

DOI: 10.19783/j.cnki.pspc.210017

# 基于 Floquet 理论的模块化多电平换流器小信号稳定性分析

阮博<sup>1</sup>, 郑雪<sup>2</sup>, 朱蜀<sup>3</sup>, 乐健<sup>3</sup>

(1. 国网湖北省电力公司经济技术研究院, 湖北 武汉 430077; 2. 武汉电力职业技术学院, 湖北 武汉 430079;  
3. 武汉大学电气与自动化学院, 湖北 武汉 430072)

**摘要:** 为更好地描述模块化多电平换流器(Modular Multilevel Converter, MMC)中高次谐波动态的相互作用, 基于线性时间周期(Linear Time-Periodic, LTP)系统理论对 MMC 进行建模, 并基于 Floquet 理论进行 MMC 系统的小信号稳定性分析。首先通过 MMC 的桥臂平均值模型建立系统的非线性时间周期系统模型, 然后围绕周期轨道将该模型线性化得到 MMC 的 LTP 模型, 最后通过针对 LTP 系统的 Floquet 理论分析 MMC 的小信号稳定性。分析结果表明: LTP 模型可以准确描述 MMC 的小信号动态响应特性; Floquet 分析可以精确刻画 MMC 参数构成的稳定边界。此外, 所提模型和稳定性分析结果通过了基于 MMC 聚合模型的电磁暂态仿真和验证。

**关键词:** 模块化多电平换流器; 线性时间周期; 小信号稳定性; Floquet 理论; 次同步振荡

## Small-signal stability analysis of modular multilevel converters based on Floquet theory

RUAN Bo<sup>1</sup>, ZHENG Xue<sup>2</sup>, ZHU Shu<sup>3</sup>, LE Jian<sup>3</sup>

(1. Hubei Electric Power Company Power Economic Technology Research Institute, Wuhan 430077, China;  
2. Wuhan Electric Power Technical College, Wuhan 430079, China; 3. School of Electrical  
Engineering and Automation, Wuhan University, Wuhan 430072, China)

**Abstract:** In order to better describe the dynamic interaction of high-order harmonics in Modular Multilevel Converters (MMCs), this paper models the MMCs based on Linear Time-Periodic (LTP) system theory, and performs a small-signal stability analysis of MMCs based on Floquet theory. First, the nonlinear time-periodic system model is established based on the bridge arm average model of the MMC, and then the model is linearized around the periodic orbit to obtain the LTP model of the MMC. Finally, the small-signal stability of the MMC is analyzed by the Floquet theory for the LTP system. The results show that the LTP model can accurately describe the small-signal dynamic response characteristics of the MMC; Floquet analysis can accurately portray the stability boundary composed of the MMC parameters. In addition, the model and stability analysis results are verified by electromagnetic transient simulation based on the MMC aggregation model.

This work is supported by the National Key Research and Development Program of China (No. 2017YFB0903705).

**Key words:** modular multilevel converter; linear time period; small-signal stability; Floquet theory; sub-synchronous oscillation

## 0 引言

模块化多电平换流器(Modular Multilevel Converter, MMC)型柔性直流输电(以下简称为“柔直”)技术一方面为可再生能源并网、电网互联、城市和海岛供电等领域提供了良好的解决方案<sup>[1-4]</sup>; 但另一方面, 可再生能源经 MMC 型柔直送出系统中出现的次同步<sup>[5]</sup>、中频振荡<sup>[6]</sup>, 以及近年来电网柔

直互联系统中出现的高频谐振工程事件<sup>[7-9]</sup>, 给电网的安全稳定运行带来了新的挑战<sup>[10]</sup>。

小信号建模与分析是电力系统宽频振荡分析的主要手段<sup>[11]</sup>。传统交流电力系统中的谐波成分相对较少, 谐波对系统稳定性的影响并不显著<sup>[12]</sup>, 因此常通过 Park 变换将系统中的基频分量转换为直流, 进一步通过线性时不变(Linear Time-Invariant, LTI)理论对系统进行建模与分析<sup>[13]</sup>。电力电子等开关器件的加入导致不同频率成分间出现耦合作用, 谐波成分对系统稳定性的影响变得不可忽略<sup>[14]</sup>。

基金项目: 国家重点研发计划项目资助(2017YFB0903705)

MMC 的内部动态中存在复杂的谐波交互作用<sup>[15-16]</sup>, 使得 MMC 模型具有时变、非线性和多谐波交互等特征。线性时间周期(Linear Time-Periodic, LTP)模型可以考虑不同频率成分间的耦合作用, 与传统 LTI 建模相比, 更能充分描述 MMC 本质的周期性特征<sup>[13]</sup>。

桥臂平均值模型是推导 MMC 线性化模型的基础, 包含周期性激励和状态变量的乘积项, 属于非线性时间周期(Non-Linear Time-Periodic, NTP)模型<sup>[15-22]</sup>。将 NTP 模型围绕周期轨道线性化可得到 MMC 的 LTP 模型, LTP 模型通过一组周期系数线性微分方程组描述。本文将建立包含工程实际中常用控制器结构的 MMC 的 LTP 模型, 并分析稳态谐波取值对 LTP 模型精度的影响。

换流器的稳定性分析方法主要可以分为 3 类:

(1) 基于 Floquet-Lyapunov 理论直接分析 LTP 模型的稳定性<sup>[23-25]</sup>, 如文献[25]基于谐波平衡和 Floquet 理论分析了功率因数校正电路的稳定性; (2) 计算时域 LTI 模型的特征值<sup>[17]</sup>; (3) 通过广义奈奎斯特判据(Generalized Nyquist Criterion, GNC)和阻抗模型判断换流器交互系统的稳定性<sup>[20,26]</sup>。特征值计算和 GNC 分别利用的是时域 LTI 模型和频域 LTI 模型, 在已有文献中被广泛使用, 然而较少有将 Floquet 理论运用于 MMC 小信号稳定性分析的报道。MMC 中的高次谐波动态给 MMC 的 LTI 建模带来挑战, 系统中的不同频率分量无法直接通过 PARK 变换转换为直流量。LTP 建模过程与 LTI 建模相比更加简洁, 且基于时域 LTP 模型的 Floquet 方法可以辨识参数的稳定边界, 分析稳定性变化的趋势, 因此 Floquet 理论在 MMC 的小信号稳定性分析中有一定优势。本文通过 Floquet 理论分析了控制器参数对 MMC 稳定性的影响。

