

基于 SEM-MIP 状态估计的配电网拓扑辨识方法

刘博, 陈佳璇, 李江

(上海电力大学电气工程学院, 上海 200090)

摘要: 配电网拓扑辨识是配电系统操作的关键问题和重要前提。由于缺乏足够的量测设备和配电系统拓扑的频繁变化, 导致实际的配电网拓扑辨识问题十分具有挑战性。为此提出了基于同步量测数据状态估计的实时拓扑辨识方法。该方法可以利用少量相量测量单元的测量数据准确估计配电网拓扑结构。首先, 在配电网中引入结构方程模型(structural equation model, SEM), 用于捕捉拓扑与支路电流的关系。然后, 针对拓扑辨识问题提出了混合整数规划(mixed integer programming, MIP)方法, 通过复数方程的虚实部解耦, 利用泰勒展开与等效松弛等手段对复数方程和约束条件进行线性化。此外, 将配电网运行方式约束以节点为单位进行了重新规划。最后, 所提基于结构方程模型的混合整数规划方法(SEM-MIP)可以使用现有的商业求解器求解, 并通过一个实际 12 节点配电系统和 IEEE 33 节点测试系统验证了所提方法的有效性。

关键词: 拓扑辨识; 配电网; 结构方程模型; 图论; 混合整数规划方法

SEM-MIP based state estimation for topology identification in a distribution network

LIU Bo, CHEN Jiakuan, LI Jiang

(College of Electrical Engineering, Shanghai University of Electric Power, Shanghai 200090, China)

Abstract: Distribution network topology identification is a key issue and an important prerequisite for distribution system operation. Because of the lack of sufficient measurement equipment and the frequent changes of distribution system topology, the actual distribution network topology identification problem is a highly challenging one. For this reason, this paper proposes a real-time topology identification method based on state estimation of synchronized measurement data. The proposed method can accurately estimate the topology of the distribution network using measurements from a small number of phasor measurement units. First, a structural equation model (SEM) is introduced in distribution networks to reveal the relationship between topology and branch currents. Then, a mixed integer programming (MIP) method is proposed for the topology identification problem. This decouples the imaginary and real parts of the complex equations, and linearizes the complex equations and constraints by means of Taylor expansion and equivalent relaxation. In addition, the distribution network operation mode constraints are reprogrammed on a node-by-node basis. Finally, the structural equation model-based mixed integer programming (SEM-MIP) method proposed can be solved using existing commercial solvers, and the effectiveness of the method has been verified by a real 12-bus distribution system and the IEEE 33-bus test system.

This work is supported by the National Natural Science Foundation of China (No. 51977030).

Key words: topology identification; distribution network; structural equation model; graph theory; mixed integer programming method

0 引言

配电网拓扑辨识作为一个重要的研究课题, 在潮流计算、故障定位、需求响应等方面起到重要作用^[1-2]。关于估计、控制和优化方案的研究工作大多

基于已知的配电网拓扑结构^[3-4]。然而, 在现有的配电自动化水平下, 配电自动化终端并未在配电网中大面积布置^[5]。因此利用遥测的传统辨识方法无法及时更新网络拓扑, 需利用有限的测点进行拓扑辨识。然而, 有限测点导致的多解问题是影响辨识精度的基本原因。为此, 通常引入历史数据来解决此类问题。另外, 由于配电网数学模型的非凸性,

基金项目: 国家自然科学基金项目资助(51977030)

很难提出高精度的拓扑辨识方法。因此,现有的拓扑辨识技术精度还难以达到实际工程应用的需求^[6]。

随着通信和传感技术的发展,越来越多的智能传感器被部署在配电网中^[7-8],相量测量单元(phasor measurement unit, PMU)为拓扑辨识提供了实时、高精度的数据支持^[9-12]。文献[13]提出了一种辨识-校验的拓扑辨识方法,首先基于功率匹配确定所有可能的拓扑结构,再通过状态估计对可能的拓扑进行分析校验。文献[14]提出了一种基于支路电流的状态估计方法,该方法以先验知识为基础、最小化误差为目标来检测错误拓扑,逐步修正开关状态。然而,文献[13-14]提出的方法都必须搜索所有可能的拓扑结构,极大增加了计算成本,很难应用于大规模系统。文献[15]建立了一个用于快速辨识的典型拓扑库,虽然在一定程度上加快了辨识速度,但库中不可能包含所有的拓扑结构,适用性不高。

另一类技术侧重于估计配电网中所有开关的状态^[16-17]。文献[18]提出了一种拓扑辨识和线路参数的联合估计方法,该方法涉及大量矩阵运算,只适用于小规模的配电网。文献[19]提出一种基于有向邻接矩阵的拓扑辨识方法,通过电压分布特性来检测拓扑变化区域,可有效减小拓扑辨识问题中变量的规模。文献[20]通过采集系统不同时刻的节点注入功率建立起数据矩阵,并通过图论和主成分分析等方法确定支路连通性,适用于低压配电网。文献[21]提出了一种物理概率网络模型,用于表示配电网中开关状态与电压、功率之间的相关性。文献[22]使用了加权最小绝对值的状态估计方法,相比于加权最小二乘法,该方法对坏数据具有更强的鲁棒性。文献[23]基于电量数据协方差矩阵,经数据压缩和范数逼近后,得到可用于求解的凸优化问题。文献[24]将配电网拓扑辨识问题描述为一个最大似然问题,在此基础上,文献[25]使用马尔可夫随机场算法来探索节点相关性,并设计了改进的最大似然求解模型。为提高模型的泛化能力,文献[26]针对数据失衡问题构建了基于多标签学习和潮流匹配的二阶段拓扑辨识方法,大大降低了不良数据带来的影响。文献[27-28]基于直流潮流模型,采用结合图论的稀疏恢复方法来进行拓扑辨识,计算成本大,适用范围小。其中,电压受拓扑的影响较小,将其作为拓扑辨识的主要依据会在一定程度上影响辨识的准确性。另外,受到配电网可观测水平的影响,文献[16-28]的方法难以拥有良好的适用性。

文献[29]在可观测性较低的情况下,把拓扑辨识问题表述为混合整数二次规划(mixed integer quadratic programming, MIQP)问题。文献[30]提出一种

混合整数线性规划(mixed integer linear programming, MILP)算法,通过少量支路的电流量测即可完成拓扑辨识。文献[31]提出了基于开关状态的马尔可夫跳变模型,该模型结合了系统拓扑的先验信息,有助于提高拓扑辨识的精度。文献[29-31]提出的方法在一定程度上解决了过度依赖系统观测性的问题,但配电网模型的非凸性和高计算复杂度成为了制约其性能的主要因素。

