

基于高斯函数-最大熵展开的风电并网系统概率潮流计算

王正宇¹, 朱林¹, 黄师禹¹, 廖梦君^{2,3}

(1. 华南理工大学电力学院, 广东 广州 510641; 2. 直流输电技术国家重点实验室(南方电网科学研究院有限责任公司), 广东 广州 510663; 3. 广东省新能源电力系统智能运行与控制企业重点实验室, 广东 广州 510663)

摘要: 为有效计及风电出力随机性对电网运行状态的影响, 在风电并网系统中提出一种基于高斯函数-最大熵原理的改进半不变量概率潮流计算方法。首先, 以高斯函数为风速分布信息的载体, 在此基础上采用改进反射核密度估计, 建立计及风速有界性的风电出力概率模型, 以便精确地求取描述风电出力随机性的各阶矩、半不变量等数字特征。然后, 基于节点电压、支路功率等状态变量的数字特征, 采用高斯函数改进最大熵模型进行状态变量的分布展开, 由高斯函数的数量和性质来计及输入侧风速分布形状对输出侧状态变量分布的影响。同时将所提改进最大熵模型的约束由积分形式转为代数形式, 提升计算效率。最后, 以 IEEE30 节点系统对所提方法进行测试, 结果证明了所提方法的有效性、准确性。

关键词: 概率潮流; 半不变量; 风速有界性; 高斯函数; 最大熵; 密度函数展开

Probabilistic load flow calculation based on Gaussian function-maximum entropy expansion for a wind power integration system

WANG Zhengyu¹, ZHU Lin¹, HUANG Shiyu¹, LIAO Mengjun^{2,3}

(1. School of Electric Power, South China University of Technology, Guangzhou 510641, China; 2. State Key Laboratory of HVDC (Electric Power Research Institute, China Southern Power Grid), Guangzhou 510663, China; 3. Guangdong Provincial Key Laboratory of Intelligent Operation and Control for New Energy Power System, Guangzhou 510663, China)

Abstract: To effectively mitigate the impact of wind power output variability on grid operation, an improved cumulant probabilistic load flow calculation method using the Gaussian function-maximum entropy principle is proposed for a wind power integration system. First, taking the Gaussian function as the carrier of wind speed distribution information, a probabilistic model of wind power output accounting for the boundedness of wind speed is developed using an improved reflectance kernel density estimation. This model can accurately derive numerical characteristics such as moments and cumulants of each order describing the stochastic nature of the wind power output. Second, based on the numerical characteristics of state variables such as node voltage and branch power, the Gaussian function is used to improve the maximum entropy model into the distribution expansion of state variables. The influence of wind speed distribution shape of the input side on the state variables distribution of output side is taken into account by using the number and the feature of Gaussian function. Concurrently, the constraint form of the enhanced maximum entropy model is transformed to an algebraic from an integral, boosting computational efficiency. Finally, the proposed method is tested with the IEEE30-bus system, and the results demonstrate the effectiveness and accuracy of the proposed method.

This work is supported by the National Natural Science Foundation of China (No. U1766213).

Key words: probabilistic load flow; cumulant; boundedness of wind speed; Gaussian function; maximum entropy; density function expansion

基金项目: 国家自然科学基金项目资助(U1766213); 广东省新能源电力系统智能运行与控制企业重点实验室开放基金项目资助(GPKLIOCNEPS-2021-KF-01); 中国南方电网有限责任公司科技项目资助(GDKJXM20198236)

0 引言

随着风电在电源结构中占比持续增长,其随机波动的特性会导致能源电力系统运行方式随机变化^[1]。

概率潮流计算是定量分析电力系统随机性的重要方法^[2-6],可分为模拟法、近似法和解析法。以蒙特卡洛(Monte Carlo)法为基础的模拟法通过随机抽样进行多次运算,精度高但耗时长,通常作为其他方法的对比验证。近似法是利用随机变量的典型值和估计点近似描述系统状态变量的数值方法,其计算量小但计算精度还有待进一步研究。解析法通过线性化潮流方程,仅需运行一次潮流计算,即可求得系统状态变量的分布信息,其中结合级数展开的半不变量法因计算简单、速度快,得到了广泛应用。

半不变量法输出的是状态变量的若干阶数字特征,为量化分析诸如电压越限、功率越限问题需将其展开为密度函数,一般通过以 Gram-Charlier 为代表的级数展开法展开得到^[7]。Gram-Charlier 级数将随机变量的分布函数展开为正态分布函数的各阶导数组成的无穷级数。当随机变量的分布函数形状为拟正态时,可取有限阶级数截断拟合。当随机变量的分布函数形状为非拟正态时,级数展开的截断误差增加,展开精度降低^[8]。显然在新能源并网系统中,随机变量的拟正态分布前提无法满足。文献[9]表明 Gram-Charlier 级数展开应用在含新能源的系统中多存在拟合误差大、分布函数形状不匹配的问题。因此,进行状态变量分布的合理展开是目前半不变量概率潮流计算的改进方向。

现有级数展开法在含新能源系统中的应用存在一定不足。文献[10-11]将最大熵的原理应用到概率潮流计算中。最大熵原理指在一定的约束条件下,当熵达到最大值时,计算得到的随机变量的概率分布最接近真实分布。经典最大熵方法利用拉格朗日乘子法导出了概率密度函数的指数形式解并构造优化问题,其指数形式解拟合分布能力有限,且计算过程需要迭代,用时较长^[12]。

