

DOI: 10.19783/j.cnki.pspc.200898

基于二次向量场的暂态稳定性快速数值计算方法

曹树立¹, 汪芳宗¹, 刘涛², 吴国阳²

(1. 三峡大学电气与新能源学院, 湖北 宜昌 443002; 2. 中国电力科学研究院有限公司, 北京 100192)

摘要: 时域仿真是研究电力系统暂态稳定性的重要手段。该方法主要涉及微分代数方程(DAE)的数值求解。目前, 电力系统暂态稳定性仿真最常用的方法是先用隐式梯形法离散常微分方程, 再用拟牛顿法求解非线性方程组。对于大规模电力系统, 这种仿真方法非常耗时, 因为在每一步的积分过程中通常需要多次迭代。提出了一种基于Kahan方法的数值方法来实现快速的暂态稳定性仿真, 其中电力系统的机电暂态特性由二次微分代数系统描述, 然后用Kahan方法求解DAE的非线性方程。基于Kahan方法提出的仿真方法是线性隐式的, 可以通过求解单个线性系统来计算每个时间步长的积分。因此, 它比现有方法具有更好的计算效率。在5机18节点系统和IEEE145节点系统上进行的研究证实了该方法的有效性。

关键词: 暂态稳定性; 数值仿真; 二次向量场; Kahan方法; 几何数值积分

Fast transient stability simulation using the quadratic vector field method

CAO Shuli¹, WANG Fangzong¹, LIU Tao², WU Guoyang²

(1. College of Electrical Engineering & New Energy, China Three Gorges University, Yichang 443002, China;

2. China Electric Power Research Institute Co., Ltd., Beijing 100192, China)

Abstract: Time-domain simulation is an important method for researching the transient stability of a power system. This approach mainly involves numerical solution of Differential-Algebraic Equations (DAE). Currently, the most commonly used simulation method first uses an implicit trapezoidal rule to discretize ordinary differential equations, and then employs a Newton-like method to solve the system of nonlinear equations. For a large-scale power system, such a simulation method is time consuming because multiple iterations are usually required in the integration of each time step. This paper proposes a numerical method based on the Kahan method to realize fast transient stability simulation, wherein the electro-mechanical transient behavior of a power system is described by a quadratic differential-algebraic system, and then the Kahan method is used to solve the nonlinear system of DAEs. Based on the Kahan method, the proposed simulation method is only linearly implicit, and the integration at each time step can be computed by solving a single linear system. Thus it has better computational efficiency than existing methods. Case studies conducted on a 5-generator 18-bus and IEEE 145-bus test systems have confirmed the effectiveness of the proposed method.

This work is supported by the Science and Technology Project of State Grid Corporation of China (No. XTB17201800225).

Key words: transient stability; numerical simulation; quadratic vector field; Kahan method; geometric numerical integration

0 引言

电力系统暂态稳定性问题一般通过时域仿真解决^[1-4]。时域仿真可以处理电力系统的各种动态模型, 并且是暂态稳定性研究中最准确的方法之一。

从数学的角度来看, 电力系统暂态稳定性仿真主要是解决离散时域中的一组微分代数方程。对于此问题, 必须使用数值积分方法离散微分方程。当前, 最常用的数值积分方法应该是隐式梯形法, 该方法是对称的、A-稳定、二阶的数值方法。从理论上讲, 离散微分方程和代数方程可以同时求解, 也可单独求解。前者通常被称为联立求解, 后者被称为分离

基金项目: 国家电网公司科技项目资助(XTB17201800225)

求解。根据相关研究结果,联立求解对于刚性系统和具有明显非线性的系统可能更快,因为它可以减少迭代次数。而且当控制系统具有较小的时间常数时,暂态稳定性问题可能会更加突出。在这种情况下,联立求解更加稳定。

