

DOI: 10.19783/j.cnki.pspc.191330

求解含风电相关性区间潮流的仿射变换最优场景法

鲍海波¹, 郭小璇²

(1. 广西电网南宁供电局, 广西 南宁 530031; 2. 广西电网电力科学研究院, 广西 南宁 530023)

摘要: 风电场发电功率有很强的不确定性和相关性, 影响电力系统不确定潮流分布情况。为了能准确掌握电力系统潮流状态的区间分布特性, 区间潮流作为不确定潮流计算工具, 需要考虑风电的不确定性和相关性。采用联合采样区域的相关角量化风电出力的区间相关性, 构建了考虑风电相关性的区间潮流(Interval Power Flow, IPF)模型, 并提出了一种基于仿射变换的最优场景算法(Optimal Scenario Algorithm with Affine Transformation, OSA-AT)加以求解。该算法利用仿射变换先将相关的风电出力区间分布转化为独立的区间变量, 然后应用最优场景法将区间潮流转化为一组确定非线性优化问题, 进而采用内点法计算获得潮流状态量的最大值和最小值, 即区间分布。IEEE-14 和 IEEE-118 系统的计算结果表明, 所提方法可以精确处理区间变量相关性, 且与蒙特卡罗方法(Monte Carlo, MC)相比, 其计算效率可提高数十倍。

关键词: 风力发电; 不确定性; 区间相关性; 区间潮流; 最优场景法; 仿射变换

Optimal scenario algorithm based on affine transformation applied to interval power flow considering correlated wind power

BAO Haibo¹, GUO Xiaoxuan²

(1. Nanning Power Supply Bureau, Guangxi Power Grid Corporation, Nanning 530031, China;

2. Electric Power Research Institute, Guangxi Power Grid Corporation, Nanning 530023, China)

Abstract: The generation power of wind farms is very uncertain and difficult to correlate. It affects the distribution of uncertain power flow in a power system. As a tool for calculating uncertain power flow, Interval Power Flow (IPF) should take into account the uncertainty and correlation of wind power, so as to accurately obtain the interval distribution characteristics of the unknowns in power flow. This paper uses the correlation angle of a joint sampling area to quantify the interval correlation of wind power, constructs an interval power flow model considering the interval correlation, and proposes an Optimal Scenario Algorithm based on Affine Transformation (OSA-AT) to solve it. First, the affine transformation is used to transform the correlated wind power output interval distribution into independent interval variables. Secondly, the optimal scenario method is used to transform the interval power flow into a series of nonlinear optimization problems. Finally, the interior point method is used to calculate the maximum and minimum value of the unknowns in power flow, known as the interval distribution. The numerical results of IEEE 14- and 118-bus systems indicate that the proposed method can deal with the correlation of interval variables accurately. Compared with Monte Carlo (MC) method, the computing efficiency can be improved by several dozen times.

This work is supported by Key Science and Technology Program of China Southern Power Grid Company (No. GXKJXM20170522).

Key words: wind power; uncertainty; interval correlation; interval power flow; optimal scenario method; affine transformation

0 引言

近年来, 我国风电场的建设和并网规模不断增

大, 风电在电源侧的占比也逐年增大, 对调整一次能源结构有重要作用。由于风电场出力具有间歇性和随机性, 风电的大量接入使得电力系统面临更多的不确定因素^[1]。为了掌握系统潮流状态量的随机特性, 指导调度人员合理评估系统运行状况, 研究

基金项目: 南方电网公司重点科技项目资助 (GXKJXM20170522)

不确定潮流技术尤为必要。

基于不同数学理论, 国内外学者提出了概率潮流^[2-10]、模糊潮流^[11-15]、区间潮流^[16-21]、概率区间潮流^[22]等多种不确定潮流技术。概率潮流将风电不确定出力描述为随机变量, 假设已知其随机分布或概率特征参数, 进而利用概率分析方法获得潮流电气量的随机分布, 揭示潮流状态完整的随机规律, 但是其建模需明确输入不确定量的随机分布, 这依赖于庞大历史数据和精确拟合工具, 通常难以实现。模糊潮流采用可能性分布描述风电出力, 最终结果是潮流电气量的可能性分布。模糊潮流避免了大量有效统计数据 and 复杂计算, 但其建模难度较大, 限制了其广泛应用。区间潮流将风电出力描述为区间数, 应用区间分析手段可以获得潮流状态的边界信息, 即最大值和最小值。文献[22]基于证据理论中基本可信度分配来描述风电随机出力, 提出了概率区间潮流模型和算法, 实现将概率潮流和区间潮流的统一建模, 可以获得潮流变量取值的概率区间, 但其计算效率仍需进一步提高。

相比之下, 虽然区间潮流结果仅包含待求潮流电气量的边界信息, 蕴含的信息量较少, 但其建模相对容易、结果简洁直观, 引起了众多研究人员的关注。然而, 实际中地理位置靠近的风电场发电功率之间具有较强的相关性, 在概率潮流中可结合正交变换、Coupla 函数等技术进行处理, 但区间潮流中并没有合理描述和处理风电出力相关性的技术。

针对这一问题, 本文采用联合采样区域的相关角量化风电出力的区间相关性, 构建了考虑风电相关性的区间潮流模型, 并提出一种基于仿射变换的最优场景算法加以求解。该算法利用仿射变换先将相关的风电出力区间分布转化为独立的区间变量, 然后应用最优场景法将区间潮流转化为一系列确定非线性优化问题, 进而采用内点法计算获得潮流状态量的最大值和最小值, 即区间分布。IEEE-14 和 IEEE-118 系统的计算结果表明, 所提方法可以精确处理区间变量相关性, 且与蒙特卡罗方法相比, 其计算效率可提高数十倍。

1 含风电场区间潮流模型

风电场发电功率受自然条件影响具有不确定性。基于区间数学, 本文将风电场出力建模为区间数, 并引入电力系统潮流问题, 从而提出区间潮流模型为

$$\begin{cases} P_i + P_{Di}^+ - P_{Wi}^+ - P_{Gi} = 0, & i \in S_B \\ Q_i + Q_{Di}^+ - Q_{Wi}^+ - Q_{Gi} = 0, & i \in S_{PQ} \\ V_i = V_i^s, & i \in S_{PV} \end{cases} \quad (1)$$

