \alpha Z_{gb} + \alpha^2 Z_{gc} & Z_{ga} + Z_{gb} + Z_{gc} \end{bmatrix} \quad (22)$$

其中,

$$Z_{ga} = sL_{ga} + R_{ga}, \quad Z_{gb} = sL_{gb} + R_{gb}, \quad Z_{gc} = sL_{gc} + R_{gc}。$$

#### 3.2 系统的环路增益推导

根据式(21), 当电网阻抗  $Z_g$  为 0 时, 系统模型不包含右半平面(right half plane, RHP)的极点, 因此系统的稳定性由  $1 + NZ_g(s)Y_o(s)$  决定。换句话说, 如果环路增益  $L(s)$  (如式(23)所示) 满足 Nyquist 判据, 则 FLCL-3LT<sup>2</sup>C 系统是稳定的。

$$L(s) = NZ_g(s)Y_o(s) = \begin{bmatrix} L_{pp}(s) & L_{pn}(s) \\ L_{np}(s) & L_{nn}(s) \end{bmatrix} \quad (23)$$

根据上述章节中的导纳和电网阻抗模型, 环路增益  $L(s)$  是一个  $2 \times 2$  矩阵, 因此可以应用逆奈奎斯特阵列(inverse Nyquist array, INA)来分析这个多变量系统的稳定性。

INA 不是通过直接计算  $L(s)$  的特征值来判断系统的稳定性。相反, 它使用矩阵定理中的圆盘理论来估计特征值的范围。如果估计的  $L(s)$  的特征值将

复平面上的点  $(-1,0)$  包围, 则系统是不稳定的。这种方法基于传统的 Nyquist 判据, 但不需要对特征值进行大量计算。这将显著降低计算复杂度, 特别是对于高阶系统  $L(s)$ , 其计算复杂且难以求解。接下来将解释两种圆盘理论来估计  $L(s)$  的特征值。

### 4 稳定性分析

#### 4.1 Gershgorin 和 Ostrowski 定理简介

假设矩阵  $A$  在复平面上表示为式(24)。

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & \dots & a_{1n} \\ \vdots & & \vdots \\ a_{n1} & \dots & a_{nn} \end{bmatrix} \quad (24)$$

特征值  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$  将落在复平面上的  $n$  个圆盘的并集内, 记为  $S(A)$ 。主要有两种圆盘理论来计算并集, Gershgorin 定理 ( $S(A)_G$ ) 和 Ostrowski 定理 ( $S(A)_O$ ), 它们的表达式分别如式(25)和式(26)所示。

$$\text{Gershgorin: } S(A)_G = \bigcup_{x=1}^n \{z : |z - a_{xx}| \leq R_x, R_x = \sum_{\substack{y=1 \\ y \neq x}}^n |a_{xy}|\} \quad (25)$$

$$\text{Ostrowski: } S(A)_O = \bigcup_{x=1}^n \{z : |z - a_{xx}| \leq \sum_{\substack{y=1 \\ y \neq x}}^n |a_{xy}| \sum_{\substack{y=1 \\ y \neq x}}^n |a_{yx}|\} \quad (26)$$

将  $L(s)$  代入式(25)和式(26), 并将频带选择为  $[0, 1 \times 10^4]$  Hz, 并以 500 Hz 的间隔采样, 可以在复平面上绘制由 20 个 Gershgorin 圆盘和 Ostrowski 圆盘形成的圆盘带, 如图 7 所示。其中, 图 7(a)和图 7(b)为 Gershgorin 圆盘带; 图 7(c)和图 7(d)为 Ostrowski 圆盘带。从图 7 中可以观察到, Ostrowski 定理形成