此外,上述研究在改进状态变量分布展开法的计算过程中,默认风速模型服从双参数威布尔分布。但各地区风速存在资源、环境的差异,并不严格符合该假设条件。一方面,合理地描述风速随机性是概率潮流计算的基础,如文献[13-15]在概率潮流计算中采用非参数核密度估计法对实际风速数据进行拟合,无需事先假设风速近似服从的分布函数,通用性好。但常规的非参数核密度估计法存在边界偏差,不能有效计及风速的有界性。另一方面,风速

分布形状对状态变量的分布有一定的影响,需加以考虑。

基于上述分析,本文计及输入风速分布与输出状态变量分布之间的联系,在风电并网系统中提出一种基于高斯函数改进最大熵展开的半不变量概率计算方法。主要研究内容及创新如下:1)采用高斯函数结合改进反射核密度估计建立计及有界性的风速模型,提高了包含输入侧风速概率分布信息的数字特征精度;2)引入高斯函数改进经典最大熵模型的通解形式和求解方法,以有效计及输入侧随机变量分布形状对输出侧状态变量的影响,同时兼顾了展开精度和计算效率;3)无需对变量分布进行先验假设,适用于风电出力随风速波动较为复杂的场景。

1 输入随机量模型

半不变量法的输入为随机量的若干阶数字特征。对于含风电并网的电力系统,风电出力及负荷波动具有随机性,需通过概率模型描述其随机性并计算得到相应的数字特征。

1.1 风电出力概率模型

风电出力分布的若干阶数字特征需由风速的概率模型计算得到。因此,建立精确的风速概率模型,减少输入误差是十分必要的。非参数核密度估计不需要分布的先验知识和任何假设,是一种从数据样本出发,研究数据分布特征的方法^[16]。然而常规的核密度估计对于有界数据存在边界误差,用于风电场风速建模时,会出现风速拟合范围扩展出界的情况,与实际分布不符。

因此,本文采用反射核密度估计^[17]建立风速有界性模型,以区间左右边界为对称轴反射原始数据得到反射数据,基于原始数据和反射数据进行核密度估计。设随机变量 x 在区间 $[0, +\infty)$ 的原始样本为 $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$, 采用数据反射法生成样本 $-x_1, -x_2, -x_3, \dots, -x_n$, 给定区间内样本的核密度估计为

$$\hat{f}_n(x) = \frac{1}{nh} \sum_{i=1}^n \left[K\left(\frac{x+x_i}{h}\right) + K\left(\frac{x-x_i}{h}\right) \right] \quad (0 \leq x < \infty) \quad (1)$$

式中: n 为样本容量; h 为窗宽; $K(\cdot)$ 为核函数; x_i 为第 i 个样本。

由式(1)可知,在左边界 $x=0^+$ 处的密度函数值,由反射数据生成核密度函数扩展出界的部分进行补偿,改善了常规核密度估计在边界点处的拟合偏差。

根据实测数据对风速建模时,可得风速的波动区间为 $[0, b]$, 基于数据反射原理改进的非参数核密度估计模型为

$$\hat{f}_n(v) = \frac{1}{nh} \sum_{i=1}^n \left[K \left(\frac{v-v_i}{h} \right) \right] + K \left(\frac{v-v_i^-}{h} \right) + \frac{1}{nh} \sum_{i=1}^n \left[K \left(\frac{v-v_i^+}{h} \right) \right] \quad (0 \leq v \leq b) \quad (2)$$

式中: v 为风速随机变量; $v_i^- = -v_i$; $v_i^+ = 2b - v_i$; v_i 为风速样本。

文献[18]表明, 核函数的类型对拟合结果的精度影响很小, 本文选取光滑度高、可微性好的高斯函数作为核函数, 即 $K_G(x) = 1/(\sqrt{2\pi}) \exp(-x^2/2)$ 。

采用固定窗宽 h , 即窗宽不能根据局部区域样本数据稀疏程度自适应调节, 存在缺乏局部适应性的问题。对此, B. W. Silverman 提出了自适应核密度估计法^[19], 即

$$h(v_i) = h \hat{f}_n(v_i)^{-\alpha} \quad (3)$$

式中: $\hat{f}_n(v_i)$ 为在 h 下求得的先导估计; Abramson 证明最优可变窗宽与 $\hat{f}_n(v_i)^{-1/2}$ 成正比, 即 $\alpha = 1/2$ ^[20]。

可以看出, h 决定先导估计的精确性, 进而影响可变窗宽的计算。因此, 求取合适的 h 尤为重要。文献[21]指出插值(plug-in, PI)方法相较于常规经验法、交叉验证法, 求得的窗宽精确度更高、速度更快。PI 法本质是基于 MISE 或 AMISE 最小原则下, 对原始密度函数的二阶导进行替换处理。

为此, 针对本文选取的高斯核函数, 窗宽计算方法采取无需先验假设的先进插值(advanced plug-in, API)法^[22]。综上得到自适应窗宽反射核密度估计风速模型为

$$\hat{f}_n(v) = \frac{1}{nh(v_i)} \sum_{i=1}^n \left[K_G \left(\frac{v-v_i}{h(v_i)} \right) + K_G \left(\frac{v-v_i^-}{h(v_i)} \right) + K_G \left(\frac{v-v_i^+}{h(v_i)} \right) \right] \quad (0 \leq v \leq b) \quad (4)$$