式中: S_B 、 S_{PQ} 和 S_{PV} 分别是电力系统全部节点集合、PQ 节点集合和 PV 节点集合; $P_{Wi}^+ = [P_{Wi}^-, P_{Wi}^+]$ 和 $Q_{Wi}^+ = [Q_{Wi}^-, Q_{Wi}^+]$ 分别是节点 i 处风电场的有功出力和无功出力, 通常风电场出力满足功率因数恒定; $P_{Di}^+ = [P_{Di}^-, P_{Di}^+]$ 和 $Q_{Di}^+ = [Q_{Di}^-, Q_{Di}^+]$ 分别是节点 i 负荷有功功率和无功功率, 通常节点负荷满足功率因数恒定; P_{Gi} 是节点 i 处传统发电机组出力; Q_{Gi} 是节点 i 处传统无功电源出力; $P_i = V_i \sum_{j \in i} Y_{ij} V_j \cos \delta_{ij}$, $Q_i = V_i \sum_{j \in i} Y_{ij} V_j \sin \delta_{ij}$, $\delta_{ij} = \delta_i - \delta_j - \alpha_{ij}$, 其中 V_i 和 δ_i 为节点 i 的电压幅值和相角, Y_{ij} 和 α_{ij} 是节点导纳矩阵元素和相应元素相角; V_i^s 是 PV 节点 i 的电压幅值, 松弛节点处的电压相角 $\delta_{slack} = 0$ 。

与传统潮流问题类似, 区间潮流的待求量是 PQ 节点的电压幅值和相角、PV 节点的注入无功功率和电压相角、流经支路的功率等。由于风电出力和节点负荷功率是区间数, 导致区间潮流的待求量也是区间数。其输入区间量 K^+ 和输出区间量 U^+ 分别描述为

$$K^+ \in \{P_{Wi}^+, Q_{Wi}^+, P_{Di}^+, Q_{Di}^+\} \quad (2)$$

$$U^+ \in \{V_{PQi}^+, \delta_{PQi}^+, Q_{PVi}^+, \delta_{PVi}^+, P_{slack}^+, Q_{slack}^+, \dots\} \quad (3)$$

2 风电出力的区间相关性

对于电力系统中的 m 个风电场, 任意两个风电场出力 P_{Wi}^+ 和 P_{Wj}^+ 的区间分布为 $[P_{Wi}^-, P_{Wi}^+]$ 和 $[P_{Wj}^-, P_{Wj}^+]$, $i=1, \dots, m, j=1, \dots, m$ 。在二维空间里, 风电场 i 和 j 的联合采样区域可采用图 1 中平行四边形所包围区域进行描述, θ_{ij} 定位为 P_{Wi}^+ 和 P_{Wj}^+ 的相关角。

当二者相关性变化, 相关角 θ_{ij} 变化, 相应的采样区域也随之变化。相关角 θ_{ij} 由 90° 逐渐减小到 0° 过程时, 二者相关性逐渐由弱变强。当 P_{Wi}^+ 和 P_{Wj}^+ 不相关时, $\theta_{ij} = 90^\circ$, 此时联合采样区域的面积最大, P_{Wi}^+ 和 P_{Wj}^+ 的取值可能性组合最多; 当 P_{Wi}^+ 和 P_{Wj}^+ 完全相关时, $\theta_{ij} = 0^\circ$, 此时联合采样区域的面积最小, P_{Wi}^+ 和 P_{Wj}^+ 的取值可能性组合最少。

若采用传统方法忽略风电出力相关性进行建模, 则 P_{Wi}^+ 和 P_{Wj}^+ 的区间分布 $[P_{Wi}^-, P_{Wi}^+]$ 和 $[P_{Wj}^-, P_{Wj}^+]$ 相互独立。那么两个风电场出力的联合采样区域, 将是图 1 中红色虚线所包围的区域, 相对简单的矩形区域。

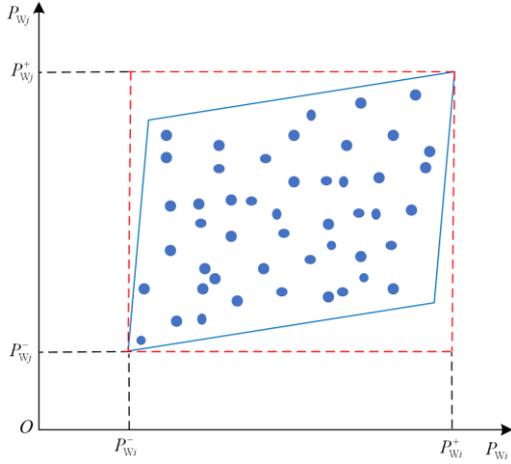


图 1 相关风电出力区间的联合采样区域

Fig. 1 Joint sampling area of correlated interval distribution of wind power output

显然，与考虑相关性后的平行四边形采样区域相比，不考虑相关性的联合采样区域偏大，应用在区间潮流求解中，容易出现过于乐观的计算结果，即上边界结果偏大、下边界结果偏小的情况。而且当风电出力具有强相关性时，相关角很小，平行四边形的面积很小，此时考虑相关性与否将对结果造成很大的影响。

3 仿射变换技术

采用广义仿射变换技术^[23-24]处理风电区间相关性的主要原理是：通过建立仿射随机空间坐标系，将原坐标系下相关的风电出力区间转化为仿射坐标系下独立的区间量，然后可以应用常规的区间分析技术获得仿射坐标系下的仿射采样点，最后将仿射采样点逆仿射变换为原坐标系的采样点。

仿射变换技术有三个关键点：1) 建立仿射坐标系，明确仿射坐标系与原坐标系的转换关系；2) 确定仿射坐标系下独立区间量的区间分布，即区间上下边界；3) 将仿射坐标系下仿射采样点转换为原坐标系下的原采样点。