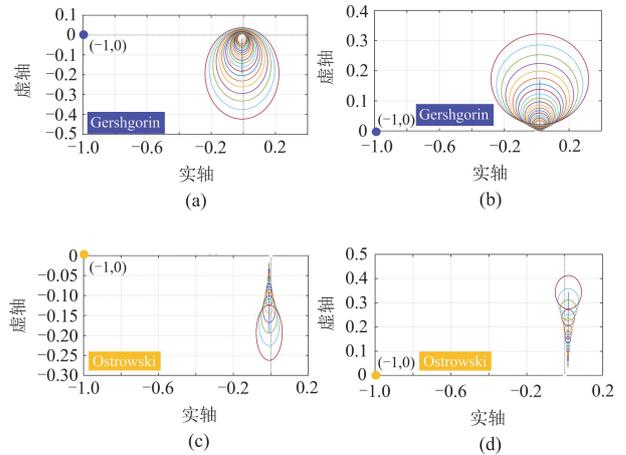


图 7 稳定系统的圆盘带

Fig. 7 Disc band of the stable system

的圆形带比 Gershgorin 的范围更窄，在复平面上占据空间较小。因此，由 Ostrowski 确定的关键稳定点较少保守，并且能够产生更准确的结果。

#### 4.2 稳定性验证

由  $L(s)$  的特征值形成的  $s(A)_o$  圆盘带与点  $(-1,0)$  之间的距离主要受到 3 个因素的影响：输出导纳  $Y_o$ 、电网阻抗  $Z_g$  和并联变换器的数量  $N$ 。因此，仿真中分别考虑了电网阻抗不平衡和电网电压中正、负序谐波的影响。通过改变并联变换器的数量  $N$ ，从图 8 中观察复平面上  $s(A)_G$  和  $s(A)_o$  的变化趋势。其中，图 8(a)和图 8(b)为 Gershgorin 圆盘带；图 8(c)和图 8(d)为 Ostrowski 圆盘带。

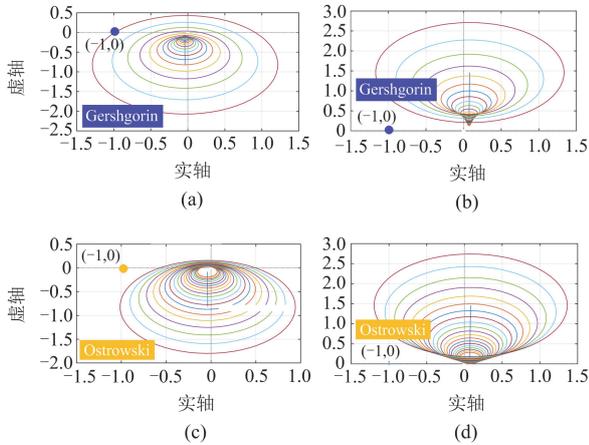


图 8 由 Gershgorin 和 Ostrowski 定理确定的临界稳定系统的圆盘带

Fig. 8 Disc band of critical stable system determined by Gershgorin and Ostrowski theorem

可以观察到，随着  $N$  的增加，两个理论圆盘带的半径变大，与点  $(-1,0)$  的距离变小。通过这种方法，在圆盘带刚好包围  $(-1,0)$  时可以确定关键稳定点，如式(27)所示。

$$\begin{cases} D_p = \sqrt{(\text{Im}(L_{pp}(\omega)))^2 + (\text{Re}(L_{pp}(\omega)) + 1)^2} - |L_{pn}(\omega)| |L_{np}(\omega)| \\ D_n = \sqrt{(\text{Im}(L_{nn}(\omega)))^2 + (\text{Re}(L_{nn}(\omega)) + 1)^2} - |L_{np}(\omega)| |L_{pn}(\omega)| \end{cases} \quad (27)$$

通过式(27)，可以确定系统的最大并联逆变器数量，计算过程如图 9 所示。

#### 4.3 执行时间比较

图 10 比较了当并联变换器数量为 10 台时，分别采用 Nyquist 判据、Gershgorin 定理和 Ostrowski 定理来确定系统稳定性所需的时间。由于圆盘定理只估计了  $L(s)$  的特征值，所需的计算量比 Nyquist

判据(约为 5.037 s)少，这减少了计算成本，而 Ostrowski 定理的操作时间稍微少于 Gershgorin 定理(约为 0.194 s)。图 10 中的两个圆盘理论的计算时间是经过完整迭代后的时间，而传统的稳定性准则是执行单个 Nyquist 指令的时间。