本文的目的在于建立 MMC 的 LTP 模型, 并基于 Floquet 理论进行小信号稳定性分析。其余章节安排如下: 第 1 节推导 MMC 的非线性时间周期系统模型和 LTP 模型; 第 2 节基于 Floquet 理论分析 MMC 控制器参数对稳定性的影响; 第 3 节进行稳定性分析结果的电磁暂态仿真验证; 第 4 节对全文工作进行总结。

## 1 MMC 的 NTP 和 LTP 模型

### 1.1 MMC 的基本结构

图 1 为 MMC 电气系统的结构, 其中电气变量的含义与文献[20]保持一致, 不再重复。控制器主要包括两部分: 基于 PI 控制的环流抑制控制(Circulating Current Suppression Control, CCSC)和交流控制器, 如图 2 所示。本文中 MMC 的交流侧与

电网相连, 直流侧为直流电压源, 电流控制器控制流过 MMC 的交流电流, CCSC 用于抑制环流中的二倍频分量, 控制器结构与工程中常用控制器一致。

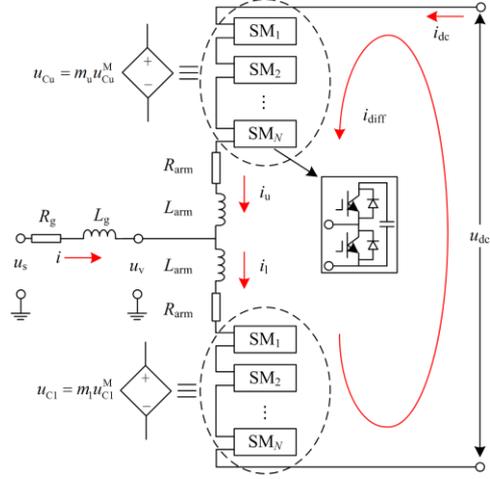


图 1 MMC 电路单相的结构

Fig. 1 One-phase leg of the MMC circuit

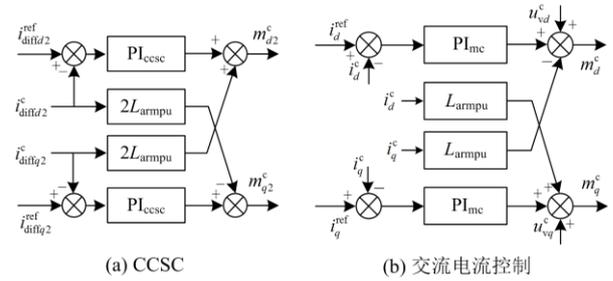


图 2 MMC 控制器框图

Fig. 2 Block diagram of MMC controller

### 1.2 MMC 的 NTP 模型

经过桥臂平均等效<sup>[17-18]</sup>, 将图 1 所示的 MMC 第  $k(k = a, b, c, \text{下同})$  相电路时域方程写成如下的矩阵形式。

$$\dot{\mathbf{x}}_{ek} = \mathbf{A}_{\text{NTP}} \mathbf{x}_{ek} + \mathbf{B}_T \mathbf{u}_{ek} \quad (1)$$

式中:  $\mathbf{x}_{ek} = [i_{\text{diff}k} \quad i_k \quad u_{\text{Cuk}}^M \quad u_{\text{Cik}}^M]^T$ ;  $\mathbf{u}_{ek} = [u_{\text{dc}} \quad u_{\text{sk}}]^T$ ,

具体系数  $\mathbf{A}_{\text{NTP}}$  和  $\mathbf{B}_T$  如式(2)、式(3)所示。

$$\mathbf{A}_{\text{NTP}} = \begin{bmatrix} -\frac{R_{\text{arm}}}{L_{\text{arm}}} & 0 & -\frac{m_{uk}}{2L_{\text{arm}}} & -\frac{m_{lk}}{2L_{\text{arm}}} \\ 0 & -\frac{R_{\text{arm}}}{L_{\text{arm}}} & \frac{m_{uk}}{L_{\text{arm}}} & -\frac{m_{lk}}{L_{\text{arm}}} \\ \frac{m_{uk}}{C_{\text{arm}}} & -\frac{m_{uk}}{2C_{\text{arm}}} & 0 & 0 \\ \frac{m_{lk}}{C_{\text{arm}}} & \frac{m_{lk}}{2C_{\text{arm}}} & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$\mathbf{B}_T = \begin{bmatrix} \frac{1}{2L_{\text{arm}}} & 0 \\ 0 & \frac{2}{L_{\text{arm}}} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (3)$$

$\mathbf{A}_{\text{NTP}}$  中包含调制信号  $m_u$  和  $m_l$ , 在闭环控制时与  $\mathbf{x}_{\text{ek}}$  有关。除了电气部分中包含非线性乘积项, 控制器中的锁相环和坐标变换也会引入非线性。MMC 的桥臂平均值模型包含周期性激励( $u_{\text{sk}}$ )和非线性项, 属于 NTP 模型, 不便于稳定性分析。为利用 LTP 理论进行分析, 需要先将 NTP 模型围绕周期轨道进行线性化。

### 1.3 MMC 的 LTP 模型

将式(1)所示的电气动态方程围绕周期轨道线性化, 得到代表 MMC 电气动态的 LTP 模型。

$$\Delta \dot{\mathbf{x}}_{\text{ek}} = \mathbf{A}_{\text{Tx}} \Delta \mathbf{x}_{\text{ek}} + \mathbf{A}_{\text{Tz}} \Delta \mathbf{z}_{\text{ek}} + \mathbf{B}_T \Delta \mathbf{u}_{\text{ek}} \quad (4)$$

