

DOI: 10.19783/j.cnki.pspc.190709

# 识别电力系统密集振荡模式的模态灵敏度方法

李奕欣, 马燕峰, 赵书强

(华北电力大学, 河北 保定 071003)

**摘要:** 密集振荡模式可能会对电力系统动态特性产生重要影响, 研究这种影响具有重要意义, 而识别密集振荡模式是进行相关研究的基础。在分析机械力学领域密集模式判定方法的基础上, 提出了一种识别电力系统密集振荡模式的模态灵敏度方法。该方法计算简单, 能有效识别密集振荡模式, 根据模态灵敏度信息还可以判断振荡模态的变化趋势。采用10机和24机两个算例验证了所提方法的有效性。

**关键词:** 电力系统; 密集振荡模式; 模态灵敏度

## Modal sensitivity method for identifying close modes in a power system

LI Yixin, MA Yanfeng, ZHAO Shuqiang

(North China Electric Power University, Baoding 071003, China)

**Abstract:** It is important to study the influence of close modes on the dynamic characteristics of power systems, and the identification of close modes is a research topic. Based on the analysis of a close modes identification method in the field of mechanics, a modal sensitivity method for identifying them in a power system is proposed. This method is simple in calculation and can effectively identify the close modes. Given modal sensitivity information, the change of oscillation modes can also be determined. Two examples of 10-machine and 24-machine power systems demonstrate the effectiveness of the proposed method.

This work is supported by Natural Science Foundation of Hebei Province (No. E2017502075).

**Key words:** power system; close modes; modal sensitivity

## 0 引言

电力系统稳定运行是保障大规模电能生产与传输的基础, 由于电力系统运行方式复杂多变, 冲击扰动时刻存在, 致使低频振荡现象在电力系统运行中频繁发生, 严重威胁到电力系统的安全稳定运行<sup>[1-3]</sup>。因此, 对电力系统低频振荡问题进行分析研究并提出有效的抑制措施具有十分重要的意义。

电力系统的一个显著特点是固有振荡模式非常密集。对于 $n$ 机系统, 存在 $n-1$ 个机电振荡模式<sup>[4]</sup>, 现代电力系统由于规模庞大, 因而存在大量的低频振荡模式, 这些模式的振荡频率基本上分布在0.1~2.5 Hz 这一很窄的频率范围内, 使得一些振荡模式的振荡频率非常接近, 从而使电力系统呈现振荡模式密集的特点。密集振荡模式可能存在模态不稳定现象<sup>[5-6]</sup>, 即物理参数小的变化可能导致模态发

生很大的改变, 从而给系统建模、模型降阶、振荡参数辨识及阻尼控制器设计等带来困难。所以, 对电力系统密集振荡模式有关问题进行研究, 既是一个科学问题, 也是一个具有重要应用价值的课题。

密集振荡模式相关问题在机械振动领域有相对较多的研究<sup>[7-13]</sup>。在电力系统领域, 国外有学者较早注意到了这一现象, 认为一部分系统的振荡可能由于模式耦合而与远方的振荡模式相互影响<sup>[14]</sup>, 当两种模式的频率几乎相等时可能发生这种情况<sup>[15-16]</sup>。近年来, 一些学者开展了电力系统密集振荡模式相关问题的研究。文献[5-6]分析了考虑和不考虑阻尼时密集振荡模式的模态不稳定现象; 文献[17-18]分析了密集振荡模式的谐振问题; 文献[19]提出了一种密集振荡模式的特征值关于系统参数变化的快速重分析算法。但总的来看, 电力系统领域在这方面的研究相对较少, 有进一步研究的必要性。

研究电力系统密集振荡模式相关问题, 首先需要识别哪些模式是密集振荡模式。本文在分析机械

力学领域密集模式判定方法的基础上, 提出了一种识别电力系统密集振荡模式的模态灵敏度方法。该方法独立于参数摄动量, 能有效识别出密集振荡模式, 并且根据灵敏度数值大小和正负号, 还可以判断振荡模态各分量的变化程度和方向。最后, 采用 10 机和 24 机两个算例验证了所提方法的有效性。