1) 建立仿射坐标系。假设原坐标系为 $\{O: e_1, e_2, \dots, e_m\}$ ，其中 $e_i (i=1, \dots, m)$ 是原坐标系单位向量。仿射坐标系为 $\{O: e_1^a, e_2^a, \dots, e_m^a\}$ ，如图 2，其中 $e_i^a (i=1, \dots, m)$ 是仿射坐标系单位向量，且单位向量 e_i^a 和 e_j^a 的夹角为 θ_{ij} 。根据文献[23-24]，标准化仿射坐标系与标准化原坐标系的转换关系为

$$(e_1^a, e_2^a, \dots, e_m^a)^T = B(e_1, e_2, \dots, e_m)^T \quad (4)$$

式中， B 为仿射变换矩阵，满足下式。

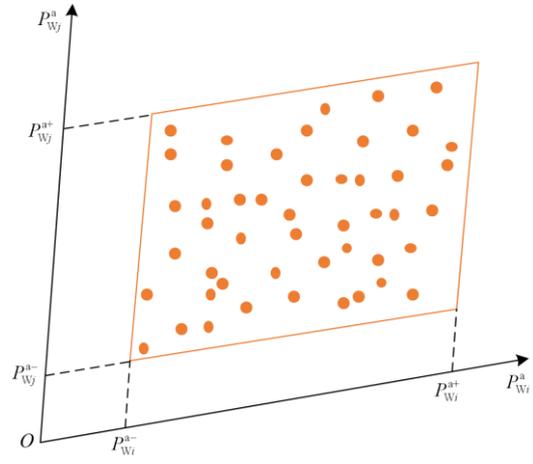


图 2 仿射坐标下的风电区间分布

Fig. 2 Interval distribution of wind power in affine coordinate system

$$B = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & \dots & b_{1m} \\ b_{21} & b_{22} & \dots & b_{2m} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ b_{m1} & b_{m2} & \dots & b_{mm} \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$b_{ij} = \begin{cases} \sqrt{(p^a)^2 + (q^a)^2} \cos(\frac{90^\circ - \theta_{ij}}{2}), & i = j \\ \sqrt{(p^a)^2 + (q^a)^2} \cos(\frac{90^\circ + \theta_{ij}}{2}), & i \neq j \end{cases} \quad (6)$$

其中， p^a 和 q^a 值可确定为

$$p^a = \frac{\tan(\frac{90^\circ + \theta_{ij}}{2}) - 1}{\tan(\frac{90^\circ + \theta_{ij}}{2}) - \tan(\frac{90^\circ - \theta_{ij}}{2})} \quad (7)$$

$$q^a = p^a \tan(\frac{90^\circ + \theta_{ij}}{2}) - \tan(\frac{90^\circ + \theta_{ij}}{2}) + 1 \quad (8)$$

2) 确定仿射坐标系下风电出力独立的区间分布。将风电区间出力 P_{Wi}^\pm 进行标准化：

$$\bar{X}_i^\pm = (P_{Wi}^\pm - E_{P_{Wi}^\pm}) / R_{P_{Wi}^\pm}, \quad i=1, \dots, m \quad (9)$$

式中： $E_{P_{Wi}^\pm}$ 和 $R_{P_{Wi}^\pm}$ 为区间变量 P_{Wi}^\pm 的区间均值和区间半径。通过式(9)，实现将 P_{Wi}^\pm 转化为标准化区间变量 $\bar{X}_i^\pm = [-1, 1]$ 。

根据原坐标系与仿射坐标系转换关系式(4)，原坐标系下标准区间向量 $\bar{X}^\pm = (\bar{X}_1^\pm, \bar{X}_2^\pm, \dots, \bar{X}_m^\pm)$ 可转换为

$$\begin{aligned} & (\bar{X}_1^\pm, \bar{X}_2^\pm, \dots, \bar{X}_m^\pm)(\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \dots, \mathbf{e}_m)^\top = \\ & (Y_1^\pm, Y_2^\pm, \dots, Y_m^\pm)(\mathbf{e}_1^a, \mathbf{e}_2^a, \dots, \mathbf{e}_m^a)^\top = \\ & (Y_1^\pm, Y_2^\pm, \dots, Y_m^\pm)\mathbf{B}(\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \dots, \mathbf{e}_m)^\top \end{aligned} \quad (10)$$

式中, $\mathbf{Y}^\pm = (Y_1^\pm, Y_2^\pm, \dots, Y_m^\pm)$ 是仿射坐标系下的标准区间向量, 从而建立 $\bar{\mathbf{X}}^\pm$ 与 \mathbf{Y}^\pm 的变换关系式(11)。

$$(\mathbf{Y}_1^\pm, \mathbf{Y}_2^\pm, \dots, \mathbf{Y}_m^\pm)^\top = (\mathbf{B}^\top)^{-1}(\bar{\mathbf{X}}_1^\pm, \bar{\mathbf{X}}_2^\pm, \dots, \bar{\mathbf{X}}_m^\pm)^\top \quad (11)$$

由于 $\bar{\mathbf{X}}^\pm$ 是标准区间向量, 确定 \mathbf{Y}^\pm 的区间分布为

$$Y_i^\pm = [-\sum_{j=1}^m |C_{ij}^-|, \sum_{j=1}^m |C_{ij}^+|], \quad i=1, 2, \dots, m \quad (12)$$

式中, C_{ij} 为矩阵 \mathbf{C} 第 i 行第 j 列元素, $\mathbf{C} = (\mathbf{B}^\top)^{-1}$ 。

3) 确定原坐标系下的原采样点。假设随机获得 \mathbf{Y}^\pm 的一个采样点 $\mathbf{y} = (y_1, y_2, \dots, y_m)$ 。根据式(11), 可通过如下逆仿射变换获得 $\bar{\mathbf{X}}^\pm$ 的采样点 $\mathbf{x} = (x_1, x_2, \dots, x_m)$:

$$(x_1, x_2, \dots, x_m) = (y_1, y_2, \dots, y_m)\mathbf{B} \quad (13)$$

再根据式(9), 通过如下逆标准化过程, 即可获得原坐标系下风电的采样点:

$$P_{Wi} = x_i R_{P_{Wi}^\pm} + E_{P_{Wi}^\pm}, \quad i=1, \dots, m \quad (14)$$

4 结合仿射变换的最优场景法

4.1 耦合仿射变换约束的最优场景法

如果风电出力互相独立, 不考虑区间相关性, 最优场景法求解潮流状态区间边界的基本思路是: 以潮流方程待求状态量的最大化(最小化)为目标函数建立优化模型, 该模型以潮流方程为等式约束, 而将风电、节点负荷等区间量作为可变量, 这些可变量调节约束就是区间变量的上下边界。然后采用内点算法直接求解优化问题, 可获得潮流状态取得最大和最小值的两个最优场景, 即可获得潮流状态区间上下边界。