式中:  $\Delta \mathbf{z}_{\text{ek}} = [\Delta m_u, \Delta m_l]^T$  为中间变量;  $\mathbf{A}_{\text{Tx}}$  和  $\mathbf{A}_{\text{Tz}}$  都具有周期性, 其表达式如式(5)和式(6)所示。

$$\mathbf{A}_{\text{Tx}} = \begin{bmatrix} -\frac{R_{\text{arm}}}{L_{\text{arm}}} & 0 & -\frac{\tilde{M}_{\text{uk}}}{2L_{\text{arm}}} & -\frac{\tilde{M}_{\text{lk}}}{2L_{\text{arm}}} \\ 0 & -\frac{R_{\text{tot}}}{L_{\text{tot}}} & \frac{\tilde{M}_{\text{uk}}}{2L_{\text{tot}}} & -\frac{\tilde{M}_{\text{lk}}}{2L_{\text{tot}}} \\ \frac{\tilde{M}_{\text{uk}}}{C_{\text{arm}}} & -\frac{\tilde{M}_{\text{uk}}}{2C_{\text{arm}}} & 0 & 0 \\ \frac{\tilde{M}_{\text{lk}}}{C_{\text{arm}}} & \frac{\tilde{M}_{\text{lk}}}{2C_{\text{arm}}} & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$\mathbf{A}_{\text{Tz}} = \begin{bmatrix} -\frac{\tilde{U}_{\text{Cuk}}^{\text{M}}}{2L_{\text{arm}}} & -\frac{\tilde{U}_{\text{Clk}}^{\text{M}}}{2L_{\text{arm}}} \\ \frac{\tilde{U}_{\text{Cuk}}^{\text{M}}}{2L_{\text{tot}}} & -\frac{\tilde{U}_{\text{Clk}}^{\text{M}}}{2L_{\text{tot}}} \\ \frac{\tilde{I}_{\text{diffk}}}{C_{\text{arm}}} - \frac{\tilde{I}_{\text{k}}}{2C_{\text{arm}}} & 0 \\ 0 & \frac{\tilde{I}_{\text{diffk}}}{C_{\text{arm}}} + \frac{\tilde{I}_{\text{k}}}{2C_{\text{arm}}} \end{bmatrix} \quad (6)$$

式中:  $R_{\text{tot}}=R_{\text{arm}}/2+R_{\text{g}}$ ;  $L_{\text{tot}}=L_{\text{arm}}/2+L_{\text{g}}$ ; 上标“~”代表稳态周期信号, 具有如式(7)所示的三角函数形式。

$$\tilde{A}(t) = A_0 + \sum_{n=1}^{\infty} A_{dn} \cos(n\omega_1 t) - \sum_{n=1}^{\infty} A_{qn} \sin(n\omega_1 t) \quad (7)$$

稳态周期信号中三角函数的系数( $A_0, A_{dn}, A_{qn}$ )代表稳态谐波不同分量的幅值, 也代表了稳态周期轨道, 可以通过数值积分方法或者谐波平衡方法解出<sup>[23]</sup>。三相电压经过一个惯性环节后再进入控制器, 惯性环节可以充当低通滤波器, 用于滤除电压信号中的高频噪声, 同时可以模拟实际采样环节中的小延时。对于控制器中的电压信号有

$$\frac{d\Delta u_{\text{vk}}^{\text{c}}}{dt} = \frac{\Delta u_{\text{vk}} - \Delta u_{\text{vk}}^{\text{c}}}{T_{\text{in}}} \quad (8)$$

式中,  $T_{\text{in}}$  是惯性环节的时间常数。控制器利用的是  $d$ - $q$  轴分量, 通过 Park 变换和 PLL 的输出角度  $\theta$  将电压和电流从三相静止坐标系转换到以基频旋转的同步坐标系, 如控制器中的  $d$ - $q$  轴电压和三相电压存在如下关系。

$$\begin{bmatrix} u_{\text{vd}}^{\text{c}} \\ u_{\text{vq}}^{\text{c}} \end{bmatrix} = \frac{\mathbf{P}(\theta)}{U_{\text{base}}} \begin{bmatrix} u_{\text{va}}^{\text{c}} \\ u_{\text{vb}}^{\text{c}} \\ u_{\text{vc}}^{\text{c}} \end{bmatrix} \quad (9)$$

式中:  $U_{\text{base}}$  为电压的基准值;  $\mathbf{P}(\theta)$  为基频 Park 变换矩阵(式(9))。

$$\mathbf{P}(\theta) = \frac{2}{3} \begin{bmatrix} \cos \theta & \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \\ -\sin \theta & -\sin\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & -\sin\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \end{bmatrix} \quad (10)$$

将式(9)在时域围绕周期轨道线性化, 可以得到

$$\begin{bmatrix} \Delta u_{\text{vd}}^{\text{c}} \\ \Delta u_{\text{vq}}^{\text{c}} \end{bmatrix} = \frac{\mathbf{P}(\tilde{\theta})}{U_{\text{base}}} \begin{bmatrix} \Delta u_{\text{va}}^{\text{c}} \\ \Delta u_{\text{vb}}^{\text{c}} \\ \Delta u_{\text{vc}}^{\text{c}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \tilde{U}_{\text{vq}}^{\text{c}} \\ -\tilde{U}_{\text{vd}}^{\text{c}} \end{bmatrix} \Delta \theta \quad (11)$$

PLL 的动态方程由下式给出

$$\frac{d\Delta \varepsilon_{\text{PLL}}}{dt} = \Delta u_{\text{vq}}^{\text{c}}, \quad \frac{d\Delta \theta}{dt} = k_{\text{ppll}} \Delta u_{\text{vq}}^{\text{c}} + k_{\text{ipll}} \Delta \varepsilon_{\text{PLL}} \quad (12)$$

式中,  $k_{\text{ppll}}$  和  $k_{\text{ipll}}$  分别是 PI 环节的比例系数和积分系数。对于控制器中的交流电流和环流, 同样有

$$\begin{bmatrix} \Delta i_{\text{d}}^{\text{c}} \\ \Delta i_{\text{q}}^{\text{c}} \end{bmatrix} = \frac{\mathbf{P}(\tilde{\theta})}{I_{\text{base}}} \begin{bmatrix} \Delta i_{\text{a}} \\ \Delta i_{\text{b}} \\ \Delta i_{\text{c}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \tilde{I}_{\text{q}}^{\text{c}} \\ -\tilde{I}_{\text{d}}^{\text{c}} \end{bmatrix} \Delta \theta \quad (13)$$

$$\begin{bmatrix} \Delta i_{\text{diffd}2}^{\text{c}} \\ \Delta i_{\text{diffq}2}^{\text{c}} \end{bmatrix} = \frac{\mathbf{P}(-2\tilde{\theta})}{I_{\text{base}}} \begin{bmatrix} \Delta i_{\text{diffa}} \\ \Delta i_{\text{diffb}} \\ \Delta i_{\text{diffc}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -2\tilde{I}_{\text{diffq}2}^{\text{c}} \\ \tilde{I}_{\text{diffd}2}^{\text{c}} \end{bmatrix} \Delta \theta \quad (14)$$

