

DOI: 10.19783/j.cnki.pspc.211718

基于正交多项式拟合的 PMU 现场测试参考值计算方法

朴哲鲲^{1,2}, 刘灏², 许苏迪², 毕天姝²

(1. 国网沈阳供电公司, 辽宁 沈阳 110811; 2. 新能源电力系统国家重点实验室(华北电力大学), 北京 102206)

摘要: 为给现场运行的同步相量测量装置(phasor measurement unit, PMU)性能分析提供准确的相量参考值, 保证其数据质量, 提出了基于正交多项式拟合的高精度相量测量方法。该方法利用 Legendre 多项式的正交性特点, 对信号模型进行 Legendre 多项式拟合, 以此来构建一种基于 Legendre 多项式的正交拟合相量模型。在此基础上, 通过分析对比不同拟合参数求解方法的复杂度, 提出了基于 Cholesky 分解的相量参考值计算方法, 为非线性拟合参数求解计算量大的问题提供一种新的解决方法, 并通过迭代修正来保证测量精度。进一步地, 根据分析揭示的最优窗长和拟合阶数, 实现算法的高精度测量和高效率计算。仿真与硬件测试表明, 测量精度均满足标准要求 10 倍及以上, 可在硬件中实时稳定运行, 并为 PMU 现场测试校准提供参考值。

关键词: 同步相量测量装置; PMU 现场测试; Legendre 多项式拟合; Cholesky 分解; 相量测量方法

Calculation method of a PMU field test reference value based on orthogonal polynomial fitting

PIAO Zhekun^{1,2}, LIU Hao², XU Sudi², BI Tianshu²

(1. State Grid Shenyang Power Supply Company, Shenyang 110811, China; 2. State Key Laboratory of Alternate Electrical Power System with Renewable Energy Sources (North China Electric Power University), Beijing 102206, China)

Abstract: To provide an accurate phasor reference value for the performance analysis of a synchronous phasor measurement unit (PMU) running on site and to ensure its data quality, a high-precision phasor measurement method based on orthogonal polynomial fitting is proposed. This method uses the orthogonality of Legendre polynomials to fit the signal model, so as to construct an orthogonal fitting phasor model. By analyzing and comparing the complexity of different fitting parameter solution methods, a phasor reference value calculation method based on Cholesky decomposition is proposed. This provides a new solution for the problem of a large amount of calculation of nonlinear fitting parameters, and ensures the measurement accuracy through iterative correction. Further, according to the optimal window length and fitting order revealed by the analysis, a high-precision measurement and efficient calculation of the algorithm are realized. The simulation and hardware test show that the measurement accuracy meets the standard requirements by a factor of 10 or more. It can run stably in real time on the hardware and provide reference values for PMU field test and calibration.

This work is supported by the National Natural Science Foundation of China (No. 51627811 and No. 51725702).

Key words: phasor measurement units; PMU field test; Legendre polynomial fitting; Cholesky decomposition; phasor measurement method

0 引言

近年来, 随着大规模新能源的并网和电力电子装置的频繁接入^[1-3], 以新能源为主体的新型电力系统对电网的动态感知提出了更高的要求。同步相量测量装置(phasor measurement unit, PMU)因其具有实

时性、快速性的特点, 已成为电网监测和感知的重要手段之一^[4-6]。我国目前已经安装了约 4000 台 PMU, 而这些 PMU 的数据质量直接影响到电力系统监测的可靠性以及基于 PMU 应用^[7-10]的有效性。因此其数据质量能否满足现在新型电力系统动态监测的要求有待研究。近年来也发生过多起早期未经测试的现场 PMU, 受高频谐波和频率偏差的影响, 导致低频振荡误报的事件发生, 且现场信号也呈现出更多

基金项目: 国家自然科学基金项目资助(51627811, 51725702)

的动态变化^[9], 因此有必要对现场的 PMU 进行现场测试与校准, 以满足电网监测的正确性和可靠性。

迄今为止, PMU 测试系统分为两类, 第一类是基于高精度信号源的测试系统^[11-12], 第二类是基于高精度校准器的测试系统^[13]。第一类测试系统, 参考值为信号源生成的理论值, 与待测 PMU 的量测值进行比较分析, 在 PMU 现场测试中, 若信号源变为现场信号, 会导致待测 PMU 失去理论参考值, 因此现场测试无法使用该类测试系统。

第二类测试系统, 参考值为校准器输出的量测值, 并不依赖于信号源, 当信号源变成现场信号时, 该类系统仍可为待测 PMU 提供参考值。因此现场测试时, 可将校准器并入电网, 与现场待测 PMU 并列运行, 对待测 PMU 进行测试与校准。以校准器的量测值作为待测 PMU 的参考值, 对参考源的精度提出了更高的要求, 即不低于 PMU 标准的 10 倍及以上^[14], 因此如何解决校准器的测量精度是该类测试系统最重要的问题。

一般的 PMU 算法, 如改进傅里叶变换(discrete fourier transform, DFT)算法^[15]、Taylor 最小二乘法^[16]、Kalman 滤波算法^[17]和基于小波分析的算法^[18]等, 计算量小, 更注重快速性、同步性, 无法满足各种测试类型的校准要求。文献[19]提出了校准器的频域相量算法, 但算法使用的模型仍是静态相量模型, 对于动态信号无法准确地跟踪测量, 不满足 PMU 标准要求^[20]。文献[21-22]提出了基于非线性回归模型的校准器算法, 该方法对不同测试信号建立不同的信号模型, 当模型与实际信号不符时, 测量精度会有所下降。文献[23]提出了通用拟合模型的校准器算法, 该方法精度高, 但过程中使用了迭代计算的方式, 计算量大, 难以在硬件中长期稳定运行。因此, 需提出一种适用于 PMU 现场测试的校准器算法, 同时兼顾计算精度与计算效率, 可在硬件中长时间稳定运行。

本文提出了一种基于正交多项式拟合的校准器相量算法。该方法通过建立 Legendre 多项式拟合模型, 构建出具有部分正交性的拟合矩阵, 并对参数进行等效变换。在此基础上, 提出了基于 Cholesky 分解迭代求解待定拟合参数的方法, 在高阶数和迭代计算保证测量精度的同时, 降低了计算的复杂度, 减小了硬件负担。该方法的精度和实用性经实验验证后得到了证实。