## 1 密集振荡模式已有的识别方法

### 1.1 从振荡频率角度出发的识别方法

文献[20]提出了频率密集度的概念, 相邻的两个特征值  $\lambda_i$  和  $\lambda_{i+1}$  的密集度指数定义为

$$\delta = (\lambda_{i+1} - \lambda_i) / (\lambda_{i+1} + \lambda_i) \quad (1)$$

$\delta$  值越小, 则认为  $\lambda_i$  和  $\lambda_{i+1}$  越密集。

文献[18]给出了另一种密集度的数学定义, 设毗邻特征值的集合  $(\lambda_1, \dots, \lambda_{i+n})$  为原系统的一个特征值组, 该特征值组的密集度定义为

$$c = (\lambda_{i+n} - \lambda_i) / \left( \sum_{r=1}^n \frac{\lambda_r}{n} \right) \quad (2)$$

$c$  越小则表示特征值组越密集, 当  $c \rightarrow 0$  时, 特征值组就凝聚成  $n$  重特征值。

上述方法都是纯粹从特征值数值的角度分析振荡模式的密集程度, 没有顾及密集模式对应模态对系统参数变化的敏感性。对于电力系统而言, 振荡模式是否密集, 只是系统特性的外在表现, 更深层次的原因是不同振荡模式在强相关机组、电网结构等方面的关联性。电力系统的每一低频振荡模式都对应着一个主导发电机群, 根据电力系统的结构特点, 两个完全不同的发电机群所主导的振荡模式可能具有非常接近的振荡频率, 但两个振荡模式之间可能并没有内在的联系, 二者对应的模态对系统参数的变化也不敏感, 那么就没有必要把该组振荡模式作为密集模式来对待。

### 1.2 从模态向量角度出发的识别方法

基于密集振荡模式的模态不稳定特性, 文献[21]提出了密集模式的转角判别法。根据系统参数摄动前的特征向量和摄动后的特征向量之间的夹角变化来度量系统特征值  $\lambda_{oi}$  与邻近特征值之间的密集性。

摄动前后特征向量的夹角变化定义为

$$\theta_i = 1 - \cos^2 \angle(\mathbf{U}_{oi}, \mathbf{U}_i) = 1 - \frac{|\mathbf{U}_{oi}^T \mathbf{U}_i|^2}{(\mathbf{U}_{oi}^T \mathbf{U}_{oi})(\mathbf{U}_i^T \mathbf{U}_i)} \quad (3)$$

式中,  $\mathbf{U}_{oi}$  和  $\mathbf{U}_i$  分别为摄动前后的特征向量。

$\theta_i$  在  $[0, 1]$  区间上取值, 如果  $\theta_i = 0$ , 说明摄动对  $\mathbf{U}_{oi}$  没有影响, 如果  $\theta_i = 1$ , 说明摄动前后  $\mathbf{U}_{oi}$  和  $\mathbf{U}_i$  线性无关, 这时对模态的影响最大。一般情况下,  $\theta_i$

的取值介于 0 和 1 之间, 当  $\theta_i$  明显大于 0 时, 说明模态对参数摄动敏感。如果按照脚标  $i$  连续排列的一组  $\theta_i, \theta_{i+1}, \theta_i, \dots, \theta_k$  都很大, 就说明它们对应的那一组振荡模式是密集振荡模式。

文献[22]引入了模型修正理论中的模态置信准则 MAC (Modal Assurance Criterion), 对于第  $i$  个模态, 有

$$MAC_i = \frac{|\mathbf{U}_{oi}^T \mathbf{U}_i|^2}{(\mathbf{U}_{oi}^T \mathbf{U}_{oi})(\mathbf{U}_i^T \mathbf{U}_i)} \quad (4)$$