式中,  $I_{\text{base}}$  为电流的基准值。对于图 2(a)所示的 CCSC 结构, 可以列写出如下线性化方程。

$$\begin{cases} \frac{d\Delta\varepsilon_{ccscd}}{dt} = -\Delta i_{diffd2}^c, & \frac{d\Delta\varepsilon_{ccscq}}{dt} = -\Delta i_{diffq2}^c \\ \Delta m_{d2}^c = -k_{pccsc} \Delta i_{diffd2}^c + k_{icccsc} \Delta\varepsilon_{ccscd} + \frac{2\omega L_{arm}}{Z_{base}} \Delta i_{diffd2}^c \\ \Delta m_{q2}^c = -k_{pccsc} \Delta i_{diffq2}^c + k_{icccsc} \Delta\varepsilon_{ccscq} - \frac{2\omega L_{arm}}{Z_{base}} \Delta i_{diffd2}^c \end{cases} \quad (15)$$

式中:  $Z_{base}$  为阻抗的基准值;  $k_{pccsc}$  和  $k_{icccsc}$  为对应 PI 环节的比例和积分系数。同理可以写出交流电流控制器的动态方程。

$$\begin{cases} \frac{d\Delta\varepsilon_{mcd}}{dt} = -\Delta i_d^c \\ \frac{d\Delta\varepsilon_{mcq}}{dt} = -\Delta i_q^c \\ \Delta m_d^c = -\left(-k_{pmc} \Delta i_d^c + k_{imc} \Delta\varepsilon_{mcd} - \frac{\omega L_{arm}}{Z_{base}} \Delta i_q^c\right) + \Delta u_{vd}^c \\ \Delta m_q^c = -\left(-k_{pmc} \Delta i_q^c + k_{imc} \Delta\varepsilon_{mcq} + \frac{\omega L_{arm}}{Z_{base}} \Delta i_d^c\right) + \Delta u_{vq}^c \end{cases} \quad (16)$$

式中,  $k_{pmc}$  和  $k_{imc}$  为 PI 控制的比例和积分系数。还需要将式(15)和式(16)中的调制信号转换到系统坐标系, 其时域线性化方程分别如式(17)和式(18)所示。

$$\begin{bmatrix} \Delta m_{a2}^c \\ \Delta m_{b2}^c \\ \Delta m_{c2}^c \end{bmatrix} = \mathbf{P}^{-1}(-2\tilde{\theta}) \begin{bmatrix} \Delta m_{d2}^c \\ \Delta m_{q2}^c \end{bmatrix} + \mathbf{P}^{\perp}(-2\tilde{\theta}) \begin{bmatrix} -2\tilde{M}_{d2}^c \\ -2\tilde{M}_{q2}^c \end{bmatrix} \Delta\theta \quad (17)$$

$$\begin{bmatrix} \Delta m_{a1}^c \\ \Delta m_{b1}^c \\ \Delta m_{c1}^c \end{bmatrix} = \frac{2U_{base}}{U_{dnom}} \mathbf{P}^{-1}(\tilde{\theta}) \begin{bmatrix} \Delta m_d^c \\ \Delta m_q^c \end{bmatrix} + \mathbf{P}^{\perp}(\tilde{\theta}) \begin{bmatrix} \tilde{M}_d^c \\ \tilde{M}_q^c \end{bmatrix} \Delta\theta \quad (18)$$

其中逆 PARK 变换  $\mathbf{P}^{-1}$  和其变换式  $\mathbf{P}^{\perp}$  的表达式如式(19)和式(20)所示。

$$\mathbf{P}^{-1}(\theta) = \begin{bmatrix} \cos\theta & \cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \\ -\sin\theta & -\sin\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & -\sin\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \end{bmatrix}^T \quad (19)$$

$$\mathbf{P}^{\perp}(\theta) = \begin{bmatrix} -\sin\theta & -\sin\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & -\sin\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \\ -\cos\theta & -\cos\left(\theta - \frac{2\pi}{3}\right) & -\cos\left(\theta + \frac{2\pi}{3}\right) \end{bmatrix}^T \quad (20)$$

值得注意的是, 文献[19]已经指出延时对 MMC 的频率响应影响很大, 本文采用 Pade 近似<sup>[19]</sup>的状态空间表示来描述控制器延时。在延时较小的情形下, 通过一阶 Pade 近似表示延时环节  $e^{-sT_{del}}$ :

$$\begin{cases} \frac{d\Delta m_{kt}^d}{dt} = -\frac{2}{T_{del}} \Delta m_{kt}^d + \Delta m_{kt}^c \\ \Delta m_{kt} = \frac{4}{T_{del}} \Delta m_{kt}^d - \Delta m_{kt}^c \end{cases} \quad (21)$$

式中,  $t=1, 2$ 。为联结控制和电气部分的动态方程, 将电流控制和 CCSC 的输出转换为上下桥臂的调制信号:

$$\begin{cases} \Delta m_{uk} = -0.5\Delta m_{k1} - 0.5\Delta m_{k2} \\ \Delta m_{lk} = 0.5\Delta m_{k1} - 0.5\Delta m_{k2} \end{cases} \quad (22)$$

结合式(4)、式(8)和式(11)一式(22)可以得到 MMC 的 LTP 模型, 如下:

$$\begin{cases} \Delta \dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}_T \Delta \mathbf{x} + \mathbf{B}_T \Delta \mathbf{u} \\ \Delta \mathbf{y} = \mathbf{C}_T \Delta \mathbf{x} + \mathbf{D}_T \Delta \mathbf{u} \end{cases} \quad (23)$$

式中的系数矩阵具有周期性特点, 如  $\mathbf{A}_T(t) = \mathbf{A}_T(t+T)$ 。该 LTP 模型包含 27 个状态变量, 具体包括  $[\Delta \mathbf{x}_{ea} \ \Delta \mathbf{x}_{eb} \ \Delta \mathbf{x}_{ec} \ \Delta \varepsilon_{mcd} \ \Delta \varepsilon_{mcq} \ \Delta \varepsilon_{ccscd} \ \Delta \varepsilon_{ccscq} \ \Delta \varepsilon_{PLL} \ \Delta \theta \ \Delta u_{va}^c \ \Delta u_{vb}^c \ \Delta u_{vc}^c \ \Delta m_{a1}^d \ \Delta m_{b1}^d \ \Delta m_{c1}^d \ \Delta m_{a2}^d \ \Delta m_{b2}^d \ \Delta m_{c2}^d]^T$ 。LTP 模型可以通过与电磁暂态仿真的时域波形对比来验证其有效性。