在其他领域的拓扑研究中:文献[32-33]提出的结构方程模型可通过捕捉网络的关键变量,构建网络的拓扑结构或探索节点的关联性;文献[34]将线性结构方程模型应用于互联网,用于探究用户间不可直接观测的拓扑结构。在研究中,网络一般被简化为节点与边构成的结构图,该处理方式同样适用于配电网。

与现有方法相比,本文提出的基于电流的辨识方法在较低的观测水平下就能保证较高的辨识精度,其主要贡献总结如下:1)考虑了线性结构方程模型(structural equation model, SEM)在配电网拓扑辨识中的应用,SEM可将支路电流作为拓扑辨识的主要依据,利用有限的测点数据,实现拓扑辨识,提高动态拓扑辨识准确性;2)通过泰勒展开和引入辅助变量的方法来处理复数方程和非线性约束条件,解决了原算法的非凸性问题;3)重新考虑并规划了配电网的运行方式,对高次项进行了等效松弛,在提高了辨识精度的同时显著降低了计算复杂度。最后,通过一个实际12节点配电系统和IEEE 33节点测试系统对本文方法的实用性与有效性进行了分析和验证。

1 结构方程模型概述

将一个 $N \times N$ 节点的网络用图 $\mathcal{G} = (\mathcal{N}, \mathbf{A})$ 表示,其中 \mathcal{N} 为所有节点的集合, \mathbf{A} 为 $N \times N$ 阶加权邻接矩阵。现实中的网络广泛呈现边缘稀疏性的特点,因此矩阵 \mathbf{A} 只存在少数非零元素。

1.1 线性结构方程模型

假设节点 i 的状态用 y_i 表示,且节点 i 的状态与其他节点 j 的状态线性相关,那么其关系可表示为

$$y_i = \sum_{j \neq i} a_{i,j} y_j + b_i x_i + \varepsilon_i \quad (1)$$

式中: $a_{i,j}$ 、 b_i 均为权重系数,分别用于衡量 y_j 与外部因素 x_i 对 y_i 的影响程度; ε_i 表示测量误差或一些尚未建模的影响。

收集整个网络的观测数据并将式(1)以矩阵形表达,得到的结构方程的矩阵如式(2)所示。

$$\mathbf{Y} = \mathbf{A}\mathbf{Y} + \mathbf{B}\mathbf{X} + \mathbf{E} \quad (2)$$

式中, \mathbf{A} 对角线上的元素均为 0。除此之外, 在网络拓扑结构未知的情况下, 元素 $\{a_{i,j}\}_{i \neq j}$ 须通过分析节点 i 、 j 的状态来确定; 与之相反, 拓扑结构并不会影响 b_i 的取值, 矩阵 \mathbf{B} 中不含任何的拓扑信息。

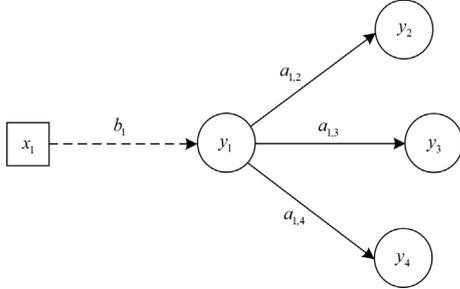


图 1 线性 SEM 概念图

Fig. 1 Concept of linear SEM

1.2 配电网拓扑基本辨识方法

首先, 假设配电系统中的所有支路开关都处于闭合状态, 根据基尔霍夫电流定律(KCL), 注入每个节点的电流相量 \mathbf{I}_i 等于与该节点相连的支路电流相量 $\mathbf{I}_{i,j}$ 之和。

$$\mathbf{I}_i = \sum_{j \in \mathcal{N}_i} \mathbf{I}_{i,j}, i \in \mathcal{N} \quad (3)$$

两个节点之间的电压、阻抗和支路的开关状态决定了支路上流过的电流, 可根据基尔霍夫电压定律(KVL)得到

$$s_{i,j} \cdot (\mathbf{V}_i - \mathbf{V}_j) = z_{i,j} \mathbf{I}_{i,j} \quad (4)$$

式中: \mathbf{V}_i 表示节点 i 的电压相量; $s_{i,j}$ 表示节点 $\{i,j\}$ 之间支路的开关状态, 是一个二元变量。若支路闭合, 则 $s_{i,j} = 1$; 若支路断开, 则 $s_{i,j} = 0$ 。

另外, 节点 i 处的注入功率 S_i 可由节点电压 \mathbf{V}_i 与节点注入电流 \mathbf{I}_i^* 得到

$$S_i = \mathbf{V}_i \mathbf{I}_i^* \quad (5)$$

本文不考虑配电网的孤岛运行, 仅考虑环状与径向两种形式的拓扑结构, 因此添加约束条件式(6)。

$$\sum_{i \neq j} s_{i,j} \geq N_{\text{node}} - N_{\text{root}} \quad (6)$$

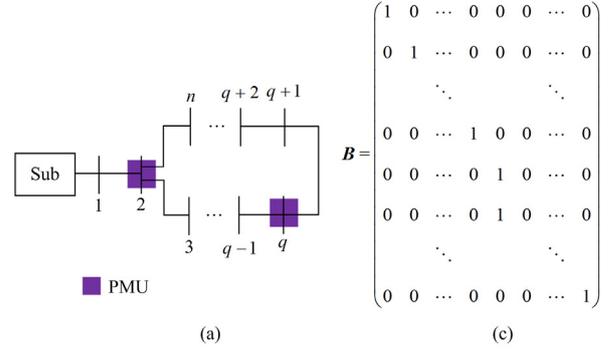
式中: N_{node} 为总节点数; N_{root} 为根节点数, 即变电站数。

配电网经常被抽象为节点和边构成的网络图。其中, 支路电流间的关系与本文所描述的线性 SEM 高度一致。根据 SEM 的定义, 将 \mathbf{Y} 视为支路电流 $\mathbf{I}_{i,j}$, \mathbf{X} 视为节点注入电流 \mathbf{I}_i 。

在图 2 所示的简单配电网中, 支路 $\{q, q+1\}$ 的电流正方向设为向上, 剩余支路电流的正方向设为

向右, 由此构建线性 SEM 在配电网中的应用方程, 如式(7)所示。

$$\mathbf{I}_{i,j} = \mathbf{A}\mathbf{I}_{i,j} + \mathbf{B}\mathbf{I}_i + \mathbf{E} \quad (7)$$