$MAC_i$  也在  $[0, 1]$  区间上取值, 显然  $\theta_i = 0$  时  $MAC_i = 1$ ,  $\theta_i = 1$  时  $MAC_i = 0$ , 所以, 用模态置信准则识别密集振荡模式, 效果与转角判别法一样。

基于系统参数摄动前后的特征向量夹角变化识别密集振荡模式具有合理性, 因为该方法反映了密集振荡模式模态不稳定这一本质特征。但是, 摄动前后的模态变化依赖于摄动量的选取, 摄动量过小, 可能不足以引起模态发生大的改变, 从而造成方法失效。而且, 摄动前后的模态向量的夹角变化介于 0 和 1 之间, 夹角变化达到多大可以判定为模态不稳定, 缺乏一个客观的标准, 所以, 这种方法具有较强的主观性。

另外, 采用转角判别法识别密集振荡模式, 需要在参数摄动后重新计算特征值和特征向量, 因而计算量也较大。

## 2 识别密集振荡模式的模态灵敏度方法

由于电力系统低频振荡是一种机电模式的振荡, 为此本文只考虑机电振荡模式, 系统模型主要考虑转子运动方程。

对于  $n$  机电力系统, 当发电机采用  $E'_q$  恒定模型时, 电力系统无阻尼自然振荡的运动方程可表示为

$$\mathbf{M} \Delta \ddot{\delta} + \mathbf{K} \Delta \delta = \mathbf{0} \quad (5)$$

式中:  $\mathbf{M}$  为机组惯性时间常数矩阵;  $\mathbf{K}$  为机组的同步转矩系数矩阵;  $\Delta \delta$  为发电机转角偏差列向量。

设对应于式(5)特征值  $\lambda_r$  的特征向量为  $\mathbf{U}_r$ , 则根据特征向量的计算公式有

$$\mathbf{K} \mathbf{U}_r = \lambda_r \mathbf{M} \mathbf{U}_r \quad (6)$$

将式(6)中的  $\mathbf{U}_r$  分别对机组惯性时间常数  $M_i$ 、同步转矩系数  $K_{ij}$  求导, 根据模态分析理论中结构参数灵敏度分析, 可将导数用特征向量  $\mathbf{U}_s$  的线性组合来表示<sup>[23]</sup>, 即

$$\frac{\partial \mathbf{U}_r}{\partial M_i} = \sum_{s=1}^{n-1} \alpha_{rs} \mathbf{U}_s \quad (7)$$

$$\frac{\partial U_r}{\partial K_{ij}} = \sum_{s=1}^{n-1} \beta_{rs} U_s \quad (8)$$

对于电力系统,由于惯性时间常数矩阵  $M$  只有对角元素,没有非对角元素,所以式(8)中的灵敏度系数为

$$\alpha_{rs} = \begin{cases} \omega_r^2 u_{is} u_{ir} / (\omega_s^2 - \omega_r^2) & r \neq s \\ -u_{ir}^2 / 2 & r = s \end{cases} \quad (9)$$

同步转矩系数矩阵  $K$  存在非对角元素,所以式(9)中的灵敏度系数为

$$\beta_{rs} = \begin{cases} (u_{is} u_{jr} + u_{js} u_{ir}) / (\omega_s^2 - \omega_r^2) & r \neq s, i \neq j \\ u_{is} u_{ir} / (\omega_s^2 - \omega_r^2) & r \neq s, i = j \\ 0 & r = s \end{cases} \quad (10)$$

式中:  $\omega_r$ 、 $\omega_s$  分别为对应特征值  $\lambda_r$  和  $\lambda_s$  的振荡角频率,即  $\omega_r = \sqrt{|\lambda_r|}$ 、 $\omega_s = \sqrt{|\lambda_s|}$ ;  $u_{ir}$ 、 $u_{is}$  分别为特征向量  $U_r$  和  $U_s$  的第  $i$  个分量。