根据以上思路, 可将区间潮流模型式(1)一式(3)重构为最优化模型, 具体如下。

1) 目标函数

以潮流方程任一待求状态量的最大化(最小化)为目标函数:

$$\min U \quad (15)$$

$$\max U \quad (16)$$

式中, $U^\pm \in \{V_{PQi}^\pm, \delta_{PQi}^\pm, Q_{PVi}^\pm, \delta_{PVi}^\pm, P_{slack}^\pm, Q_{slack}^\pm, \dots\}$ 。

2) 约束条件

以潮流方程为等式约束, 将风电场出力、节点负荷有功功率等区间量作为优化问题的可变量, 构

造约束条件为

$$\text{s.t.} \begin{cases} P_i + P_{Di} - P_{Wi} - P_{Gi} = 0, & i \in S_B \\ Q_i + Q_{Di} - Q_{Wi} - Q_{Gi} = 0, & i \in S_{PQ} \\ V_i = V_i^s, & i \in S_{PV} \\ P_{Wi}^- \leq P_{Wi} \leq P_{Wi}^+ \\ P_{Di}^- \leq P_{Di} \leq P_{Di}^+ \end{cases} \quad (17)$$

综上, 将区间潮流的待求量 U 逐个代入式(15)、式(16), 通过求解下边界优化问题(式(15)和式(17))即可获得待求量 U 的区间下边界, 求解上边界优化问题(式(16)和式(17))即可获得待求量 U 的区间上边界。

为了能够考虑风电的区间相关性, 需要考虑风电出力的仿射变换过程, 将风电出力的约束条件进行替换, 从而将仿射变换技术耦合到最优场景优化模型, 约束条件式(17)改写为

$$\text{s.t.} \begin{cases} P_i + P_{Di} - P_{Wi} - P_{Gi} = 0, & i \in S_B \\ Q_i + Q_{Di} - Q_{Wi} - Q_{Gi} = 0, & i \in S_{PQ} \\ V_i = V_i^s, & i \in S_{PV} \\ P_{Wi} = x_i R_{P_{Wi}^\pm} + E_{P_{Wi}^\pm}, & i=1, \dots, m \\ (x_1, x_2, \dots, x_m) = (y_1, y_2, \dots, y_m)\mathbf{B} \\ -\sum_{j=1}^m |C_{ij}^-| \leq y_i \leq \sum_{j=1}^m |C_{ij}^+|, & i=1, 2, \dots, m \\ P_{Di}^- \leq P_{Di} \leq P_{Di}^+ \end{cases} \quad (18)$$

当确定式(18)中 $R_{P_{Wi}^\pm}$ 、 $E_{P_{Wi}^\pm}$ 、 \mathbf{B} 、 C_{ij} 等参数后,

即可通过求解下边界优化问题(式(15)和式(18))或上边界优化问题(式(16)和式(18))获得待求量 U 的区间下边界和上边界。

4.2 求解区间潮流的实施步骤

因此, 本文所提的基于仿射变换的最优场景法求解区间潮流的流程如图 3 所示。

具体实现步骤如下:

1) 输入电力系统网架数据和运行数据, 运行数据包括风电场出力区间 $[P_{Wi}^-, P_{Wi}^+]$ 和节点负荷区间 $[P_{Di}^-, P_{Di}^+]$, 以及风电出力的相关角 θ_{ij} 等;

2) 根据风电场出力的区间分布, 确定区间均值 $E_{P_{Wi}^\pm}$ 和区间半径 $R_{P_{Wi}^\pm}$;

3) 将风电出力的相关角 θ_{ij} 代入式(5)一式(8), 确定仿射变换的转换矩阵 \mathbf{B} , 进而根据式(12)确定 Y_i^\pm , $i=1, 2, \dots, m$ 的区间分布 $[-\sum_{j=1}^m |C_{ij}^-|, \sum_{j=1}^m |C_{ij}^+|]$, $i=1, 2, \dots, m$ 等;

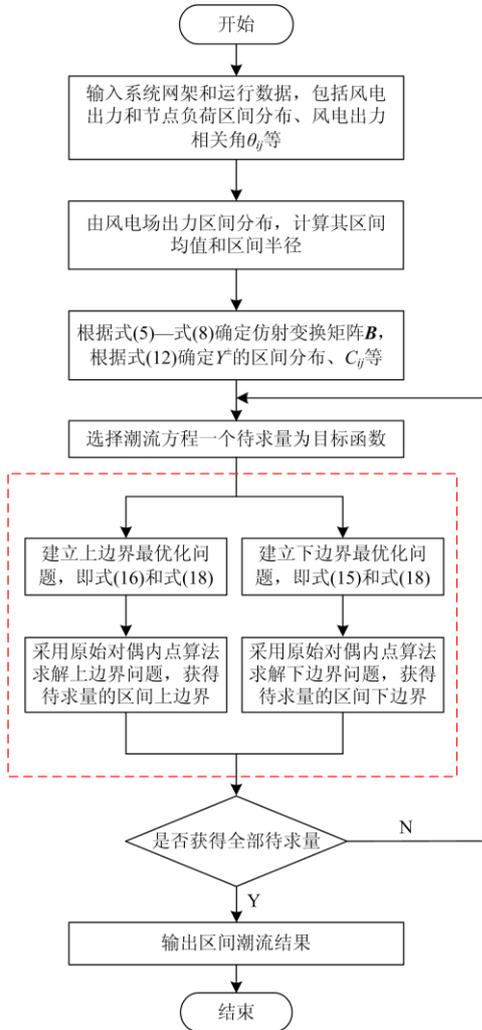


图3 区间潮流求解方法的流程图

Fig. 3 Flow chart of interval power flow solving method

4) 选择潮流方程的一个待求电气量 U (节点电压幅值、相角、支路有功和无功功率等) 作为目标函数, 建立下边界优化问题(式(15)和式(18))或上边界优化问题(式(16)和式(18));

