

# 基于 L1 正则化反演的电压行波高精度检测方法

李鑫瑜<sup>1</sup>, 邓丰<sup>1</sup>, 张振<sup>2</sup>, 蒋素霞<sup>1</sup>, 毕岚溪<sup>1</sup>

(1. 长沙理工大学电气与信息工程学院, 湖南 长沙 410114; 2. 南方电网广东省电力公司广州供电局, 广东 广州 510620)

**摘要:** 针对电压行波传感器二次侧故障行波信号不能真实反映电网一次行波波形特征的问题, 提出了一种基于 L1 正则化反演的电压行波高精度检测方法。首先, 分析了行波传感器的非理想传变特性, 揭示了一、二次行波信号的波形差异性。在此基础上, 提出利用小波包变换对观测信号进行多尺度分解, 并对各频段信号分别进行反演的方法, 从而减小由行波传感器引起的畸变误差。其次, 在反演模型中引入 L1 正则化约束对模型进行稀疏性刻画, 使反演结果更能体现真实故障波形特征。最后, 利用快速迭代收缩阈值算法(fast iterative shrinkage-thresholding algorithm, FISTA)进行迭代求解, 将各分量的反演波形线性叠加, 实现故障行波信号的精确还原。仿真和实验结果表明: 与直接反演相比, 所提方法能够实现故障行波在时域和频域上的高精度真实测量, 在微弱故障和噪声环境下也能获得较为精确的反演结果, 具有一定的工程应用价值。

**关键词:** 高精度检测; 波形反演; 行波传感器; L1 正则化; 多尺度

## High precision detection method for a voltage traveling wave based on L1 regularization inversion

LI Xinyu<sup>1</sup>, DENG Feng<sup>1</sup>, ZHANG Zhen<sup>2</sup>, JIANG Suxia<sup>1</sup>, BI Lanxi<sup>1</sup>

(1. College of Electrical and Information Engineering, Changsha University of Science and Technology, Changsha 410114, China; 2. Guangzhou Power Supply Bureau, CSG Guangdong Electric Power Company, Guangzhou 510620, China)

**Abstract:** There is a problem that the fault traveling wave signal of the secondary side of a voltage traveling wave sensor cannot truly reflect the characteristics of the primary traveling wave of the power grid. Thus this paper proposes a high-precision detection method for a voltage traveling wave based on L1 regularization inversion. First, the nonideal transmission characteristics of the traveling wave sensor are analyzed. Then a method of multi-scale decomposition of the observed signal using wavelet packet transform and inversion of the signals in each frequency band is proposed to reduce the distortion error caused by the traveling wave sensor. Second, an L1 regularization constraint is introduced into the inversion model to describe its sparsity, so that the inversion results can better reflect the characteristics of real fault waveforms. Finally, FISTA is used to solve the problem iteratively, and the fault traveling wave signal can be obtained by linear superposition of the inversion waveforms of each component. The outcome of the simulations and experiments demonstrate that, compared with direct inversion, this method can achieve high-precision real measurement of a fault traveling wave in the time and frequency domains, and can obtain more accurate inversion results even in a weak fault and noise environment. This offers value for engineering application.

This work is supported by the National Natural Science Foundation of China (No. 52077008).

**Key words:** high precision detection; waveform inversion; traveling wave sensor; L1 regularization; multi-scale

## 0 引言

我国电力系统规模的不断扩大对电网的安全稳定运行提出了更高的要求, 输电线路故障后, 快速、

准确地定位故障点可以有效地缩短系统停运时间, 将损失降到最小<sup>[1-6]</sup>。基于行波的故障定位方法具有不受过渡电阻和系统振荡等因素影响的优势<sup>[7-9]</sup>, 受到了国内外专家和学者的高度关注, 但现有行波检测技术水平仍制约了行波技术在工程中的实际应用。因此如何实现电网故障行波的高精度检测是行波技术实用化的关键。

**基金项目:** 国家自然科学基金项目资助(52077008); 湖南省自然科学基金杰出青年项目资助(2022JJ10048)

行波中蕴含着丰富的故障信息,波头到达时间、幅值和极性等信 息可以为基于行波的定位方法提供关键的数据支撑。文献[10]提出了波前陡度与小波波头识别相结合的单端行波定位方法;文献[11]考虑了波头时间误差和波速衰减的问题,并据此提出了一种输电网故障定位方法;文献[12]根据故障点行波信号的路径特征频率与故障距离一一对应的关系,提出利用行波特征频率进行单端故障定位;文献[13]利用压缩感知原理对信号进行重构,同时提取多次自然频率值实现精确故障定位。文献[14]利用行波的时频域信息提取主频分量,并精确标定初始波头和反射波头对应时刻,从而实现单端故障定位;文献[15]提出利用故障行波时频域全波形特征匹配技术来确定故障点位置。上述方法的理论前提是能够准确提取到时域、频域或时频域故障信息,换言之,精确故障定位的前提是故障行波信号的高精度检测。然而,实际故障波形无法直接得到,现有的行波定位方法和技术都是对二次信号进行分析。电容式电压互感器作为 35 kV 及以上电力系统中广泛采用的电压测量元件,由于其内部分压电容等储能元件的存在<sup>[16]</sup>,导致高频传变特性不佳,二次行波信号存在明显失真的情况,难以满足行波精确检测的要求。罗氏线圈具有宽频带传变、高精度检测以及响应速度快等特点,基于罗氏线圈原理设计的行波传感器能够有效传变高频暂态行波信号,但采集到的二次行波的波形特征与电网一次行波相比仍然存在一定误差。若直接利用二次信号的波形信息进行故障定位,势必会出现较大的定位误差,不利于快速消除故障。

针对二次信号波形畸变的问题,目前存在 2 种解决思路:1)对行波传感器的内部结构进行改进,从物理层面减小波形畸变程度,文献[17]设计了新的基于罗氏线圈的互感器结构,能够对测量误差进行补偿矫正;2)根据一、二次信号之间的关系建立传感器的数学模型,并利用二次观测信号反推得到真实一次信号。文献[18]根据反卷积原理推导得到波形反演模型,并结合随机共振算法来实现电压行波的精确检测。文献[19]引入了 Tikhonov 正则化解解决反演过程中的病态问题,但该方法没有考虑传感器对不同频带信号的传变特性。文献[20]利用大量一、二次信号训练得到两者间的内在联系,建立黑匣子模型进行反演,无须对传感器进行精确建模。文献[21-22]考虑了传感器的非线性传变特性,但信号分解效果不佳,对反演精度有一定影响。