$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ & & & \ddots & & & & & \ddots & \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & -1 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & -1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ & & & \ddots & & & & & \ddots & \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad \mathbf{I}_q = \begin{pmatrix} I_{1,2} \\ I_{2,3} \\ \vdots \\ I_{q-1,q} \\ I_{q,q+1} \\ I_{q+2,q+1} \\ \vdots \\ I_{2,n} \end{pmatrix} \quad \mathbf{I}_i = \begin{pmatrix} I_2 \\ I_3 \\ \vdots \\ I_q \\ I_{q+1} \\ I_{q+2} \\ \vdots \\ I_n \end{pmatrix}$$

图 2 简单配电网示意图

Fig. 2 Schematic diagram of a simple distribution network

式(7)中的 \mathbf{A} 、 \mathbf{B} 、 $\mathbf{I}_{i,j}$ 与 \mathbf{I}_i 如图 2 所示。矩阵 \mathbf{A} 中只存在 0、1 和 -1 三种元素, 正负号仅与电流流向有关。其中, 大多数元素固定且已知, 仅存在少数与支路状态相关的元素, 如 $a_{1,2} = s_{2,3}$ 、 $a_{1,n} = s_{2,n}$ 、 $a_{2,3} = s_{3,4}$ 、 $a_{q-1,q} = s_{q,q+1}$ 、 $a_{q,q+1} = -s_{q+2,q+1}$ 、 $a_{q+1,q} = -s_{q,q+1}$ 、 $a_{n,n-1} = s_{2,n}$ 。另外, 由于矩阵 \mathbf{B} 中不含任何的拓扑信息, 其元素取值固定不变。

结合本文所提出的结构方程模型, 以最小化绝对值误差为目标, 将拓扑辨识问题表示为以下优化问题。

$$\begin{cases} \min & \|\mathbf{I}_{i,j} - \mathbf{A}\mathbf{I}_{i,j} - \mathbf{B}\mathbf{I}_i\|_1 \\ \text{s.t.} & \text{式(3)一式(6)} \end{cases} \quad (8)$$

在本文的配电网拓扑辨识问题中, $\mathbf{I}_{i,j}$ 、 \mathbf{I}_i 和 \mathbf{V}_i 为辅助变量; $s_{i,j}$ 为决策变量, 与矩阵 \mathbf{A} 中的变量元素相对应; S_i 是来源于负荷预测的已知量。其中, 约束条件(3)和(5)的数量为 N , 约束条件(6)的数量为 1, 约束条件(4)的数量与配电网的支路数相等。

2 配电网拓扑辨识模型优化

本节通过引入辅助变量、复数方程线性化以及等效松弛等方法,成功地修改了非线性约束,降低了原问题的计算复杂度,同时保证了 SEM-MIP 的可解性。

式(3)为线性约束条件,为便于计算将实部和虚部解耦,得到

$$\operatorname{Re}\{\mathbf{I}_i\} = \sum_{j \in \mathcal{N}_i} \operatorname{Re}\{\mathbf{I}_{i,j}\}, i \in \mathcal{N} \quad (9)$$

$$\operatorname{Im}\{\mathbf{I}_i\} = \sum_{j \in \mathcal{N}_i} \operatorname{Im}\{\mathbf{I}_{i,j}\}, i \in \mathcal{N} \quad (10)$$

2.1 约束线性化

式(4)中决策变量 $s_{i,j}$ 与辅助变量 V_i 的乘积导致了约束非线性,为降低非线性公式带来的计算复杂度,本文采用“big-M”法对式(4)进行松弛^[29],并使问题线性化,将实部与虚部进行解耦,得到

$$\begin{cases} \operatorname{Re}\{V_i - V_j\} \leq (1 - s_{i,j}) \cdot M + r_{i,j} \cdot \operatorname{Re}\{\mathbf{I}_{i,j}\} - x_{i,j} \cdot \operatorname{Im}\{\mathbf{I}_{i,j}\} \\ \operatorname{Re}\{V_i - V_j\} \geq -(1 - s_{i,j}) \cdot M + r_{i,j} \cdot \operatorname{Re}\{\mathbf{I}_{i,j}\} - x_{i,j} \cdot \operatorname{Im}\{\mathbf{I}_{i,j}\} \end{cases} \quad (11)$$

$$\begin{cases} \operatorname{Im}\{V_i - V_j\} \leq (1 - s_{i,j}) \cdot M + r_{i,j} \cdot \operatorname{Im}\{\mathbf{I}_{i,j}\} + x_{i,j} \cdot \operatorname{Re}\{\mathbf{I}_{i,j}\} \\ \operatorname{Im}\{V_i - V_j\} \geq -(1 - s_{i,j}) \cdot M + r_{i,j} \cdot \operatorname{Im}\{\mathbf{I}_{i,j}\} + x_{i,j} \cdot \operatorname{Re}\{\mathbf{I}_{i,j}\} \end{cases} \quad (12)$$

其中, M 为一个足够大的正数,以确保施加正确的约束。当 $s_{i,j} = 1$ 即支路闭合时,式(11)、式(12)取等号;当 $s_{i,j} = 0$ 即支路断开时, $V_i - V_j$ 被置于一个较大的取值范围内,无法通过式(11)、式(12)精确求解 V_i 和 V_j 。由于本文不考虑配电网的孤岛运行方式,因此任何节点的电压均可通过与之相连的其他闭合支路计算得到。

在对式(5)复数方程的线性近似处理中, V_B 为基准电压,将每个节点 i 的电压用标幺值表示^[35]为

$$\frac{V_i}{V_B} = 1 - \frac{\Delta V_i}{V_B} \quad (13)$$

那么函数 $f(\Delta V_i) = 1/(1 - \Delta V_i/V_B)$ 在 0 附近用泰勒级数展开并忽略高阶项,得到

$$\frac{1}{\frac{V_i}{V_B}} = \frac{1}{1 - \frac{\Delta V_i}{V_B}} \approx 1 + \frac{\Delta V_i}{V_B} = 2 - \frac{V_i}{V_B} \quad (14)$$

该线性化结果的误差与 ΔV_i 有关。在正常情况下,配电网中的电压降不超过 0.05 p.u,因此结果误差不超过 0.3%,可忽略不计。将式(14)代入式(5),通过实部和虚部解耦和线性化分别得到节点注入电流的实际值。

$$\operatorname{Re}\{\mathbf{I}_i\} = \frac{2P_i}{V_B} + \frac{Q_i \cdot \operatorname{Im}\{V_i\} - P_i \cdot \operatorname{Re}\{V_i\}}{V_B^2} \quad (15)$$

$$\operatorname{Im}\{\mathbf{I}_i\} = -\frac{2Q_i}{V_B} + \frac{P_i \cdot \operatorname{Im}\{V_i\} + Q_i \cdot \operatorname{Re}\{V_i\}}{V_B^2} \quad (16)$$

