

DOI: 10.19783/j.cnki.pspc.181588

基于窗函数和谱线插值理论的谐波检测方法

李振华^{1,2}, 胡廷和¹, 杜亚伟¹, 张涛¹, 李振兴¹

(1. 三峡大学电气与新能源学院, 湖北 宜昌 443002;
2. 湖北省微电网工程技术研究中心(三峡大学), 湖北 宜昌 443002)

摘要: 基于快速傅里叶变换(Fast Fourier Transform, FFT)的谐波检测方法, 因其理论原理简单和易于嵌入测量系统中而得到广泛应用, 但由于存在频谱泄漏和栅栏效应而造成检测准确度不高, 因此对于FFT谐波检测方法的改进成为急需解决的问题。首先介绍基于窗函数理论的谐波检测方法和基于谱线插值理论的谐波检测方法, 阐述了这两种方法的具体原理, 分析和总结了改进方法的研究现状。然后通过仿真分析对所述的两种改进方法进行验证, 并分别给出相应的结论。最后对基于窗函数和基于谱线插值理论的谐波检测方法进行总结以及对未来的研究方向进行展望。

关键词: 谐波检测; 窗函数理论; 谱线插值理论; 余弦窗; 优化窗; 卷积窗

Harmonic detection method based on the theory of windows and spectrum line interpolation

LI Zhenhua^{1,2}, HU Tinghe¹, DU Yawei¹, ZHANG Tao¹, LI Zhenxing¹

(1. College of Electrical Engineering & New Energy, China Three Gorges University, Yichang 443002, China;

2. Hubei Provincial Research Center on Microgrid Engineering Technology
(China Three Gorges University), Yichang 443002, China)

Abstract: Harmonic detection method based on Fast Fourier Transform (FFT) is widely used because the principle of FFT is simple as well as FFT can be easily embedded in measurement system. However, the detection accuracy is not high enough due to the issue of spectrum leakage and fence effect. Therefore, the improvement of harmonic detection method based on FFT has become an urgent problem to be resolved. Firstly, the harmonic detection method based on the theory of windows and the theory of spectrum line interpolation are introduced in this paper. The principles of the two improved methods are elaborated, and the research status of the improved methods is analyzed and summarized. Then the simulation are carried out to validated the feasibility of the two improved methods, and the corresponding conclusions are given respectively. Finally, the harmonic detection method based on the theory of windows and theory of spectrum line interpolation is summarized and the future researches are discussed.

This work is supported by Project of the Key Subject of Hubei Education Department (No. D20181204), National Natural Science Foundation of China (No. 51507091) and Master's Degree Paper Foundation of China Three Gorges University (No. 2019SSPY052).

Key words: harmonic detection; windows theory; spectrum line interpolation theory; cosine window; optimized window; convolution window

0 引言

电力电子技术的兴起使得非线性负载应用增

多, 加重了电网谐波的污染, 引起电流电压波形的畸变, 造成了电网谐波的不稳定性和复杂性^[1-2]。为保证电力系统的安全稳定运行和电网电能质量的改善, 电力系统中谐波频率、幅值和相位等参数的高精度测量是至关重要的。同时谐波的高精度测量为谐波的防治、谐波补偿方法的改进、谐波的潮流计算以及电力绝缘设备的检测提供了重要的前提依据。

基金项目: 湖北省教育厅重点项目(D20181204); 国家自然科学基金资助项目(51507091); 三峡大学硕士学位论文培优基金(2019SSPY052)

目前已经提出的谐波分析方法有: 快速傅里叶变换法^[3]、模拟滤波器法^[4]、小波谐波分析法^[5]、经验模态分解法^[6]和现代谱估计法^[7]。这些方法都各有优缺点, 而快速傅里叶变换法(Fast Fourier Transform, FFT)具有理论原理简单和易于嵌入测量系统中等优点而得到广泛应用。但是, FFT 在谐波分析和处理过程中, 需要对信号进行有限截断, 由于电网频率波动以及噪声干扰等使得 FFT 的处理过程属于非整周期截断, 这种情况下电网频率和采样频率不满足 2 分割关系, FFT 出现频谱泄漏, 引起各次谐波之间的相互干扰, 从而造成测量误差。另外, FFT 处理只计算得到有限个离散频域点上的频谱值, 由于频率波动等因素造成离散频域点与信号真实的频率很难重合, 从而造成频域点的观测误差, 使谐波测量存在误差。针对这些测量误差产生的原因, 目前主要有两种方法对 FFT 谐波检测方法进行改进^[8-11]。第一种方法是利用窗函数理论, 对谐波信号加性能优越的窗函数, 来减少非整周期截断在频域内产生的泄漏。基于该方法提出了大量的性能优越的窗函数, 有必要对这些窗函数进行分析和总结。第二种方法是利用谱线插值理论, 对谐波信号频域内多条谱线进行加权计算, 从而求得更接近被测信号的理论值, 提高谐波测量的精度。

本文首先从造成谐波测量误差的原因出发, 分别讨论了基于窗函数理论的谐波检测方法和基于谱线插值理论的谐波检测方法, 并总结了余弦窗、优化窗和卷积窗的特性, 同时详细阐述了基于各种谱线插值方法的实现方法。然后通过仿真测试, 表明基于窗函数和谱线插值理论的改进方法可以有效地抑制非整周期截断过程中产生的频谱泄漏和栅栏效应问题。最后对基于窗函数和谱线插值理论的谐波检测方法进行总结, 并对该方向进一步值得研究的方向进行展望。