综上所述,本文基于行波传感器的非线性传变特性以及反演过程中存在的病态问题,提出了一种

多尺度波形反演方法,以实现电网故障行波信号的高精度真实测量。首先,本文基于小波包变换对观测信号进行多尺度分解,将全频段故障行波分解为各个频带的信号分量,进而对各个频带分量分别进行反演。其次,利用正演数据与观测数据的残差构建反演模型,并引入 L1 正则化约束来解决反演问题的病态性,正则化参数通过 CMD 方案自适应得到。最后,利用快速迭代收缩阈值算法(fast iterative shrinkage-thresholding algorithm, FISTA)求得各分量的反演信号,线性叠加即可得到反演一次行波信号。仿真分析和现场测试结果表明,当观测信号中存在噪声干扰,本文方法仍能保证较高的反演精度,验证了本文方法的有效性和可靠性。利用反演得到的一次行波相比原始二次行波,故障定位的精度得到极大提升,表明该方法具有较好的适用性,有利于促进行波技术的实用化进程。

## 1 一、二次行波差异性分析

根据行波传输理论可知:电网故障行波在波阻抗不连续点发生的折、反射使检测点处测得的行波信号表现出突变性,而 CVT 地线上的电流行波的波头突变比线路电压行波的波头突变更明显,更易于检测。通过在 CVT 等容性设备地线上套接专用电压行波传感器,检测到的感应电动势能反映地线电流信号的变化与特征,传感器的等效电路如图 1(a)所示。

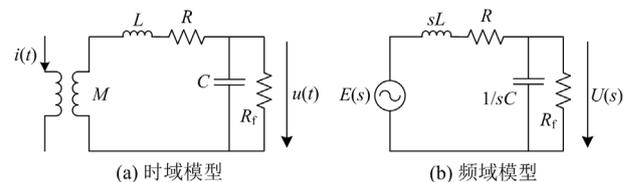


图 1 行波传感器的等效电路

Fig. 1 Equivalent circuit of traveling-wave sensor

图 1(a)中: $i(t)$ 为 CVT 的入地电流,即一次行波信号; $M$ 为线圈与载流导线之间的互感; $L$ 为线圈自感; $C$ 为分布电容; $R$ 为内阻; $R$ 和  $L$ 、 $C$ 构成一个滤波回路; $R_f$ 为采样电阻; $u(t)$ 为  $R_f$ 上产生的电压信号,也即传感器采集到的二次行波信号。在 Matlab/Simulink 中对行波传感器等效电路进行建模和仿真,输入的一次行波信号与传感器输出的二次行波信号如图 2 所示,仿真实验模拟了实际中常见的单相接地故障。

图 2 的仿真结果表明:一、二次行波信号的波形特征存在明显差异,检测效果不理想,这是由于检测系统的输出信号中不仅包含输入信号本身的信

息和特性, 同时还反映了系统的特性, 也即传感器本身物理结构的影响导致信号在传输过程中发生了畸变。若考虑更为复杂的测量环境等因素的影响, 一、二次行波波形不一致的问题将更加突出, 若采用畸变后的二次行波信号进行故障定位, 将产生较大的定位误差, 无法精确定位故障点。

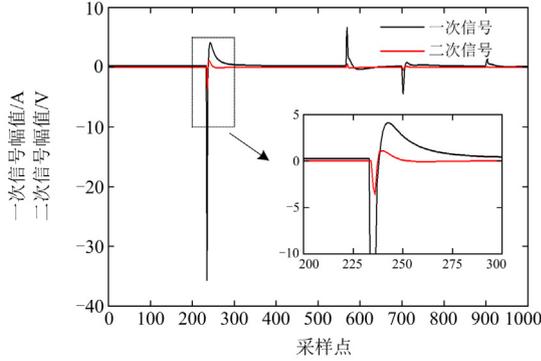


图2 仿真一、二次行波信号

Fig. 2 Simulated primary and secondary side traveling wave

为探究行波传感器的传递特性, 利用拉普拉斯变换将图 1(a)时域模型转换为频域模型, 得到频域等效电路如图 1(b)所示。由电磁感应定律可以求出感应电压源  $E(s)$  与电流行波  $I(s)$  之间的关系如式(1)所示。

$$E(s) = L[-M \frac{di(t)}{dt}] = -sMI(s) \quad (1)$$

行波传感器的传递函数  $G(j\omega)$  可以由感应电动势  $U(s)$  和电流行波  $I(s)$  的关系来刻画, 表达式为

$$G(j\omega) = \frac{U(s)}{I(s)} = \frac{-MR_f s}{R_f LCs^2 + (L + RR_f C)s + R + R_f} \quad (2)$$

根据式(2)可以绘制出传递函数  $G(j\omega)$  的频率响应特性曲线, 如图 3 所示。

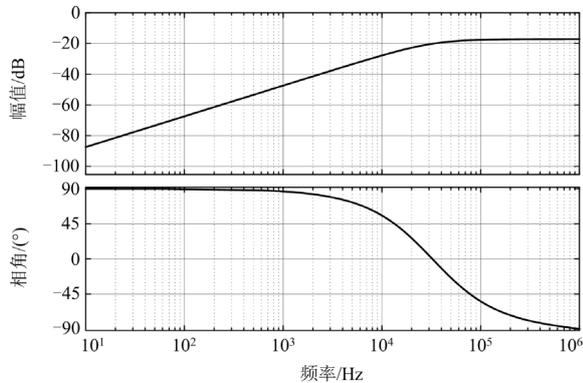


图3 传递函数  $G(j\omega)$  的频率响应特性曲线

Fig. 3 Frequency response characteristic curve of the transfer function  $G(j\omega)$

故障行波是一个全频段信号, 其特征频段为 10 Hz~100 kHz, 根据该频段内行波传感器的频率响应特性曲线可知:

1) 在 0.1~1 MHz 范围内, 幅频特性表现为水平直线, 可见在该频段内传感器输出信号的幅值不受频率变化的影响; 而当频率小于 0.1 MHz 时, 传感器对不同频率信号的衰减作用不同, 低频分量较高频分量衰减更为严重, 从而很大程度上影响信号的传变效果。由于故障行波可以视作不同频率成分的叠加, 当各分量产生不同程度的衰减时, 将导致信号整体失真。

2) 对于不同频段信号, 传感器超前或滞后的相频特性存在差异, 在 10 Hz~30 kHz 范围内, 二次信号超前一次信号, 反之则表现为滞后。传感器的非线性相频响应使得信号在时间轴上出现错位。

综上所述, 在行波的特征频段内, 传感器对不同频率信号的衰减效应和相位偏移角度不同, 从而导致电网一次行波信号和观测信号的时域波形与在各个时刻的频率特征存在差异性。这种差异不能简单地通过对信号进行平移或乘以一个比例系数来消除。因此, 为最大程度地还原电网一次行波的时域和频域特征, 对观测信号进行多尺度分频处理是必要的。