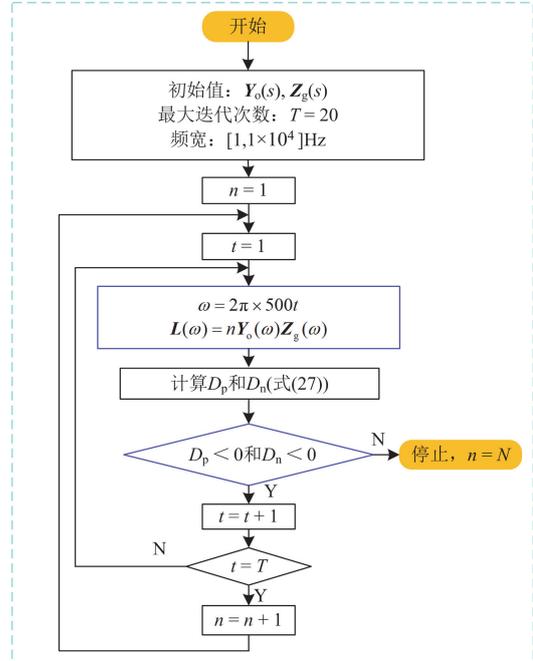


图 9 临界稳定点计算实现步骤

Fig. 9 Implementation steps to determine the critical stability point

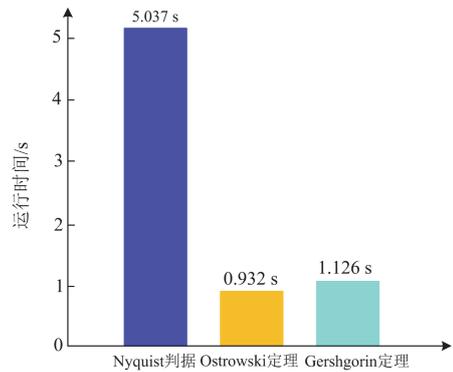


图 10 运行时间比较

Fig. 10 Operation time comparison

## 5 实验结果

### 5.1 硬件设置

实验室平台如图 11 所示。实验使用了 32 位浮点数字信号处理器(TMS320F28379)，通常用于快速和复杂的数字计算和控制算法实现，来操作并行的 FLCL-3LT<sup>2</sup>C 设备。其中之一的并联 FLCL-3LT<sup>2</sup>C 由

6 个 1MBH50D-060(600 V/50 A)IGBT 和 6 个 2MBI150U2A-060(600 V/150 A)IGBT 组成,  $t_r$  分别为  $0.6 \mu\text{s}$  和  $0.35 \mu\text{s}$ , 用于垂直和水平桥接, 来自 FUZI 公司。为实现电网电流测量, 使用了 3 个霍尔电流传感器(HCS-LTS-06A)。放大器 OPA4350 用于电网电压检测, 采用两个串联的直流链接电容器 ( $560 \mu\text{F}/600 \text{V}$ )。实验中采用工频三相隔离变压器来实现输出电压和电网电压之间的电压匹配。

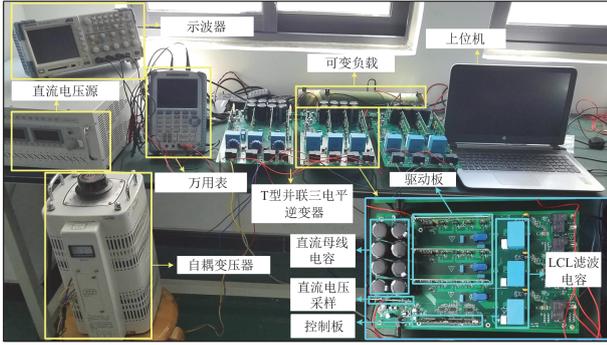


图 11 硬件设置

Fig. 11 Hardware setup

为了评估基于不同估计方法(Gershgorin 和 Ostrowski 定理)的临界稳定点的准确性, 设置了两种不同的不平衡电网场景来测试 PCC 电流的质量: (1) A 相电网电压下降 40% 的不平衡电网; (2) 不平衡的三相电网阻抗。结果表明, 使用 Ostrowski 定理计算的临界稳定点具有更高的准确性。分数阶 LCL 滤波器参数设置以及参数规格如表 2 和表 3 所示。