1 基于 Legendre 多项式的信号模型建立

1.1 Legendre 多项式拟合信号模型

现场电力系统信号可表征为

$$y(t) = x(t) + \eta(t) = \sqrt{2}a(t)\cos(2\pi f_0 t + \varphi(t)) + \eta(t) \quad (1)$$

式中: $x(t)$ 为基波信号; $\eta(t)$ 为现场干扰信号; $a(t)$ 和 $\varphi(t)$ 分别为随时间动态变化的幅值和初相角, 当 $a(t)$ 和 $\varphi(t)$ 不随时间变化时, 信号为稳态信号; f_0 为基波频率。

由于可设计相应的带通滤波器来消除干扰信号的影响, 因此现只考虑基波信号, 对基波信号 $x(t)$ 进行三角展开, 可得

$$\begin{aligned} x(t) &= \sqrt{2}a(t)\cos(2\pi f_0 t + \varphi(t)) = \\ &\sqrt{2}a(t)\cos\varphi(t)\cos(2\pi f_0 t) - \\ &\sqrt{2}a(t)\sin\varphi(t)\sin(2\pi f_0 t) \end{aligned} \quad (2)$$

式(2)中 $a(t)$ 和 $\varphi(t)$ 在实际现场信号中的具体形式都是未知的, 且 $a(t)\cos\varphi(t)$ 和 $a(t)\sin\varphi(t)$ 具有非线性的特点, 难以进行求解。

因此利用 Legendre 多项式具有正交性的优势, 对 $a(t)\cos\varphi(t)$ 和 $a(t)\sin\varphi(t)$ 进行 Legendre 多项式展开, 来逼近真实信号, 以便后续计算。则式(2)变为

$$\begin{aligned} x(t) &\approx \sqrt{2}(a_0 L_0(t) + a_1 L_1(t) + \dots + a_n L_n(t))\cos(2\pi f_0 t) - \\ &\sqrt{2}(b_0 L_0(t) + b_1 L_1(t) + \dots + b_n L_n(t))\sin(2\pi f_0 t) \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} a(t)\cos\varphi(t) &\approx a_0 L_0(t) + a_1 L_1(t) + \dots + \\ &a_i L_i(t) + \dots + a_n L_n(t) \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} a(t)\sin\varphi(t) &\approx b_0 L_0(t) + b_1 L_1(t) + \dots + \\ &b_i L_i(t) + \dots + b_n L_n(t) \end{aligned} \quad (5)$$

式中: a_i 和 b_i 为 Legendre 多项式系数; n 为拟合阶数, 利用递推公式可求出各阶 Legendre 多项式; $L_i(t)$ 为 i 阶 Legendre 多项式, $L_0(t) = 1$; $L_1(t) = t$ 。递推公式^[26]为

$$(n+1)L_{n+1}(t) = (2n+1)tL_n(t) - nL_{n-1}(t) \quad (6)$$

则基波相量可表示为

$$X(t) = a(t)e^{j\varphi(t)} \quad (7)$$

式中, $X(t)$ 为基波相量。结合式(2)、式(4)和式(5)可得基波幅值 $a(t)$ 和初相角 $\varphi(t)$ 为

$$a(t) = \sqrt{P(t)^2 + R(t)^2} \quad (8)$$

$$\varphi(t) = \arctan\left(\frac{-R(t)}{P(t)}\right) \quad (9)$$

式中:

$$P(t) = a(t)\cos\varphi(t) \approx a_0 L_0(t) + a_1 L_1(t) + \dots + a_n L_n(t);$$

$$R(t) = a(t)\sin\varphi(t) \approx b_0 L_0(t) + b_1 L_1(t) + \dots + b_n L_n(t)。$$

1.2 信号模型的 Legendre 矩阵形式

将式(3)写成向量相乘的形式, 如式(10)所示。

$$x(t) \approx \mathbf{pH} = \mathbf{p} \begin{bmatrix} \mathbf{q} \\ \mathbf{r} \end{bmatrix} \quad (10)$$

式中: \mathbf{H} 为待定拟合参数组成的列向量, 为 $(2n+2) \times 1$ 阶; $\mathbf{q} = [a_0, a_1, \dots, a_n]^T$; $\mathbf{r} = [b_0, b_1, \dots, b_n]^T$; \mathbf{p} 为由 i 阶 Legendre 多项式和余弦函数组成的行向量, 为 $1 \times (2n+2)$ 阶向量。为了简化起见, 令 $C = \cos(2\pi f_i \tau)$, $S = \sin(2\pi f_i \tau)$ 。具体形式为

$$\mathbf{p} = [L_0(\tau_0)C, L_1(\tau_0)C, -L_0(\tau_0)S, L_1(\tau_0)S, \dots, -L_n(\tau_0)S]$$

由于时间 t 是时间窗内离散化序列, 因此将式(10)写成矩阵形式, 即

$$x(\mathbf{t}) \approx \mathbf{PH} = \mathbf{P} \begin{bmatrix} \mathbf{q} \\ \mathbf{r} \end{bmatrix} \quad (11)$$

式中: $x(\mathbf{t})$ 为时间窗内的数据, 时间 \mathbf{t} 为列向量

$\begin{bmatrix} 0, \frac{1}{f_s}, \frac{2}{f_s}, \dots, \frac{N-1}{f_s} \end{bmatrix}^T$; 窗长为 N/f_s , N 为窗内采样点的数量, f_s 为采样频率; \mathbf{P} 为 $N \times (2n+2)$ 阶拟合矩阵, 具体形式为

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} L_0(\tau_0)C, L_1(\tau_0)C, -L_0(\tau_0)S, L_1(\tau_0)S, \dots, -L_n(\tau_0)S \\ L_0(\tau_1)C, L_1(\tau_1)C, -L_0(\tau_1)S, L_1(\tau_1)S, \dots, -L_n(\tau_1)S \\ \mathbf{M} & \mathbf{M} & \mathbf{M} & \mathbf{M} \\ L_0(\tau_{N-1})C, L_1(\tau_{N-1})C, -L_0(\tau_{N-1})S, L_1(\tau_{N-1})S, \dots, -L_n(\tau_{N-1})S \end{bmatrix} \quad (12)$$