## 2 基于 L1 正则化的多尺度波形反演方法

### 2.1 小波包多尺度分解

小波包变换可对频带进行自适应多层次划分, 实现信号的全频段正交分解, 对于包含大量中、高频分量的故障行波信号有较好的时频局部化分析能力。

将小波包树节点记为  $(j, i)$ ,  $j$  代表分解层数,  $i$  代表该层节点个数, 则第  $j$  层各信号分量第  $k$  点的小波包分解系数  $d_j^{2i}(k)$  和  $d_j^{2i+1}(k)$  表示为

$$\begin{cases} d_j^{2i}(k) = \sum_n h(n-2k)d_{j-1}^i(n) \\ d_j^{2i+1}(k) = \sum_n g(n-2k)d_{j-1}^i(n) \end{cases} \quad (3)$$

式中,  $h(n-2k)$ 、 $g(n-2k)$  分别为低通、高通共轭正交滤波器系数。

针对行波传感器的非线性传变特性, 本文对观测信号进行 3 层小波包变换实现信号的多尺度分解, 小波基函数选择具有较强鲁棒性、受噪声影响小的 db5 小波基。

### 2.2 L1 正则化反演模型

由于实际电网一次行波无法直接获取, 故本文利用反演技术<sup>[23-24]</sup>对行波传感器的传变过程建立数

学模型,根据二次电压行波反推得到一次电流行波。

反演是指利用观测数据和正演数据的残差构造目标函数,通过不断迭代改变正演数据的值使得目标函数最小,最终获得待求数据的最优解。行波传感器的正演模型可以表示为

$$\mathbf{A}\mathbf{x} = \mathbf{d}_{\text{cal}} \quad (4)$$

式中:  $\mathbf{x} \in \mathbf{R}^N$ , 表示待求的一次行波信号,在迭代中不断更新;  $\mathbf{d}_{\text{cal}} \in \mathbf{R}^N$ , 表示正演向量;  $\mathbf{A} \in \mathbf{R}^{N \times N}$ , 是由电压行波传感器单位冲激响应组成的 Toeplitz 系数矩阵。

本文采用 L2 范数衡量正演向量和观测向量的拟合度,将反演目标函数描述为如式(5)形式。

$$\min_{\mathbf{x}} \|\mathbf{d}_{\text{cal}} - \mathbf{d}_{\text{obs}}\|_2^2 \quad (5)$$

式中,  $\mathbf{d}_{\text{obs}} \in \mathbf{R}^N$ , 表示观测向量,由真实信号和噪声两部分组成。

由于  $\mathbf{A}$  是一个具有较大条件数的病态矩阵,使得在式(5)的求解过程中,输入数据的微小误差会导致输出结果与真实值相差较远,难以得到接近真实解的稳定的反演结果。为了求解病态线性方程组,通常引入正则化项对目标函数中的某些参数进行约束限制。

通过观察图 2,发现一次信号的波形仅在行波到达检测点的时刻发生突变,数据表现出稀疏性,故在式(5)所示的目标函数中加入 L1 正则化约束,得到反演模型如式(6)所示。“稀疏性”反映的是时间序列中非零值数量较少,从本文的故障行波信号的反演角度来看,虽然数据有近千维,但是能够反映故障特征的有效数据通常不过几百维度,其他大多是行波传输过程中产生的噪声。故通过引入 L1 正则化约束可以在反演过程中减少含噪特征和不相关的特征对反演模型的影响,即把这些数据对应的权重设为 0,能够有效降低模型复杂度,突出重要特征。

$$\min_{\mathbf{x}} \|\mathbf{A}\mathbf{x} - \mathbf{d}_{\text{obs}}\|_2^2 + \lambda \|\mathbf{x}\|_1 \quad (6)$$

式(6)由两项组成,第一项是数据拟合项,保证  $\mathbf{x}$  尽可能地逼近一次行波信号,还原故障信息;第二项是 L1 正则化约束项,  $\|\cdot\|_1$  表示向量中各元素绝对值的和;正则化参数  $\lambda$  起着平衡两项的作用。该目标函数为一个凸函数<sup>[25]</sup>,采用交替方向乘子法(alternating direction method of multipliers, ADMM)<sup>[26]</sup>或 FISTA<sup>[27]</sup>等凸优化算法来保证获得全局最优解,由于 ADMM 算法需设置较多的参数且计算过程复杂,相比较而言,FISTA 算法的收敛速率更快且计算精度高,故本文利用 FISTA 对式(6)进行求解。

### 2.3 FISTA 算法

FISTA 是一种基于梯度下降的优化算法,该算

法在保持了迭代收缩阈值算法(iterative shrinkage-thresholding algorithm, ISTA)计算简便优点的同时,显著提高了收敛速度。具体计算过程如下所述。

将式(6)优化问题转化为 FISTA 目标函数的一般表示,如式(7)所示。

$$\min_{\mathbf{x}} f(\mathbf{x}) + g(\mathbf{x}) \quad (7)$$

式中:  $f(\mathbf{x}) = \|\mathbf{A}\mathbf{x} - \mathbf{d}_{\text{obs}}\|_2^2$ ;  $g(\mathbf{x}) = \lambda \|\mathbf{x}\|_1$ 。

假设  $f(\mathbf{x})$  的一阶导数满足 Lipschitz 连续条件,则根据泰勒展开,式(7)在点  $\mathbf{x}_k$  处可以等效为

$$\min_{\mathbf{x}} f(\mathbf{x}_k) + \langle \mathbf{x} - \mathbf{x}_k, \nabla f(\mathbf{x}_k) \rangle + \frac{L}{2} \|\mathbf{x} - \mathbf{x}_k\|_2^2 + g(\mathbf{x}) \quad (8)$$

式中:  $k$  表示迭代次数;  $L$  为 Lipschitz 常数,控制着迭代步长,一般取为  $\mathbf{A}^T \mathbf{A}$  的最大特征值。

由于目标函数中存在不可导项,传统的梯度下降法已不再适用,故采用近端梯度法对式(8)进行求解,即将  $\mathbf{x}_k$  附近满足式(8)的点作为第  $k+1$  次迭代的起始点,具体表示为

$$\mathbf{x}_{k+1} = \arg \min_{\mathbf{x}} \{f(\mathbf{x}_k) + \langle \mathbf{x} - \mathbf{x}_k, \nabla f(\mathbf{x}_k) \rangle + \frac{L}{2} \|\mathbf{x} - \mathbf{x}_k\|_2^2 + g(\mathbf{x})\} \quad (9)$$

忽略常数项  $f(\mathbf{x}_k)$  和  $\nabla f(\mathbf{x}_k)$  之后,式(9)可以等效为式(10)。

$$\mathbf{x}_{k+1} = \arg \min_{\mathbf{x}} \left\{ \frac{L}{2} \left\| \mathbf{x} - \left( \mathbf{x}_k - \frac{1}{L} \nabla f(\mathbf{x}_k) \right) \right\|_2^2 + g(\mathbf{x}) \right\} \quad (10)$$