表 3 参数规格

Table 3 Parameter specification

符号	描述	数值
$U_{dc}$	直流电压	720 V
$v_{gd}^s$	$d$ 轴上的电网电压	311 V
$i_{grf}^s$	$d$ 轴上的参考电网电流	20 A
$L_g$	电网电感	0.002 mH
$R_g$	电网电阻	0.001 $\Omega$
$k_{pPLL}$	锁相环的比例增益	1.72
$k_{iPLL}$	锁相环的积分增益	0.5
$k_{pPI}$	PI 控制器的比例增益	27
$k_{iPI}$	PI 控制器的积分增益	1523
$f$	基频	50 Hz
$T_s$	采样时间	20 $\mu\text{s}$
$L_1$	变换器侧电感	0.625 mH
$L_2$	电网侧电感	0.15 mH
$C_f$	滤波电容	8 $\mu\text{F}$
$R_c$	电容侧电阻	0.001 $\Omega$

## 5.2 不平衡电网电压

电网的 B 相电压幅度下降 40%, 以模拟不平衡电网条件。不平衡三相电网电压的波形如图 12 所示。从第 2 节和第 3 节的推导结果中可以看出, 不平衡电网会导致锁相环的相位角误差, 从而改变并联系统的等效输出导纳  $Y_o(s)$ 。

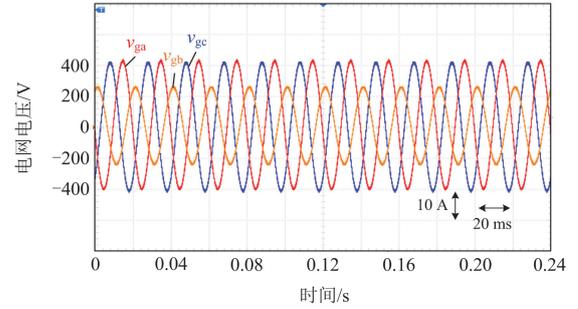


图 12 电网电压的波形图

Fig. 12 Waveform of the grid voltage

### 1) 使用 Gershgorin 定理得到的稳定点

根据第 4.2 节中的推导和流程图, 可以得到使用 Gershgorin 稳定性准则计算出的最大并联 FLCL-3LT<sup>2</sup>C 为 126。图 13 显示了在临界不稳定条件下,  $N=127$  时的 PCC 电流波形。输出电流明显包含更多谐波, 总谐波失真(total harmonic distortion, THD) 约为 31.24%。在单相电网电压下降的情况下, 根据 Gershgorin 判据判断的临界稳定点表明, 虽然此时 PCC 电流的谐波含量相当高, 但三相电流仍然可以保持平衡, 并且 PCC 电流不会发散。

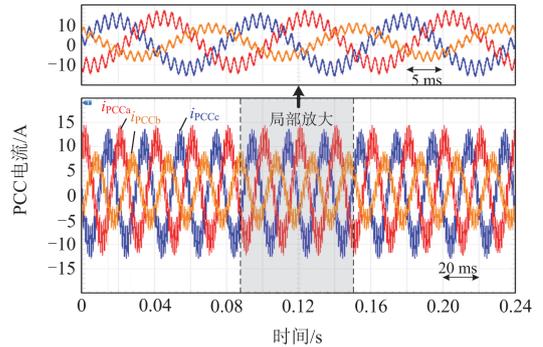

 图 13  $N=127$  时的 PCC 电流波形

 Fig. 13 PCC current waveform when  $N=127$ 

### 2) 使用 Ostrowski 定理计算临界稳定点

根据第 3 节的推导结果, 使用 Ostrowski 稳定性准则计算得到的最大并联单位数  $N$  为 145。图 14 显示了在临界不稳定条件下,  $N=146$  时的三相 PCC 电流。首先, 参考电流的幅值为 15 A。然而, 从图 14 中可以看出, 输出电流峰值接近 40 A, 并

呈增长趋势。其次，三相输出电流不平衡，其周期不明显，频率高于基波频率，并且 PCC 电流呈周期性振荡。在这种情况下，输出电流完全不稳定，可能会危及系统的稳定性，甚至损坏功率电子设备。