2.2 针对等式引入松弛因子

实际应用中,测量与复数方程线性化过程均可能导致误差的出现,过于严格的约束可能导致可行域无交集,优化问题无解。因此本节针对等式约束,引入辅助变量进行适当松弛,确保问题的可解性。

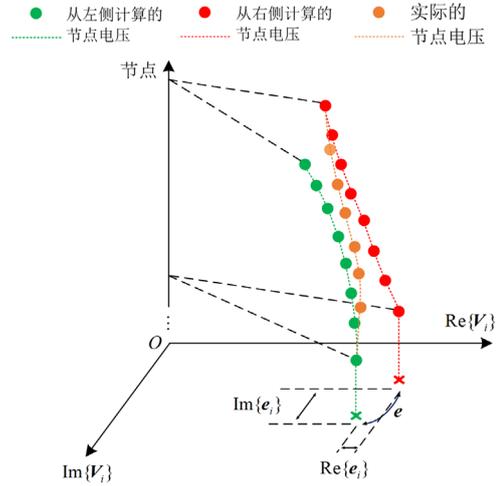


图3 左右两侧 PMU 计算得到的节点电压数据偏差示意图
Fig. 3 Schematic diagram of the deviation of the node voltage data obtained from the left and right side PMU calculations

电压与电流计算中均存在由复数方程线性化和测量误差引起的可行域问题,导致同一变量存在两种结果。以图 2(a)所示馈线的节点电压数据为例,将左右两侧的 PMU 计算的节点 2 至节点 q 的电压分别记为 $\mathbf{U}_i^{\text{Left}} = [V_2^{\text{Left}} \ V_3^{\text{Left}} \ \dots \ V_{q-1}^{\text{Left}} \ V_q^{\text{Left}}]$ 、 $\mathbf{U}_i^{\text{Right}} = [V_2^{\text{Right}} \ V_3^{\text{Right}} \ \dots \ V_{q-1}^{\text{Right}} \ V_q^{\text{Right}}]$ 。由图 3 可知, $\mathbf{U}_i^{\text{Left}}$ 、 $\mathbf{U}_i^{\text{Right}}$ 和实际的节点电压的曲线并不完全重合。

从实际数值分析上来看, e 接近于 0,该误差不会影响实验结果。因此,为了确保优化问题的可解性,在式(11)、式(12)中引入了 $e_{i,j}$ 作为辅助变量,对式(11)和式(12)进行松弛,得到优化后的约束条件。

$$\begin{cases} \operatorname{Re}\{V_i - V_j\} + \operatorname{Re}\{e_{i,j}\} \leq (1 - s_{i,j}) \cdot M + \\ \quad r_{i,j} \cdot \operatorname{Re}\{\mathbf{I}_{i,j}\} - x_{i,j} \cdot \operatorname{Im}\{\mathbf{I}_{i,j}\} \\ \operatorname{Re}\{V_i - V_j\} + \operatorname{Re}\{e_{i,j}\} \geq -(1 - s_{i,j}) \cdot M + \\ \quad r_{i,j} \cdot \operatorname{Re}\{\mathbf{I}_{i,j}\} - x_{i,j} \cdot \operatorname{Im}\{\mathbf{I}_{i,j}\} \end{cases} \quad (17)$$

$$\begin{cases} \operatorname{Im}\{V_i - V_j\} + \operatorname{Im}\{e_{i,j}\} \leq (1 - s_{i,j}) \cdot M + \\ \quad r_{i,j} \cdot \operatorname{Im}\{\mathbf{I}_{i,j}\} + x_{i,j} \cdot \operatorname{Re}\{\mathbf{I}_{i,j}\} \\ \operatorname{Im}\{V_i - V_j\} + \operatorname{Im}\{e_{i,j}\} \geq -(1 - s_{i,j}) \cdot M + \\ \quad r_{i,j} \cdot \operatorname{Im}\{\mathbf{I}_{i,j}\} + x_{i,j} \cdot \operatorname{Re}\{\mathbf{I}_{i,j}\} \end{cases} \quad (18)$$

出于同样的原因, 针对电流计算, 在式(9)和式(10)中引入辅助变量 \mathbf{h}_i , 得到松弛优化后的约束条件。

$$\operatorname{Re}\{\mathbf{I}_i\} = \sum_{j \in \mathcal{N}_i} \operatorname{Re}\{\mathbf{I}_{i,j}\} + \operatorname{Re}\{\mathbf{h}_i\}, i \in \mathcal{N} \quad (19)$$

$$\operatorname{Im}\{\mathbf{I}_i\} = \sum_{j \in \mathcal{N}_i} \operatorname{Im}\{\mathbf{I}_{i,j}\} + \operatorname{Im}\{\mathbf{h}_i\}, i \in \mathcal{N} \quad (20)$$

为限制 $\mathbf{e}_{i,j}$ 的取值范围, 防止过度松弛导致计算值与实际值相差过大, 本文在目标函数中加入了正则化项, 至于辅助变量 \mathbf{h}_i , 其取值范围有限, 无需进行讨论, 最后得到带有线性约束的优化问题。

$$\begin{cases} \min \left\| \operatorname{Re}\{\mathbf{I}_{i,j} - \mathbf{A}\mathbf{I}_{i,j} - \mathbf{B}\mathbf{I}_i\} \right\|_1 + \\ \left\| \operatorname{Im}\{\mathbf{I}_{i,j} - \mathbf{A}\mathbf{I}_{i,j} - \mathbf{B}\mathbf{I}_i\} \right\|_1 + \lambda \left\| \mathbf{e}_{i,j} \right\|_1 \\ \text{s.t. 式(6)、式(15)一式(20)} \end{cases} \quad (21)$$

式中, λ 为正则化系数。该优化问题可通过 GUROBI 商用软件包求解。

2.3 配电网径向和环状拓扑的开关状态

本文不考虑孤岛运行状态, 可用 $k^l - \sum_i s_{i,j} \leq 1$ 来描述单个环路中径向拓扑和环状拓扑的支路开关状态。

如图 4 所示, 径向拓扑仅有一条支路断开, 那么 $k^l - \sum_i s_{i,j} = 1$, 而环状拓扑的支路开关均闭合, 那么 $k^l - \sum_i s_{i,j} = 0$ 。其中, l 表示单个环路的标号, k^l 表示环路 l 中的开关总数, $\sum_i s_{i,j}$ 表示环路 l 中闭合的开关数量。