考虑到 L1 范数和 L2 范数的平方是可分离的,将式(10)转化为多个最小化问题进行求解:

$$\mathbf{x}_{k+1} = \text{soft} \left( \mathbf{x}_k - \frac{1}{L} \nabla f(\mathbf{x}_k), \frac{\lambda}{L} \right) \quad (11)$$

式中,  $\text{soft}(\cdot)$  为软阈值函数,定义如式(12)所示,其中  $T$  表示阈值常数。

$$\text{soft}(\mathbf{x}, T) = \begin{cases} \mathbf{x} + T & \mathbf{x} < -T \\ 0 & |\mathbf{x}| \leq T \\ \mathbf{x} - T & \mathbf{x} > T \end{cases} \quad (12)$$

为了加快收敛速度,使迭代朝全局最优点的方向进行,FISTA 采用了 Nesterov 加速策略,利用前两次迭代的线性组合作为当前迭代的初值,即

$$\mathbf{y}_{k+1} = \mathbf{x}_k + \left( \frac{t_k - 1}{t_{k+1}} \right) (\mathbf{x}_k - \mathbf{x}_{k-1}) \quad (13)$$

式中,  $t_k$  为迭代步长,初始值为  $t_1 = 1$ ,其迭代表达式如式(14)所示。

$$t_{k+1} = \frac{1 + \sqrt{1 + 4t_k^2}}{2} \quad (14)$$

反演结束条件为: 1) 相邻两次迭代值的相对误

差小于给定值; 2) 观测数据与模拟正演数据的拟合差小于给定精度; 3) 达到最大迭代次数。当反演过程满足任一条件时, 迭代终止, 即可得到最佳的反演信号。

## 2.4 自适应正则化参数策略

在式(6)中引入的正则化参数  $\lambda$  起着平衡数据拟合项与模型约束项的作用, 对不同噪声水平的故障行波的反演结果有重要影响, 具体表现如下所述。

- 1) 当  $\lambda$  值过大, 待求向量  $\mathbf{x}$  能保证足够稀疏, 但正演响应值未必能与观测数据较好地拟合;
- 2) 当  $\lambda$  值过小或等于零, 目标函数近似为一个最小二乘问题, 模型的不适定性(即解不具有存在唯一性和稳定性)使得反演难以得到最优解。

正则化参数选取不当将导致反演效果不佳, 因此, 选择合适的正则化参数是构建 L1 正则化反演模型必不可少的步骤之一。文献[28]提出了一种正则化参数完全自适应选取的方案(CMD 方案), 表达式如式(15)所示。

$$\lambda_{k+1} = \frac{\|\mathbf{A}\mathbf{x}_k - \mathbf{d}_{\text{obs}}\|_2^2}{\|\mathbf{A}\mathbf{x}_k - \mathbf{d}_{\text{obs}}\|_2^2 + \|\mathbf{x}_k\|_1} \quad (15)$$

在目标函数进行迭代求解的过程中, 采用该方案一定程度上能在保证数据拟合误差最小的同时, 模型约束误差也取得最小值<sup>[29]</sup>。结合式(6)一式(15)可知: 在反演初期,  $\mathbf{x}$  的值与真实值相差较大时,  $\lambda$  从接近 1 开始衰减, 此时目标函数中正则化项对模型的约束增强, 向量  $\mathbf{x}$  中绝对值小于  $\lambda/L$  的元素被置 0; 随着反演的进行,  $\lambda$  逐渐减小, 当  $\mathbf{x}$  已经足够稀疏时, 正则化参数的减小能进一步突出数据拟合项的作用, 使  $\mathbf{x}$  较快接近真实一次行波信号。故本文采用 CMD 方案在每一次迭代开始之前计算  $\lambda$  的取值, 能够在保证反演精度的同时, 有效提高模型的收敛速度。

综上所述, 本文故障行波高精度测量方案的流程如图 4 所示。

## 3 实验验证与分析

### 3.1 算例分析

本文在 PSCAD 中搭建如图 5 所示 220 kV 输电线路仿真模型, 线路总长为 120 km, 采样频率为 1 MHz, 设置不同故障距离、不同过渡电阻以及不同故障初相角等故障条件, 采集不同故障情况下发生 A 相接地故障时 CVT 地线上的一次电流行波, 通过在 Simulink 中搭建电压行波传感器仿真模型, 得到二次电压行波, 引入 L1 正则化方法和 FISTA 迭代算法对二次行波信号进行反演, 即可得到反演

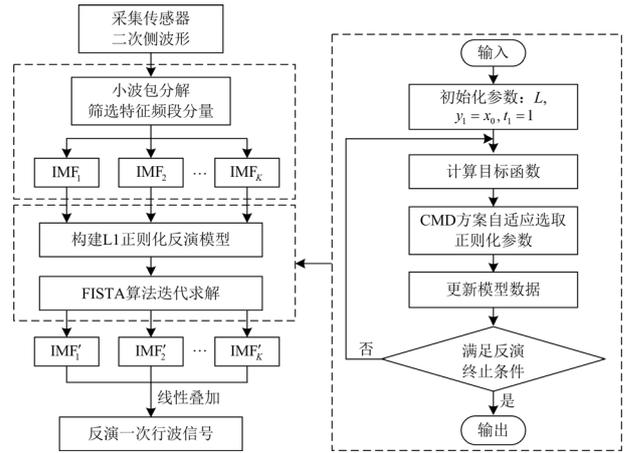


图 4 故障行波反演流程图

Fig. 4 Flowchart of fault traveling wave inversion

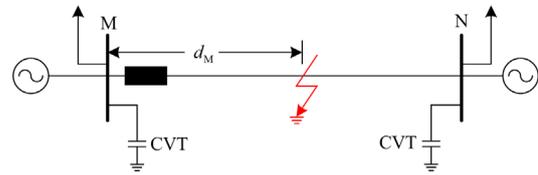


图 5 故障线路模型

Fig. 5 Fault line model

一次行波, 通过对仿真一次行波和反演一次行波的波形特征和波形相似度进行比较来验证本文方法的反演效果。

以距离测量端 70 km 处发生过渡电阻为 50  $\Omega$ 、故障初相角为 90°的单相接地故障为例, 利用行波传感器采集故障信号对本文方法进行具体分析。由于行波传感器对不同频段信号的畸变程度不一样, 故需要对仿真二次行波进行多尺度分频处理, 通过 3 层小波包分解和重构, 可以得到 8 个不同频带的模态分量, 对应的波形及频谱如图 6 所示。

对各尺度信号分量分别构建 L1 正则化反演模型, 利用 FISTA 算法迭代求解, 综合考虑波形精度和反演效率的要求, 设定拟合误差阈值为  $10^{-4}$ , 最大迭代次数为 50 次。当迭代终止时, 取最后一次迭代数据作为各尺度分量的反演信号, 将所有分量的反演信号线性叠加即可得到反演一次行波, 时域波形图如图 7(a)所示, 对信号进行傅里叶变换, 得到图 7(b)所示频谱图。