#### 1.4 NTP 和 LTP 模型的验证

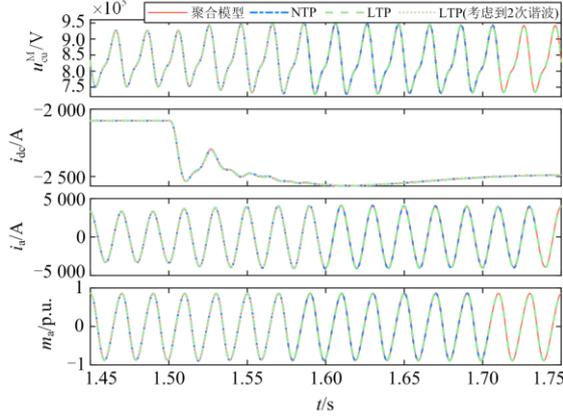
通过基于 Simulink 的 MMC 电磁暂态仿真平台进行 NTP 和 LTP 模型的验证, 仿真步长为  $10 \mu\text{s}$ , 相关控制如第 1 节所述, 仿真参数见表 1。

表 1 测试系统参数

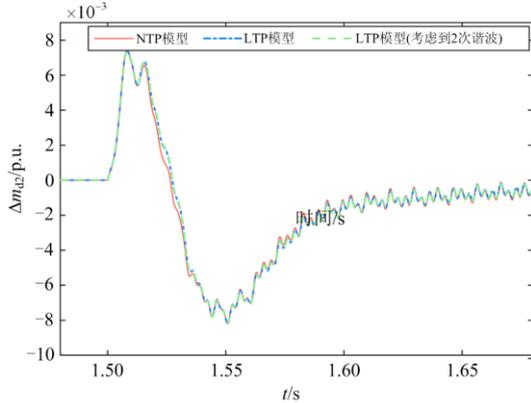
Table 1 Parameters of the tested system				
参数	数值	参数	数值	
基准值	功率 $S_{base}$	5 000 MVA	交流电压 $U_{base}$	356 kV
	频率 $f_{base}$	50 Hz	直流电压 $U_{dnom}$	840 kV
	模块数 $N$	500	子模块电容 $C_{sm}$	11 mF
电气量	$R_{arm}$	0.03 $\Omega$	$L_{arm}$	140 mH
电网阻抗	$R_g$	0.46 $\Omega$	$L_g$	21 mH
电流控制	$k_{pmc}$	0.4	$k_{imc}$	16.7
CCSC	$k_{pccsc}$	0.4	$k_{icccsc}$	40
PLL	$k_{ppll}$	21.6	$k_{ipll}$	233
惯性及延时	$T_{in}$	10 $\mu\text{s}$	$T_{del}$	40 $\mu\text{s}$
指令值	$i_d^{ref}$	-0.35	$i_q^{ref}$	0

通过一个阶跃扰动验证所提模型的准确性, MMC 的  $d$  轴电流的指令值  $i_d^{ref}$  在 1.5 s 时由 -0.35(标么值)阶跃至 -0.42, 如图 3 所示。图 3 中包含两种 LTP 模型: 绿色虚线代表的 LTP 模型中使用的稳态周期信号属于精确解, 即式(7)由数值积分法解出;

灰色点线代表的 LTP 模型中使用的稳态周期信号,仅考虑到最高 2 次谐波,忽略 3 次及以上稳态谐波,属于近似解。从图 3(a)可以看到 NTP、LTP 模型和聚合模型的仿真结果基本吻合, NTP 模型可以准确预测稳态和动态响应, LTP 模型也可以精确捕捉 MMC 在小扰动下的动态过程。



(a) 各个模型的对比



(b) 稳态高次谐波的影响

图 3 NTP 和 LTP 模型的验证

Fig. 3 Verification of the NTP and LTP models

由于投入了 CCSC, 系统中 3 次及以上稳态谐波的幅值也较低, 即式(7)中  $A_{dn} \approx 0$ 、 $A_{qn} \approx 0$ 、 $n > 2$ 。因此投入 CCSC 时, 忽略 3 次及以上稳态谐波计算得到的周期轨道与实际周期轨道接近。值得注意的是, 忽略 3 次及以上稳态谐波只是对稳态周期轨道做了近似, 并不会影响到 LTP 模型中的高次谐波相互作用。图 3(b)给出了小扰动下调制信号的变化量, 可以看出各个模型中都包含高次谐波动态, 且忽略稳态高次谐波时 LTP 模型的响应与采用精确稳态解时 LTP 模型的响应基本一致, 高次谐波稳态值对 LTP 模型响应的影响并不显著。仿真结果验证了采用 LTP 模型进行 MMC 小信号稳定性分析的可行性, 也说明了 LTP 建模过程中忽略稳态高次谐波的

合理性。

## 2 MMC 小信号稳定性分析

### 2.1 基于 Floquet-Lyapunov 理论<sup>[22]</sup>的稳定性分析

对于 LTP 系统(23), 将其  $N_s$  个线性独立的解的集合记为  $\mathbf{X}(t)$ , 称之为基础解矩阵。不失一般性仅考虑齐次方程  $\Delta \dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}_T(t)\Delta \mathbf{x}(t)$ , 则有如下的 Floquet 定理。

**Floquet 定理:** 对于周期为  $T$  的齐次 LTP 方程  $\Delta \dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}_T(t)\Delta \mathbf{x}(t)$  存在基础解矩阵  $\mathbf{X}(t)$ , 在初始条件 ( $\mathbf{X}(0) = \mathbf{I}$ ) 下可以表示成以下 Floquet 形式。

$$\mathbf{X}(t) = \mathbf{Q}(t)e^{\mathbf{B}t} \quad (24)$$

式中:  $\mathbf{Q}(t)$  也具有周期性, 且以  $T$  为周期,  $\mathbf{Q}(t)$  对于任何  $t$  都是可逆矩阵, 且有  $\mathbf{Q}(0) = \mathbf{I}$ ; 矩阵  $\mathbf{B}$  是时不变的, 且满足  $\mathbf{C} = \mathbf{X}(T) = e^{\mathbf{B}T}$ 。

基解矩阵满足  $\Delta \dot{\mathbf{X}}(t) = \mathbf{A}_T(t)\Delta \mathbf{X}(t)$ , 结合式(24), 并定义  $\mathbf{x} = \mathbf{Q}(t)\mathbf{x}_F$ , 可以得到

$$\Delta \dot{\mathbf{x}}_F(t) = \mathbf{B}\Delta \mathbf{x}_F(t) \quad (25)$$

$\mathbf{x} = \mathbf{Q}(t)\mathbf{x}_F$  称为 Lyapunov-Floquet 变换, 经过该变换, 系统方程的系数由周期矩阵变为常系数矩阵, 且对于系统(25)可以利用 LTI 系统理论进行分析。