在联立求解中,由离散微分方程和代数方程组成的非线性系统通常通过牛顿法迭代求解,例如严格的牛顿法(Full Newton method)或不诚实的牛顿法(VDHN)^[5]。严格牛顿法通常只需进行几次迭代即可求解非线性方程组。但在每次迭代中更新雅可比矩阵并进行LU分解非常耗时,使得严格牛顿法在大型电力系统中效率低下。在VDHN方法中,仅当迭代次数超过特定阈值时才更新雅可比矩阵。尽管VDHN中的迭代次数大于严格牛顿法中的迭代次数,但进行LU分解的次数要少于严格牛顿法。因此,目前VDHN方法是最快且可用的有效方法。但在任何情况下,联立求解都需要在每个离散时间点中进行多次迭代。

随着电力系统规模的扩大,时域仿真应用于实际的工业中需要大量的计算资源。因此,许多学者投入了大量的精力来寻找更快或更有效的数值仿真方法。文献[5]提出了一种新的多分解方法(MDA)以实现快速时域仿真,其中DAE的非线性系统被分解为三个线性子系统。文献[6]提出了一种多级Adomian分解方法(MADM)的半解析方法来解决大型电力系统的动态仿真问题。文献[7]研究了多阶段同伦分析方法(MHAM)在大型电力系统时域仿真中的适用性,并证明了它比传统的数值积分方法具有更大的时间步长和更快的速度。需要注意的是,MDA方法是联立求解,MADM和MHAM属于分离求解。

对于电力系统暂态稳定性仿真,挑战在于能否比实时更快地解决非线性DAE,以便为操作员提供充分的信息,以应对正在发生的紧急情况 and 应采取的预防控制措施^[8-10]。因此,本文将Kahan数值积分方法运用到电力系统暂态稳定的时域仿真中,文中称为二次向量场方法。这种积分方法由William Kahan在有关二次微分方程的讲义中首次提出。对于由二次向量场产生的微分方程组,Kahan方法的主要优点是它是线性隐式的,其中每个时间步长的积分都可以通过求解单个线性系统来计算^[11-15]。基于Kahan方法的特点,首先利用变维数展开法由二次微分-代数方程组描述电力系统的暂态稳定性,然后利用Kahan方法求解二次DAE。二次向量场方法不需要迭代每个时间步长的积分,而只需要求解线性方程组。因此,本文提出的二次向量场法比目前可用的方法具有更好的计算效率。

1 二次向量场上的 Kahan 方法

分析由二次向量场构成的微分方程组(1)。

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}) \square \mathbf{Q}(\mathbf{x}) + \mathbf{B}\mathbf{x} + \mathbf{c} \quad (1)$$

式中: $\mathbf{Q}(\mathbf{x})$ 是 n 维的二次型矩阵; \mathbf{B} 是 n 维方阵; \mathbf{c} 是 n 维列矩阵。

令 $t_{n+1} = t_n + h$ 可得

$$\frac{\mathbf{x}_{n+1} - \mathbf{x}_n}{h} = \mathbf{Q}(\mathbf{x}_{n+1}, \mathbf{x}_n) + \frac{1}{2}\mathbf{B}(\mathbf{x}_{n+1} + \mathbf{x}_n) + \mathbf{c} \quad (2)$$

式中, $\mathbf{Q}(\mathbf{x}_{n+1}, \mathbf{x}_n)$ 是通过极化从 $\mathbf{Q}(\mathbf{x})$ 得到的对称双线性,并且

$$\mathbf{Q}(\mathbf{x}_{n+1}, \mathbf{x}_n) \square \frac{1}{2}(\mathbf{Q}(\mathbf{x}_{n+1} + \mathbf{x}_n) - \mathbf{Q}(\mathbf{x}_{n+1}) - \mathbf{Q}(\mathbf{x}_n)) \quad (3)$$

积分方法(2)是Kahan方法。它是对称的^[11]且线性隐式的,由于式(3)的右侧是关于 \mathbf{x}_{n+1} 线性的,因此可以通过求解单个线性系统来计算 \mathbf{x}_{n+1} 。在文献[15]中,已经证明当限制于二次向量场时,Kahan方法与Runge-Kutta方法一致。即

$$\mathbf{x}_{n+1} = \mathbf{x}_n + 2hf\left(\frac{\mathbf{x}_{n+1} + \mathbf{x}_n}{2}\right) - \frac{1}{2}h[\mathbf{f}(\mathbf{x}_{n+1}) + \mathbf{f}(\mathbf{x}_n)] \quad (4)$$