为了对反演结果进行更精确的定量评估, 本文引入了波形相关系数  $\rho$  来衡量反演一次行波与仿真一次行波之间整体波形的相似程度, 数学表达式如式(16)所示。其中,  $x_i$  和  $y_i$  分别表示反演一次行波和仿真一次行波的第  $i$  个分量。  $\rho$  的绝对值在 0

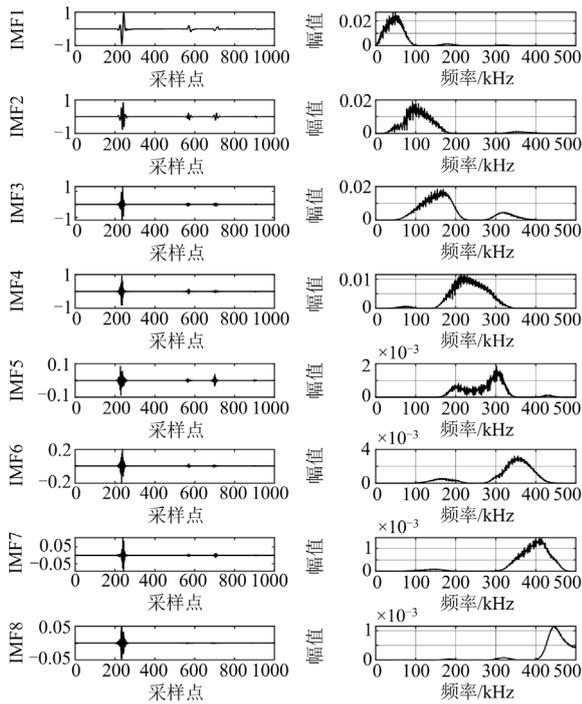
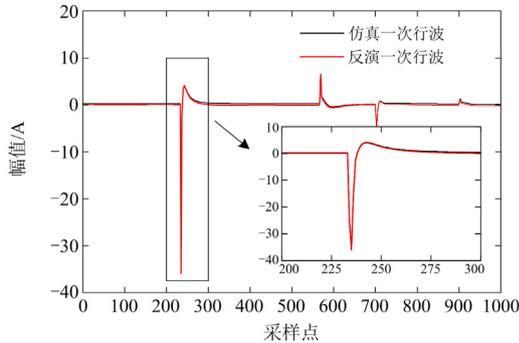
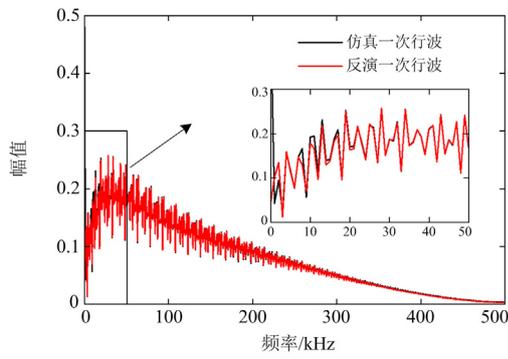


图 6 小波包重构信号及对应频谱

Fig. 6 Wavelet packet reconstruction signal and corresponding spectrum



(a) 时域波形图



(b) 频谱图

图 7 分频段反演结果

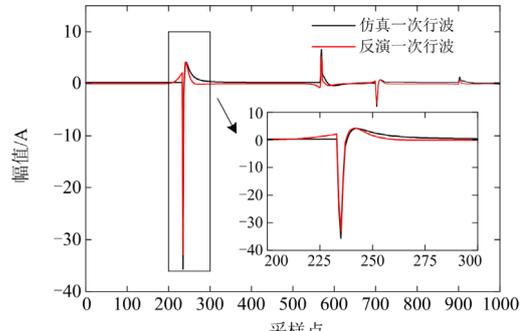
Fig. 7 Frequency division inversion results

到 1 之间，绝对值越大表示两个信号的相关程度越大，波形越相似，反演效果越好。

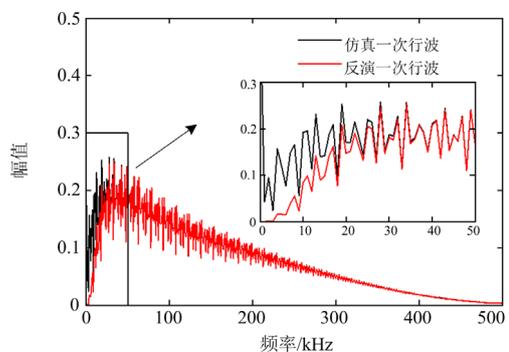
$$\rho = \frac{\sum_{i=1}^n \left( x_i - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \right) \left( y_i - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i \right)}{\sqrt{\sum_{i=1}^n \left( x_i - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \right)^2 \sum_{i=1}^n \left( y_i - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i \right)^2}} \quad (16)$$

由图 7 可以直观地看出，利用本文所提方法得到的反演一次行波与仿真一次行波在时域中基本一致，经过计算，二者的波头到达时间误差不超过 1 μs，且波形相关系数达到 0.9967，证明还原效果十分理想，尤其是在波形发生突变和波峰等数据点处，畸变波形都能被较好地还原；而在频域上，反演波形与仿真波形仅在低频处有较小偏差，频谱的相似度为 0.9830。通过定性和定量的比较分析，本文所提方法在时域和频域上对故障行波的波形特征均有很好的反演精度，能够实现电网一次行波信号的高精度检测。

本文加入了直接反演结果作为对比，仿真二次行波不经过小波包分解，直接进行 L1 正则化反演，得到的时域波形如图 8(a)所示，反演一次行波与仿真一次行波的波形相似度为 0.9686，图 8(b)为对应的频谱图。与图 7 的分频段反演结果相比，直接反



(a) 时域波形图



(b) 频谱图

图 8 直接反演结果

Fig. 8 Direct inversion results

演不能很好地还原 10 Hz~50 kHz 频段的故障信息,且在时域上与原信号偏差较大。

### 3.2 不同故障工况下的适应性分析

如图 5 所示输电线路,以距测量端 30 km 处故障为例,采集不同故障初相角、过渡电阻及故障工况下的仿真二次行波,按照上述反演步骤得到反演波形。考虑到初始波头到达时间和波头幅值的精确测量是影响行波定位结果准确性的关键因素,故本文基于 3 个指标(初始波头时间差 $\Delta t$ 、峰值相对误差 $\Delta I$ 和波形相似度 $\rho$ )从整体波形和局部特征的角度来量化反演一次行波与仿真一次行波之间的波形差异,从而体现本文方法的反演效果,仿真结果如表 1 所示。