根据灵敏度系数计算公式可以看出,如果第  $r$  和第  $s$  个振荡模式频率接近,而且有共同参与的机组(设机组号为  $i$ ),则  $u_{ir}$ 、 $u_{is}$  具有较大的数值,分子项中的乘积  $u_{is} u_{ir}$  也具有较大的数值,而分母项中的  $\omega_s - \omega_r$  数值却很小,这使得灵敏度系数具有较大的数值,预示着参数摄动会引起特征向量(振荡模式)发生较大的变化,灵敏度越高,这种变化就越大,当变化超过一定程度时,将出现模态不稳定现象。而模态不稳定是密集振荡模式的本质特征,所以,根据灵敏度可以识别系统的密集振荡模式。

与转角判别法相比,采用模态灵敏度识别密集振荡模式不需要事先确定摄动量,并且根据灵敏度的数值大小和正负号,可以判断振荡模式特征向量各分量的变化程度和方向,能得到密集振荡模式更多的信息。

由式(7)~式(10)可以看出,灵敏度系数和灵敏度的计算均采用参数摄动前的特征值和特征向量,与式(3)的转角判别法和式(4)的模态置信准则法相比,不需要计算参数摄动后的特征值和特征向量,计算过程简单,计算量小。

### 3 算例

为验证模态灵敏度识别密集振荡模式的有效性,本文分别以新英格兰 10 机系统和国内某区域 24 机系统进行计算。计算时发电机采用  $E'_q$  恒定模型,不考虑阻尼的影响,负荷用恒定阻抗表示,特征值计算采用 QR 法。

### 3.1 新英格兰 10 机系统算例

新英格兰 10 机系统参数取自 PSASP 程序使用说明书,为编程方便,对发电机及其并网节点进行了重新编号,系统接线图如图 1 所示。

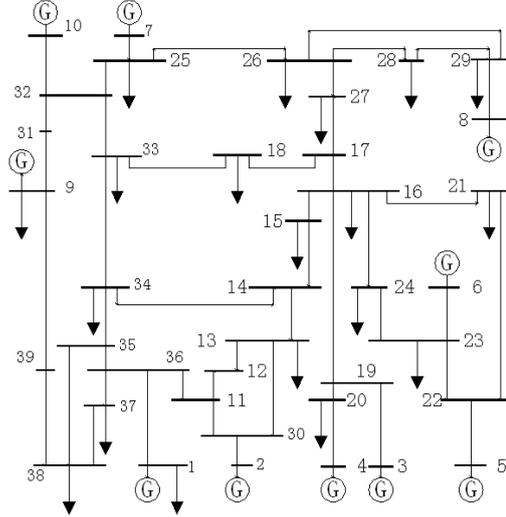


图 1 新英格兰 10 机系统

Fig. 1 The 10-machine New England test system

该系统有 9 个振荡模式,按模值大小排列如表 1 所示。

表 1 10 机系统特征值

Table 1 Eigenvalues of 10-machine system

模式	角频率	模式	角频率	模式	角频率
$\omega_1$	7.827 4	$\omega_4$	6.487 3	$\omega_7$	5.609 7
$\omega_2$	7.768 4	$\omega_5$	6.427 2	$\omega_8$	5.269 8
$\omega_3$	7.670 3	$\omega_6$	6.133 5	$\omega_9$	3.215 1

通过计算 9 个振荡模式对  $M_1$ — $M_{10}$  以及  $K_{11}$ — $K_{1010}$  的灵敏度,发现振荡模式  $\omega_1$ 、 $\omega_2$ 、 $\omega_3$  的特征向量对  $M_3$ 、 $M_5$ 、 $M_6$ 、 $M_7$  以及  $K_{33}$ 、 $K_{55}$ 、 $K_{66}$ 、 $K_{77}$  有明显较大的灵敏度,而  $\omega_4$ 、 $\omega_5$  的特征向量对  $M_1$ 、 $M_2$  以及  $K_{11}$ 、 $K_{1010}$  有明显较大的灵敏度,其他振荡模式对各参数的灵敏度均明显较小。