由式(4)可知,Kahan方法等效于将隐式梯形法则和中点积分公式相结合的数值方法。3阶Runge-Kutta方法(4)的Butcher表为

$$\begin{array}{c|ccc} 0 & 0 & 0 & 0 \\ \hline \frac{1}{2} & -\frac{1}{4} & 1 & -\frac{1}{4} \\ \hline 1 & -\frac{1}{2} & 2 & -\frac{1}{2} \\ \hline & -\frac{1}{2} & 2 & -\frac{1}{2} \end{array}$$

因此,Kahan方法是二次向量场上的A-稳定、L-稳定和二阶数值方法。此外,Kahan方法与二次向量场上的某种Rosenbrock方法相吻合^[15]。即

$$\frac{\mathbf{x}_{n+1} - \mathbf{x}_n}{h} = [\mathbf{I} - \frac{1}{2}hf^{(1)}(\mathbf{x}_n)]^{-1}\mathbf{f}(\mathbf{x}_n) \quad (5)$$

$$\mathbf{f}^{(1)}(\mathbf{x}) \square \frac{\partial \mathbf{f}(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} \quad (6)$$

上述Kahan方法的等效方法是显式积分方法。然而,从方法的对称性来看,Kahan方法(5)可以写为

$$\frac{\mathbf{x}_{n+1} - \mathbf{x}_n}{h} = [\mathbf{I} + \frac{1}{2}hf^{(1)}(\mathbf{x}_{n+1})]^{-1}\mathbf{f}(\mathbf{x}_{n+1}) \quad (7)$$

由式(7)可知,Kahan方法是隐式方法。根据上述推导,可知Kahan方法即具有显式方法无需迭代的优点也具有隐式方法数值稳定性良好的优点。且一般二次场的Kahan方法是二阶的、对称的、并且

是 A-稳定的, 与辛阶共轭阶数为 4^[15-16]。这些重要特性使其非常适合解决暂态稳定性问题。

2 用于暂态稳定性仿真的二次微分代数模型

在暂态稳定性研究中, 发电机由 dq 参考系中描述的经典或详细模型表示^[17]。使用微分方程表示其他一些组件, 例如调速器、励磁器、电压稳定器(PSS)等。使用代数方程表示网络, 包括负荷、变压器、传输线及并联或串联电容器等^[18-21]。通常负荷是网络方程中非线性的唯一来源。在经典的暂态稳定性仿真中, 负荷用恒定阻抗模型表示。更详细的静态载荷模型是 ZIP 模型, 它通常是非线性的。动态负荷通常是感应电动机负荷。

2.1 发电机系统的二次微分代数模型

以配备有典型励磁器的发电机的经典模型(图 1)为例, 发电机转子的运动方程可表示为

$$\begin{cases} \frac{d}{dt} \delta = \omega - 1 \\ M \frac{d}{dt} \omega = P_m - D(\omega - 1) - P_e \end{cases} \quad (8)$$

式中: δ 和 ω 分别为发电机的功角和转速; M 是发电机转子惯性常数; P_m 和 P_e 分别表示输入的机械功率和输出的电磁功率; D 为机械阻尼。除上述发电机转子方程外, 发电机的微分方程可以表示为

$$\dot{E}'_q = \frac{1}{T'_{d0}} [E_f - E'_q - (x_d - x'_d) i_d] \quad (9)$$

$$\dot{E}'_d = \frac{1}{T'_{q0}} [-E'_d + (x_q - x'_q) i_q] \quad (10)$$

相关的代数方程为

$$\begin{bmatrix} E'_d \\ E'_q \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} v_d \\ v_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_a & -x'_q \\ x'_d & r_a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} \quad (11)$$

$$\begin{bmatrix} v_x \\ v_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sin \delta & \cos \delta \\ -\cos \delta & \sin \delta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_d \\ v_q \end{bmatrix} \quad (12)$$