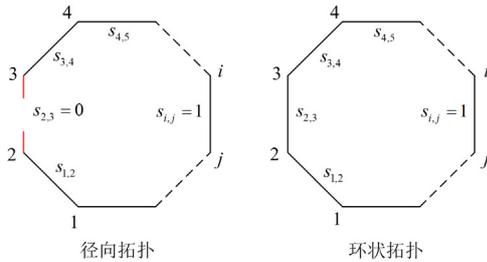


图 4 单个环网中两种可能的配电网拓扑状态

Fig. 4 Two possible distribution network topology states in a single loop network

当配电网中存在多个环路时, 可用式(22)对该问题进行描述。

$$\begin{cases} w_{\ell_i}^l \cdot (k_{\ell_i}^l - \sum_i s_{i,j}) \leq 1, l=1, \dots, L \\ \sum_{l=1}^L w_{\ell_i}^l \geq 1 \end{cases} \quad (22)$$

式中: ℓ_i 表示能与节点 i 形成通路的环路集, 该集合中的环路总数记为 L ; $w_{\ell_i}^l$ 是与环路 l 相关的二

元变量, 用于衡量环路 l 是否满足径向或环状拓扑的标准。式(22)是一个含二次项的非线性方程, 令 $W_{i,j}^l = w_{\ell_i}^l s_{i,j}$, 对 $w_{\ell_i}^l s_{i,j}$ 进行等效松弛并线性化, 得到

$$\begin{cases} W_{i,j}^l \leq w_{\ell_i}^l \\ W_{i,j}^l \leq s_{i,j} \\ W_{i,j}^l \geq w_{\ell_i}^l + s_{i,j} - 1 \\ 0 \leq W_{i,j}^l \leq 1 \end{cases} \quad (23)$$

最后, 用 $W_{i,j}^l$ 替换式(22)中的二次项, 将其转换为式(24)所示两个等价的线性方程, 从而简化了求解过程。

$$\begin{cases} w_{\ell_i}^l \cdot k_{\ell_i}^l - \sum_l W_{i,j}^l \leq 1, l=1, \dots, L \\ \sum_{l=1}^L w_{\ell_i}^l \geq 1 \end{cases} \quad (24)$$

由此, 得到了完整的拓扑辨识算法式(25), 并在 3.2 节中将其与未优化的问题(21)进行比较。

$$\begin{cases} \min \left\| \operatorname{Re}\{\mathbf{I}_{i,j} - \mathbf{A}\mathbf{I}_{i,j} - \mathbf{B}\mathbf{I}_i\} \right\|_1 + \\ \left\| \operatorname{Im}\{\mathbf{I}_{i,j} - \mathbf{A}\mathbf{I}_{i,j} - \mathbf{B}\mathbf{I}_i\} \right\|_1 + \lambda \left\| \mathbf{e}_{i,j} \right\|_1 \\ \text{s.t. 式(6)、式(15)一式(20)、式(23)、式(24)} \end{cases} \quad (25)$$

3 算例分析

本文通过一个实际的 12 节点配电系统和 IEEE 33 节点测试系统对所提方法的有效性进行了分析和验证。

在实践中, 一般节点注入功率是通过智能电表数据或历史数据进行短期负荷预测^[36]得到的。根据预测数据不同的获取方式, 得到的误差范围可能会有较大偏差, 通常分布在 10%~50%之间^[29-30], 这种误差对于配电网拓扑辨识是非常不利的。在 PL1 与 IEEE 33 节点测试系统的案例分析中, 为防止预测误差对仿真结果造成的偶然影响, 针对仿真涉及的每种拓扑结构, 本文采用了蒙特卡洛方法模拟生成了 10 种不同的场景。其中, 本文拓扑辨识算法的精度 A_{accuracy} 为多次辨识的统计结果。

$$A_{\text{accuracy}} = \frac{K_{\text{correct}}}{K_{\text{total}}} \times 100\% \quad (26)$$

式中: K_{total} 是辨识的拓扑总数; K_{correct} 是正确辨识的拓扑总数。

3.1 真实 13.8 kV 配电网算例分析

为了验证算法的性能, 本文对巴西 Companhia Estadual de Distribuição de Energia Elétrica (CEEE-D) 的实际 13.8 kV 配电网 PL1 进行分析验证^[37]。如图 5 所示, 该配电网馈线由 750 MCM 和 4/0 AWG 电缆

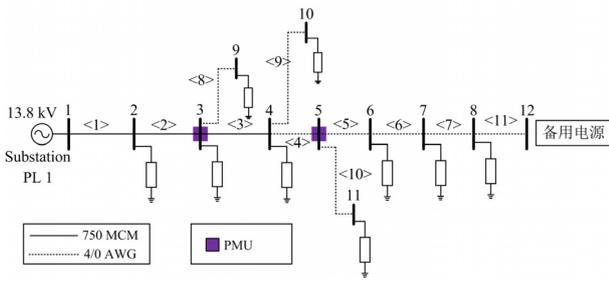


图 5 巴西 CEEE-D 公司的实际配电网

Fig. 5 A real distribution network of CEEE-D in Brazil

组成。另外，<11>为常开支路，在日常运行中，节点 12 不被接入 PL1 系统。

本节在节点 3 与节点 4 处各布置一个 PMU，并对 PL1 系统的 6 种拓扑结构进行仿真验证。表 1 记录了 PL1 系统在 10%~50%预测误差范围内节点电压、支路电流以及节点注入电流计算值与实际值的偏差，并分别记为 ΔV_i 、 $\Delta I_{i,j}$ 和 ΔI_i 。

据理论分析，这些偏差值将随预测误差的上升而增大。其中，三类电气量的平均偏差与预期相符，而最大和最小偏差未与期望的完全一致，该现象是

表 1 PL1 实际系统中的误差分析

Table 1 Error analysis in PL1 real system

预测误差/%		ΔV_i			ΔI_{ij}			ΔI_i			拓扑辨识精度/%
		平均偏差	最大偏差	最小偏差	平均偏差	最大偏差	最小偏差	平均偏差	最大偏差	最小偏差	
10	幅值/%	0.079	0.61	0.005	2.49	6.12	0.56	1.87	3.19	1.04	100
	相角/(°)	1.07	1.65	0.85	1.53	4.2	0.04	0.87	1.50	0.14	
20	幅值/%	0.13	1.68	0.006	3.93	11.01	1.25	3.47	4.96	1.95	100
	相角/(°)	1.11	1.53	0.84	1.38	2.88	0.03	0.94	1.52	0.44	
30	幅值/%	0.15	1.38	0.006	5.98	15.99	0.74	5.26	8.30	2.51	100
	相角/(°)	1.21	1.72	0.84	1.41	3.27	0.01	0.95	1.65	0.47	
40	幅值/%	0.17	1.9	0.006	9.73	43.25	2	7.7	30.69	3.84	100
	相角/(°)	1.12	1.57	0.77	1.46	3.55	0.06	1.46	3.55	0.06	
50	幅值/%	0.19	1.59	0.006	10.03	24.56	2.22	9.34	14.95	5.03	100
	相角/(°)	1.13	1.70	0.75	1.41	3.09	0.13	0.97	1.77	0.28	