式中, τ 为 t 进行坐标变换后的值, 原因是时间 t 的定义域为时间窗的首末两端 a 和 b , 而 Legendre 多项式在定义域内的取值为 $[-1, 1]$, 变化公式为

$$\tau = (2t - a - b)/(b - a) \quad (13)$$

i 阶 Legendre 多项式 $L_i(t)$ 可通过式(6)的递推公式离线求出, 属于已知量, 若得到 C 和 S 中的 f_i , 则矩阵 \mathbf{P} 为一个常系数矩阵。 f_i 可通过迭代的方式求解, 具体过程见 2.1 节。

原则上横纵坐标的函数关系为 $x(t) = g(t, f_0)$, 以幅值为 57.73 V、初相角为 0° 、采样率为 5 kHz 为例, 则 $x(t) = \sqrt{2} \times 57.73 \times \cos(2\pi f_0 t)$, 如图 1 所示, 其中波形频率为基频 $f_0 = 50$ Hz, 窗长为 3 个基频周波(300 个采样点)。若时间 t 坐标变换为 τ 坐标后, 波形频率仍为基频 f_0 , 函数关系为 $x(\tau) = g(\tau, f_0)$, $x(\tau) = \sqrt{2} \times 57.73 \times \cos(2\pi f_0 \tau)$, 可以看出, $x(\tau)$ 不再与采样值 $x(t)$ 相等, 为了保证横坐标变换前后 $x(\tau)$ 与采样值 $x(t)$ 对应相等, 需对基频 f_0 进行等效变换为 f_1 。

令 $x(t) = x(\tau)$, 则

$$2\pi f_0 t = 2\pi f_1 \tau + 2k\pi \quad (14)$$

式中: k 为整数; 对于任意的 t 和 τ 等式均成立, 可将 t 和 τ 视为已知量, f_1 和 k 为未知量, 则需要 2 个方程即可求解出 f_1 。

设 t 和 τ 分别为时间窗的首末两端, t 取 a 和 b , τ 取 -1 和 1 , 代入式(14)可得

$$f_0 a = -f_1 + k \quad (15)$$

$$f_0 b = f_1 + k \quad (16)$$

联立式(15)和式(16)可得

$$f_1 = f_0(b - a)/2 = T/2T_0 \quad (17)$$

式中: T 为时间窗长; T_0 为基频周期, 当窗长为 3 个基频周波时, $f_1 = 1.5$ Hz, 如图 2 所示, 确保了与图 1 一一对应的关系不会变化。因此基频 f_0 等效变换成 f_1 。

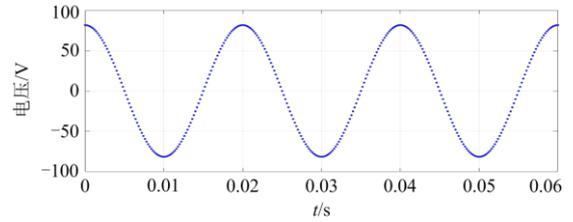


图 1 t 坐标下波形图

Fig. 1 Waveform under t coordinate

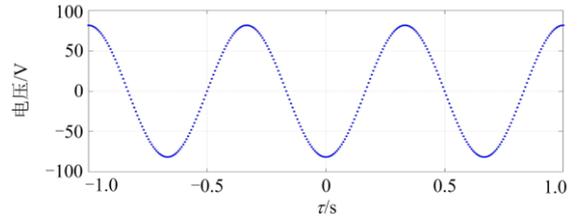


图 2 τ 坐标下波形图

Fig. 2 Waveform under τ coordinate

由于 Legendre 多项式在 $t \in [-1, 1]$ 上体现出正交性^[26], 即

$$\int_{-1}^1 L_m(t)L_n(t)dt = 0, t \in [-1, 1], m \neq n$$

该正交性质结合拟合矩阵 \mathbf{P} 可推导出

$$\langle L_m(\boldsymbol{\tau})C, L_n(\boldsymbol{\tau})C \rangle = 0, \frac{m+n+1}{2} = k, k \in \mathbf{N}$$

$$\langle L_m(\boldsymbol{\tau})C, L_n(\boldsymbol{\tau})S \rangle = 0, \frac{m+n}{2} = k, k \in \mathbf{N}$$

$$\langle L_m(\boldsymbol{\tau})S, L_n(\boldsymbol{\tau})S \rangle = 0, \frac{m+n+1}{2} = k, k \in \mathbf{N}$$

式中, $\langle \mathbf{a}, \mathbf{b} \rangle$ 表示向量 \mathbf{a} 和向量 \mathbf{b} 的数量积, 当 f_1 确定时, C 和 S 可看作常数。

其正交性表明, 拟合矩阵 \mathbf{P} 中的列向量, 其中一部分属于互为正交的列向量, 即拟合矩阵 \mathbf{P} 具有

部分正交性。正是该性质为后续计算效率的提高奠定了基础, 详见 2.1 节。

2 基于 Cholesky 分解的参考值计算方法

2.1 Cholesky 分解求解方法

由式(7)一式(9)可知, 相量计算需对式(11)中拟合参数矩阵 \mathbf{H} 进行求解, 是线性回归方程求解问题, 传统的求解方法是利用最小二乘法公式^[16]求解, 计算公式为

$$\mathbf{H} = (\mathbf{P}^T \mathbf{P})^{-1} \mathbf{P}^T \mathbf{x}(t) \quad (18)$$

为了简化, 把矩阵 \mathbf{P} 看作 $N \times n$ 阶矩阵可得到同样的结果。其中包括 3 次矩阵的乘法计算, 1 次 n 阶矩阵求逆运算, 通过基本运算的复杂度可推导出最小二乘法的计算复杂度为 $n^3 + 2Nn^2 + Nn$ 阶。若拟合阶数为 6 阶, 采样点个数为 600 个, 则复杂度为 47 016 阶。

由于信号时间窗内没有重复的采样时刻, 因此矩阵 \mathbf{P} 是满秩矩阵, 所以矩阵 $\mathbf{P}^T \mathbf{P}$ 具有正定性, 由正定矩阵的性质可知, 其可以进行 Cholesky 分解, 分解成两个互为转置的下三角矩阵的乘积, 即 $\mathbf{P}^T \mathbf{P} = \mathbf{L}\mathbf{L}^T$, 其中 \mathbf{L} 为下三角矩阵。