建立风速有界性模型后, 风电出力仅与风速有关, 二者的特性曲线可用分段一次函数, 分段三次函数等模型描述^[23]。本文选取分段一次函数模型, 得到风电出力模型如式(5)所示。

$$P_{\text{wind}}(v) = \begin{cases} 0 & v < v_{ci} \\ k_1 v + k_2 & v_{ci} \leq v < v_r \\ P_r & v_r \leq v < v_{co} \\ 0 & v_{co} \leq v \end{cases} \quad (5)$$

式中: P_r 为风机额定出力; v_{ci} 、 v_r 和 v_{co} 分别为切入、额定和切出风速; $k_1 = P_r / (v_r - v_{ci})$; $k_2 = -k_1 v_{ci}$ 。

1.2 负荷概率模型

节点的负荷功率近似服从于正态分布^[24], 其波动随机性可表示为

$$\begin{cases} f(P) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_p} \exp \left[-\frac{(P-\mu_p)^2}{2\sigma_p^2} \right] \\ f(Q) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_q} \exp \left[-\frac{(Q-\mu_q)^2}{2\sigma_q^2} \right] \end{cases} \quad (6)$$

式中, μ_p 、 σ_p 和 μ_q 、 σ_q 分别为有功类和无功类负荷的数学期望、标准差。

2 基于高斯函数改进的最大熵展开法

基于最大熵原理的随机变量概率分布展开具有人为主观假设少, 展开精度较高的特点, 在电力系统概率潮流计算领域得到一定的应用^[25-26]。随机变量 x 的最大熵原理的数学模型如式(7)所示。

$$\begin{cases} \max H(x) = -\int_{\mathbb{R}} f(x) \ln f(x) dx \\ \text{s.t.} \int_{\mathbb{R}} f(x) dx = 1 \\ \int_{\mathbb{R}} u_i(x) f(x) dx = M_i \quad i = 1, 2, \dots, N_i \end{cases} \quad (7)$$

式中: $H(x)$ 为随机变量的信息熵; $f(x)$ 为待求变量的概率密度函数; $u_i(x)$ 为待选取的函数; M_i 为相应的数字特征; N_i 为约束条件的个数。

传统最大熵模型通过拉格朗日乘子法迭代求解, 得到含有 $u_i(x)$ 表达式的指数形式通解, 然而对 $u_i(x)$ 的选取需要一定的分布形状先验假设。

在不进行任何先验假设的条件下, 为有效计及输入变量分布形状对输出状态变量的影响, 本文提出一种结合高斯函数的最大熵展开方法, 其核心是选用与输出侧风速有界性模型相对应的高斯函数作为状态变量分布信息的载体, 并结合最大熵原理进行优化求解, 从而得到输出状态变量的密度函数。

基于高斯函数建立输出状态变量的密度函数 $f_G(x)$ 的表达式, 如式(8)所示。

$$f_G(x) = \sum_{i=1}^{n_G} \omega_i \left[\frac{1}{h_i} K_G \left(\frac{x-\mu_i}{h_i} \right) \right] \quad (8)$$

式中: ω_i 为子高斯函数权重系数; μ_i 、 h_i 分别为子高斯函数的均值和带宽; n_G 为高斯函数个数。

为保证 $f_G(x)$ 满足密度函数的基本性质, 子高斯函数的权重系数 ω_i 需要满足式(9)所示关系。

$$\sum_{i=1}^{n_G} \omega_i = 1, \text{ s.t. } 0 < \omega_i < 1 \quad (9)$$

根据最大熵原理, 构建目标函数如式(10)所示。

$$\begin{aligned} \max H(x) = & -\int_{\mathbb{R}} \sum_{i=1}^{n_G} \omega_i \left[\frac{1}{h_i} K_G \left(\frac{x-\mu_i}{h_i} \right) \right] \ln \left(\sum_{i=1}^{n_G} \omega_i \left[\frac{1}{h_i} K_G \left(\frac{x-\mu_i}{h_i} \right) \right] \right) dx \end{aligned} \quad (10)$$

同时, 根据高斯函数的性质可得状态变量的 k 阶原点矩 $M_{f,k}$ 与子高斯函数的 k 阶原点矩 $M_{i,k}$ 具有式(11)所示的线性关系。

$$M_{f,k} = \sum_{i=1}^{n_G} \omega_i M_{i,k} \quad (11)$$

各子高斯分布的 k 阶原点矩与均值、带宽的关系如式(12)所示。

$$M_{i,k} = \sum_{j=0}^k \frac{k!}{2^{\frac{k-j}{2}} j! \left(\frac{k-j}{2}\right)!} \mu_i^j h_i^{k-j}, \text{ s.t. } k-j \text{ 为偶数} \quad (12)$$

根据式(9)、式(11)和式(12)将最大熵模型的约束由积分形式化为代数形式, 可减少迭代次数, 加快求解得到子高斯函数权重系数 ω_i 、带宽 h_i 和期望 μ_i 。

由此得到基于高斯函数改进的最大熵优化模型如式(13)所示。

$$\begin{aligned} \max H(x) = & -\int_{\mathbb{R}} \sum_{i=1}^{n_G} \omega_i \left[\frac{1}{h_i} K_G \left(\frac{x - \mu_i}{h_i} \right) \right] \cdot \ln \left[\sum_{i=1}^{n_G} \omega_i \left(\frac{1}{h_i} K_G \left(\frac{x - \mu_i}{h_i} \right) \right) \right] dx \\ \text{s.t. } & \begin{cases} \sum_{i=1}^{n_G} \omega_i = 1, 0 < \omega_i < 1 \\ \sum_{i=1}^{n_G} \omega_i M_{i,k} = M_{f,k}, k = 1, 2, \dots, k_G \end{cases} \end{aligned} \quad (13)$$