由样本数据中存在的一些较大的随机误差导致的。

另外，节点电压偏差 ΔV_i 相对不明显，即使在实际配电网中，拓扑变化和功率对电压的影响也相对有限。相较之下，电流受节点注入功率的影响较为显著，因此 $\Delta I_{i,j}$ 与 ΔI_i 的平均偏差相对较大。另外，验证结果表明，在 10%~50%的预测误差水平下，本文算法仍能够保证 PL1 系统 100%的拓扑辨识精度，对于预测数据具有较强的鲁棒性。同时，与预测数据的误差水平相比， $\Delta I_{i,j}$ 与 ΔI_i 始终能保持在一个相对较低的程度，这是一个可决定配电网拓扑辨识算法鲁棒性的重要因素。

3.2 IEEE 33 节点算例分析

本节通过 IEEE 33 节点测试系统来验证所提拓扑辨识方法的有效性。如图 6 所示，虚线代表常开线路，实线代表常闭线路，红线代表带有支路开关的线路。该系统共有 21 个支路开关，其中包括 16 个常闭开关和 5 个常开开关，覆盖了径向网络和环状网络。其中，PMU 的优化配置可最大限度地减少所需 PMU 的数量，在降低成本的同时保证辨识工作的正常进行。本文参照文献[38]进行 PMU 配置，

且只需 5 个 PMU 即可满足辨识的要求，不需要额外的量测信息与量测设备。为了更好地测试 SEM-MIP 算法的性能，本文共选取了 32 种拓扑配置，包括 27 种径向拓扑和 5 种环状拓扑。基于图 6 所示的系统结构图，本文通过常开开关与常闭开关的动作组合来表示不同的拓扑结构，并将其记录于表 2。

为了更好地检验算法的性能以及对预测误差的鲁棒性，本文将预测误差提高到 90%。在 0%~50%预测误差范围内将本文方法与同类方法进行了对比分析；在 0%~90%预测误差范围内对考虑多环路配电网运行状态的优化问题进行可行性分析与验证。

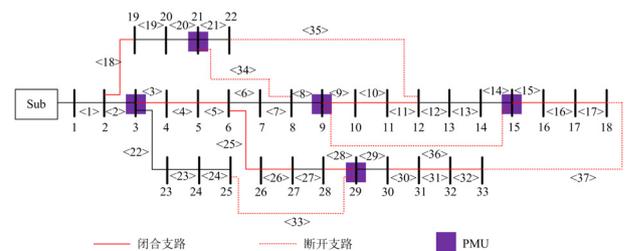


图 6 IEEE 33 节点测试系统

Fig. 6 IEEE 33-bus test system

表 2 IEEE 33 节点测试系统的 32 种拓扑结构

Table 2 Thirty-two topologies of IEEE 33-bus test system

拓扑类别	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32
断开的常闭支路	—	37	37	37	37	37	37	37	37	37	36	36	36	35	35	35	35	34	34	34	34	33	33	33	33	33	33	33	34	35	36	37
闭合的常开支路	—	9	10	11	15	16	17	30	31	32	9	10	11	9	10	11	18	3	4	5	18	25	26	28	3	4	5	—	—	—	—	—

图 7 分别比较了文献[29-30]中的 MILP、MIQP 方法与本文方法在不同预测偏差下的精度。当预测误差小于 30%时, MILP 的拓扑估计精度与本文相近; 当预测误差大于 30%时, MILP 的精度开始迅速下降。其主要原因是 MILP 方法使用的支路电流和节点注入功率均来自历史数据。而本文方法在引入 SEM 后不需要除 PMU 量测以外的其他支路电流数据, 相比之下, 不确定数据会更少。MIQP 方法在预测误差为 20%时已经开始显示出其局限性。MIQP 方法基于潮流进行分析, 为有效降低计算复杂度, 该方法忽略了支路上的功率损耗, 这是精度下降的主要原因之一。此外, 从数学原理上看, MIQP 方法以最小化平方误差为目标, 容易将结果拉向离群

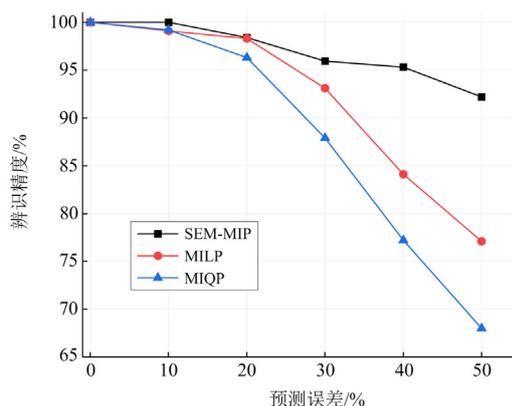


图 7 预测误差对 3 种拓扑辨识算法精度的影响

Fig. 7 Effect of forecast error on the accuracy of three topology identification algorithms

值, 导致辨识准确率进一步降低。

表 3 记录了预测误差在 90%及以下的拓扑辨识精度。在预测误差较低时, SEM-MIP 方法的拓扑辨识精度始终保持在 98%以上。拓扑辨识精度并不会随预测误差的增大出现断崖式下降。相反, 即使当预测误差达到 90%时, 仍能保证一定的可信度。在配电网多环路问题中, 图 8 记录了优化问题(21)和(25)的实验结果对比。其中, 红色虚线将预测误差在 50%处隔开, 50%以上的预测误差仅用于验证 2.3 节中理论的有效性。在综合考虑配电网的每个环路的运行状态并施加精准的约束后, 拓扑辨识精度得到了全面提升。预测误差为 90%时的辨识精度达到最大值。

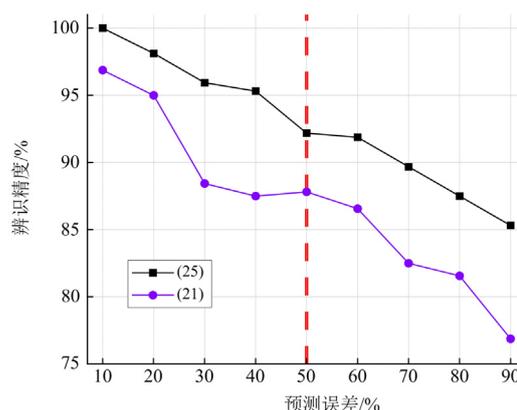


图 8 考虑配电网多环路运行状态对辨识精度的影响

Fig. 8 Considering the effect of multi-loop operation state of distribution network on identification accuracy