$\mathbf{C} = \mathbf{X}(T)$  称为单值矩阵, 其特征值称为 Floquet 乘子。LTP 系统渐进稳定的充分必要条件是: 所有 Floquet 乘子的模小于 1。

### 2.2 CCSC 参数对稳定性的影响

利用 Floquet 定理和第 1.3 节建立的 LTP 模型可以直接分析 MMC 的小信号稳定性。本文分析两种控制器参数(CCSC 带宽及 PLL 参数)变化对稳定性的影响。CCSC 的 PI 参数可以写成如式(26)所示的 CCSC 带宽  $f_{ccsc} = \omega_{ccsc}/(2\pi)$  和阻尼比  $\zeta_{ccsc}$  的表达式<sup>[24]</sup>。

$$\begin{cases} k_{pcsc} = (4L_{arm}\zeta_{ccsc}\omega_{ccsc} - 2R_{arm})/I_{base} \\ k_{icsc} = 2L_{arm}\omega_{ccsc}^2/I_{base} \end{cases} \quad (26)$$

通常将  $\zeta_{ccsc}$  取为 0.707, 可以分析 CCSC 带宽对 MMC 稳定性的影响。MMC 的 LTP 模型的 Floquet 乘子随 CCSC 带宽变化的轨迹如图 4 所示。

图 4 中带箭头的曲线给出了 CCSC 带宽增加时, 关键 Floquet 乘子的变化趋势。随着 CCSC 控制带宽的增加, 关键 Floquet 乘子的模逐渐接近 1 并最终超过 1, 这意味着过高的 CCSC 带宽会导致 MMC 不稳定。Floquet 乘子分析可以分析稳定性变化的趋势, 得到参数空间的稳定域, 但是无法获得频率响应、参与因子等信息。从图 4 可以看到, CCSC 带宽接近 2 700 Hz 时, MMC 会出现不稳定。

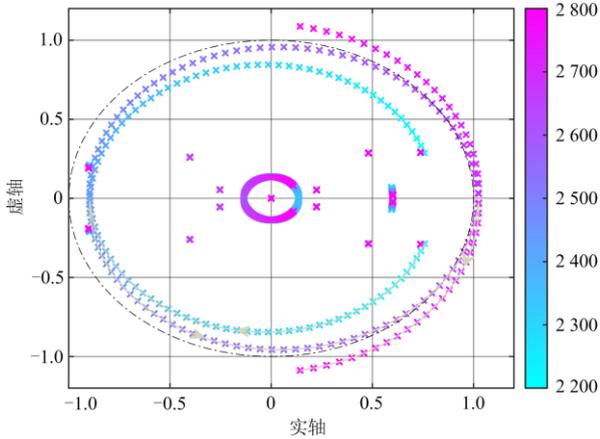


图 4 Floquet 乘子随 CCSC 带宽变化的轨迹  
Fig. 4 Trajectories of Floquet multipliers during variations of CCSC bandwidth

### 2.3 PLL 参数对稳定性的影响

本文通过文献[27]提供的方法计算 PLL 带宽和阻尼比。如前所述，分析 PLL 参数变化时 Floquet 乘子的模可以判断 MMC 是否稳定，进一步可以得到由 PLL 带宽和阻尼比构成的稳定域。选取短路比为 1.3 的弱电网进行分析，得到 PLL 参数构成的稳定域如图 5 所示。图中蓝色离散点代表 Floquet 乘子模小于 1 的点，其构成了 PLL 参数的稳定域。分析稳定域可以发现：减小 PLL 带宽及提高阻尼比有利于提高 MMC 在弱电网下的稳定性。在图 5 中选取两个算例，阻尼比选取 0.707，带宽分别选取 40 Hz 和 50 Hz，分别对应了稳定和不稳定两种情形，下文将通过这两个算例的仿真验证分析的正确性。

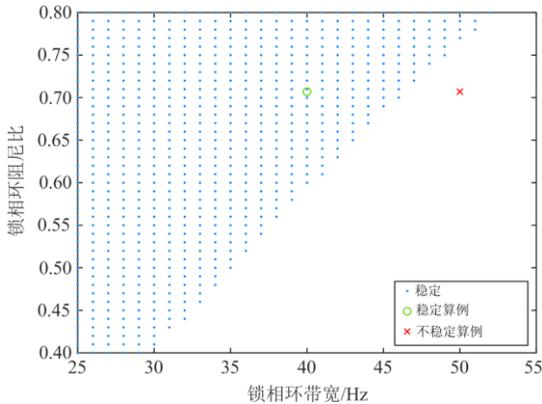


图 5 PLL 参数构成的稳定域  
Fig. 5 Stability domain formed by PLL parameters

## 3 仿真验证

本节对 Floquet 分析结果进行仿真验证，仿真平台如第 1.4 节所述。首先验证 CCSC 带宽阶跃时

MMC 稳定性的变化，如图 6 所示。仿真时间为 1.5 s 时，CCSC 带宽从 1 000 Hz 阶跃至 2 700 Hz。1.5 s 前，MMC 保持正常运行；CCSC 带宽提升至 2 700 Hz 时，交流及直流系统都出现不稳定，环流逐渐失控，环流、直流电流及 CCSC 输出波形开始发散，最终三相电流也进入不稳定状态。图 6 仿真波形与 Floquet 理论分析预测的结果一致。

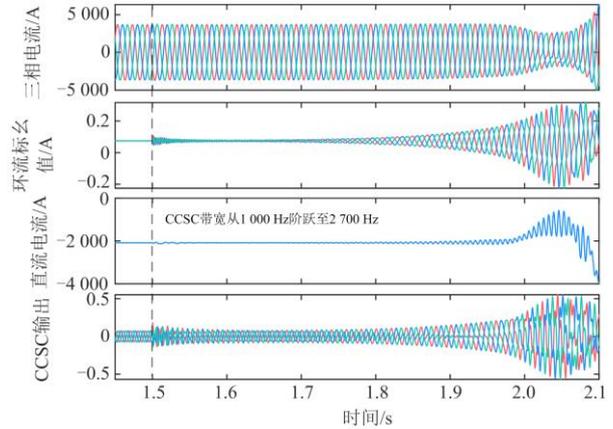


图 6 CCSC 带宽升高时的仿真验证  
Fig. 6 Simulation verification when CCSC bandwidth increases