式中, k_G 为原点矩的总阶数。

为计及风速分布形状对状态变量分布的影响, 由式(14)确定高斯函数的个数。

$$n_G = \max(\lceil k/3 \rceil, m_w) \quad (14)$$

式中: m_w 为输入随机变量分布的波峰个数; $\lceil \cdot \rceil$ 为向上取整函数。

在此基础上, 对于式(13)所示的非线性最优化问题, 可采用诸如序列二次规划法进行求解^[27]。

3 基于高斯函数改进的概率潮流计算

本文所提方法的核心在于无需变量分布的先验假设, 以高斯函数为变量分布信息的载体, 在“密度函数-数字特征-密度函数”的转换过程中, 利用高斯函数的性质保留随机变量分布形状信息, 减小输入误差, 提高输出展开精度。流程如图1所示。具体计算步骤如下。

步骤①: 基于地区历史风速数据, 采用式(4)所示的基于高斯函数的改进反射核密度估计法建立计及有界性的风速模型。

步骤②: 根据式(5)所示的风电场风速与有功出力模型求取风电场有功出力, 由式(15)求取风电出力分布的 k 阶原点矩 $E(P_{\text{wind}}^k)$ 。同时, 负荷波动按正态

分布, 有功类负荷和无功类负荷的 k 阶原点矩 $E(P^k)$ 和 $E(Q^k)$ 按式(16)求取。再由原点矩和半不变量的关系计算相应输入变量的 k 阶半不变量 $\Delta W^{(k)}$ 。

$$E(P_{\text{wind}}^k) = \int_{v_{\text{ci}}}^{v_r} (k_1 v + k_2)^k f(v) dv + \int_{v_r}^{v_{\text{co}}} (P_r)^k f(v) dv \quad (15)$$

$$\begin{cases} E(P^k) = \int (P)^k f(P) dP \\ E(Q^k) = \int (Q)^k f(Q) dQ \end{cases} \quad (16)$$

步骤③: 基于网络拓扑参数、负荷功率, 运行一次基准潮流计算。将极坐标系下电力系统潮流模型在基准点处进行线性化, 得到表示节点电压的幅值、相角与节点有功功率、无功功率关系的雅可比矩阵 J_0 , 表示线路功率对节点电压的灵敏度矩阵 G_0 。

步骤④: 运用半不变量法, 根据半不变量的齐次可加性, 由式(17)计算电力系统节点电压和线路功率的 k 阶半不变量 $\Delta X^{(k)}$ 、 $\Delta Z^{(k)}$ 。

$$\begin{cases} \Delta X^{(k)} = (J_0^{-1})^{(k)} \Delta W^{(k)} \\ \Delta Z^{(k)} = (G_0 J_0^{-1})^{(k)} \Delta W^{(k)} \end{cases} \quad (17)$$

步骤⑤: 由系统状态变量的各阶半不变量得到相应的 k 阶矩, 作为式(13)所示模型的约束, 依据式(14)计算得到高斯函数的个数后, 求解得到状态变量的概率密度函数。

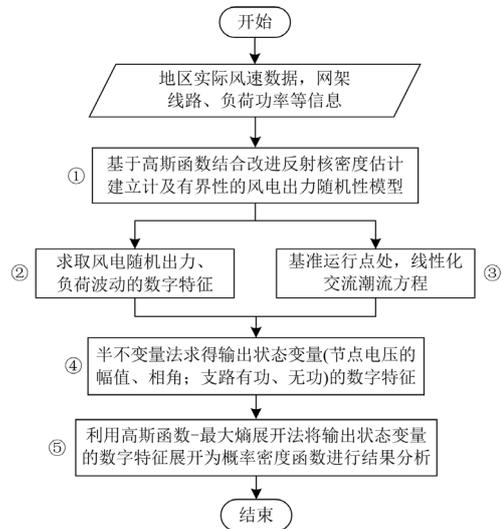


图1 本文改进半不变量潮流计算流程图

Fig. 1 Flow chart of improved cumulant probabilistic load flow

4 算例分析

仿真平台采用 AMD Ryzen 7 5800X, 运行内存为 16.0 GB。程序开发平台为 Matlab 2021a。

4.1 风电出力模型分析

本文基于某风电场实测风速数据, 分别使用常规核密度估计法、反射核密度估计法和本文方法进行建模, 结果对比如图2所示。

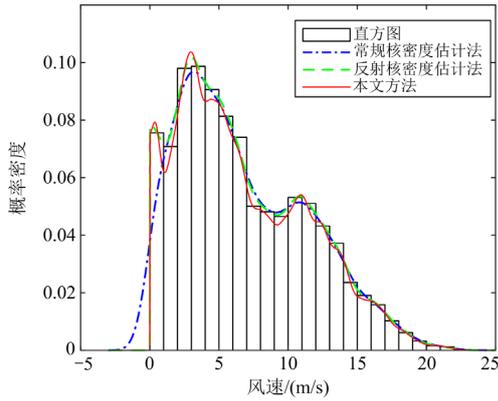


图2 不同风速概率密度模型拟合对比

Fig. 2 Comparison of different wind speed probability density model fitting

由图2可以看出, 本文所提方法建立的风速模型相较于反射核密度估计能有效计及数据疏密变化; 相较于经典核密度估计法计及了风速的有界性, 更符合风速分布的实际情况。

为更直观地分析各方法的拟合精度, 以均方根误差 V_{RMSE} 作为衡量指标, 如式(18)所示。分析风速概率理论模型与历史直方图之间的差异, 结果如表1所示。