利用其他矩阵分解方法(例如 SVD 分解、QR 分解等)也可对 $\mathbf{P}^T \mathbf{P}$ 进行分解, 但相比于其他矩阵分解求解方法, 只有 Cholesky 分解求解的复杂度最低且低于最小二乘法。本文分析对比了 SVD 分解、QR 分解、Cholesky 分解和最小二乘法求解的复杂度, 对比结果如图 3 所示。各分解方法求解的推导过程与下述 Cholesky 分解求解过程类似, 本文不再赘述。可以看出, SVD 和 QR 分解的复杂度要高于最小二乘法, 而 Cholesky 分解的复杂度是其中最低的, 且小于最小二乘法。因此采用 Cholesky 分解求解方法代替最小二乘法求解拟合参数, 且该求解方法不会影响计算的精度。

因 Cholesky 分解只能对方阵进行分解, 将式(11)变为

$$\mathbf{P}^T \mathbf{x}(t) = \mathbf{P}^T \mathbf{P} \mathbf{H} \quad (19)$$

对 $\mathbf{P}^T \mathbf{P}$ 作 Cholesky 分解, 可得

$$\mathbf{P}^T \mathbf{x}(t) = \mathbf{L}\mathbf{L}^T \mathbf{H} \quad (20)$$

式中, \mathbf{L} 为 n 阶可逆矩阵, 可推导求解出 \mathbf{H} 为

$$\mathbf{H} = (\mathbf{L}^T)^{-1} \mathbf{L}^{-1} \mathbf{P}^T \mathbf{x}(t) \quad (21)$$

与最小二乘法复杂度推导类似, 通过基本运算的复杂度可推导式(21)的复杂度为 $1/3n^3 + (N + 3)n^2 + Nn$ 。若拟合阶数为 6 阶, 采样点个数为 600 个, 则复杂度为 25 380 阶。相比最小二乘法减少了

近一半的复杂度。

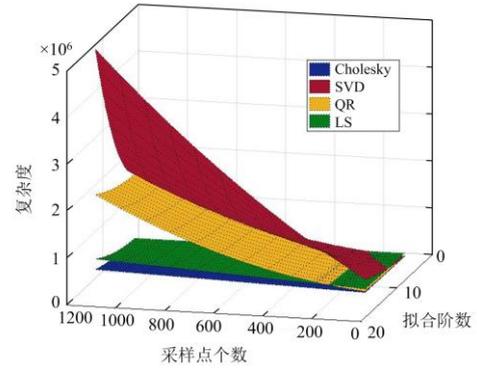


图 3 求解复杂度对比

Fig. 3 Comparison of solution complexity

然而 Cholesky 分解本身是一次运算过程, 需要占用一定的计算时间, 因其是由 LU 分解简化而来, 而 LU 分解的本质是高斯消元的过程, 因此 Cholesky 分解也是一次高斯消元的过程, 矩阵 $\mathbf{P}^T \mathbf{P}$ 零元素越多, 则高斯消元的过程越快。

由 1.2 节拟合矩阵的部分正交性可知, 矩阵 $\mathbf{P}^T \mathbf{P}$ 为稀疏矩阵, 零元素较多, 会加快高斯消元的过程, 从而加快 Cholesky 分解本身的过程, 因此 Legendre 多项式拟合相比于传统泰勒多项式拟合进一步提高了计算的效率。图 4、图 5 分别为泰勒多项式拟合和 Legendre 多项式拟合的 $\mathbf{P}^T \mathbf{P}$ 矩阵零元素的分布(以 4 阶拟合为例)。从图中可看出, Legendre 多项式拟合的零元素比泰勒多项式拟合多了 1 倍以上, 证明了该理论分析的可行性和正确性。

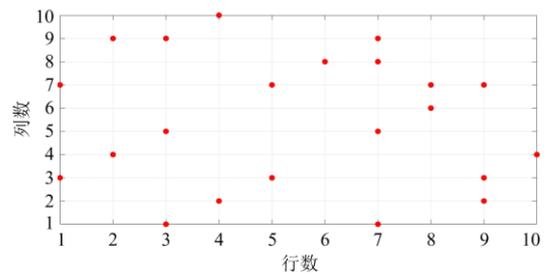


图 4 泰勒多项式拟合零元素分布

Fig. 4 Taylor polynomial fitting zero element distribution

然而拟合矩阵 \mathbf{P} 中的频率 f_1 未知, 若要计算出矩阵 \mathbf{H} , 需确定 f_1 的值, 以基频 50 Hz 对应的 f_1 进行求解时, 当频率发生偏移时, 测量结果可能会有较大的误差。因此本文设基频 50 Hz 对应的 f_{10} 为初始值, 然后对 f_{10} 进行迭代计算, 每一次迭代都会对 f_{10} 进行修正, 修正后的值再代入拟合矩阵 \mathbf{P} 中进行下一次相量计算。当计算次数大于最大迭代次数或

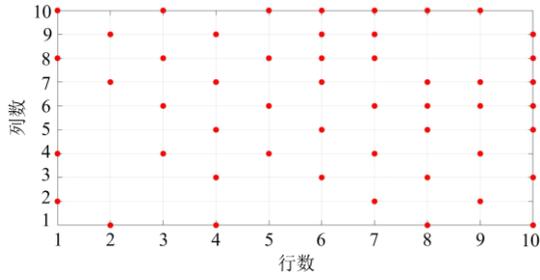


图 5 Legendre 多项式拟合零元素分布

Fig. 5 Legendre polynomial fitting zero element distribution

者精度达到预设要求($|f_1^{(n)}| \leq \varepsilon$, ε 为接近 0 的正数)时停止迭代, 得到最终的矩阵 \mathbf{H} 。进而可求解出时间窗内任意时刻的同步相量, 经仿真和实验验证后, 把时标打在窗首, 测量结果最准确。因此, 将窗首坐标 $t = -1$ 代入式(8)和式(9), 则同步相量的幅值相角分别为

$$a(-1) = \sqrt{P(-1)^2 + R(-1)^2} \quad (22)$$

$$\varphi(-1) = \arctan\left(\frac{-R(-1)}{P(-1)}\right) \quad (23)$$

频率 f_{10} 修正公式为

$$f_1^{(1)} = f_1^{(0)} + \Delta f_1^{(0)} = \frac{1}{2\pi} \frac{R'(-1)P(-1) - P'(-1)R(-1)}{P^2(-1) + R^2(-1)} \quad (24)$$