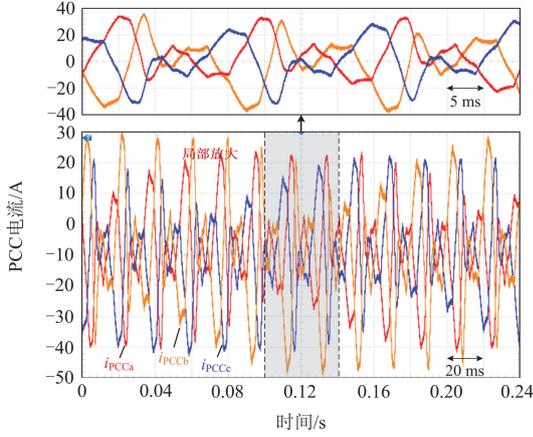


图 14 当  $N=146$  时的 PCC 电流  
Fig. 14 PCC current when  $N=146$

### 5.3 不平衡电网阻抗

这部分实验验证了稳定性判据在确定三相电网阻抗不平衡时系统临界稳定点的准确性。单个 FLCL-3LT<sup>2</sup>C 在电网 abc 相中的电感  $L_g$  定义如下：

$$\begin{cases} L_{ga} = 2 \mu\text{H} \\ L_{gb} = 5 \mu\text{H} \\ L_{gc} = 2 \mu\text{H} \end{cases} \quad (28)$$

根据式(28)，并联 FLCL-3LT<sup>2</sup>C 系统的等效电网阻抗  $Z_{g\_eq} = NZ_g$ 。

1) 根据 Gershgorin 定理计算的临界稳定点

当电网阻抗不平衡时，根据模拟结果，Gershgorin 判据计算得到的临界稳定点为  $N=103$ 。实验中，当并联变流器数量增加至 104，根据图 15，b 相的电流峰值为 12.3 A，明显低于 a 相和 c 相的峰值电流。尽管三相电流存在严重的畸变和峰值幅度不平衡(单相 THD 增加至 27.87%)，但 PCC 电流的频率仍保持在基波频率 50 Hz。电流峰值并不发散，而是在参考电流峰值附近波动。

2) 基于 Ostrowski 定理计算的临界稳定点

根据第 5 节的模拟结果，Ostrowski 圆盘带确定的临界稳定点出现在  $N=137$  时。并联变流器数量为 138 时的电网电流波形如图 16 所示。此时，三相 PCC 电流出现发散现象。电流峰值将大幅波动，显著超过参考电流 20 A。然而，为了防止过高的电网电流造成的危害，当 PCC 电流的均方根(root mean square, RMS)值大于 40 A 时，逆变器将从电网中断

开。从放大的部分可以观察到，该点处的电流频率约为 2.5 kHz。此外，随着振荡峰值幅度的增加，电流频率也增加，表明系统不稳定性严重。

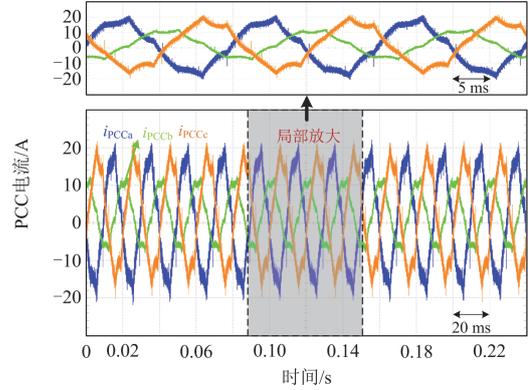


图 15 当  $N=104$  时，不平衡电网阻抗下的 PCC 电流  
Fig. 15 PCC current with unbalanced grid impedance when  $N=104$

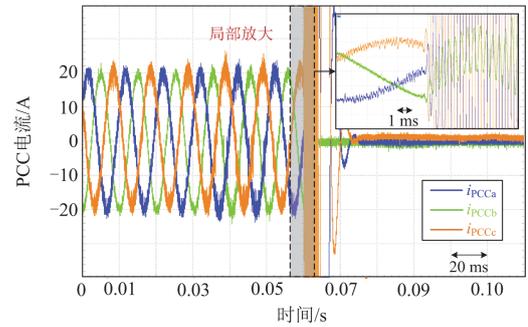


图 16  $N=138$  时，电网阻抗不平衡时的 PCC 电流  
Fig. 16 PCC current with unbalanced grid impedance when  $N=138$