表 1 不同故障工况下的波形特征对比

Table 1 Comparison of waveform characteristics under different fault conditions

故障类型	过渡电阻/ $\Omega$	故障初相角/ $^\circ$	$\Delta t/\mu\text{s}$	$\Delta I/\%$	$\rho$
AG	50	30	0	0.43	0.9973
		90	0	0.37	0.9975
	300	30	0	0.11	0.9962
		90	0	0.63	0.9962
BC	50	30	0	0.39	0.9999
		90	0	0.26	0.9999
	300	30	0	0.74	0.9999
		90	0	0.54	0.9999
ABG	50	30	0	1.18	0.9975
		90	0	0.52	0.9964
	300	30	0	1.79	0.9960
		90	0	0.21	0.9947
ABC	50	30	0	0.54	0.9999
		90	0	0.28	0.9996
	300	30	0	0.75	0.9998
		90	0	0.23	0.9996

根据表 1 可知:在不同故障工况下,本文所提方法均能实现准确反演,初始波头到达时间误差为 0,波头幅值误差低于 2%,即使在大过渡电阻和小故障初相角的情况下,反演一次行波与仿真一次行波也有较高的波形相似度,波形特征能够被较好地还原,本文方法具有较好的适用性。

### 3.3 抗噪能力分析

由于实际采集到的故障行波无法避免噪声干扰的影响,噪声的存在使得采样信号的有效信息被掩盖,将对反演结果的准确性产生严重影响。因此,为检测本文方法的抗噪能力,在采集到的二次行波信号中加入信噪比为 10 dB 的高斯白噪声,再按照上述步骤进行反演,结果如图 9 所示。

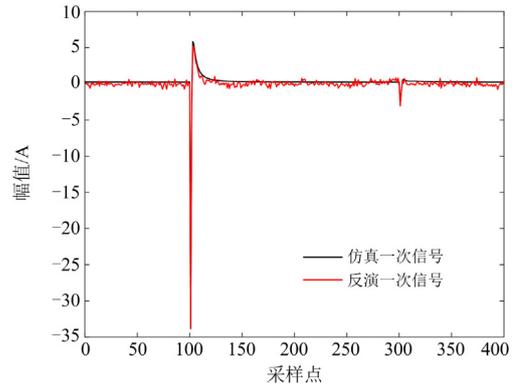


图 9 加噪信号反演结果

Fig. 9 Inversion results of noisy signals

根据式(16)计算得到仿真一次行波与反演一次行波的波形相似度为 0.9873。由图 9 可知:二次信号中的噪声过大会对反演结果产生一定影响,但初始波头到达时间及波头幅值等重要特征仍能准确辨识。

为进一步探究噪声类型及强度对本文算法的影响,通过在二次行波信号中加入不同信噪比的均匀分布或正态分布噪声,比较反演一次行波的波形特征变化情况,结果如表 2 所示。

表 2 不同噪声下的反演结果

Table 2 Inversion results under different noises

噪声模拟方式	信噪比	$\Delta t/\mu\text{s}$	$\Delta I/\%$	$\rho$
无噪声	—	0	0.12	0.9996
均匀分布 伪随机数	30:1	0	0.24	0.9976
	20:1	0	0.41	0.9950
	10:1	0	0.64	0.9550
正态分布 伪随机数	30:1	0	0.02	0.9977
	20:1	0	0.18	0.9948
	10:1	0	1.24	0.9513

由表 2 可知:随着噪声强度增加,反演一次行波与仿真一次行波的波形相似度稍有下降,但不低于 0.95,初始波头时间误差均为 0。仿真结果表明,在强噪声干扰的情况下,本文所提方法依然能够准确还原波形信息,具有较好的抗噪性能。

### 3.4 实验验证

为了验证本文方法的有效性,在实验室用图 10 所示实验装置进行了现场测试。采用课题组研制的行波发生装置模拟故障行波信号,在其输出端串联一个小电阻,通过测取电阻两端电压即可得到一次行波波形,将套接在 CVT 等效电容上的行波传感器输出端电压作为二次行波信号,数字示波器采集到的一、二次波形以及利用本文方法反演得到的一次波形如图 11 所示,可以看出实测一、二次信号的幅

值和波形陡度存在明显差异，而采用本文方法可以还原一次行波波形，利用式(16)计算得到实测一次行波与反演一次行波的波形相似度为 0.9999。现场实验结果表明：故障行波在传感器的传变过程中会产生一定程度的畸变，利用本文方法能够较好地对畸变误差进行补偿修正，实现电压行波信号的高精度检测。

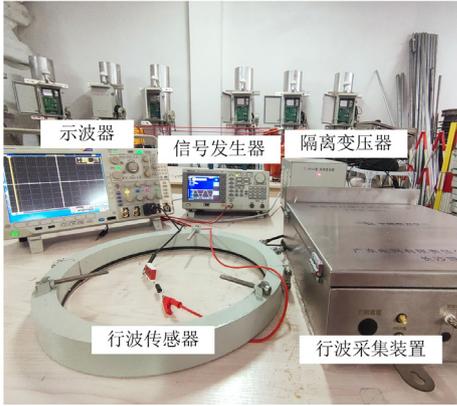


图 10 现场测试装置图

Fig. 10 Device diagram for test

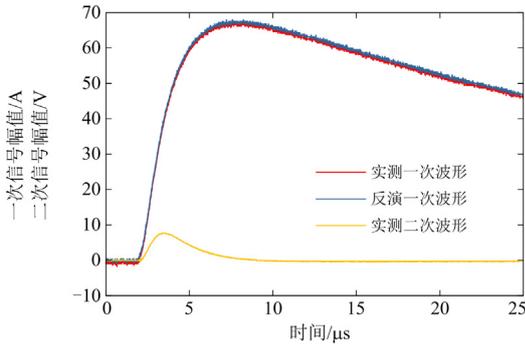


图 11 实验波形和反演结果图

Fig. 11 Experimental waveform and inversion results

### 3.5 反演波形在故障定位中的应用分析

为了进一步验证本文所提出的电压行波高精度检测方法的优越性，以图 5 所示线路模型为例，采集不同故障距离下的行波信号，设置故障类型为 A 相接地故障，初相角为 90°，过渡电阻为 50 Ω。按照 3.1 节中所述步骤得到仿真二次行波和反演一次行波，为了消除行波波速对故障定位结果的影响，本文根据文献[13]所提方法提取行波全波形主频分量，并准确计算其对应的波速度。利用反演一次行波和仿真二次行波进行故障定位的定位结果如表 3 所示。

表 3 中， $\Delta t_1$  和  $\Delta t_2$  分别表示反演一次行波和仿真二次行波的初始波头和第二反射波头到达检测点

的时间间隔， $v_1$  和  $v_2$  分别表示两种行波信号的全波形主频分量所对应的波速度， $d_1$  和  $d_2$  分别表示利用两种行波信号的波形信息进行定位的绝对误差。