式中, $\Delta f_1^{(0)}$ 为第一次频率修正量, 具体推导过程可参考文献[23]。由于 f_1 为变换后的频率, 所以要对 f_1 作反变换, 变换公式为

$$f = \frac{2f_1}{N \cdot f_s} \quad (25)$$

2.2 拟合阶数和窗长的选取

本节分析揭示了算法拟合阶数和时间窗长对测量精度和计算时间的影响, 选取了合适的参数, 提高了计算的精度和效率。

针对静态信号, 选取线性拟合和较短的时间窗即可准确测量相量。但对于动态信号, 两个变量与测量精度的关系较为密切, 因此分析了两个变量对测量误差和计算时间的影响, 不同 n 和 T_L 条件下幅值和相角的误差仿真结果如图 6、图 7 所示。其中信号基频为 50 Hz, 调制深度为 0.1 p.u., 调制频率为 5 Hz。

由图 6、图 7 可以看出, 当窗长为 3 个(0.06 s)或 4 个(0.08 s)周波时, 拟合阶数越高, 测量精度越高。当窗长为 2 个周波(0.04 s), 拟合阶数高于 8 阶时, 测量误差会增大, 原因是较短窗长的数据无法与高阶拟合的模型相匹配。当窗长为 3 个周波, 拟合阶数为 8 阶时, 幅值和相角最大误差最小。

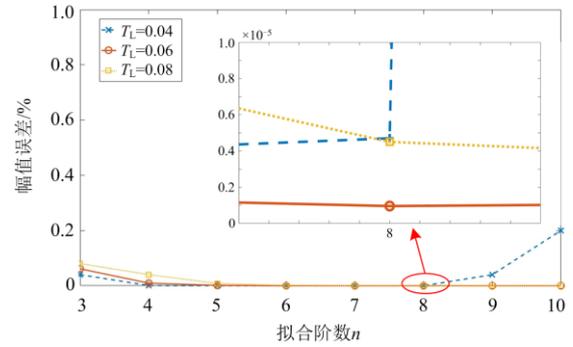


图 6 不同 n 和 T_L 下的幅值误差

Fig. 6 Amplitude errors under different n and T_L

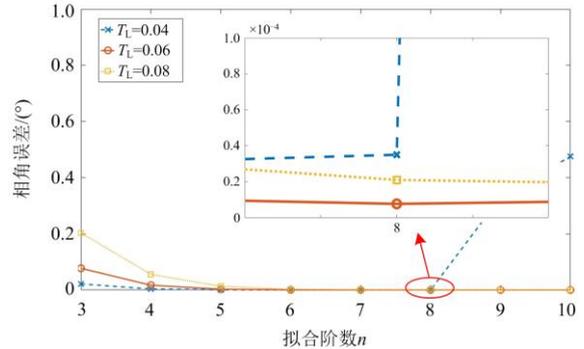


图 7 不同 n 和 T_L 下的相角误差

Fig. 7 Phase errors under different n and T_L

随着拟合阶数的升高, 会导致计算时间变长, 为了体现本文算法在计算效率上的优势, 即使在高阶拟合的情况下, 仍可保证计算的速度。将传统 TWLS 的算法^[24]与本文算法(Cal)在各阶拟合的条件下进行了对比, 测试结果如图 8 所示。其中窗长均为 3 个周波。计算时间为每计算一次相量所用的时间。

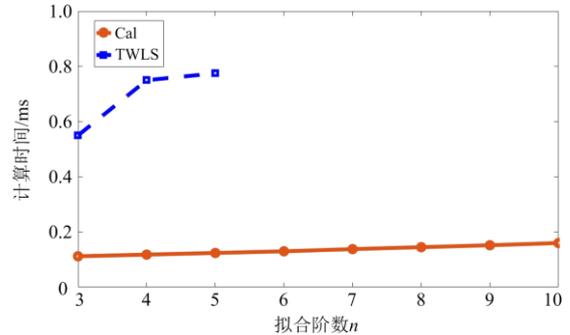


图 8 不同 n 下的计算时间

Fig. 8 Calculation time under different n

由图 8 可以看出, TWLS 算法在拟合阶数大于 6 阶时没有实际值, 原因是其最小二乘法的计算矩

阵 $P^T P$ 接近奇异矩阵, 不能进行逆运算, 导致无法计算出结果。本文算法在各阶拟合条件下的计算时间均比 TWLS 算法短 0.5 ms 以上, 即使在 8 阶拟合时, 计算时间仍保持在 0.2 ms 以下。因此该算法不用考虑因拟合阶数过高而导致计算时间过长的问題, 拟合阶数选取为 8 阶, 窗长为 3 个周波。

3 算法性能验证

仿真与实验验证所用的电压幅值均为 PMU 标准规定的 57.73 V, 频率为 50 Hz, 采样频率 f_s 为 10 kHz。经仿真验证后, 拟合阶数为 8 阶时精度已达到最高, 窗长为 3 个周波(60 ms)。

比较了所提算法与 GTWLS 算法^[25]的性能, 包括测量精度与计算时间, GTWLS 算法窗长取 3 个周波, 两种算法所选用的窗函数均为汉宁窗(Hanning)。

3.1 标准测试

通过对 PMU 标准制定的测试信号进行仿真, 验证了所提算法的各项性能。表 1—表 3 为测试结果, 表 1、表 2 中, AE 为幅值的测量误差, PE 为相位的测量误差, FE 为频率的测量误差, RFE 为频率变化率的测量误差。表 3 为算法计算一次相量所用的时间。其中 Cal 为所提算法, Std 为标准要求。