### 5.4 整数阶模型和分数阶模型的稳定性分析对比

1) 整数阶模型和分数阶模型跟踪误差对比

为验证根据分数阶模型设计的控制器参数具有更好的控制效果，将交流电压  $v_{AC}$  (幅值为 10 V，频率为 50 Hz) 施加到一个实际的 FLCL 电路上，得到开环响应电流  $i_o$ 。分数阶滤波器参数如表 2 和表 3 所示。当将  $v_{AC}$  分别施加在分数阶和整数阶模型时，参考电流与  $i_o$  之间的差异即是跟踪误差，定义为  $\Delta e_{FO}$  和  $\Delta e_{IO}$  (见图 17)。

整数阶模型的滤波器参数如表 2 和表 3 所示。分数阶模型的跟踪误差响应更接近于 0，整数跟踪误差  $\Delta e_{IO}$  的峰值约为 0.83 A，如图 18 所示。因此，分数阶模型具有更好的建模精度。

2) 不同建模方法下稳定余量计算精度的对比

基于分数阶和整数阶滤波器的数学模型，实验

在平衡电网条件下计算并网系统的临界稳定点。两组实验结果如图 19 所示。其中, 图 19(a)为 Ostrowski 准则; 图 19(b)为 Gershgorin 准则。当并联逆变器容量超过由整数阶模型确定的临界稳定点时, PCC 电流可以保持稳定输出, 总谐波失真(THD)小于 5%;

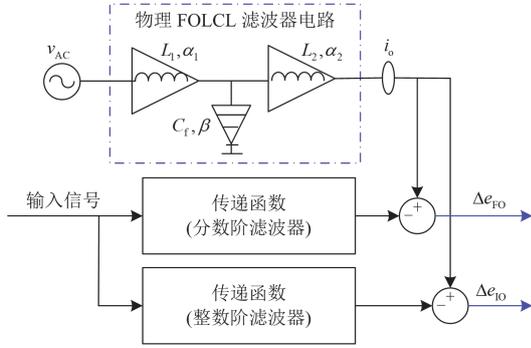


图 17 不同建模方法下的跟踪误差对比实验方案图  
Fig. 17 Comparison scheme of the tracking error with different modeling methods

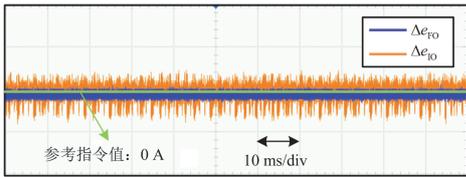
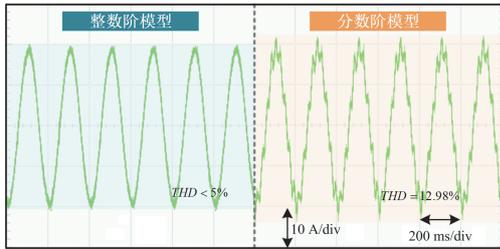
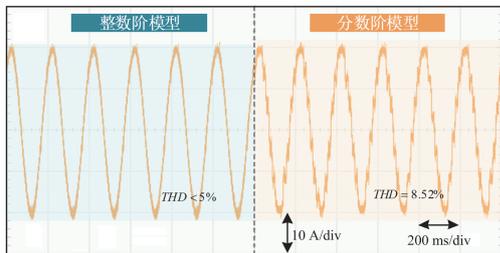


图 18 不同建模方法下的跟踪误差对比  
Fig. 18 Tracking error comparison with different modeling methods



(a) Ostrowski 判据



(b) Gershgorin 判据

图 19 整数阶模型和分数阶模型计算得出的临界稳定点处 PCC 电流

Fig. 19 PCC current at critical stable point calculated by integer model and fractional model

相反, 使用分数阶模型计算的并网系统临界稳定点更加准确。超过这个临界稳定点后, PCC 电流会出现比较大的谐振, 在图 19(a)和图 19(b)中 THD 分别为 12.98%和 8.52%。可以看出, 分数阶模型具备更好的临界稳定判定精度。

### 5.5 总结

实验结果总结对比如表 4 所示, 可以看出, 通过 Gershgorin 定理计算得到的临界稳定点只会使电网侧电流失真更加严重, 而通过 Ostrowski 定理计算得到的临界稳定点会使系统完全不稳定并产生振荡。因此, 基于 Ostrowski 定理的临界稳定点估计方法更准确且更保守。