式中, E_f 是励磁电压。发电机模型中的非线性主要是由发电机和网络接口转换引起的, 将发电机的非线性模型转换为二次向量场形式, 需要定义以下两

个附加状态变量:

$$\alpha \square \sin \delta, \beta \square \cos \delta \quad (13)$$

可得

$$\begin{bmatrix} \dot{\alpha} \\ \dot{\beta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \omega \\ -\omega & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \end{bmatrix} \quad (14)$$

$$\begin{bmatrix} v_x \\ v_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha & \beta \\ -\beta & \alpha \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_d \\ v_q \end{bmatrix} \quad (15)$$

对于图 1 所示的典型励磁调节器, 当不计算限幅器的作用时, 有

$$\dot{\mathbf{x}}_e = \mathbf{A}_e \begin{bmatrix} U_r \\ E_f \\ U_t \end{bmatrix} + \mathbf{B}_e \begin{bmatrix} U_{ref} \\ U_t \end{bmatrix} \quad (16)$$

式中: $\mathbf{A}_e \in R^{3 \times 3}$ 和 $\mathbf{B}_e \in R^{3 \times 2}$ 都是常数系数矩阵; U_{ref} 是给定的参考电压; U_t 是发电机端电压幅度(式(17))。

$$U_t^2 = v_d^2 + v_q^2 \quad (17)$$

定义

$$\mathbf{x} \square [\delta \quad \omega \quad E'_d \quad E'_q \quad \mathbf{x}_e^T \quad \alpha \quad \beta]^T \quad (18)$$

$$\mathbf{y} \square [v_d \quad v_q \quad i_d \quad i_q \quad U_t]^T \quad (19)$$

基于以上所述, 发电机系统的微分代数方程可表示为

$$\frac{d}{dt} \mathbf{x} = \mathbf{c} + \mathbf{A}_g \mathbf{x} + \mathbf{B}_g \mathbf{y} + \mathbf{Q}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) \quad (20)$$

$$\mathbf{H}_g(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \mathbf{0} \quad (21)$$

式中: \mathbf{c} 是一个常数向量; \mathbf{A}_g 和 \mathbf{B}_g 都是常数系数矩阵; $\mathbf{Q}(\mathbf{x}, \mathbf{y})$ 是 \mathbf{x}, \mathbf{y} 组成的二次向量函数。等式(21)是由等式(11)、(15)和(17)形成的一组非线性代数方程。此外, 对于更详细的发电机系统, 仍可使用式(13)、(14)和(17)描述的变维展开方法将其表示为二次微分-代数系统。

2.2 静态和动态负荷的二次微分代数模型

ZIP 负荷模型的表达式为

$$\begin{cases} P = P_0 [a_p (U/U_0)^2 + b_p (U/U_0) + c_p] \\ Q = Q_0 [a_q (U/U_0)^2 + b_q (U/U_0) + c_q] \end{cases} \quad (22)$$

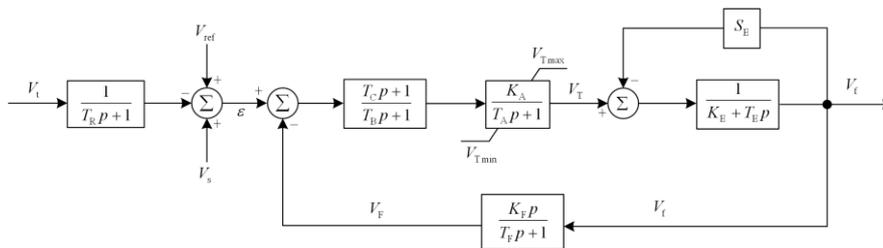


图 1 典型励磁系统的传递函数框图

Fig. 1 Transfer function block diagram of a typical excitation system

显然, ZIP模型最多为二次多项式形式。

对于感应电动机, 其模型可以表示为

$$\dot{s} = (T_m - T_e)/T_j \quad (23)$$

$$\begin{cases} \dot{E}'_x = sE'_y - [E'_x + (X - X')i_x]/T' \\ \dot{E}'_y = -sE'_x - [E'_y - (X - X')i_y]/T' \end{cases} \quad (24)$$

$$T_m = \mu[\alpha + (1 - \alpha)(1 - s)^\sigma] \quad (25)$$

$$T_e = E'_x i_x + E'_y i_y \quad (26)$$

且

$$\begin{bmatrix} v_x \\ v_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E'_x \\ E'_y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} r_s & -X' \\ X' & r_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_x \\ i_y \end{bmatrix} \quad (27)$$