表 1 最大幅值和相角误差

Table 1 Maximum amplitude and phase angle errors

测试类型	AE/%			PE(°)		
	Std	Cal	GTWLS	Std	Cal	GTWLS
频率偏移	0.2	3.5×10^{-5}	9.6×10^{-8}	0.2	1.7×10^{-5}	2.2×10^{-8}
谐波测试	0.4	1.8×10^{-4}	7.2×10^{-3}	0.4	2.0×10^{-10}	2.4×10^{-12}
带外测试	0.5	2.2×10^{-4}	0.7956	1	3.7×10^{-3}	0.5650
同时调制	0.2	9.5×10^{-6}	4.6×10^{-3}	0.5	7.7×10^{-5}	3.5×10^{-3}
频率斜坡	0.2	3.0×10^{-5}	7.4×10^{-6}	0.5	1.8×10^{-5}	3.7×10^{-6}

表 2 最大频率和 ROCOF 误差

Table 2 Maximum frequency and ROCOF errors

测试类型	FE/Hz			RFE/(Hz s ⁻¹)		
	Std	Cal	GTWLS	Std	Cal	GTWLS
频率偏移	0.002	1.9×10^{-6}	6.0×10^{-7}	0.01	1.3×10^{-4}	1.7×10^{-6}
谐波测试	0.004	1.5×10^{-10}	1.2×10^{-3}	0.02	5.3×10^{-8}	8.5×10^{-9}
带外测试	0.025	8.1×10^{-4}	0.0507	—	—	—
同时调制	0.3	8.2×10^{-3}	0.0157	3	0.1292	0.6329
频率斜坡	0.02	1.8×10^{-6}	4.3×10^{-7}	0.1	1.2×10^{-4}	3.4×10^{-4}

表 3 计算时间

Table 3 Calculation time

测试类型	Cal	GTWLS
计算时间/ms	0.145	0.576

由表 1、表 2 可知, GTWLS 算法除了带外测试, 其他测试的精度都满足标准要求。尤其是在频率偏移和频率斜坡时, 采用了 IpDFT 对频率进行估算, 测量精度高。但在带外测试时测量精度不满足标准要求, 在谐波测试时, FE 不满足校准要求(标准要求的 10 倍及以上), 同时调制测试时, ROCOF 不满足校准要求, 且每次计算相量的时间比所提算法多了 0.4 ms 左右。所提校准器算法, 由于采用了高阶 Legendre 多项式拟合和矩阵分解求解方法, 在不失精度的同时, 计算效率比 GTWLS 算法提高了 3.8 倍左右。除了调制测试的频率变化率以外, 其余各类测试的结果都高于标准要求 100 倍及以上。测试结果说明所提算法满足 PMU 标准规定的测试条件。

3.2 扩展测试

虽然 PMU 标准对电网中可能出现的典型信号进行了建模, 但现场实际的信号通常会更加复杂, 可能会出现多个频率分量累加的情况, 因此需对此类信号进行多振荡分量测试。

当实际电力系统中发生功率振荡时, 现场信号可能是由多个不同幅值、不同频率且接近基频的信号叠加而成, 信号幅值也会呈现出随指数衰减的现象。

$$y(t) = \sqrt{2} \sum_{i=1}^{N_s} A_i e^{\tau_i t} \cos(2\pi f_i t + \varphi_i) \quad (26)$$

式中: τ_i 为衰减因数; N_s 为频率分量的个数。测试时 $N_s = 4$, 参数的设置见表 4。

表 4 多振荡分量测试参数

Table 4 Multi oscillation component test parameters

序号	幅值 A_i /p.u.	衰减因数 τ_i	频率 f_i /Hz	初相角 φ_i (°)
1	0.3	-3	47	120
2	0.1	-6	49	60
3	1	0	50	0
4	0.2	-9	53	0

测试结果如图 9 所示, 可见所提算法和 GTWLS 算法均可跟踪信号的动态变化, 但所提算法与实际

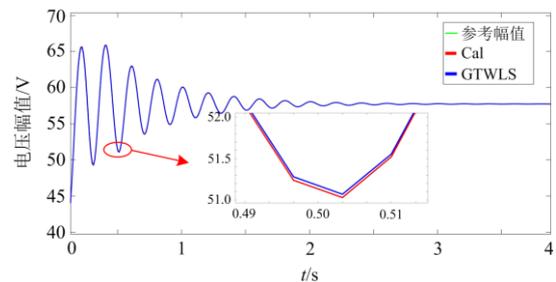


图 9 多振荡分量测试幅值曲线

Fig. 9 Amplitude curve of multi oscillation component test

幅值曲线几乎完全重合,重合度比 GTWLS 算法高,误差比 GTWLS 算法小,相角曲线与此类似,不再赘述。

3.3 综合测试

为了表征复杂的现场信号,综合测试的信号模型为

$$y(t) = x(t) + A_0 e^{-t/\tau_0} + x_h(t) + v(t) \quad (27)$$

式中: $A_0 e^{-t/\tau_0}$ 为直流分量; A_0 和 τ_0 分别为幅值和衰减因数; $x(t)$ 为基频信号; $x_h(t)$ 为宽频干扰信号; $v(t)$ 为高斯白噪声。表 5 为宽频信号的测试参数。测试时 $A_0 = 1$ p.u., $\tau_0 = 0.5$, 频率与基频相差 ± 2 Hz, 且幅值和相角同时发生调制, 表 6 为调制信号的参数, 所含的噪声为 60 dB。

表 5 综合测试谐波间谐波参数

Table 5 Inter harmonic parameters of comprehensive test

序号	幅值 $A_i/\text{p.u.}$	频率 f_i/Hz	初相角 $\varphi_i(^{\circ})$
1	0.1	101.5	0
2	0.3	100	60
3	0.2	120	0
4	0.15	150	120

表 6 综合测试调制参数

Table 6 Modulation parameters of comprehensive test

序号	$k_{ai}/\text{p.u.}$	k_{pi}/rad	$\varphi_m(^{\circ})$	f_m/Hz
1	0.1	0.1	0	5
2	0.2	0.05	60	2
3	0.3	0.1	120	5

测试结果如表 7 所示, 所提算法可在各种干扰条件下, 准确地跟踪基频信号的动态变化, 幅值、相角和频率的测量精度比 GTWLS 高出了 100 倍以上, 频率变化率测量精度比 GTWLS 高了 5 倍以上。因此可以在复杂的现场信号下提供准确的参考值。

表 7 综合测试结果

Table 7 Comprehensive test results

算法	AE/%	PE/($^{\circ}$)	FE/Hz	RFE/(Hz s^{-1})
Cal	0.0274	0.0234	0.0089	0.9445
GTWLS	1.1552	0.8574	0.1081	5.8479