$$V_{\text{RMSE}} = \sqrt{\frac{1}{m} \sum_{i=1}^m (p_i - y_i)^2} \quad (18)$$

式中: m 为划分区间数; p_i 为风速的理论估计值; y_i 为直方图在第 i 个区间的概率。

由表1可以看出本文所提方法的拟合误差分别为反射核密度估计法、常规核密度估计的 73.5%、42.6%。

表1 不同风速概率模型误差对比

Table 1 Comparison of the errors of different wind speed probability models

分布拟合类型	区间数/(m/个)	V_{RMSE}
常规核密度估计	230	0.009 03
反射核密度估计	230	0.005 24
本文所提方法	230	0.003 85

由上述分析可知, 本文所提风速建模方法能有效计及风速的有界性, 提高建模精度。

4.2 IEEE30 节点系统概率潮流

为进一步验证本文所提改进概率潮流计算方法, 算例选取 IEEE30 节点网络, 负荷波动按正态分布, 其确定性原数据作为期望, 负荷的标准差取期望的 10%。在网络的末端节点 24 接入 25 台额定功率为 2 MW 的风机, 如图 3 所示。风机的恒定功率因素为 0.98, 额定风速为 11 m/s, 切入风速为 1 m/s, 切出风速为 25 m/s。

在采用改进反射核密度估计法获得风速模型

后, 考虑计算时间和精度, 以 20000 次蒙特卡洛模拟计算结果作为参考值, 验证所提高斯函数改进半不变量法的有效性和准确性。

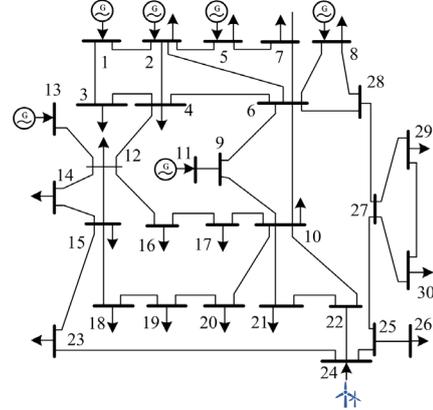


图3 IEEE30 节点系统图

Fig. 3 Structure of IEEE30-bus system

本文在高斯函数-最大熵展开法中, 以 6 阶数字特征为约束, 输入侧随机变量分布的波峰个数为 3, 依据式(14)计算得高斯函数的个数为 3, 即与输入侧风速分布的 3 个波峰相对应。同时选择基于 A 型 Gram-Chalier(A-type Gram-Chalier, AGC)级数展开的半不变量概率潮流法、基于 $u_i(x) = x^i$ 的经典最大熵展开半不变量概率潮流法与本文所提方法进行展开精度的对比。

3 种方法下系统的 PQ 节点的电压幅值、相角、线路的有功和无功功率的状态变量展开误差对比如表 2 所示。状态变量展开误差由概率潮流计算结果的误差和的根均值表示, 如式(19)所示。

$$A_{\text{RMSE}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (f_i - M_i)^2}{N}} \quad (19)$$

式中: N 为被选取用于计算误差的函数值的总点数, 取 10 000; M_i 和 f_i 分别为蒙特卡洛法和上述 3 种方法计算得到的概率密度函数第 i 点的值。

表2 状态变量展开误差对比

Table 2 Comparison of state variable expansion errors

状态变量		$A_{\text{RMSE}} / 10^{-4}$					
		风电场相邻节点、线路			风电场不相邻节点、线路		
		本文方法	AGC级数展开	经典最大熵法	本文方法	AGC级数展开	经典最大熵法
电压	平均值	0.125	4.413	3.612	0.113	0.265	0.146
	幅值	0.125	4.413	3.612	0.289	0.417	0.313
电压	平均值	0.114	2.251	1.236	0.104	0.304	0.147
	相角	0.114	2.251	1.236	0.163	0.472	0.243
线路	平均值	0.143	3.624	2.947	0.139	0.254	0.158
	有功	0.192	4.358	3.338	0.184	0.350	0.223
线路	平均值	0.223	0.335	0.273	0.189	0.356	0.255
	无功	0.276	0.435	0.367	0.256	0.712	0.332

对本文方法、经典最大熵法、AGC 级数展开法求得的状态变量分布进行对比分析。状态变量可分为与风电场相邻、与风电场不相邻两种类型进行讨论，其中风电场相邻的负荷节点仅有节点 23、相邻线路为线路 23-24，22-24，25-24。

由表 2 可以看出，3 种方法在风电场不相邻节点、线路的状态变量展开精度无明显差距，计算结果精度由低到高分别为 AGC 展开法、经典最大熵法、本文方法。原因是与风电场不相邻节点、线路受风电场出力波动影响较小，服从正态分布，3 种方法展开精度都较高，其中本文所提方法相较于其他方法在展开精度上仍有一定的提升。