5) 采用原始对偶内点算法求解下边界和上边界问题, 获得待求量的最大值 U^+ 和最小值 U^- , 也就是潮流电气量的区间边界;

6) 判断是否潮流方程全部待求量的区间边界都已获得, 是则计算结束, 跳转至步骤 7), 否则跳转至步骤 4);

7) 输出区间潮流结果。

从图 3 可看出, 红色虚线框内的上、下边界优化问题建模和求解是整个计算流程中运算量最大的步骤。考虑到各待求量的区间上、下边界优化问题建模时, 各优化问题之间是完全独立的, 可根据需要将流程中各待求量的区间边界问题建模和求解, 由串行的循环迭代调整为并行模式, 进而方便的应

用并行计算技术, 提高求解效率。

5 计算结果分析

5.1 系统概况

为了验证所提区间潮流模型和方法有效性, 利用 Matlab R2017b 平台编写程序进行仿真计算。程序运行的硬件环境是: CPU 主频为 2.32 GHz×4, 内存为 8 GB。风电场的主要参数以及接入 IEEE-14 和 IEEE-118 系统的节点如表 1 示。同时, 考虑两个标准系统的各节点负荷波动区间为 [95%, 105%] 平均值, 且功率因数恒定不变。

表 1 风电场参数

Table 1 Parameters of wind farms

风电场	接入节点		出力区间/MW
	IEEE-14	IEEE-118	
1	2	23	[0.12, 1.03]
2	3	39	[0.05, 0.44]
3	10	114	[0.22, 0.36]

5.2 方法有效性验证

为验证所提结合仿射变换最优场景法 (Optimal scenario algorithm with affine transformation, OSA-AT) 求解效果, 本文以基于仿射变换蒙特卡罗法 (Monte Carlo with affine transformation, MC-AT) 作为参照对象, 其中蒙特卡罗法模拟次数为 100 000 次。同时, 设定风电场 1、2 和 3 的有功出力区间互为相关, 且任意两个风电出力的相关角均为 45° 。

分别采用 OSA-AT 和 MC-AT 求解 IEEE-14 和 IEEE-118 系统区间潮流。图 4—图 7 分别展示了 IEEE-14 系统节点电压幅值和相角、线路有功和无功功率的区间分布。显然, 所提 OSA-AT 方法的计算结果非常接近于 MC-AT 方法的结果, 具有很高的计算准确性。

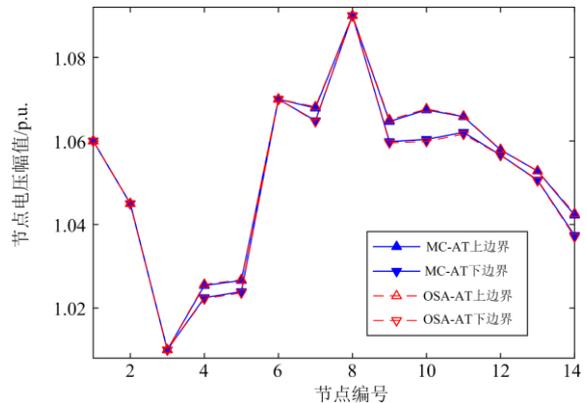


图4 IEEE-14 系统节点电压幅值的区间分布

Fig. 4 Interval distribution of bus voltage magnitude in IEEE-14 bus system

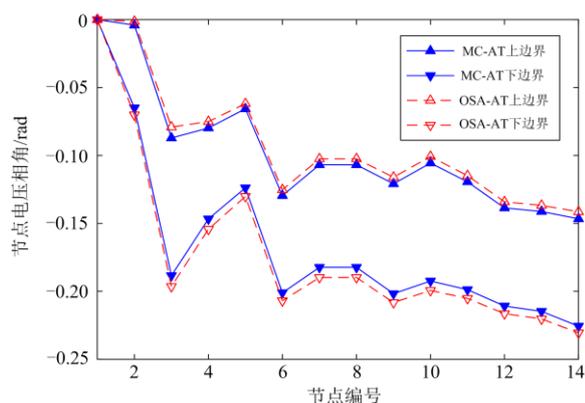


图 5 IEEE-14 系统节点电压相角的区间分布
Fig. 5 Interval distribution of bus voltage angle in IEEE-14 bus system

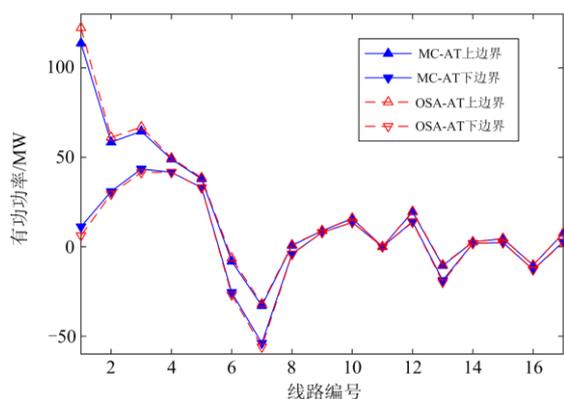


图 6 IEEE-14 系统支路有功功率的区间分布
Fig. 6 Interval distribution of line active power in IEEE-14 bus system

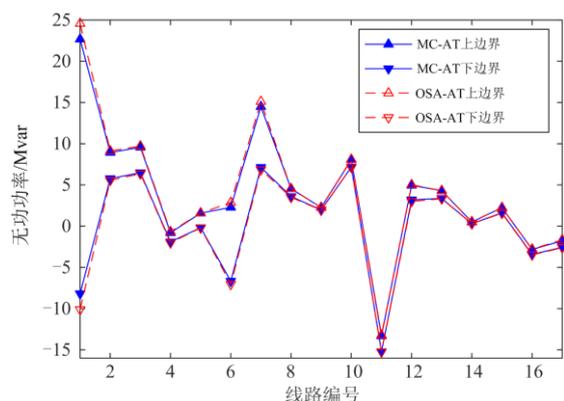


图 7 IEEE-14 系统支路无功功率的区间分布
Fig. 7 Interval distribution of line reactive power in IEEE-14 bus system