由上述的测试结果可知, 所提算法在各种测试条件下均可准确测量, 且计算复杂度低, 计算效率高, 可在硬件中实现并且稳定运行。因此, 可为 PMU 实验室测试和现场测试校准提供参考值。

3.4 硬件测试

将所提算法在校准器中实现, 校准器的模块均选用 NI 公司的板卡搭建而成, 其中控制器为 NI 9039, 对时模块为 NI 9467, 电压采集模块为 NI

9225, 电流采集模块为 NI 9246。可保证高对时精度和高采样精度。校准器测试平台如图 10 所示。

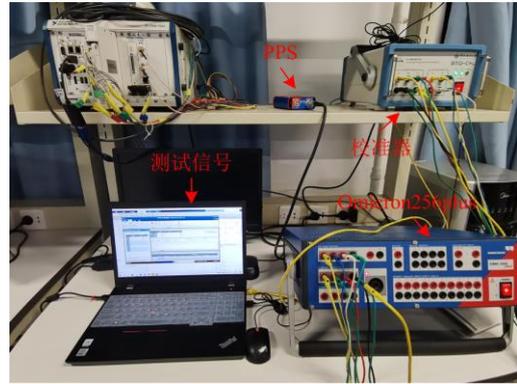


图 10 校准器测试平台

Fig. 10 Calibrator test platform

其中 Omicron 256plus 为精度足够高的信号发生器, 式(27)的综合信号可由其增强回放的功能发出, 验证算法的硬件精度和计算时间, 测量结果如表 8、表 9 所示。

表 8 硬件测试结果

Table 8 Hardware test results

算法	AE/%	PE/($^{\circ}$)	FE/Hz	RFE/(Hz s^{-1})
Cal	0.0372	0.0256	0.0127	1.1125
GTWLS	1.2560	1.0174	0.1532	7.3241

表 9 计算时间

Table 9 Calculation time

测试类型	Cal	GTWLS
计算时间/ms	0.161	0.608

硬件实验结果虽不如仿真结果效果好, 但仍比 GTWLS 算法精度高, 且比标准要求高出一个数量级, 因此所提算法可用于基于校准器的测试系统, 为待测 PMU 提供准确的参考值。

3.5 现场录波数据验证

为说明所提算法在现场实际信号下仍可准确测量, 对现场数据进行分析并进行相量计算, 同时对比了所提算法和现场安装的 PMU 的性能。

图 11 分析了现场录波数据的频谱, 发现 49.2 Hz 和 50.8 Hz 的频率分量出现在基频附近, 其原因是信号发生了低频振荡, 振荡频率为 0.8 Hz, 振荡周期约为 1.25 s。

如图 12 所示, 对比所提算法和现场安装 PMU 的测量结果, 可以发现现场 PMU 没有跟踪到信号的动态变化, 而所提算法准确测量出了信号的动态变化, 因此所提算法可在实际现场中准确跟踪现场的动态信号, 并为待测 PMU 提供参考值。

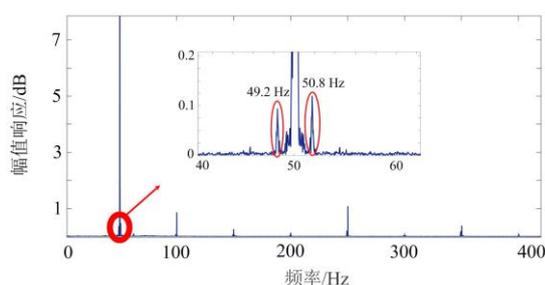


图 11 现场信号频谱图

Fig. 11 Spectrum of field signal

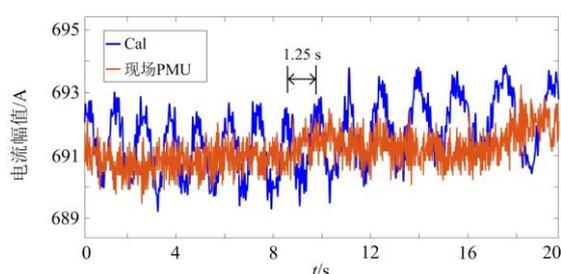


图 12 PMU 和所提算法测量幅值

Fig. 12 PMU and the proposed algorithm measure amplitude

4 结论

本文提出了一种基于正交多项式拟合的低复杂度相量算法, 该算法建立了 Legendre 多项式拟合模型, 等效构建出具有正交性的拟合矩阵, 通过分析对比各种求解方法的复杂度后, 提出了基于 Cholesky 分解迭代求解待定拟合参数的方法, 进一步分析对比了窗长和拟合阶数对计算性能的影响, 选取了最优参数。仿真测试结果表明, 该算法在各种类型的测试中, 精度高于标准要求 10 倍及以上, 优于传统的相量算法, 并且在不损失精度的前提下, 计算效率提高了近 4 倍。硬件测试结果表明, 该算法计算复杂度低, 可在硬件中实现稳定运行, 并且在电力系统复杂工况下仍可准确测量相量。因此, 所提算法可应用于 PMU 现场测试与校准中, 为待测 PMU 提供参考值。