在对风电场相邻节点、线路的状态变量进行展开时，线路无功受风电场出力影响较小，受负荷波动影响服从正态分布，因此本文方法相较于其他方法在线路无功的计算结果上并无明显差异。但电压幅值、电压相角和线路有功的平均误差与最大误差均远小于 AGC 级数展开法及经典最大熵法，其中节点 23 电压幅值概率密度函数的误差相较于级数展开法和经典最大熵法分别减小了 97.2%、96.5%。

为更好地观察各方法下的概率潮流结果，分析误差原因，图 4—图 6 分别绘制了与风电场不相邻节点 16 电压幅值、相邻节点 23 电压幅值、相邻线路 23-24 有功在本文方法、AGC 级数展开法、经典最大熵法和蒙特卡洛法下的概率密度函数曲线。

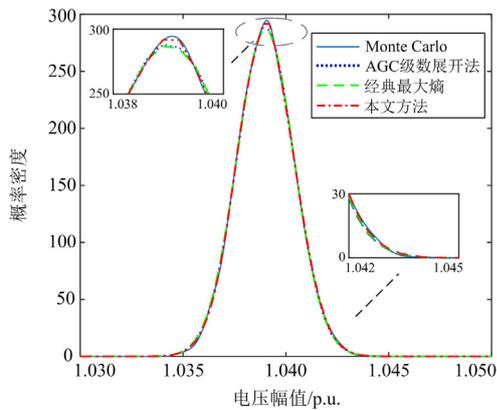


图 4 节点 16 电压幅值概率密度曲线

Fig. 4 Voltage amplitude probability density curve of node 16

由图 4 可以看出，由于节点 16 与风电并网节点没有直接相连，负荷功率波动服从正态分布，3 种方法展开得到的节点 16 的电压幅值概率密度函数曲线与蒙特卡洛法所得曲线都很接近，本文所提方法的误差为 0.00126%、AGC 级数展开法的误差为 0.00374%、经典最大熵展开法的误差为 0.00153%。在函数曲线的波峰处，本文方法较 AGC 级数展开法、经典最大熵法与蒙特卡洛法曲线更为接近。

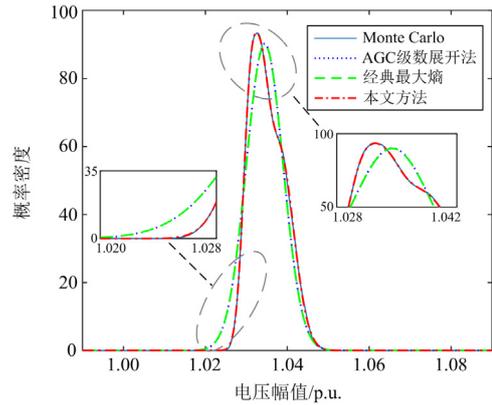


图 5 节点 23 电压幅值概率密度曲线

Fig. 5 Voltage amplitude probability density curve of node 23

由图 5 可以看出，与风电并网节点 24 直接相连的节点 23 受风电功率波动的影响，其电压幅值密度函数曲线不服从正态分布，由 AGC 级数展开法与最大熵法得到的节点 23 电压幅值密度函数曲线在峰值和尾部区域与蒙特卡洛法所得曲线差异较大。而由本文所提方法展开得到的节点 23 电压幅值密度函数曲线与蒙特卡洛法所得曲线十分接近，3 种方法的误差如表 2 所示，分别为 0.04413%、0.03612%、0.00125%。上述分析表明，本文所提方法在随机变量分布形状不满足正态分布时，也具有较高的展开精度，能有效计及风电出力波动性对节点电压造成的影响。

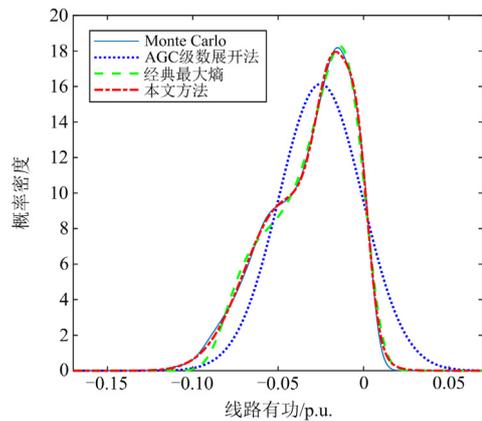


图 6 线路 23-24 有功概率密度函数曲线

Fig. 6 Line 23-24 active probability density function curve

由图 6 可以看出，与风电并网节点 24 直接相连的线路 23-24 有功受风电功率波动的影响，其密度函数曲线不服从正态分布，AGC 级数展开法与经典最大熵法展开所得曲线整体拟合精度较低，而本文所提方法展开精度最高，展开结果与蒙特卡洛法结果最为接近。本文所提方法能有效计及线路功率的波动，与 AGC 级数展开法以及经典最大熵展开法

的误差分别为 0.00192%、0.04358%和 0.03376%。

综上, 在风速波动复杂, 不满足拟正态分布的条件下, 本文所提方法能有效计及风速分布形状对状态变量分布的影响, 相较于 AGC 级数展开法和经典最大熵法仍有较高的计算精度。

4.3 所提方法性能验证

为对比分析本文方法的运算效率, 在上述 IEEE30 节点系统中, 将 3 种方法计算得到的节点和支路状态变量密度函数时间和蒙特卡洛法(20 000 次抽样)进行对比, 结果如表 3 所示。