表 3 单相接地故障定位结果

Table 3 Single-phase grounding fault location results

故障距离/km	反演一次行波			仿真二次行波		
	$\Delta t_1/\mu s$	$v_1/(\text{km}/\mu s)$	$d_1/\text{m}$	$\Delta t_2/\mu s$	$v_2/(\text{km}/\mu s)$	$d_2/\text{m}$
1	7	0.297 45	41.1	6	0.299 11	102.7
10	67	0.299 05	18.3	66	0.299 11	129.5
30	200	0.299 34	66.3	199	0.299 34	215.9
70	335	0.298 65	23.1	334	0.298 86	90.5
80	268	0.298 61	13.6	267	0.298 83	106
100	134	0.298 55	2.6	133	0.298 83	127.7
119	7	0.298 58	45	6	0.298 83	103.5

由表 3 可知：反演一次行波与仿真二次行波的波头到达时间差，以及通过主频分量计算得到的波速度存在明显差异。与二次行波的定位结果相比，利用反演一次行波将定位误差减小到了 70 m 以内，定位精度提升了 56.52%~97.96%。由此能够证明本文方法在行波定位领域的可行性和优越性。

## 4 结论

为了实现电压行波信号的高精度检测，本文提出了一种基于 L1 正则化约束的多尺度波形反演方法，其中正则化参数采用 CMD 方案自适应确定。通过在 PSCAD/EMTDC 仿真平台搭建 220 kV 典型输电线路进行仿真分析以及现场实验验证，可得以下结论：

1) 由于行波传感器对不同频段信号的传变特性存在差异，考虑对观测信号进行 3 层小波包变换实现信号的多尺度分解，随后各分量分别反演，所得信号线性叠加，即可实现电网一次行波的高精度检测。仿真结果表明，本文提出的分频段反演方法相较于直接反演，对故障行波的时域和频域信息具有更高的还原精度。

2) 本文方法解决了反演过程中存在的病态问题，在目标函数中引入 L1 正则化约束能够对模型进行稀疏性刻画，突出重要故障特征。利用 FISTA 算法对反演模型进行迭代求解具有较低的计算复杂度，可在较少的迭代次数内达到最优的收敛效果。

3) 反演一次行波信号相比二次信号能更准确地反映电网故障信息，本文方法可以在很大程度上消除行波传感器对行波故障定位的影响，即使在微弱故障情况下也能实现波形特征的精确还原，有助于提高定位结果的精确度，且抗噪性能良好，具有良好的工程应用前景。

## 参考文献

- [1] 王增平, 林一峰, 王彤, 等. 电力系统继电保护与安全控制面临的挑战与应对措施[J]. 电力系统保护与控制, 2023, 51(6): 10-20.  
WANG Zengping, LIN Yifeng, WANG Tong, et al. Challenges and countermeasures to power system relay protection and safety control[J]. Power System Protection and Control, 2023, 51(6): 10-20.
- [2] 雷朝煜, 郝良收, 戴甲水, 等. 高压直流输电线路故障定位研究综述[J]. 电力系统保护与控制, 2022, 50(11): 178-187.  
LEI Zhaoyu, HAO Liangshou, DAI Jiashui, et al. A review of fault location methods in HVDC transmission lines[J]. Power System Protection and Control, 2022, 50(11): 178-187.
- [3] 田鹏飞, 于游, 董明, 等. 基于 CNN-SVM 的高压输电线路故障识别方法[J]. 电力系统保护与控制, 2022, 50(13): 119-125.  
TIAN Pengfei, YU You, DONG Ming, et al. A CNN-SVM-based fault identification method for high-voltage transmission lines[J]. Power System Protection and Control, 2022, 50(13): 119-125.
- [4] 陈晓龙, 余联课, 裴东锋, 等. 一种基于故障支路判定和迭代计算的单回 T 型输电线路故障测距新方法[J]. 电力系统保护与控制, 2022, 50(20): 1-11.  
CHEN Xiaolong, YU Lianke, PEI Dongfeng, et al. A new fault location method for single-circuit three-terminal transmission lines based on fault branch determination and iterative calculation[J]. Power System Protection and Control, 2022, 50(20): 1-11.
- [5] 杨喜行, 黄纯, 申亚涛, 等. 基于损失功率匹配的配电网线路故障定位方法[J]. 中国电力, 2022, 55(8): 113-120.  
YANG Xihang, HUANG Chun, SHEN Yatao, et al. Fault location method for distribution lines based on loss power matching[J]. Electric Power, 2022, 55(8): 113-120.
- [6] 王春明, 李杰, 徐正清, 等. 基于暂态信息融合的输电线路单端故障定位方法[J]. 电力科学与技术学报, 2022, 37(2): 62-71.  
WANG Chunming, LI Jie, XU Zhengqing, et al. Research on single-ended fault location of transmission line based on transient information fusion[J]. Journal of Electric Power Science and Technology, 2022, 37(2): 62-71.
- [7] 邓丰, 李欣然, 曾祥君, 等. 基于波形唯一和时-频特征匹配的单端行波保护和故障定位方法[J]. 中国电机工程学报, 2018, 38(5): 1475-1487.  
DENG Feng, LI Xinran, ZENG Xiangjun, et al. Research on single-end traveling wave based protection and fault location method based on waveform uniqueness and feature matching in the time and frequency domain[J]. Proceedings of the CSEE, 2018, 38(5): 1475-1487.
- [8] 陈田田, 李银红. 基于电压折射波幅值正负差异的柔性直流电网两段式行波保护[J]. 电力系统自动化, 2022, 46(3): 129-136.  
CHEN Tiantian, LI Yinhong. Two-section traveling wave protection for flexible DC grid based on positive and negative difference of voltage refractive wave amplitude[J]. Automation of Electric Power Systems, 2022, 46(3): 129-136.
- [9] 胡冰颖, 李梅. 基于零模线模时差的配电网双端行波故障测距[J]. 电力工程技术, 2021, 40(2): 114-120.  
HU Bingying, LI Mei. Double ended traveling wave fault location in distribution network based on the time difference of zero-mode and line-mode[J]. Electric Power Engineering Technology, 2021, 40(2): 114-120.
- [10] 朱柏寒, 陈羽, 马金杰. 基于波前陡度的输电线路单端行波故障测距[J]. 电力系统自动化, 2021, 45(9): 130-135.  
ZHU Baihan, CHEN Yu, MA Jinjie. Wavefront steepness based single-ended traveling wave fault location for transmission lines[J]. Automation of Electric Power Systems, 2021, 45(9): 130-135.
- [11] 梁睿, 王全金, 孔令昌, 等. 考虑行波波速衰减及波头时间误差的复杂输电网故障精准定位[J]. 电网技术, 2022, 46(11): 4512-4524.  
LIANG Rui, WANG Quanjin, KONG Lingchang, et al. Precise location of complex power grid faults considering velocity attenuation and time error of traveling wave[J]. Power System Technology, 2022, 46(11): 4512-4524.
- [12] 李舟, 乔文, 谈震, 等. 基于行波特征频率的配电网混合线路故障定位方法[J]. 电网与清洁能源, 2021, 37(5): 33-42, 51.  
LI Zhou, QIAO Wen, TAN Zhen, et al. Fault location method for hybrid lines based on traveling wave characteristic frequency in distribution network[J]. Power System and Clean Energy, 2021, 37(5): 33-42, 51.
- [13] 于华楠, 马聪聪, 王鹤. 基于压缩感知估计行波自然频率的输电线路故障定位方法研究[J]. 电工技术学报, 2017, 32(23): 140-148.  
YU Huanan, MA Congcong, WANG He. Transmission line fault location method based on compressed sensing estimation of traveling wave natural frequencies[J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2017, 32(23): 140-148.
- [14] 邓丰, 祖亚瑞, 黄懿菲, 等. 基于行波全波形主频分量的单端定位方法研究[J]. 中国电机工程学报, 2021, 41(6): 2156-2168.  
DENG Feng, ZU Yarui, HUANG Yifei, et al. Research on single-ended fault location method based on the dominant