参考文献

- [1] 孙立明, 杨博. 蓄电池/超导混合储能系统非线性鲁棒分数阶控制[J]. 电力系统保护与控制, 2020, 48(22): 76-83.
SUN Liming, YANG Bo. Nonlinear robust fractional order control of battery/superconducting hybrid energy storage system[J]. Power System Protection and Control, 2020, 48(22): 76-83.
- [2] 李军徽, 冯喜超, 严干贵, 等. 高风电渗透率下的电力系统调频研究综述[J]. 电力系统保护与控制, 2018, 46(2): 163-170.
- [3] 徐鑫裕, 边晓燕, 张骞, 等. 基于数据驱动的双馈风电场经 VSC-HVDC 并网次同步振荡影响因素分析[J]. 电力系统保护与控制, 2021, 49(21): 80-87.
- [4] 李保杰, 李进波, 李洪杰, 等. 土耳其“3.31”大停电事故的分析及对我国电网安全运行的启示[J]. 中国电机工程学报, 2016, 36(21): 5788-5795.
- [5] 陈伟彪, 陈亦平, 姚伟, 等. 基于随机矩阵理论的故障时刻确定和故障区域定位方法[J]. 中国电机工程学报, 2018, 38(6): 1655-1664.
- [6] 刘雯静, 杨军, 袁文, 等. 一种基于 PMU 和 SCADA 单节点互校核的前端数据辨识框架[J]. 电力系统保护与控制, 2020, 48(8): 1-9.
- [7] 杨智伟, 刘灏, 毕天姝, 等. 基于长短期记忆网络的 PMU 不良数据检测方法[J]. 电力系统保护与控制, 2020, 48(7): 1-9.
- [8] ZUHAIB M, RIHAN M, SAEED M T. A novel method for locating the source of sustained oscillation in power system using synchrophasors data[J]. Protection and Control of Modern Power Systems, 2020, 5(4): 320-331.
- [9] 谢小荣, 刘华坤, 贺静波, 等. 直驱风机风电场与交流电网相互作用引发次同步振荡的机理与特性分析[J]. 中国电机工程学报, 2016, 36(9): 2366-2372.

- and characteristics of subsynchronous oscillation caused by the interaction between full-converter wind turbines and AC systems[J]. Proceedings of the CSEE, 2016, 36(9): 2366-2372.
- [10] 罗深增, 李银红, 石东源. 广域测量系统可观性概率评估及其在 PMU 优化配置中的应用[J]. 电工技术学报, 2018, 33(8): 1844-1853.
LUO Shenzeng, LI Yinong, SHI Dongyuan. Wide area monitoring system observability probabilistic evaluation and its application in optimal PMU placement[J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2018, 33(8): 1844-1853.
- [11] 毕天姝, 刘灏, 杨奇逊. PMU 算法动态性能及其测试系统[J]. 电力系统自动化, 2014, 38(1): 62-67.
BI Tianshu, LIU Hao, YANG Qixun. Dynamic performance of PMU algorithm and its testing system[J]. Automation of Electric Power Systems, 2014, 38(1): 62-67.
- [12] POGLIANO U, BRAUN J P, VOLJC B, et al. Software platform for PMU algorithm testing[J]. IEEE Transactions on Instrumentation & Measurement, 2013, 62(6): 1400-1406.
- [13] TANG Y, STENBAKKEN G N, GOLDSTEIN A. Calibration of phasor measurement unit at NIST[J]. IEEE Transactions on Instrumentation & Measurement, 2013, 62(6): 1417-1422.
- [14] IEEE/IEC. IEEE/IEC international standard - measuring relays and protection equipment-part 118-1: synchrophasor for power systems-measurements, IEC/IEEE 60255-118-1[S]. IEEE/IEC, 2018.
- [15] ZHAN L, LIU Y, CULLISS J, et al. Dynamic single-phase synchronized phase and frequency estimation at the distribution level[J]. IEEE Transactions on Smart Grid, 2015, 6(4): 2013-2022.
- [16] CASTELLO P, LIU J, MUSCAS C, et al. A fast and accurate PMU algorithm for P+M class measurement of synchrophasor and frequency[J]. IEEE Transactions on Instrumentation & Measurement, 2014, 63(12): 2837-2845.
- [17] HUANG C, XIE X, JIANG H. Dynamic phasor estimation through DSTKF under transient conditions[J]. IEEE Transactions on Instrumentation & Measurement, 2017, 66(11): 2929-2936.
- [18] 张姝, 何正友, 何文. 基于递归小波的相量测量算法[J]. 电网技术, 2011, 35(4): 194-200.
ZHANG Shu, HE Zhengyou, HE Wen. A recursive wavelet-based algorithm for phasor measurement[J]. Power System Technology, 2011, 35(4): 194-200.
- [19] DERVISKADIC A, ROMANO P, PAOLONE M. Iterative-interpolated DFT for synchrophasor estimation: a single algorithm for p- and m-class compliant PMUs[J]. IEEE Transactions on Instrumentation & Measurement, 2018, 67(3): 547-558.
- [20] 国家电网公司. 电力系统实时动态监测系统技术规范: Q/GDW 1131—2014[S]. 北京: 国家电网公司, 2015.
State Grid Corporation of China. Technology specifications of power system real time dynamic monitoring system: Q/GDW 1131—2014[S]. Beijing: State Grid Corporation of China, 2015.
- [21] TANG Y, STENBAKKEN G N. Calibration of phasor measurement unit at NIST[J]. IEEE Transactions on Instrumentation & Measurement, 2013, 62(6): 1417-1422.
- [22] FRIGO G, COLANGELO D, DERVISKADIC A, et al. Definition of accurate reference synchrophasors for static and dynamic characterization of PMUs[J]. IEEE Transactions on Instrumentation & Measurement, 2017, 66(9): 2233-2246.
- [23] XU S, LIU H, BI T, et al. A high-accuracy phasor estimation algorithm for PMU calibration and its hardware implementation[J]. IEEE Transactions on Smart Grid, 2020, 11(4): 3372-3383.
- [24] PLATAS-GARZA M A P, DE I O S J A. Dynamic phasor and frequency estimates through maximally flat differentiators[J]. IEEE Transactions on Instrumentation & Measurement, 2010, 59(7): 1803-1811.
- [25] BELEGA D, FONTANELLI D, PETRI D. Dynamic phasor and frequency measurements by an improved Taylor weighted least squares algorithm[J]. IEEE Transactions on Instrumentation & Measurement, 2015, 64(8): 2165-2178.
- [26] 莫叶. Legendre 多项式[J]. 数学进展, 1983, 12(4): 241-255.
MO Ye. Legendre polynomial[J]. Mathematical Progress, 1983, 12(4): 241-255.

收稿日期: 2021-12-16; 修回日期: 2022-03-04

作者简介:

朴哲锬(1996—), 男, 硕士研究生, 研究方向为广域同步相量测量装置现场测试校准技术; E-mail: pzk0224@163.com

刘灏(1985—), 男, 通信作者, 博士, 副教授, 研究方向为广域同步相量测量技术及其应用; E-mail: hliu@ncepu.edu.cn

许苏迪(1993—), 男, 博士研究生, 研究方向为广域同步相量测量技术及同步测量装置测试技术。E-mail: 18515422011@163.com

(编辑 许威)