式中: s 是滑差; $\mu, \alpha, \sigma, T', T_j$ 都是常数, σ 一般取 1 或 2; 显然, 以 s 和 E' 作为微分状态变量, 电动机端电压 V 和电流 I 作为代数变量, 感应电动机的机电暂态模型可以表示为式(20)和式(21)的二次型微分代数系统。

2.3 扩展网络代数方程

在已知发电机注入功率和负荷节点功率的情况下, 电力系统网络方程是直角坐标系中的典型二次代数方程系统^[19]。即

$$F(V) = S \quad (28)$$

式中: $F(V)$ 是关于 V 的二次型向量函数;

$V \square \{V_j\}, j \in (1, n)$; S 是节点注入功率向量,

$S \square \{S_j = P_j + jQ_j\}, j \in (1, n)$ 。如上所述, 对于发电机节点, 存在

$$S_j = P_j + jQ_j = (v_d i_d + v_q i_q) + j(v_q i_d - v_d i_q) \quad (29)$$

对于电动机节点, 存在

$$S_j = P_j + jQ_j = -(E'_x i_x + E'_y i_y) - j(E'_y i_x - E'_x i_y) \quad (30)$$

对于具有ZIP负荷的节点, 相应的节点功率表达式如式(22)所示。因此, 考虑到发电机和负荷的暂态特性, 网络方程(28)仍然是二次非线性系统。

在此基础上, 将网络代数方程与每个发电机的代数方程等式(21)和描述电动机负荷的代数方程等式(27)相结合, 形成以下非线性代数方程。

$$G(X, Y) = 0 \quad (31)$$

式中: X 是一组微分状态变量, 由发电机和感应电动机的状态变量组成; Y 是由网络节点电压向量以及发电机和感应电动机的代数变量形成的代数变量集。可以称等式(31)为扩展的网络代数方程。

3 基于 Kahan 方法的暂态稳定性计算方法

基于以上推导, 电力系统暂态稳定度仿真可以通过以下二次微分-代数方程表示。

$$\begin{cases} \dot{X} = C + AX + BY + Q(X, Y) \\ G(X, Y) = 0 \end{cases} \quad (32)$$

式中, $Q(X, Y)$ 和 $G(X, Y)$ 是 X, Y 的二次向量函数。

令

$$Z \square \begin{bmatrix} X \\ Y \end{bmatrix}, N \square \begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (33)$$

$$\varphi(Z) \square \begin{bmatrix} C + AX + BY + Q(X, Y) \\ G(X, Y) \end{bmatrix} \quad (34)$$

等式(31)可以表达为

$$N\dot{Z} = \varphi(Z) \quad (35)$$

由于 $\varphi(Z)$ 是二次形式的向量场, 可以考虑采用 Kahan 方法来求解该微分系统。可以得到

$$[N - h\mu(Z_n)]Z_{n+1} = R(Z_n) \quad (36)$$

式中: $\mu(Z_n)$ 是关于 Z_n 的矩阵; $R(Z_n)$ 是关于 Z_n 的向量, 并且它们在每个步骤的积分中都是已知的。求解上面的线性方程(36), 可以得到 Z_{n+1} 的值。显然, 此解决方案不需要任何迭代。

为了更好地说明上述方法, 可使用MDA方法^[5]进行简单的理论比较。根据MDA方法, 如果 $\varphi(Z)$ 是二次多元函数, 则可以将差分系统(35)分解为两个线性差分系统。因此, 当使用带有隐式梯形法的MDA方法时, 每个时间步长的积分都需要求解两个线性方程, 大致相当于2次迭代。但在使用Kahan方法的情况下, 仅需要求解一个线性方程组, 这等效于一次迭代。所以, 对于二次向量场微分系统, Kahan方法具有与隐式梯形法相同的计算精度或相同的阶数。