图 7 为 PLL 带宽阶跃的仿真波形。仿真时间为 1.5 s 时，PLL 带宽从 40 Hz 增加至 50 Hz。PLL 带宽增加后，MMC 系统出现不稳定，直流电流波形开始振荡并发散，振荡频率为  $f_{dc}=21.3$  Hz，属于次同步振荡。由于 PLL 带来的频率耦合<sup>[28]</sup>，交流系统中出现了振荡频率为  $|50 \pm f_{dc}|$ ，即 28.7 Hz 和 71.3 Hz 的频率分量。图 7 所示的仿真结果验证了 Floquet 理论(如图 5 所示)得到的稳定域的正确性。

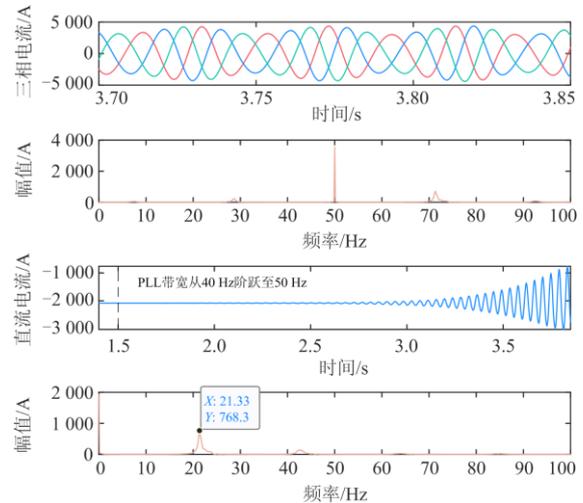


图 7 PLL 带宽升高时的仿真验证  
Fig. 7 Simulation verification when PLL bandwidth increases

## 4 结论

本文基于 LTP 系统理论对 MMC 进行小信号建模,并通过针对 LTP 系统的 Floquet 理论分析 MMC 的稳定性,分析得到如下结论:

1) LTP 模型可以精确描述 MMC 在小扰动下的动态过程;高次谐波稳态值对 LTP 模型的影响并不显著,LTP 建模过程中忽略稳态高次谐波是合理的。

2) Floquet 理论可以准确地分析 MMC 的小信号稳定性。Floquet 乘子计算可以分析稳定性变化的趋势,得到参数空间的稳定域,但是无法获得频率响应、参与因子等信息,可以用于 MMC 不同场景下的稳定性分析及控制器设计。

3) CCSC 和 PLL 等控制器带宽过高会给 MMC 带来不稳定。其中 PLL 参数设置不当容易导致 MMC 在弱电网情形下发生次同步振荡,设计时适当提高 PLL 阻尼比可以提高 MMC 稳定性。

后续研究可以从 LTP 模型的频率响应和模型辨识等方面展开。

## 参考文献

- [1] 张军, 吴金龙, 王先为, 等. 混合直流输电系统过电压抑制方法研究[J]. 高压电器, 2019, 55(7): 187-194.  
ZHANG Jun, WU Jinlong, WANG Xianwei, et al. Research of control strategy of suppressing overvoltage on hybrid-HVDC transmission system[J]. High Voltage Apparatus, 2019, 55(7): 187-194.
- [2] 张文嘉, 蔡晖, 王国腾, 等. 分散接入式混合直流系统的机电暂态建模与控制策略研究[J]. 高压电器, 2020, 56(9): 230-239.  
ZHANG Wenjia, CAI Hui, WANG Guoteng, et al. Research on electromechanical transient modeling and control strategy of decentralized hybrid HVDC systems[J]. High Voltage Apparatus, 2020, 56(9): 230-239.
- [3] 潘霄, 梁毅, 张娜, 等. 电压跌落下 MMC-HCVD 负序电流抑制策略研究[J]. 电网与清洁能源, 2020, 36(7): 38-43.  
PAN Xiao, LIANG Yi, ZHANG Na, et al. Research on control strategy of negative sequence current suppression of MMC-HCVD under voltage drop[J]. Power System and Clean Energy, 2020, 36(7): 38-43.
- [4] 白雪, 高瑞雪, 闻福岳, 等. 特定次谐波注入抑制模块化多电平换流器电容电压波动[J]. 电网与清洁能源, 2020, 36(9): 8-14.  
BAI Xue, GAO Ruixue, WEN Fuyue, et al. Suppression of capacitor voltage fluctuation of the modular multilevel converter by specific sub-harmonic injection[J]. Power System and Clean Energy, 2020, 36(9): 8-14.
- [5] 汤吉鸿, 朱军飞, 李勇, 等. 基于变分模态分解的电力系统泛频带振荡辨识方法[J]. 电力系统保护与控制, 2019, 47(2): 1-8.  
TANG Jihong, ZHU Junfei, LI Yong, et al. VMD based mode identification for broad-band oscillation in power system[J]. Power System Protection and Control, 2019, 47(2): 1-8.
- [6] BUCHHAGEN C, RAUSCHER C, MENZE A, et al. Borwin1 - first experiences with harmonic interactions in converter dominated grids[C] // International ETG Congress 2015; Die Energiewende-Blueprints for the New Energy Age, November 17-18, 2015, Bonn, Germany: 1-7.
- [7] 郭琦, 郭海平, 黄立滨. 电网电压前馈对柔性直流输电在弱电网下的稳定性影响[J]. 电力系统自动化, 2018, 42(14): 139-144.  
GUO Qi, GUO Haiping, HUANG Libin. Effect of grid voltage feedforward on VSC-HVDC stability in weak power grid[J]. Automation of Electric Power Systems, 2018, 42(14): 139-144.
- [8] 段建东, 汪鑫鑫, 卢俊, 等. 基于 ATP 的 HVDC 系统建模及谐波分析[J]. 智慧电力, 2019, 47(11): 9-15, 21.  
DUAN Jiandong, WANG Xinxin, LU Jun, et al. ATP based HVDC system modeling and harmonic analysis[J]. Smart Power, 2019, 47(11): 9-15, 21.
- [9] 黄旭程, 刘亚丽, 陈燕东, 等. 直流电网阻抗建模与振荡机理及稳定控制方法[J]. 电力系统保护与控制, 2020, 48(7): 108-117.  
HUANG Xucheng, LIU Yali, CHEN Yandong, et al. Impedance-based modeling, stability analysis and virtual damping approach in DC grid[J]. Power System Protection and Control, 2020, 48(7): 108-117.
- [10] 贺冬珊, 文俊, 耿晓红, 等. 含多电源的送端电网谐波综合特性研究[J]. 智慧电力, 2020, 48(2): 1-8.  
HE Dongshan, WEN Jun, GENG Xiaohong, et al. Research on comprehensive harmonic characteristics of sending-end power grid with multiple power sources[J]. Smart Power, 2020, 48(2): 1-8.
- [11] 谢小荣, 李浩志. 电力系统振荡研究进展[J]. 科学通报, 2020, 65(12): 1119-1129.  
XIE Xiaorong, LI Haozhi. Research advances on power system oscillation[J]. Chin Sci Bull, 2020, 65(12): 1119-1129.
- [12] 何晓峰, 李成翔, 夏成军, 等. 基于谐波电压补偿的混合直流连续换相失败抑制策略[J]. 电力工程技术, 2019, 38(4): 112-117.  
HE Xiaofeng, LI Chengxiang, XIA Chengjun, et al. Control strategy to suppress hybrid HVDC continuous