各振荡模式特征向量对  $M_7$  和  $M_2$  的灵敏度分别如表 2 和表 3 所示。

由表 2 可以看出,  $U_1$ 、 $U_2$ 、 $U_3$  的灵敏度明显大于其他模式的灵敏度,说明当  $M_7$  摄动时,  $U_1$ 、 $U_2$ 、 $U_3$  容易发生模态不稳定现象,与  $U_1$ 、 $U_2$ 、 $U_3$  对应的振荡模式  $\omega_1$ 、 $\omega_2$ 、 $\omega_3$  属于密集振荡模式。

由表 3 可以看出,  $U_4$ 、 $U_5$  的灵敏度明显大于其他模式的灵敏度,说明当  $M_2$  摄动时,  $U_4$ 、 $U_5$  容易发生模态不稳定现象,与  $U_4$ 、 $U_5$  对应的振荡模式  $\omega_4$ 、 $\omega_5$  也是密集振荡模式。

表 2 振荡模态对  $M_7$  的灵敏度  
Table 2 Modes sensitivity to  $M_7$

$U_1$	$U_2$	$U_3$	$U_4$	$U_5$
0.30	-0.27	0.40	-0.22	0.55
0.54	-0.67	0.67	0.00	-0.71
-39.35	24.19	-14.79	0.00	-0.03
9.13	-7.08	4.35	0.04	0.17
14.72	-17.46	8.89	-0.21	-0.23
39.11	22.03	-9.45	-0.14	-0.18
6.94	-29.46	8.28	0.20	1.01
-0.32	1.27	-0.14	-0.20	-0.25
0.01	0.06	0.01	-0.01	-0.01
-0.84	6.97	-2.03	0.80	0.00
$U_6$	$U_7$	$U_8$	$U_9$	—
-0.13	0.00	0.05	0.00	—
-0.09	0.00	0.05	0.00	—
0.00	0.00	0.02	0.00	—
0.00	0.00	0.00	0.00	—
0.00	0.00	0.04	0.00	—
0.00	0.00	0.03	0.00	—
0.31	0.01	-0.20	0.09	—
-0.16	-0.01	0.08	0.01	—
-0.01	0.00	0.00	-0.03	—
0.20	0.00	-0.02	0.01	—

表 3 振荡模态对  $M_2$  的灵敏度  
Table 3 Modes sensitivity to  $M_2$

$U_1$	$U_2$	$U_3$	$U_4$	$U_5$
-0.01	-0.01	-0.05	12.17	26.24
0.03	0.03	0.20	-20.26	-18.57
0.00	-0.02	0.00	0.29	0.01
0.00	0.01	-0.01	1.73	-1.47
0.01	0.02	0.00	-4.80	6.40
-0.02	-0.03	-0.04	-3.36	4.42
-0.02	0.00	0.02	10.70	-6.51
0.00	0.00	-0.01	-6.91	4.28
0.00	0.00	0.00	-0.45	0.23
0.02	0.00	-0.03	23.93	-14.95
$U_6$	$U_7$	$U_8$	$U_9$	—
-2.55	0.00	-0.28	0.02	—
-1.01	2.57	-0.62	0.17	—
0.01	-0.08	0.01	0.01	—
-0.24	0.52	0.00	0.00	—
0.00	-0.57	0.00	0.00	—
0.03	-0.46	0.03	0.01	—
0.24	-0.57	0.11	0.00	—
-0.46	-1.56	0.55	0.00	—
-0.04	0.01	0.01	-0.07	—
0.47	-0.66	0.09	-0.01	—