表 4 Gershgorin 和 Ostrowski 判据下临界稳定点对应并联逆变器台数

Table 4 Conservativeness comparison of the critical stability point (allowable parall converters) with Gershgorin and Ostrowski methods

稳定性定理	对应的最大 $N$ 值/台		PCC 电流
	不平衡的 电网电压下	不平衡的 电网阻抗下	
Gershgorin	126	103	失真
Ostrowski	145	137	不稳定

## 6 结论

本文研究了不平衡电网下并联 FLCL-3LT<sup>2</sup>C 系统的临界稳定点估计。首先建立了并联 LCL-3LT<sup>2</sup>C 的分数阶数学模型; 其次, 应用 Ostrowski 定理, 采用基于 FLCL-3LT<sup>2</sup>C 耦合系统和不平衡电网下环路增益来估计稳定裕度。相比于传统整数模型, 所提出的分数阶导纳模型有更高的模型精度。此外, 本文提出的稳定性分析方法相比传统稳定性分析方法有效地降低了计算负荷并减小了保守性。

### 参考文献

- [1] 杨效, 曾成碧, 赖辉, 等. 弱电网下基于谐波状态空间模型的光储—虚拟同步发电机稳定性分析与优化控制研究[J]. 电力系统保护与控制, 2023, 51(16): 34-47. YANG Xiao, ZENG Chengbi, LAI Hui, et al. A stability analysis method and optimal control of a photovoltaic energy storage-virtual synchronous generator based on a harmonic state space model in a weak grid[J]. Power System Protection and Control, 2023, 51(16): 34-47.
- [2] 何国锋, 周子淳, 张国勇, 等. 孤岛光伏并联逆变器系统的固定时间模糊反步控制策略[J]. 电力系统保护与控制, 2023, 51(18): 147-156. HE Guofeng, ZHOU Zichun, ZHANG Guoyong, et al. Fixed-time fuzzy backstepping control strategy for islanded photovoltaic parallel inverters[J]. Power System Protection and Control, 2023, 51(18): 147-156.