表 3 运算时间对比

Table 3 Comparison of operation time

本文方法	经典最大熵法	AGC 级数展开法	蒙特卡洛法
2.17	3.51	0.51	79.52

可以看出, 本文方法在运算速度相较于经典最大熵法和蒙特卡洛法有明显的提高。在有限阶数字特征的约束条件下, 本文方法与经典最大熵法相比, 改变了通解形式, 简化了约束条件, 提高了计算精度与速度。综合考虑计算精度和计算效率, 本文所提方法具有比较明显的优势。

此外, 由 4.2 节分析可知, 与风电场不相邻的节点、线路受风电出力波动影响较小。为进一步提高运算效率, 可以将节点和线路的状态变量分为与风电场相邻和不相邻两组, 不相邻的一组采用 AGC 级数展开法, 相邻的一组采用本文所提高斯函数改进最大熵展开法进行输出状态变量分布展开。仿真结果表明, 采用上述策略的整体计算耗时由 2.17 s 降为 0.94 s, 与采用 AGC 级数展开法的整体计算耗时接近, 同时也能保证各个节点和支路的状态变量密度函数计算精度。

5 结论

本文提出了一种基于高斯函数改进的半不变量潮流计算方法, 用于含风电的电力系统概率潮流计算, 主要改进及结论如下。

1) 无需任何变量分布先验假设, 计及了输入风速模型分布与输出状态变量分布之间的关系, 以高斯函数为变量分布信息的载体, 在“密度函数-数字特征-密度函数”的转换过程中保留随机变量分布信息。

2) 采用改进反射核密度估计建立了风电场风速的概率模型, 考虑了风速的有界性, 提高了建模的精确性和实用性。

3) 提出了基于高斯函数-最大熵的密度函数展开法, 利用高斯函数的拟合能力将状态变量的有限阶数字特征展开为密度函数的形式。通过选取高斯函数的个数, 来计及输入侧风速分布形状对输出状

态变量的影响, 同时由高斯函数的性质可以将最大熵模型的约束简化为代数形式, 提高展开精度的同时也兼顾了计算效率。

仿真验证了本文所提方法通用性强, 计算精度高、速度快, 适用于风电并网系统中进行概率潮流计算, 分析风电出力的随机性对系统造成的影响。后续研究将对风电场间的出力相关性加以考虑, 将本文所提方法应用在含多风电场的实际地区电网中, 分析风电出力的相关性对系统造成的影响。

参考文献

- [1] FU X, WU X, ZHANG C, et al. Planning of distributed renewable energy systems under uncertainty based on statistical machine learning[J]. Protection and Control of Modern Power Systems, 2022, 7(4): 619-645.
- [2] BORKOWSKA B. Probabilistic load flow[J]. IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, 1974, PAS-93(3): 752-759.
- [3] HAJIAN M, ROSEHART W D, ZAREIPOUR H. Probabilistic power flow by Monte Carlo simulation with Latin supercube sampling[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2013, 28(2): 1550-1559.
- [4] 董博, 李鹏, 富晓鹏, 等. 基于改进增广节点方程的柔性互联配电网统一潮流计算方法[J]. 电力系统自动化, 2021, 45(8): 22-31.
DONG Bo, LI Peng, FU Xiaopeng, et al. Unified power flow calculation method of flexible interconnected distribution network based on modified augmented nodal equation[J]. Automation of Electric Power Systems, 2021, 45(8): 22-31.
- [5] ZHANG Pei, LEE S T. Probabilistic load flow computation using the method of combined cumulants and Gram-Charlier expansion[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2004, 19(1): 676-682.
- [6] 那广宇, 魏俊红, 王亮, 等. 基于 Gram-Charlier 级数的含风电电力系统静态电压稳定概率评估[J]. 电力系统保护与控制, 2021, 49(3): 115-122.
NA Guangyu, WEI Junhong, WANG Liang, et al. Probabilistic evaluation of power system static voltage stability with wind power uncertainty based on the Gram-Charlier expansion[J]. Power System Protection and Control, 2021, 49(3): 115-122.
- [7] HALD A. The early history of the cumulants and the Gram-Charlier series[J]. International Statistical Review, 2000, 68(2): 137-153.
- [8] 毛锐, 袁康龙, 钟杰峰, 等. 基于概率潮流法的含分布式光伏的配电网电压状态评估[J]. 电力系统保护与控制, 2019, 47(2): 123-130.
MAO Rui, YUAN Kanglong, ZHONG Jiefeng, et al. Distribution network voltage state assessment with distributed generation based on probabilistic power flow method[J]. Power System Protection and Control, 2019, 47(2): 123-130.