为了量化 OSA-AT 求解区间潮流的计算误差, 定义潮流方程待求电气量 U 的区间上、下边界相对

误差分别为

$$\varepsilon^+ = \frac{|U_{\text{OSA-AT}}^+ - U_{\text{MC-AT}}^+|}{|U_{\text{MC-AT}}^+|} \times 100\% \quad (19)$$

$$\varepsilon^- = \frac{|U_{\text{OSA-AT}}^- - U_{\text{MC-AT}}^-|}{|U_{\text{MC-AT}}^-|} \times 100\% \quad (20)$$

式中: $U_{\text{OSA-AT}}^+$ 和 $U_{\text{MC-AT}}^+$ 分别是采用 OSA-AT 方法和 MC-AT 方法得到的区间潮流电气量区间上边界值; 类似的, $U_{\text{OSA-AT}}^-$ 和 $U_{\text{MC-AT}}^-$ 分别是采用 OSA-AT 方法和 MC-AT 方法得到的区间潮流电气量区间下边界值。

表 2 给出了 IEEE-118 系统不同类型潮流电气量区间边界的平均误差。OSA-AT 与 MC-AT 方法的结果非常接近, 其中对 IEEE-14 和 IEEE-118 系统的节点电压幅值上下边界计算平均误差小于千分之一, 具备很高的可信度。

表 2 IEEE-118 系统潮流量区间边界的平均误差

Table 2 Relative average error of interval boundary of variables in power flow of IEEE-118 bus system

待求量	IEEE-14		IEEE-118	
	上边界	下边界	上边界	下边界
节点电压幅值/%	0.025	0.016	0.002	0.003
节点电压相角/%	2.591	2.288	6.087	4.622
线路有功功率/%	4.882	5.771	3.128	3.713
线路无功功率/%	3.391	3.467	5.754	2.550

表 3 给出了 MC-AT 与 OSA-AT 求解两个系统区间潮流的计算时间对比, OSA-AT 拥有几倍甚至十几倍的计算效率优势。所提 OSA-AT 方法对区间潮流待求量的数量较为敏感, 当待求量较多时, 所要求解的上、下边界优化问题较多, 计算时间较长。如 4.2 节所述, 由于 OSA-AT 所建立的优化问题完全独立, 可以结合并行计算大幅提高计算效率。

表 3 计算时间对比

Table 3 Comparison of calculation time

系统	计算时间/s		倍率
	MC-AT	OSA-AT	
IEEE-14	77.35	2.964	26.096
IEEE-118	622.071	61.123	10.177

需要说明的是, 本文提出了基于仿射变换的最优场景法求解区间潮流问题, 并与基于仿射变换的蒙特卡罗法进行了对比。考虑到仿射变换技术具有很好的拓展性, 今后将开展该技术与其他区间潮流算法结合的相关研究。

5.3 风电区间相关性分析

由于风电机组尾流效应等因素, 地理位置靠近的风电场风速之间会有较强相关性, 相应的风电场

输出功率之间也会有较强相关性。本文以 IEEE-14 系统线路 2-4 和 2-5 为例，验证分析相关性对区间潮流分布的影响。当风电场出力的相关角从 90° 降低为 0° 时，相关性由弱增强，图 8—图 11 分别给出了线路 2-4 和 2-5 的潮流区间分布变化趋势，表 4 和表 5 分别给出了线路 2-4 和 2-5 有功、无功功率区间边界信息。

从图 8—图 11 可以看出，随着风电场出力区间相关性的增强，区间潮流待求量的区间上边界逐渐减小，区间下边界逐渐增大，也就是区间分布逐渐收紧。以图 1 为例说明原因，当区间相关角逐渐减小时，各风电场出力共同构成的取值空间逐渐由矩形变为平行四边形，而且面积逐渐缩小，使得风电场出力取值的可能组合逐渐减少，导致区间潮流待求量的取值可能性较少，相应待求量的区间边界也会收紧。尤其当风电场数量很多、系统规模不大的情况，这种现象将会更加明显。