4 数值算例

第一个多节点测试系统如图2所示^[22](称算例1)。该系统在节点1、2、11、12和22处有5台发电机。所有发电机都有简单的励磁器和电压稳定器。该系统共有三个负荷, 分别在bus-4、bus-14和bus-21上。bus-21上的负荷由感应电动机代替, 该感应电动机的一部分阻抗恒定。bus-4和bus-14上的负荷都被建模为恒定阻抗。在此次仿真中, 采用PST^[8]中的时域仿真来验证本文算法的正确性, 暂态稳定性计算中, 故障设定 $t=0.1$ s时在bus-25处发生三相短路, 经0.05 s后切除。仿真时长3 s, 由于感应电动机型号步长取得很小。利用该算例系统, 将本文所提出的方法与隐式梯形法进行对比测试。已知发电机相对功角 δ_{12} 为

$$\delta_{12} = \delta_1 - \delta_2 \quad (37)$$

式中: δ_1 为发电机的转子角; δ_2 为描述系统惯性中心的等值转子角。因发电机G5受到三相短路的扰

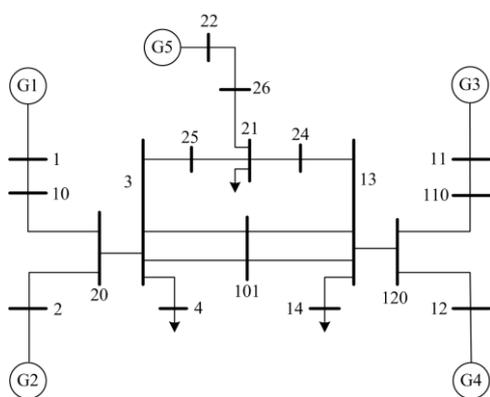


图2 测试算例系统
Fig. 2 Test case system

动最大。所以图3给出的是在相同步长 $h=0.01\text{ s}$ 条件下,利用隐式梯形法、Kahan方法计算出的发电机G5的相对功角曲线以及其差值对比。

另选一个大规模电力系统IEEE145节点系统^[23]作为算例(简称算例2)。该系统有50台发电机,在节点93处有设置一个4阶发电机模型,且有简单的励磁器和电压稳定器,其他49个均为经典发电机模型。bus-1处的负荷由感应电动机代替。0.1s时在bus-7上发生三相短路故障,经0.05s后,在 $t=0.15\text{ s}$ 时通过开断线路6-7切除短路故障。因节点104处的经典发电机G1与故障点最近,所以如图4所示,在相同步长 $h=0.01\text{ s}$ 的条件下,利用隐式梯形法、Kahan方法计算出的发电机G1的相对功角曲线以及差值对比。图5是两种算法的迭代次数对比图。

结合图3和图4可以得出:在步长相同的前提下,采用本文计算方法与隐式梯形法的所计算的相对功角差值很小且误差精度没有随着算例中矩阵维度的增大而增加,这说明Kahan方法计算精度高且数值稳定性良好,适用于大规模电力系统的计算。

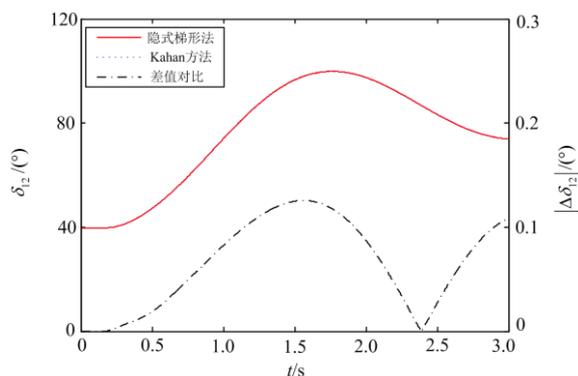


图3 两种方法所得的相对功角曲线及其差值曲线(算例1)
Fig. 3 Relative power angle calculated by two methods and their difference curves (case 1)