- [3] LUO S, WU W, KOUTROULIS E, et al. A new unbalanced voltage compensation method based on HOPF oscillator for three-phase DC/AC converters with unbalanced loads[J]. IEEE Transactions on Smart Grid, 2022, 13(6): 4245-4255.
- [4] 朱晓荣, 刘世鹏, 张海宁, 等. 不平衡电网电压下光伏并网逆变器滑模直接电压/功率控制策略[J]. 电力系统保护与控制, 2016, 44(23): 133-140.  
ZHU Xiaorong, LIU Shipeng, ZHANG Haining, et al. Sliding mode control based direct voltage/power control strategy for PV grid connected inverter under unbalanced grid voltage[J]. Power System Protection and Control, 2016, 44(23): 133-140.
- [5] ZHANG L, KARTCI A, ELWAKIL A, et al. Fractional-order inductor: design, simulation, and implementation[J]. IEEE Access, 2021, 9: 73695-73702.
- [6] JIANG Y, ZHANG B. Comparative study of riemannliouville and caputo derivative definitions in time-domain analysis of fractional-order capacitor[J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems II: Express Briefs, 2020, 67(10): 2184-2188.
- [7] ZAFARI A, MEHRASA M, BACHA S, et al. A robust fractional-order control technique for stable performance of multilevel converter-based grid-tied DG units[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2022, 69(10): 10192-10201.
- [8] 杨旭红, 方浩旭, 贾巍, 基于分数阶滑模控制的直接矩阵变换器控制策略研究[J]. 电力系统保护与控制, 2022, 50(19): 158-166.  
YANG Xuhong, FANG Haoxu, JIA Wei. Research on fractional-order sliding-mode control of a direct matrix converter[J]. Power System Protection and Control, 2022, 50(19): 158-166.
- [9] BABES B, MEKHILEF S, BOUTAGHANE A, et al. Fuzzy approximation-based fractional-order nonsingular terminal sliding mode controller for DC-DC buck converters[J]. IEEE Transactions on Power Electronics, 2022, 37(3): 2749-2760.
- [10] LIN X, LIU J, LIU F, et al. Fractional-order sliding mode approach of buck converters with mismatched disturbances[J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Regular Papers, 2021, 68(9): 3890-3900.
- [11] 孙伟君, 夏翔, 刘刚. MMC 型级联变换器阻抗建模和稳定性分析[J]. 电力系统保护与控制, 2023, 51(5): 117-127.  
SUN Weijun, XIA Xiang, LIU Gang. MMC-based cascaded converter impedance model and stability analysis[J]. Power System Protection and Control, 2023, 51(5): 117-127.
- [12] AZGHANDI M A, BARAKATI S M, YAZDANI A. Impedance-based stability analysis and design of a fractional-order active damper for grid-connected current-source converters[J]. IEEE Transactions on Sustainable Energy, 2021, 12(1): 599-611.
- [13] XIE Z, GAO X, YANG S. Improved fractional-order damping method for voltage-controlled DFIG system under weak grid[J]. Journal of Modern Power Systems and Clean Energy, 2022, 10(6): 1531-1541.
- [14] ZHANG Bo, DU Xiong, ZHAO Jingbo, et al. Impedance modeling and stability analysis of three-phase three-level NPC converter connected to grid[J]. CSEE Journal of Power and Energy Systems, 2020, 6(2): 270-279.
- [15] PENG Xianghua, YANG Honggeng. Stability analysis of multi-paralleled grid-connected converters including the distribution parameter characteristics of transmission lines[J]. CSEE Journal of Power and Energy Systems, 2020, 7(1): 93-104.
- [16] WU W, LAN X, LI H, et al. The controller design method of grid-connected converter based on reduced order jacobian matrix[J]. Chinese Automation Congress (CAC), 2020, 6533-6538.
- [17] MAKHAMREH H, SLEIMAN M, KUKRER O, et al. Lyapunov-based model predictive control of a PUC7 grid-connected multilevel converter[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2019, 66(9): 7012-7021.
- [18] HAN Y, LIN X, FANG X, et al. Floquet-theory-based small-signal stability analysis of single-phase asymmetric multilevel converters with SRF voltage control[J]. IEEE Transactions on Power Electronics, 2020, 35(3): 3221-3241.
- [19] 阮博, 郑雪, 朱蜀, 等. 基于 Floquet 理论的多电平换流器小信号稳定性分析[J]. 电力系统保护与控制, 2021, 49(21): 1-8.  
RUAN Bo, ZHENG Xue, ZHU Shu, et al. Small-signal stability analysis of modular multilevel converters based on Floquet theory[J]. Power System Protection and Control, 2021, 49(21): 1-8.
- [20] RICCOBONO A, MIRZ M, MONTI A. Noninvasive online parametric identification of three-phase AC power impedances to assess the stability of grid-tied power electronic converters in LV networks[J]. IEEE Journal of Emerging and Selected Topics in Power Electronics, 2018, 6(2): 629-647.
- [21] URTASUN A, SAMANES J, BARRIOS E L. Control design and stability analysis of power converters: the discrete generalized Bode criterion[J]. IEEE Access, 2021, 9: 37840-37854.
- [22] REN Y, DUAN R, CHEN L, et al. Stability assessment of grid-connected converter system based on impedance model and Gershgorin theorem[J]. IEEE Transactions on Energy Conversion, 2020, 35(3): 1559-1566.
- [23] WANG X, HARNEFORS L, BLAABJERG F. Unified impedance model of grid-connected voltage-source converters[J]. IEEE Transactions on Power Electronics, 2018, 33(2): 1775-1787.

收稿日期: 2024-01-02; 修回日期: 2024-03-10

作者简介:

杨铎炯(1988—), 男, 博士, 正高级工程师, 研究方向为新能源、微网、嵌入式开发、PMU、STATCOM、电力系统模型建模/仿真等; E-mail: yangdt@csg.cn

林振福(1992—), 男, 本科, 工程师, 研究方向为微电网能量管理系统; E-mail: lingzfl@csg.cn

聂智杰(1993—), 男, 博士, 工程师, 研究方向为嵌入式开发, 新能源边缘控制技术。E-mail: niezj@csg.cn

(编辑 魏小丽)