如表 4 中，以流经线路 2-4 的潮流分布 P_{2-4} 和 Q_{2-4} 区间分布为例。当风电出力相互独立、相关角

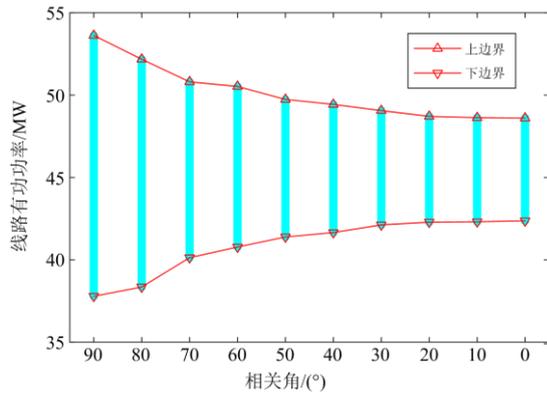


图 8 相关性对 P_{2-4} 区间分布的影响

Fig. 8 Correlation effect on the interval distribution of P_{2-4}

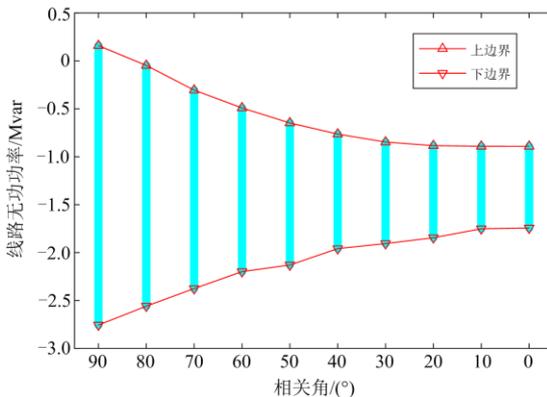


图 9 相关性对 Q_{2-4} 区间分布的影响

Fig. 9 Correlation effect on the interval distribution of Q_{2-4}

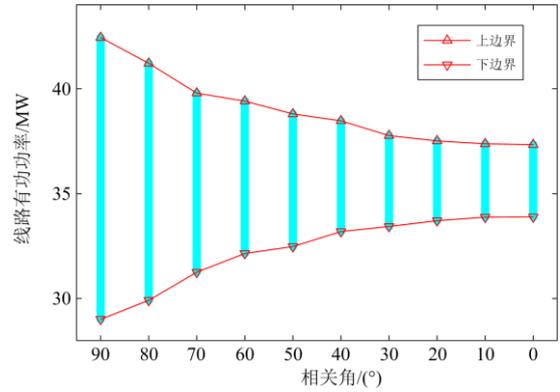


图 10 相关性对 P_{2-5} 区间分布的影响

Fig. 10 Correlation effect on the interval distribution of P_{2-5}

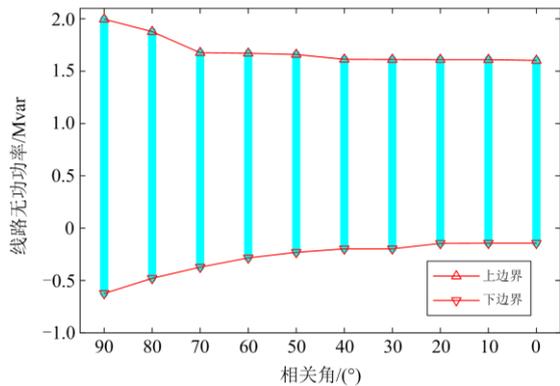


图 11 相关性对 Q_{2-5} 区间分布的影响

Fig. 11 Correlation effect on the interval distribution of Q_{2-5}

表 4 不同相关性时线路 2-4 潮流的区间分布

Table 4 Interval distribution of power flow in line 2-4 under different correlation

相关角	P_{2-4} /MW	Q_{2-4} /Mvar
90°	[37.7892,53.6268]	[-2.7555,0.1598]
80°	[38.3527,52.1810]	[-2.5585,-0.0468]
70°	[40.1327,50.8110]	[-2.3753,-0.3048]
60°	[40.7760,50.5296]	[-2.1988,-0.4902]
50°	[41.3908,49.7377]	[-2.1294,-0.6471]
40°	[41.6581,49.4365]	[-1.9586,-0.7633]
30°	[42.1205,49.0631]	[-1.9060,-0.8467]
20°	[42.2868,48.7134]	[-1.8445,-0.8839]
10°	[42.3095,48.6335]	[-1.7511,-0.8904]
0°	[42.3687,48.6015]	[-1.7433,-0.8910]

为 90° 时， P_{2-4} 的区间分布为 [37.7892,53.6268] MW，区间半径为 7.9188 MW；而当风电出力具有强相关、相关角为 0° 时， P_{2-4} 的区间分布为 [42.3687,48.6015] MW，区间半径为 3.1164 MW。若不考虑风电出力的区间相关性，将导致 P_{2-4} 的区间上边界和下边界

的误差超过 10%，而区间半径相差超过 150%。

同理，风电出力相关角为 90° 和 0° 时， Q_{2-4} 的区间分布分别为 $[-2.7555, 0.1598]$ Mvar 和 $[-1.7433, -0.8910]$ Mvar。若不考虑区间相关性，将导致 Q_{2-4} 的区间上边界和下边界的误差分别超过 50% 和 110%，而区间半径相差超过 240%。

因此，如果按传统思路仅将风电出力简单定义为独立的区间量，必然会导致区间潮流待求量的上边界的值偏大、下边界的值偏小，区间潮流结果将偏于乐观，从而降低了区间潮流计算结果的准确性和可信度。

表 5 不同相关性时线路 2-5 潮流的区间分布

Table 5 Interval distribution of power flow in line 2-5 under different correlation

相关角	$P_{2,5}/\text{MW}$	$Q_{2,5}/\text{Mvar}$
90°	[29.0101, 42.4450]	[-0.6236, 1.9963]
80°	[29.9152, 41.2146]	[-0.4791, 1.8770]
70°	[31.2543, 39.7940]	[-0.3729, 1.6763]
60°	[32.1480, 39.4120]	[-0.2843, 1.6707]
50°	[32.4788, 38.8015]	[-0.2311, 1.6588]
40°	[33.1928, 38.4731]	[-0.1980, 1.6132]
30°	[33.4346, 37.7704]	[-0.1970, 1.6114]
20°	[33.7123, 37.5166]	[-0.1457, 1.6103]
10°	[33.8778, 37.3774]	[-0.1440, 1.6102]
0°	[33.8888, 37.3369]	[-0.1439, 1.6022]

6 结论

本文建立了考虑风电相关性区间潮流，并提出基于仿射变换最优场景算法加以求解。

1) 利用联合采样区域的相关角量化风电出力的区间相关性，提出了考虑风电相关性的区间潮流问题，模型构建更为合理，其计算结果更符合实际情况。

2) 采用仿射变换将相关风电出力区间转化为独立的区间变量，然后应用最优场景法求解区间潮流问题，进而提出了一种基于仿射变换的最优场景算法。不仅可以精确实现风电出力的去相关化，也能够快速而准确地求解区间潮流问题。

3) 讨论了风电出力区间相关性强弱不同时，系统潮流区间分布的变化趋势，分析了忽略风电区间相关性将导致区间潮流结果过于乐观的问题。

参考文献

[1] YAN Jie, ZHANG Hao, LIU Yongqian, et al. Uncertainty estimation for wind energy conversion by probabilistic

wind turbine power curve modelling[J]. Applied Energy, 2019, 239: 1356-1370.

[2] KAZEMDEHDASHTI A, MOHAMMADI M, SEIFI A R. Application of generalised cross-entropy method in probabilistic power flow[J]. IET Generation, Transmission & Distribution, 2018, 12(11): 2745-2754.

[3] ABDELAZI M M A. Open CL-accelerated probabilistic power flow for active distribution networks[J]. IEEE Transactions on Sustainable Energy, 2018, 9(3): 1255-1264.

[4] 毛晓明, 叶嘉俊. 主元分析结合 Cornish-Fisher 展开的概率潮流三点估计法[J]. 电力系统保护与控制, 2019, 47(6): 66-72.

MAO Xiaoming, YE Jiajun. A three-point estimate method for probabilistic load flow computation based on principal component analysis and Cornish-Fisher series[J]. Power System Protection and Control, 2019, 47(6): 66-72.

[5] ZHU Jinzhou, ZHANG Yan. Probabilistic load flow with correlated wind power sources using a frequency and duration method[J]. IET Generation, Transmission & Distribution, 2019, 13(18): 4158-4170.