采用模态灵敏度信息不但可以识别密集振荡模式, 还以判断出参数摄动时模态的变化趋势, 即哪些机组的振幅会发生较大的改变, 是变大还是变小。例如, 当  $M_7$  摄动时,  $U_1$  的第 3、4、5、6、7 五个分量灵敏度数值较大, 说明机组 3、4、5、6、7 振幅会发生较大的变化, 而且机组 3 振幅变小, 机组 3、4、5、7 振幅变大。

为说明灵敏度法识别密集振荡模式的正确性, 图 2 给出了当  $M_7$  发生摄动(增加 5%)时, 振荡模式  $\omega_3$  摄动前后的模态变化情况。由图 2 可以看出, 当  $M_7$  发生小的摄动时, 摄动前后模态有了明显变化, 即发生了模态不稳定现象, 这与灵敏度分析所得结论一致。另外, 由图 2 还可以看出, 3、4、5、6、7 号机振幅发生了较大改变, 而且 3 号机变化幅度最大, 这也与灵敏度分析所得结论一致。

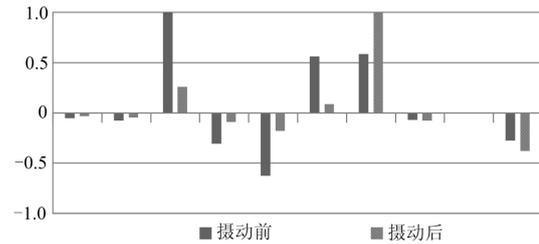


图 2  $\omega_3$  摄动前后的模态变化

Fig. 2 Mode shapes of  $\omega_3$  before and after the perturbation

### 3.2 某区域 24 机系统算例

24 机系统参数取自文献[24]。该系统有 23 个振荡模式, 按模值大小排列如表 4 所示。

表 4 24 机系统特征值

Table 4 Eigenvalues of 24-machine system

模式	角频率	模式	角频率	模式	角频率
$\omega_1$	17.327 1	$\omega_9$	8.726 0	$\omega_{17}$	7.629 2
$\omega_2$	16.387 6	$\omega_{10}$	8.627 6	$\omega_{18}$	6.692 2
$\omega_3$	12.533 8	$\omega_{11}$	8.398 5	$\omega_{19}$	6.652 9
$\omega_4$	10.648 1	$\omega_{12}$	8.388 6	$\omega_{20}$	6.094 4
$\omega_5$	9.689 2	$\omega_{13}$	8.206 1	$\omega_{21}$	5.664 0
$\omega_6$	9.305 3	$\omega_{14}$	8.047 7	$\omega_{22}$	4.829 8
$\omega_7$	9.231 3	$\omega_{15}$	8.033 3	$\omega_{23}$	2.808 7
$\omega_8$	9.170 6	$\omega_{16}$	7.720 4	—	—

通过计算 23 个振荡模态对  $M_1$ — $M_{24}$  以及  $K_{11}$ — $K_{2424}$  的灵敏度, 根据灵敏度明显突出这一原则识别出  $(\omega_7, \omega_8)$ 、 $(\omega_{11}, \omega_{12})$ 、 $(\omega_{14}, \omega_{15})$ 、 $(\omega_{16}, \omega_{17})$  为密集振荡模式。

以振荡模态对  $M_{10}$  的灵敏度为例, 计算结果如表 5 所示(限于篇幅这里只给出前 8 个模态的灵敏度)。

表 5 振荡模态对  $M_2$  的灵敏度  
Table 5 Modes sensitivity to  $M_2$

$U_1$	$U_2$	$U_3$	$U_4$	$U_5$	$U_6$	$U_7$	$U_8$
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	-1.06	0.71
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.06	-0.08
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	-0.71	0.62
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	-0.26	0.23
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	-0.01	-0.01
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	-0.61	0.52
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	-0.64	0.58
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	-0.46	0.42
0.00	0.01	0.01	0.00	0.00	0.15	-30.15	24.03
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.02	-6.50	6.70
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	-23.12	21.10
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	-0.15	0.10
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	-4.88	2.70
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1.50	-0.80
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	-0.50	0.30
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	-0.93	0.50
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	4.50	-2.48
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	-3.00	1.62
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	-3.91	2.12
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	26.89	-14.53
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	-9.33	5.04
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	-1.33	0.77
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.36	-0.21