- [9] 高元海, 王淳. 级数展开法拟合概率潮流分布函数的局限及改进[J]. 中国电机工程学报, 2021, 41(17): 5900-5911.
GAO Yuanhai, WANG Chun. Limitation analysis and improvement for series expansion methods to fit the distribution function of probabilistic power flow[J]. Proceedings of the CSEE, 2021, 41(17): 5900-5911.
- [10] SUI Bingyan, HOU Kai, JIA Hongjie, et al. Maximum entropy based probabilistic load flow calculation for power system integrated with wind power generation[J]. Journal of Modern Power Systems and Clean Energy, 2018, 6(5): 1042-1054.
- [11] BIAN Qiaoyan, QIU Yutao, WU Wenlian, et al. Generation dispatch method based on maximum entropy principle for power systems with high penetration of wind power[J]. Journal of Modern Power Systems and Clean Energy, 2018, 6(6): 1213-1222.
- [12] 黄乾坤, 吴娅辉. 最大熵原理及改进方法的研究现状[J]. 计测技术, 2022, 42(1): 9-17.
HUANG Qiankun, WU Yahui. Research status of the maximum entropy principle and improved methods[J]. Metrology & Measurement Technology, 2022, 42(1): 9-17.
- [13] 齐金山, 姚良忠, 廖思阳, 等. 高比例新能源电力系统静态电压稳定裕度在线概率评估[J]. 电力系统保护与控制, 2023, 51(5): 47-57.
QI Jinshan, YAO Liangzhong, LIAO Siyang, et al. Online probabilistic assessment of static voltage stability margin for power systems with a high proportion of renewable energy[J]. Power System Protection and Control, 2023, 51(5): 47-57.
- [14] 徐玉琴, 陈坤, 聂暘. 基于非参数核密度估计的风速短期相依模型[J]. 太阳能学报, 2017, 38(2): 450-456.
XU Yuqin, CHEN Kun, NIE Yang. Temporal time dependence model of wind speed series based on non-parametric kernel density estimation method[J]. Acta Energetica Solaris Sinica, 2017, 38(2): 450-456.
- [15] 饶志, 杨再敏, 蒙文川, 等. 基于改进型非参数核密度估计法的南方区域风电出力特性分析[J]. 电网与清洁能源, 2022, 38(6): 81-88, 97.
RAO Zhi, YANG Zaimin, MENG Wenchuan, et al. An analysis of wind power output characteristics in southern China region based on improved non-parametric kernel density estimation[J]. Power System and Clean Energy, 2022, 38(6): 81-88, 97.
- [16] 杜宇龙, 徐天奇, 李琰, 等. 基于自适应扩散高斯核密度风电预测误差估计的风火联合优化调度研究[J]. 电力系统保护与控制, 2022, 50(21): 11-21.
DU Yulong, XU Tianqi, LI Yan, et al. Wind-fire joint optimal dispatching based on adaptive diffusion Gaussian kernel density wind farm output power forecast error estimation[J]. Power System Protection and Control, 2022, 50(21): 11-21.
- [17] SCHUSTER, EUGENE F. Incorporating support constraints into non-parametric estimators of densities[J]. Communications in Statistics Theory & Methods, 1985, 14(5): 1123-1136.
- [18] 吴振威, 蒋小平, 马会萌. 基于非参数核密度估计法的光伏出力随机分布模型[J]. 中国电力, 2013, 46(9): 126-130.
WU Zhenwei, JIANG Xiaoping, MA Huimeng. Random distribution model of photovoltaic output based on non-parametric kernel density estimation method[J]. Electric Power, 2013, 46(9): 126-130.
- [19] SILVERMAN B W. Density estimation for statistics and data analysis[M]. Chapman and Hall, 1986.
- [20] ABRAMSON I S. On bandwidth estimation in kernel estimators—a square root law[J]. The Annals of Statistics, 1982, 10: 1217-1223.
- [21] ANNALS T. Bandwidth selection: classical or plug-in?[Z]. Loader Lucent Technologies, 1999.
- [22] BOTEV Z I. Kernel density estimation via diffusion[J]. Annual Statistics, 2010, 38(5): 2916-2957.
- [23] 杨茂, 杨琼琼. 风电机组风速-功率特性曲线建模研究综述[J]. 电力自动化设备, 2018, 38(2): 34-43.
YANG Mao, YANG Qiongqiong. Review of modeling of wind speed-power characteristic curve for wind turbine[J]. Electric Power Automation Equipment, 2018, 38(2): 34-43.
- [24] 蔡德福, 钱斌, 陈金富, 等. 含电动汽车充电负荷和风电的电力系统动态概率特性分析[J]. 电网技术, 2013, 37(3): 590-596.
CAI Defu, QIAN Bin, CHEN Jinfu, et al. Analysis on dynamic probabilistic characteristic of power grid connected with electric vehicle charging load and wind power[J]. Power System Technology, 2013, 37(3): 590-596.
- [25] 曾江, 蔡东阳, 黄德华. 基于半不变量及最大熵的概率谐波潮流算法[J]. 电力系统自动化, 2018, 42(13): 169-174.
ZENG Jiang, CAI Dongyang, HUANG Dehua. Probabilistic harmonic power flow algorithm based on cumulant and maximum entropy[J]. Automation of Electric Power Systems, 2018, 42(13): 169-174.
- [26] 张儒峰, 姜涛, 李国庆, 等. 基于最大熵原理的电-气综合能源系统概率能量流分析[J]. 中国电机工程学报, 2019, 39(15): 4430-4440.
ZHANG Rufeng, JIANG Tao, LI Guoqing, et al. Maximum entropy based probabilistic energy flow calculation for integrated electricity and natural gas systems[J]. Proceedings of the CSEE, 2019, 39(15): 4430-4440.
- [27] LUENBERGER D G, YE Y. Linear and nonlinear programming[M]. Reading, MA: Addison-wesley, 2016.

收稿日期: 2023-03-31; 修回日期: 2023-08-25

作者简介:

王正宇(1999—), 男, 硕士研究生, 主要研究方向为风电并网控制; E-mail: 202020114196@mail.scut.edu.cn

朱林(1979—), 男, 通信作者, 副教授, 博士, 主要研究方向为电力系统稳定与控制、直流输电技术以及新能源并网; E-mail: zhul@scut.edu.cn

黄师禹(2000—), 女, 硕士研究生, 主要研究方向为新能源建模。E-mail: huangshiyu0111@qq.com

(编辑 张颖)