表 3 SEM-MIP 在不同预测误差下的辨识结果

Table 3 Identification results of SEM-MIP with different forecast errors

预测误差/%	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90
拓扑辨识精度/%	100	100	98.4	95.94	95.31	92.19	91.88	89.69	87.5	85.31

另外, 当预测误差在 10%~50%内时, PL1 系统与 IEEE 33 节点测试系统的拓扑辨识精度呈现不同的结果。显然, 在 IEEE 33 节点测试系统中, 随着预测误差的升高, SEM-MIP 算法不再能保证 100%的拓扑辨识精度。与 PL1 系统相比, IEEE 33 节点测试系统的观测水平较低。当预测误差升高时, 累积了更多的计算误差, 更容易造成错误的辨识结果。然而, 即使在如此高的误差条件下, 由 SEM-MIP 得

到的结果仍然能保证较高的精度, 证实了本文算法对预测误差具有一定的鲁棒性。

4 结论

本文提出了一种实时拓扑辨识方法, 介绍了线性 SEM 在配电网拓扑辨识中的应用。其中, SEM 用于捕捉配电网的支路电流与拓扑结构的关系, 仅需在配电网中布置少量测点即可得到准确的拓扑辨

识结果。其中,为了提高算法的精度,本文还考虑了配电网多环路运行状态的问题,有效提高了拓扑辨识精度。另外,为了降低算法的计算成本,本文引入泰勒展开和松弛变量分别对复数方程和约束进行了线性化,降低了计算复杂度的同时提高了算法的可解性。

另外,本文仅考虑负荷功率这一类预测数据给仿真结果带来的误差,通过一个实际12节点配电系统与IEEE 33节点测试系统验证了本文算法具备良好的性能和实用性,以及对预测数据具有更强的鲁棒性。

参考文献

- [1] AZIZIVAHED A, AREFI A, GHAVIDEL S, et al. Energy management strategy in dynamic distribution network reconfiguration considering renewable energy resources and storage[J]. IEEE Transactions on Sustainable Energy, 2020, 11(2): 662-673.
- [2] XU J, WU Z, YU X, et al. Robust faulted line identification in power distribution networks via hybrid state estimator[J]. IEEE Transactions on Industrial Informatics, 2019, 15(9): 5365-5377.
- [3] CAVRARO G, ARGHANDEH R. Power distribution network topology detection with time-series signature verification method[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2018, 33(4): 3500-3509.
- [4] 张华, 龙呈, 胡思洋, 等. 基于层次聚类法与皮尔逊相关系数的配电网拓扑校验方法[J]. 电力系统保护与控制, 2021, 49(21): 88-96.
ZHANG Hua, LONG Cheng, HU Siyang, et al. Topology verification method of a distribution network based on hierarchical clustering and the Pearson correlation coefficient[J]. Power System Protection and Control, 2021, 49(21): 88-96.
- [5] 刘小春, 伍惠铖, 李映雪, 等. 配电自动化终端配置的双层优化模型[J]. 电力系统保护与控制, 2020, 48(24): 136-144.
LIU Xiaochun, WU Huicheng, LI Yingxue, et al. A bi-level optimization model of distribution automation terminal configuration[J]. Power System Protection and Control, 2020, 48(24): 136-144.
- [6] BHELA S, KEKATOS V, VEERAMACHANENI S. Enhancing observability in distribution grids using smart meter data[J]. IEEE Transactions on Smart Grid, 2018, 9(6): 5953-5961.
- [7] 杨德昌, 赵肖余, 何绍文, 等. 面向海量用户用电数据的集成负荷预测[J]. 电网技术, 2018, 42(9): 2923-2929.
YANG Dechang, ZHAO Xiaoyu, HE Shaowen, et al. Aggregated load forecasting based on massive household smart meter data[J]. Power System Technology, 2018, 42(9): 2923-2929.
- [8] 栾文鹏, 余贻鑫, 王兵. AMI 数据分析方法[J]. 中国电机工程学报, 2015, 35(1): 29-36.
LUAN Wenpeng, YU Yixin, WANG Bing. AMI data analytics[J]. Proceedings of the CSEE, 2015, 35(1): 29-36.
- [9] CAVRARO G, ARGHANDEH R, POOLLA K, et al. Data-driven approach for distribution network topology detection[C]// 2015 IEEE Power & Energy Society General Meeting, 2015, Denver, CO, USA: 1-5.
- [10] 李昂, 刘亚东, 孙鹏, 等. 基于 μ PMU相位数据的配电网拓扑识别方法[J]. 智慧电力, 2017, 45(11): 31-36.
LI Ang, LIU Yadong, SUN Peng, et al. Distribution network topology identification based on phase μ PMU[J]. Smart Power, 2017, 45(11): 31-36.
- [11] 李富盛, 陈伟松, 钱斌, 等. 面向低压配电网智能电表误差监测的LightGBM-EM-EC多变量缺失数据高效重建[J]. 中国电机工程学报, 2022, 42(增刊1): 95-105.
LI Fusheng, CHEN Weisong, QIAN Bin, et al. Efficient reconstruction of multivariate missing data for smart meter error monitoring in low voltage distribution network based on LightGBM-EM-EC[J]. Proceedings of the CSEE, 2022, 42(S1): 95-105.
- [12] 张赢, 魏文震, 李江, 等. 基于北斗授时的 μ PMU测量误差综合分析[J]. 电力系统保护与控制, 2021, 49(8): 83-91.
ZHANG Ying, WEI Wenzhen, LI Jiang, et al. Comprehensive measurement error analysis of μ PMU based on Beidou time service[J]. Power System Protection and Control, 2021, 49(8): 83-91.
- [13] 罗群, 刘春雨, 顾强, 等. 基于最优匹配回路功率的配电网拓扑辨识方法[J]. 电测与仪表, 2019, 56(19): 1-6.
LUO Qun, LIU Chunyu, GU Qiang, et al. A topology identification method of distribution network based on optimal matching loop power[J]. Electrical Measurement & Instrumentation, 2019, 56(19): 1-6.
- [14] BARAN M E, JUNG J, MCDERMOTT T E. Topology error identification using branch current state estimation for distribution systems[C]// 2009 Transmission & Distribution Conference & Exposition: Asia and Pacific, 2009, Seoul, Korea (South): 1-4.
- [15] SINGH R, MANITSAS E, PAL B C, et al. A recursive Bayesian approach for identification of network configuration changes in distribution system state estimation[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2010, 25(3): 1329-1336.
- [16] DA SILVA N S, COSTA A S, CLEMENTS K A, et al. Simultaneous estimation of state variables and network topology for power system real-time modeling[J]. Electric Power Systems Research, 2016, 133: 338-346.
- [17] KORRES G N, KATSIKAS P J. Identification of circuit breaker statuses in WLS state estimator[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2002, 17(3): 818-825.
- [18] 吴龙腾, 徐春华, 邱泽坚, 等. 考虑双侧量测误差的配电网拓扑识别及参数联合估计方法[J]. 电力系统保护与控制, 2023, 51(16): 149-157.
WU Longteng, XU Chunhua, QIU Zejian, et al. Topology identification and joint parameter estimation of a