frequency component of traveling-wave full waveform[J]. Proceedings of the CSEE, 2021, 41(6): 2156-2168.

[15] 邓丰, 李欣然, 曾祥君. 基于全波形信息的混联线路单端行波定位方法[J]. 电工技术学报, 2018, 33(15): 3471-3485.  
DENG Feng, LI Xinran, ZENG Xiangjun. Single-ended traveling-wave-based fault location algorithm for hybrid transmission line based on the full-waveform[J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2018, 33(15): 3471-3485.

[16] 朱全聪, 翟少磊, 徐灿, 等. 电容式 CVT 电压补偿电路研究[J]. 电力电子技术, 2020, 54(12): 107-110.  
ZHU Quancong, ZHAI Shaolei, XU Can, et al. Research on capacitive CVT voltage compensation circuit[J]. Power Electronics, 2020, 54(12): 107-110.

[17] 李振华, 张阳坡, 蒋伟辉, 等. 钳形 Rogowski 线圈性能分析及误差补偿方法[J]. 电网技术, 2020, 44(3): 1121-1127.  
LI Zhenhua, ZHANG Yangpo, JIANG Weihui, et al. Research on clamp-shape Rogowski coil performance and error compensation method[J]. Power System Technology, 2020, 44(3): 1121-1127.

[18] LI Z, LÜ J, XI Y, et al. Accurate detection method of voltage traveling-wave-based on waveform inversion[J]. Electric Power Systems Research, 2020, 178.

[19] 李泽文, 杜昱东, 林依勤, 等. 结合 Tikhonov 正则化的电压行波精确检测方法[J]. 电网技术, 2019, 43(3): 1049-1055.  
LI Zewen, DU Yudong, LIN Yiqin, et al. A method of voltage wave accurate detection based on Tikhonov regularization theory[J]. Power System Technology, 2019, 43(3): 1049-1055.

[20] 雷柳, 李泽文, 夏翊翔, 等. 基于自适应黑盒反演的行波精确检测方法[J]. 电力系统自动化, 2022, 46(15): 128-135.  
LEI Liu, LI Zewen, XIA Yixiang, et al. Accurate waveform detection method for traveling wave based on adaptive black-box inversion[J]. Automation of Electric Power Systems, 2022, 46(15): 128-135.

[21] LI Z, MU L, XI Y, et al. Accurate detection method of voltage traveling waves based on frequency division inversion[J]. International Journal of Electrical Power & Energy Systems, 2021, 131.

[22] 李泽文, 任申, 贺子凝, 等. EMD 分解结合维纳滤波的电压行波精确检测方法[J]. 电力系统及其自动化学报, 2019, 31(12): 28-34.  
LI Zewen, REN Shen, HE Zining, et al. Accurate detection method for voltage traveling wave based on EMD decomposition combined with Wiener filtering[J]. Proceedings of the CSU-EPSA, 2019, 31(12): 28-34.

[23] 印兴耀, 裴松, 李坤, 等. 多尺度快速匹配追踪多域联合地震反演方法[J]. 地球物理学报, 2020, 63(9): 3431-3441.  
YIN Xingyao, PEI Song, LI Kun, et al. Seismic inversion on joint domain based on multi-scale fast matching pursuit[J]. Chinese Journal of Geophysics, 2020, 63(9): 3431-3441.

[24] 苏扬, 殷长春, 刘云鹤, 等. 基于广义模型约束的时间域航空电磁反演研究[J]. 地球物理学报, 2019, 62(2): 743-751.  
SU Yang, YIN Changchun, LIU Yunhe, et al. Inversions of time-domain airborne EM based on generalized model constraints[J]. Chinese Journal of Geophysics, 2019, 62(2): 743-751.

[25] 陈晨, 魏中浩, 徐志林, 等. 基于高斯字典原子稀疏表示的高精度宽角 SAR 成像方法[J]. 系统工程与电子技术, 2019, 41(11): 2471-2478.  
CHEN Chen, WEI Zhonghao, XU Zhilin, et al. High-precision wide angle SAR imaging method based on sparse representation of Gaussian dictionary atoms[J]. Systems Engineering and Electronics, 2019, 41(11): 2471-2478.

[26] BOYD S, PARIKH N, CHU E. Distributed optimization and statistical learning via the alternating direction method of multipliers[M]. Now Publishers Inc, 2011.

[27] BECK A, TEBOULLE M. A fast iterative shrinkage-thresholding algorithm for linear inverse problems[J]. Siam Journal on Imaging Sciences, 2009, 2(1): 183-202.

[28] 陈小斌, 赵国泽, 汤吉, 等. 大地电磁自适应正则化反演算法[J]. 地球物理学报, 2005, (4): 937-946.  
CHEN Xiaobin, ZHAO Guoze, TANG Ji, et al. An adaptive regularized inversion algorithm for magnetotelluric data[J]. Chinese Journal of Geophysics, 2005, 48(4): 937-946.

[29] 陈小斌. 大地电磁正反演新算法研究及资料处理与解释的可视化集成系统开发[D]. 北京: 中国地震局地质研究所, 2003.  
CHEN Xiaobin. New forward and algorithms and a visual intergrated system for MT data[D]. Beijing: Institute of Geology, China Earthquake Administration, 2003.

收稿日期: 2023-02-26; 修回日期: 2023-08-05

作者简介:

李鑫瑜(1999—), 女, 硕士研究生, 研究方向为电力系统微机保护与故障定位等; E-mail: 1048230566@qq.com

邓丰(1983—), 女, 通信作者, 教授, 博士生导师, 研究方向为电力系统微机保护与故障定位等。E-mail: df\_csust@126.com

(编辑 魏小丽)