如果按式(1)计算密集度指数,  $\omega_7$ 、 $\omega_8$  的密集度指数为 0.329 7,  $\omega_{19}$ 、 $\omega_{20}$  的密集度指数为 0.294 3, 如果仅按频率判断,  $\omega_{18}$ 、 $\omega_{19}$  更应该是密集振荡模式, 但实际上  $\omega_{18}$ 、 $\omega_{19}$  振荡模态对参数摄动并不敏感, 说明没必要把  $\omega_{18}$ 、 $\omega_{19}$  作为密集振荡模式处理, 因此, 按模态灵敏度识别密集振荡模式比按密集度指数识别密集振荡模式更合理。

#### 4 结论

利用模态灵敏度识别电力系统的密集振荡模式反映了密集振荡模式模态不稳定这一本质特性, 与转角判别法相比不依赖于摄动量选取, 计算过程简单。而且利用模态灵敏度信息还可以判断参数摄动时机组振幅的变化情况, 能提供更多的模态变化信息。

#### 参考文献

[1] 王鹏达, 陈玉蛟, 周斌, 等. 广域电力系统稳定器参数

的两阶段协调优化方法[J]. 电力系统保护与控制, 2018, 46(18): 25-32.

WANG Pengda, CHEN Yujiao, ZHOU Bin, et al. A two-stage coordinated optimization method of WAPSS parameters[J]. Power System Protection and Control, 2018, 46(18): 25-32.

[2] 李施, 丁仁杰. 一种基于信号相关性的低频振荡辨识方法[J]. 电力系统保护与控制, 2018, 46(11): 46-54.

LI Shi, DING Renjie. An identification method for low-frequency oscillation based on signal correlation[J]. Power System Protection and Control, 2018, 46(11): 46-54.

[3] 陈刚, 丁理杰, 李旻, 等. 异步联网后西南电网安全稳定特性分析[J]. 电力系统保护与控制, 2018, 46(7): 76-82.

CHEN Gang, DING Lijie, LI Min, et al. Stability characteristics of southwest China power grid after asynchronous interconnection[J]. Power System Protection and Control, 2018, 46(7): 76-82.

[4] 倪以信, 陈寿孙, 孙宝霖. 动态电力系统的理论和分析[M]. 北京: 清华大学出版社, 2002.

[5] 赵书强, 陈慷, 马燕峰, 等. 密集型固有振荡模式电力系统的模态分析[J]. 电力系统自动化, 2011, 35(21): 6-11.

ZHAO Shuqiang, CHEN Kang, MA Yanfeng, et al. Modal analysis of electric power system with close oscillation modes[J]. Automation of Electric Power System, 2011, 35(21): 6-11.

[6] 赵书强, 陈慷, 马燕峰, 等. 密集型固有振模电力系统模态不稳定现象的研究[J]. 华北电力大学学报, 2011, 38(2): 1-5.

ZHAO Shuqiang, CHEN Kang, MA Yanfeng, et al. Study on modes instability in electric power system with close modes[J]. Journal of North China Electric Power University, 2011, 38(2): 1-5.

[7] CHEN Suhuan. Matrix perturbation theory in structural dynamic design[M]. Beijing: Science Press, 2007.

[8] 刘潇翔, 石恒, 王思野. 挠性空间结构的密集模态特性及影响分析[J]. 空间控制技术与应用, 2017, 43(1): 11-15.

LIU Xiaoxiang, SHI Heng, WANG Siye. An analysis on characteristics and impacts of close modes in flexible space structures[J]. Aerospace Control and Application, 2017, 43(1): 11-15.