- distribution network considering bilateral measurement errors[J]. *Power System Protection and Control*, 2023, 51(16): 149-157.
- [19] 许栋梁, 赵健, 王小宇, 等. 基于有向邻接矩阵的配电网拓扑检测与识别[J]. *电力系统保护与控制*, 2021, 49(16): 76-85.
- XU Dongliang, ZHAO Jian, WANG Xiaoyu, et al. Distribution network topology detection and identification based on a directed adjacency matrix[J]. *Power System Protection and Control*, 2021, 49(16): 76-85.
- [20] PAPPU S J, BHATT N, PASUMARTHY R, et al. Identifying topology of low voltage distribution networks based on smart meter data[J]. *IEEE Transactions on Smart Grid*, 2018, 9(5): 5113-5122.
- [21] XU Z, JIANG W, XU J, et al. Distribution network topology identification using smart meter data and considering the same-bus-different-feeder condition[J]. *IEEE Transactions on Industrial Informatics*, 2023, 19(8): 8600-8613.
- [22] FERNANDES T R, VENKATESH B, DE ALMEIDA M C. Distribution system topology identification via efficient MILP-based WLAV state estimation[J]. *IEEE Transactions on Power Systems*, 2023, 38(1): 75-84.
- [23] 冯人海, 赵政, 谢生, 等. 基于主成分分析和凸优化的低压配电网拓扑识别方法[J]. *天津大学学报(自然科学与工程技术版)*, 2021, 54(7): 746-753.
- FENG Renhai, ZHAO Zheng, XIE Sheng, et al. Topology identification for low voltage network based on principal component analysis and convex optimization[J]. *Journal of Tianjin University (Science and Technology)*, 2021, 54(7): 746-753.
- [24] CAVRARO G, KEKATOS V, VEERAMACHANENI S. Voltage analytics for power distribution network topology verification[J]. *IEEE Transactions on Smart Grid*, 2019, 10(1): 1058-1067.
- [25] ZHAO J, LI L, XU Z, et al. Full-scale distribution system topology identification using Markov random field[J]. *IEEE Transactions on Smart Grid*, 2020, 11(6): 4714-4726.
- [26] 陈碧云, 吕怡博, 梁志坚, 等. 考虑数据失衡的新型配电网两阶段拓扑辨识[J]. *电力系统保护与控制*, 2023, 51(21): 57-65.
- CHEN Biyun, LÜ Yibo, LIANG Zhijian, et al. Two-stage topology identification of a new-type distribution network considering data imbalance[J]. *Power System Protection and Control*, 2023, 51(21): 57-65.
- [27] BABAKMEHR M, SIMOES M G, WAKIN M B, et al. Smart-grid topology identification using sparse recovery[J]. *IEEE Transactions on Industry Applications*, 2016, 52(5): 4375-4384.
- [28] BABAKMEHR M, SIMOES M G, WAKIN M B, et al. Compressive sensing-based topology identification for smart grids[J]. *IEEE Transactions on Industrial Informatics*, 2016, 12(2): 532-543.
- [29] TIAN Z, WU W, ZHANG B. A mixed integer quadratic programming model for topology identification in distribution network[J]. *IEEE Transactions on Power Systems*, 2016, 31(1): 823-824.
- [30] FARAJOLLAHI M, SHAHSAVARI A, MOHSENIAN-RAD H. Topology identification in distribution systems using line current sensors: an MILP approach[J]. *IEEE Transactions on Smart Grid*, 2020, 11(2): 1159-1170.
- [31] KARIMI H S, NATARAJAN B. Joint topology identification and state estimation in unobservable distribution grids[J]. *IEEE Transactions on Smart Grid*, 2021, 12(6): 5299-5309.
- [32] SHEN Y, BAINGANA B, GIANNAKIS G B. Kernel-based structural equation models for topology identification of directed networks[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2017, 65(10): 2503-2516.
- [33] 李彦. 基于结构方程模型的基因调控网络推断问题的研究[D]. 长春: 吉林大学, 2020.
- LI Yan. Research on the inference of gene regulatory networks modeled with structural equation models[D]. Changchun: Jilin University, 2020.
- [34] BAINGANA B, GIANNAKIS G B. Tracking switched dynamic network topologies from information cascades[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2017, 65(4): 985-997.
- [35] GARCES A. A linear three-phase load flow for power distribution systems[J]. *IEEE Transactions on Power Systems*, 2016, 31(1): 827-828.
- [36] 任建吉, 位慧慧, 邹卓霖, 等. 基于 CNN-BiLSTM-Attention 的超短期电力负荷预测[J]. *电力系统保护与控制*, 2022, 50(8): 108-116.
- REN Jianji, WEI Huihui, ZOU Zhuolin, et al. Ultra-short-term power load forecasting based on CNN-BiLSTM-Attention[J]. *Power System Protection and Control*, 2022, 50(8): 108-116.
- [37] LI J, GAO M, LIU B, et al. Fault location algorithm in distribution networks considering distributed capacitive current[J]. *IEEE Transactions on Power Delivery*, 2020, 36(5): 2785-2793.
- [38] CHEN L, FARAJOLLAHI M, GHAMKHARI M, et al. Switch status identification in distribution networks using harmonic synchrophasor measurements[J]. *IEEE Transactions on Smart Grid*, 2021, 12(3): 2413-2424.

收稿日期: 2023-12-23; 修回日期: 2024-03-29

作者简介:

刘 博(1985—), 女, 博士, 讲师, 研究方向为电力系统优化运行; E-mail: liubo973@163.com

陈佳璇(1999—), 男, 硕士研究生, 研究方向为配电网拓扑识别; E-mail: chenjx@mail.shiep.edu.cn

李 江(1979—), 男, 通信作者, 博士, 教授, 研究方向为可再生能源发电及电力系统运行与控制。E-mail: lijiaang_ee@shiep.edu.cn

(编辑 姜新丽)