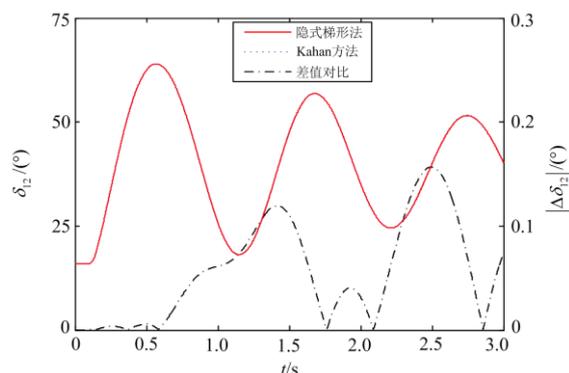


图4 两种方法所得的相对功角曲线及其差值曲线(算例2)
Fig. 4 Relative power angle calculated by two methods and their difference curves (case 2)

由图5可得,隐式梯形法的迭代次数一般在2次,在系统发生故障时可能会达到3、4次,而本文的计算方法仅需要求解一个线性方程组,这等效于1次迭代。显然,本文计算方法的计算量至少小1倍,这说明二次向量场法的计算速度快于隐式梯形法。

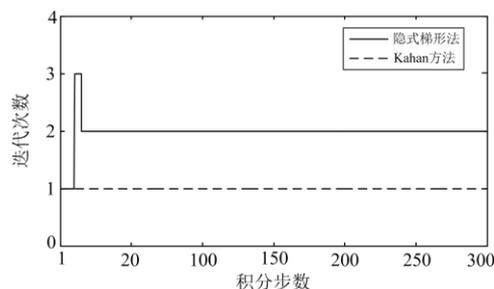


图5 两种方法迭代次数对比

Fig. 5 Comparison of iteration times of the two methods

5 结论

本文通过对Kahan方法在二次向量场上特性的分析,并对电力系统暂态稳定性计算进行二次微分代数描述,将Kahan积分方法应用于电力系统暂态稳定性计算中,证明了该方法数值稳定性良好,且计算效率高。算例结果进一步验证了本文所提出的计算方法具有计算量小、效率高、精度高的特点。因而可以显著提高电力系统暂态稳定性仿真的效率及实时性。

因此,本文的方法整体上是一种简单、可靠的新型联立求解方法,适合于电力系统暂态稳定性及相似问题的数值计算。

参考文献

- [1] STOTT B. Power system dynamic response calculations[J]. Proceedings of the IEEE, 1979, 67(2): 219-241.