- [9] XIAO Xiangliu, HU Jun. Low order vibration control for structures with highly correlated close modes[J]. Science China Technological Sciences, 2011, 54(7): 1855-1864.
- [10] WILLIAMS T, XIAO Cheng. Degrees of controllability and observability for close modes of flexible space structures[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 1999, 44(9): 1791-1795.
- [11] DIVYA K, RENJI K. Response of spacecraft with close modes subjected to sine sweep excitation[J]. Journal of Spacecraft Technology, 2014, 25(1): 9-19.
- [12] BRINCKER R, LOPEZ-AENLLE M. Mode shape sensitivity of two closely spaced eigenvalues[J]. Journal of Sound and Vibration, 2015, 334(6): 377-387.
- [13] QU Chunxu, YI Tinghua, LI Hongnan, et al. Closely spaced modes identification through modified frequency domain decomposition[J]. Measurement, 2018, 128(11): 388-392.
- [14] KUNDUR P. 电力系统稳定与控制[M]. 北京: 中国电力出版社, 2002.
- [15] KLEIN M, ROGERS G J, MOORTY S, et al. Analytical investigation of factors influencing power system stabilizers performance[J]. IEEE Transactions on Energy Conversion, 1992, 7(3): 382-390.
- [16] MUGWANYA D K, VAN NESS J E. Mode coupling in power system[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 1987, 2(5): 264-270.
- [17] DOBSON I, ZHANG J, GREENE S, et al. Is strong resonance a precursor to power system oscillations[J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems, 2001, 48(3): 340-349.
- [18] DOBSON I, BAROCIO E. Perturbations of weakly resonant power system electromechanical modes[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2005, 20(1): 330-337.
- [19] 黄弘扬, 徐政, 武诚, 等. 电力系统共振模式下传统特征值灵敏度分析失效问题[J]. 电网技术, 2012, 36(6): 108-115.
- HUANG Hongyang, XU Zheng, WU Cheng, et al. Research on invalidation of traditional eigenvalue sensitivity analysis for resonant modes in power systems[J]. Power System Technology, 2012, 36(6): 108-115.
- [20] 赵又群, 刘中生, 陈塑寰. 密集模态的判断准则[J]. 吉林工业大学学报, 1996, 26(3): 75-78.
- ZHAO Youqun, LIU Zhongsheng, CHEN Suhuan. Judging criterion of closely spaced modes[J]. Journal of Jilin University of Technology, 1996, 26(3): 75-78.
- [21] 刘中生, 陈塑寰. 密集模态摄动的新方法[J]. 固体力学学报, 1993, 14(1): 1-5.
- LIU Zhongsheng, CHEN Suhuan. A new matrix perturbation method for closely spaced eigenvalues of vibration[J]. Acta Mechanica Sinica, 1993, 14(1): 1-5.
- [22] 刘济科, 徐伟华, 蔡承武. 一种通用的复模态矩阵摄动法[J]. 应用数学和力学, 2001, 22(3): 314-320.
- LIU Jike, XU Weihua, CAI Chengwu. A universal matrix perturbation technique for complex modes[J]. Applied Mathematics and Mechanics, 2001, 22(3): 314-320.
- [23] 傅志方, 华宏星. 模态分析理论与应用[M]. 上海: 上海交通大学出版社, 2000.
- [24] 于继来. 电力系统暂态稳定性模式分析[D]. 保定: 华北电力大学, 1992.

收稿日期: 2019-06-18; 修回日期: 2019-07-05

作者简介:

李奕欣(1993—), 女, 硕士研究生, 主要研究方向为电力系统稳定分析与控制; E-mail: 406660519@qq.com

马燕峰(1978—), 女, 博士, 副教授, 主要研究方向为电力系统稳定分析与控制; E-mail: ma\_yanfeng01@163.com

赵书强(1964—), 男, 教授, 主要研究方向为电力系统分析与控制。E-mail: zsqdl@163.com

(编辑 魏小丽)