- commutation failure by harmonic voltage compensation [J]. *Electric Power Engineering Technology*, 2019, 38(4): 112-117.
- [13] HIDIR E K. Identification, stability analysis and control of linear time periodic systems via harmonic transfer functions[D]. Ankara, Turkey: Bilkent University, 2017.
- [14] 李国庆, 于泽平, 金国彬, 等. 交流谐波经 MMC 的传导机理及叠加特性研究[J]. *电力系统保护与控制*, 2019, 47(10): 33-41.  
LI Guoqing, YU Zeping, JIN Guobin, et al. Study on conduction mechanism and superposition characteristics of AC harmonics via MMC[J]. *Power System Protection and Control*, 2019, 47(10): 33-41.
- [15] SUN J, LIU H. Sequence impedance modeling of modular multilevel converters[J]. *IEEE Journal of Emerging and Selected Topics in Power Electronics*, 2017, 5(4): 1427-1443.
- [16] 张明奇, 张英敏, 田洪江, 等. 一种 MMC 控制系统的复合校正策略[J]. *智慧电力*, 2019, 47(8): 69-75.  
ZHANG Mingqi, ZHANG Yingmin, TIAN Hongjiang, et al. A compound correction strategy for MMC control system[J]. *Smart Power*, 2019, 47(8): 69-75.
- [17] JAMSHIDIFAR A, JOVICIC D. Small-signal dynamic DQ model of modular multilevel converter for system studies[J]. *IEEE Transactions on Power Delivery*, 2015, 31(1): 191-199.
- [18] ZHU S, LIU P K, LIAO X B, et al. D-Q frame impedance modeling of modular multilevel converter and its application in high-frequency resonance analysis[J]. *IEEE Transactions on Power Delivery*, 2021, 36(3): 1517-1530.
- [19] 朱蜀, 刘开培, 李彧野, 等. 基于动态相量及传递函数矩阵的模块化多电平换流器交直流侧阻抗建模方法[J]. *中国电机工程学报*, 2020, 40(15): 4791-4805.  
ZHU Shu, LIU Kaipei, LI Yuye, et al. AC/DC-side impedance modeling method for modular multilevel converter based on dynamic phasors and transfer function matrix[J]. *Proceedings of the CSEE*, 2020, 40(15): 4791-4805.
- [20] 朱蜀, 刘开培, 王庆, 等. 基于电容能量的模块化多电平换流器次同步振荡抑制及其阻抗分析[J]. *中国电机工程学报*, 2021, 41(6): 2230-2245.  
ZHU Shu, LIU Kaipei, WANG Qing, et al. Sub-synchronous oscillation suppression of modular multilevel converter based on capacitance energy and its impedance analysis[J]. *Proceedings of the CSEE*, 2021, 41(6): 2230-2245.
- [21] LÜ J, ZHANG X, CAI X, et al. Harmonic state-space based small-signal impedance modeling of a modular multilevel converter with consideration of internal harmonic dynamics[J]. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 2018, 34(3): 2134-2148.
- [22] BITTANTI S, COLANERI P. Periodic systems: filtering and control[M]. Springer Science & Business Media, 2009.
- [23] CHAUDHURI N R, OLIVEIRA R, YAZDANI A. Stability analysis of vector-controlled modular multilevel converters in linear time-periodic framework[J]. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 2016, 31(7): 5255-5269.
- [24] ZHU J, HU J, WANG S, et al. Small-signal modeling and analysis of mmc under unbalanced grid conditions based on linear time-periodic (LTP) method[J]. *IEEE Transactions on Power Delivery*, 2021, 36(1): 205-214.
- [25] WANG F, ZHANG H, MM X. Analysis of slow-scale instability in boost PFC converter using the method of harmonic balance and Floquet theory[J]. *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Regular Papers*, 2009, 57(2): 405-414.
- [26] JI Ke, TANG Guang, PANG Hui, et al. Impedance modeling and analysis of MMC-HVDC for offshore wind farm integration[J]. *IEEE Transactions on Power Delivery*, 2020, 35(3): 1488-1501.
- [27] 吴恒, 阮新波, 杨东升. 弱电网条件下锁相环对 LCL 型并网逆变器稳定性的影响研究及锁相环参数设计[J]. *中国电机工程学报*, 2014, 34(30): 5259-5268.  
WU Heng, RUAN Xinbo, YANG Dongsheng. Research on the stability caused by phase-locked loop for LCL-type grid-connected inverter in weak grid condition[J]. *Proceedings of the CSEE*, 2014, 34(30): 5259-5268.
- [28] RYGG A, MOLINAS M, ZHANG Chen, et al. A modified sequence-domain impedance definition and its equivalence to the dq-domain impedance definition for the stability analysis of AC power electronic systems[J]. *IEEE Journal of Emerging and Selected Topics in Power Electronics*, 2016, 4(4): 1383-1396.

收稿日期: 2021-01-05; 修回日期: 2021-03-17

作者简介:

阮博(1989—), 男, 工程师, 主要研究方向为智能电网运行与控制; E-mail: ruanbo@qq.com

郑雪(1988—), 女, 硕士, 主要研究方向为柔性直流输电技术; E-mail: dreamy\_zx@qq.com

朱蜀(1994—), 男, 博士研究生, 主要研究方向为电力电子化电力系统稳定性分析。E-mail: whuzhushu@whu.edu.cn

(编辑 姜新丽)