- [2] 汪芳宗, 聂赟. 基于帕德逼近的暂态稳定性快速数值计算方法[J]. 电力系统保护与控制, 2017, 45(1): 1-6.
WANG Fangzong, NIE Yun. Fast algorithm for transient stability numerical simulation using Padé approximation[J]. Power System Protection and Control, 2017, 45(1): 1-6.
- [3] 潘明帅, 汪芳宗, 宋墩文, 等. 基于广义向后差分方法的电力系统暂态稳定性快速数值计算方法[J]. 电力系统保护与控制, 2018, 46(1): 9-15.
PAN Mingshuai, WANG Fangzong, SONG Dunwen, et al. Fast power system transient stability simulations by generalized backward differentiation formulae[J]. Power System Protection and Control, 2018, 46(1): 9-15.
- [4] 汪芳宗. 大规模电力系统暂态稳定性数值计算方法[M]. 北京: 科学出版社, 2013.
- [5] ZADKHAHAST S, JATSKEVICH J, VAAHEDI E. A multi-decomposition approach for accelerated time-domain simulation of transient stability problems[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2015, 30(5): 2301-2311.
- [6] DUAN N, SUN K. Power system simulation using the multi-stage a domain decomposition method[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2017, 32(1): 430-441.
- [7] DINESHA D L, GURRALA G. Application of multi-stage homotopy analysis method for power system dynamic simulations[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2019, 34(3): 2251-2260.
- [8] 汪芳宗, 王永, 宋墩文, 等. 基于矩阵对角化的电磁暂态时间并行计算方法[J]. 电网技术, 2017, 41(8): 2521-2527.
WANG Fangzong, WANG Yong, SONG Dunwen, et al. Parallel-in-time algorithm for electromagnetic transient numerical simulation based on matrix diagonalization[J]. Power System Technology, 2017, 41(8): 2521-2527.
- [9] 苏福, 杨松浩, 王怀远, 等. 电力系统暂态稳定时域仿真快速终止算法研究[J]. 中国电机工程学报, 2017, 37(15): 4372-4378, 4577.
SU Fu, YANG Songhao, WANG Huaiyuan, et al. Study on fast termination algorithm of time-domain simulation for power system transient stability[J]. Proceedings of the CSEE, 2017, 37(15): 4372-4378, 4577.
- [10] 廖小兵, 汪芳宗, 杨萌. 基于高斯方法及 Sherman-Morrison 公式的暂态稳定性并行计算方法[J]. 电力系统保护与控制, 2017, 45(4): 1-8.
LIAO Xiaobing, WANG Fangzong, YANG Meng. Parallel algorithm for transient stability simulation using Gauss method and Sherman-Morrison formula[J]. Power System Protection and Control, 2017, 45(4): 1-8.
- [11] KAHAN W, LI R C. Unconventional schemes for a class of ordinary differential equations with applications to the Korteweg-de Vries equation[J]. Journal of Computational Physics, 1997, 134: 316-331.
- [12] FENG K, QIN M Z. Symplectic geometric algorithms for Hamiltonian system[J]. Hangzhou: Zhejiang Science and Technology Press, 2003.
- [13] HAIRER E, LUBICH C, WANNER G G. Geometric numerical integration: structure-preserving algorithms for ordinary differential equations[M]. Second Edition. Berlin, Germany: Springer, 2006.
- [14] SANZ-SERNA J M. An unconventional symplectic integrator of W. Kahan[J]. Applied Numerical Mathematics, 1994, 16: 245-250.
- [15] CELLEDONI E, MCLACHLAN R I, OWREN B, et al. Geometric properties of Kahan's method[J]. Journal of Physics A: Mathematical & Theoretical, 2013, 46(2).
- [16] CELLEDONI E, MCLACHLAN R I, MCLAREN D I, et al. Integrability properties of Kahan's method[J]. Journal of Physics A: Mathematical & Theoretical, 2014, 47(36).
- [17] 倪以信, 陈寿孙, 张宝霖. 动态电力系统的理论和分析[M]. 北京: 清华大学出版社, 2002.
- [18] NAGANDRA R P S, PRAKASA R K S, NANDA J. A exact fast load flow method including second order terms in rectangular coordinates[J]. IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, 1982, 101(9): 3261-3268.
- [19] DASU B, SIVAKUMAR M, SRINIVASARAO R. Interconnected multi-machine power system stabilizer design using whale optimization algorithm[J]. Protection and Control of Modern Power Systems, 2019, 4(1): 13-23. DOI: 10.1186/s41601-019-0116-6.
- [20] 孙铭爽, 贾祺, 张善峰, 等. 面向机电暂态分析的光伏发电参与电网频率调节控制策略[J]. 电力系统保护与控制, 2019, 47(18): 28-37.
SUN Mingshuang, JIA Qi, ZHANG Shanfeng, et al. Single-stage grid-connected photovoltaic generation takes part in grid frequency regulation for electromechanical transient analysis[J]. Power System Protection and Control, 2019, 47(18): 28-37.
- [21] 靳现林, 蔡晓宇, 刘其辉, 等. 一种考虑 RSC 和 GSC 的双馈风机短路电流实用计算方法[J]. 电力系统保护与控制, 2019, 47(24): 23-30.
JIN Xianlin, CAI Xiaoyu, LIU Qihui, et al. A practical calculation method for short-circuit current of DFIG considering RSC and GSC[J]. Power System Protection and Control, 2019, 47(24): 23-30.
- [22] CHOW J, ROGERS G. Power system toolbox version 3.0 load flow tutorial and functions manual[M]. 2008.
- [23] MILANO F. An open source power system analysis toolbox[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2005, 20(3): 1199-1206.

收稿日期: 2020-07-28; 修回日期: 2020-11-24

作者简介:

曹树立(1995—), 男, 硕士研究生, 主要从事电力系统暂态稳定性分析与计算方面的工作; E-mail: 237686275@qq.com

汪芳宗(1966—), 男, 博士, 教授, 主要从事电力系统自动化、配电网自动化等领域的研究工作;

刘涛(1984—), 男, 硕士, 工程师, 主要研究方向为电力系统仿真与分析。

(编辑 姜新丽)