[6] MORALES J M, BARINGO L, CONEJO A J, et al. Probabilistic power flow with correlated wind sources[J]. IET Generation, Transmission & Distribution, 2010, 4(5): 641-651.

[7] 韩笑, 周明, 李庚银. 基于无迹变换随机潮流建模的主动配电网优化调度[J]. 电力系统保护与控制, 2018, 46(3): 9-17.

HAN Xiao, ZHOU Ming, LI Gengyin. Stochastic optimal dispatching of active distribution networks based on stochastic power flow modeling using unscented transformation[J]. Power System Protection and Control, 2018, 46(3): 9-17.

[8] GALVANI S, CHOOGAN M. Data clustering based probabilistic optimal power flow in power systems[J]. IET Generation, Transmission & Distribution, 2019, 13(2): 181-188.

[9] 鲍海波, 韦化. 基于无迹变换的含大规模风电场电力系统概率最优潮流计算[J]. 电力系统自动化, 2014, 38(12): 46-53.

BAO Haibo, WEI Hua. Probabilistically optimal power flow computation in power system including large-scale wind farms based on unscented transformation[J]. Automation of Electric Power Systems, 2014, 38(12): 46-53.

[10] 宣锐峰, 王亚楠, 万要军, 等. 基于 Faure 序列的电力系统概率潮流计算[J]. 电力系统保护与控制, 2015, 43(20): 15-20.

- XUAN Ruifeng, WANG Yanan, WAN Yaojun, et al. Probabilistic power flow calculation based on Faure sequence with wind farms[J]. Power System Protection and Control, 2015, 43(20): 15-20.
- [11] MIRANDA V, SARAIVA J T. Fuzzy modelling of power system optimal load flow[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 1992, 7(2): 843-849.
- [12] 张焰, 陈章潮. 电网规划中的模糊潮流计算[J]. 电力系统自动化, 1998, 22(3): 20-23.
ZHANG Yan, CHEN Zhangchao. The calculation of fuzzy load flow in electric power planning[J]. Automation of Electric Power Systems, 1998, 22(3): 20-23.
- [13] 洪芦诚, 石立宝, 姚良忠, 等. 计及风电场发电功率不确定性的电力系统模糊潮流[J]. 电工技术学报, 2010, 25(8): 116-122.
HONG Lucheng, SHI Libao, YAO Liangzhong, et al. Fuzzy modelling and solution of load flow incorporating uncertainties of wind farm generation[J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2010, 25(8): 116-122.
- [14] 孙秋野, 张化光, 刘兆冰. 配电网模糊潮流计算方法及其收敛性研究[J]. 中国电机工程学报, 2008, 28(10): 46-50.
SUN Qiuye, ZHANG Huaguang, LIU Zhaobing. Fuzzy flow calculation in power distribution system and its convergence[J]. Proceedings of the CSEE, 2008, 28(10): 46-50.
- [15] 李晖, 潘旭东, 刘涤尘, 等. 基于不确定性的线路退运模糊潮流计算[J]. 电力建设, 2013, 34(2): 6-10.
LI Hui, PAN Xudong, LIU Dichen, et al. Fuzzy power flow calculation of line returned based on uncertainties[J]. Electric Power Construction, 2013, 34(2): 6-10.
- [16] 王树洪, 邵振国. 考虑 DG 运行不确定性的复仿射 Ybus 高斯迭代区间潮流算法[J]. 电力自动化设备, 2017, 37(3): 38-44.
WANG Shuhong, SHAO Zhenguo. Interval power-flow algorithm based on complex offline Ybus-Gaussian iteration considering uncertainty of DG operation[J]. Electric Power Automation Equipment, 2017, 37(3): 38-44.
- [17] LIAO X, LIU K, ZHANG Y, et al. Interval method for uncertain power flow analysis based on Taylor inclusion function[J]. IET Generation, Transmission & Distribution, 2017, 11(5): 1270-1278.
- [18] VACCARO A, CAÑIZARES C A, BHATTACHARYA K. A range arithmetic-based optimization model for power flow analysis under interval uncertainty[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2013, 28(2): 1179-1186.
- [19] VACCARO A, CAÑIZARES C A, VILLACCI D. An affine arithmetic-based methodology for reliable power flow analysis in the presence of data uncertainty[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2010, 25(2): 624-632.
- [20] DING T, LI F, LI X, et al. Interval radial power flow using extended DistFlow formulation and Krawczyk iteration method with sparse approximate inverse preconditioner[J]. IET Generation, Transmission & Distribution, 2015, 9(14): 1998-2006.
- [21] ZHANG C, CHEN H, SHI K, et al. An interval power flow analysis through optimizing-scenarios method[J]. IEEE Transactions on Smart Grid, 2018, 9(5): 5217-5226.
- [22] 鲍海波, 韦化, 郭小璇, 等. 考虑风电不确定性的概率区间潮流模型与算法[J]. 中国电机工程学报, 2017, 37(19): 5633-5642.
BAO Haibo, WEI Hua, GUO Xiaoxuan, et al. The model and algorithm of probabilistic interval power flow considering wind power uncertainty[J]. Proceedings of the CSEE, 2017, 37(19): 5633-5642.
- [23] JIANG C, HAN X, LU G Y, et al. Correlation analysis of non-probabilistic convex model and corresponding structural reliability technique[J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 2011, 200(33-36): 2528-2546.
- [24] 姜潮, 郑静, 韩旭, 等. 一种考虑相关性的概率-区间混合不确定模型及结构可靠性分析[J]. 力学学报, 2014, 46(4): 591-560.
JIANG Chao, ZHENG Jing, HAN Xu, et al. A probability and interval hybrid structural reliability analysis method considering parameters' correlation[J]. Chinese Journal of Theoretical and Applied Mechanics, 2014, 46(4): 561-560.

收稿日期: 2019-10-21; 修回日期: 2019-12-04

作者简介:

鲍海波(1988—), 男, 通信作者, 博士, 高级工程师, 主要研究方向为电力系统最优运行与规划; E-mail: baohaiboP50514007@163.com

郭小璇(1986—), 女, 博士, 高级工程师, 主要研究方向为电力系统运行与分析。E-mail: guo_xiaoxuan@163.com

(编辑 姜新丽)