1 基于窗函数理论的谐波检测方法

FFT 谐波检测方法处理过程中, 需要对谐波信号进行截断处理, 电网频率会变化, 电网频率和采样频率不满足 2 分割关系, FFT 出现频谱泄漏, 进而造成谐波测量误差^[12-14]。基于窗函数理论的 FFT 谐波检测方法是国内外采用最多的一种消除频谱泄漏的方法, 通过对待测谐波信号增加一个性能优良的窗函数, 来修正非整周期截断导致的频谱泄漏测量误差^[15-16]。下面给出基于窗函数理论的 FFT 谐波检测方法的原理, 加窗 FFT 谐波检测方法流程如图 1 所示。

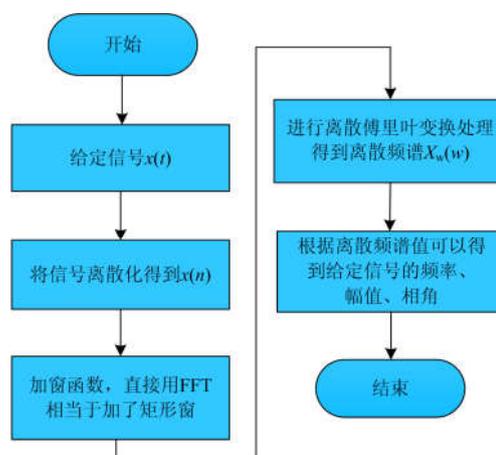


图 1 加窗 FFT 谐波检测方法流程图

Fig. 1 Flow diagram of the FFT method for harmonic detection based on windows

1) 给定信号 $x(t) = A_0 \sin(2\pi f_0 t + \Psi_0)$, 离散化得到

$$x(n) = A_0 \sin(2\pi f_0 n T_s + \Psi_0) \quad (1)$$

式中, $n = 0, 1, \dots, (N-1)$ 。

2) 对信号进行截断处理, 由于矩形窗表达式为 1, 因此直接使用 FFT 方法相当于加了矩形窗, 则得到加窗后信号变为

$$x_w(n) = x(n)w(n) \quad (2)$$

式中, $w(n)$ 为矩形窗的离散表达式。

3) 进行离散傅里叶变换, 得到离散频谱为

$$X_w(\omega) = \frac{A_0}{2j} [e^{j\psi_0} W_r(\omega - \omega_0) + e^{-j\psi_0} W_r(\omega + \omega_0)] \quad (3)$$

式中, $W_r(\omega) = \frac{e^{-j(N-1)\pi\omega/N} \sin(\pi\omega)}{N \sin(\pi\omega/N)}$ 为矩形窗函数的频谱表达式。

4) 计算谐波参数。如果 ω_0 为整数, 则 $X_w(\omega_0)$ 就是序列频谱 $X_w(\omega)$ 的一个频谱值, 并且有

$$X_w(\omega_0) = \frac{A_0 e^{j\psi_0}}{2j}, \text{ 因此可以由 } X_w(\omega_0) \text{ 求得信号的三个参数, 即幅值、频率和相位。}$$

传统 FFT 谐波检测方法在信号截断的过程中, 相当于加矩形窗, 而矩形窗函数的性能较差, 从而导致传统 FFT 谐波检测方法频谱泄漏仍然很严重。因此, 对于基于窗函数理论的 FFT 谐波检测方法, 其加的窗函数的性能是减少频谱泄漏的关键因素, 窗函数的性能决定了谐波测量的准确度。通常, 窗函数的性能受主瓣宽度、旁瓣峰值电平和旁瓣下降速率影响。主瓣宽度主要影响频率分辨率, 主瓣越窄, 频率分辨率越好。旁瓣峰值电平主要影响频谱

泄漏，峰值越小，泄漏越小。旁瓣下降速率主要影响旁瓣衰减的快慢，速率越大，泄漏衰减的越快，对频谱泄漏抑制效果越好。目前已经提出的窗函数有余弦窗、优化窗和卷积窗，下面总结出了各种窗函数频谱特性、优缺点以及它们的应用场合。

1.1 余弦窗函数

余弦窗函数在基于窗函数理论的FFT谐波检测方法中应用较为广泛，其表达式为

$$\omega(n) = \sum_{k=0}^K (-1)^k a_k \cos(2\pi kn / N) \quad (4)$$

余弦窗函数具有的特点：余弦窗的性能是由窗函数的系数和项数决定的，具有良好的旁瓣性能，其旁瓣峰值电平较小、旁瓣下降速率较大，能有效地抑制频谱泄漏对谐波检测的影响。

文献[17]对余弦窗函数进行了阐述，对这些窗函数的函数表达式进行了总结，具体分析了矩形窗、Hamming窗、Hanning窗、Blackman窗、Blackman-Harris窗等经典余弦窗函数的时域和频域特性。在文献[18-19]中提出了对余弦窗进行数据加权来改进窗函数的性能，减小谐波之间的相互干扰从而提高谐波测量精度。文献[20-22]提出了Nuttall窗函数，该窗函数具有较低的旁瓣峰值和较大的旁瓣下降速率，能够实现谐波更高精度的测量。

目前提出的余弦窗有很多，下面总结出了常见的几种。同时给出这几种余弦窗的频谱特性图，如图2所示。并将各种余弦窗的主瓣宽度(频域中零点与原点距离的两倍即为主瓣宽度)、旁瓣峰值电平

(频域内第一次达到最高点纵坐标的值即为旁瓣峰值)、旁瓣下降速率(频域内频谱线切线斜率的绝对值即为旁瓣衰减速率)做出了总结，如表1所示。

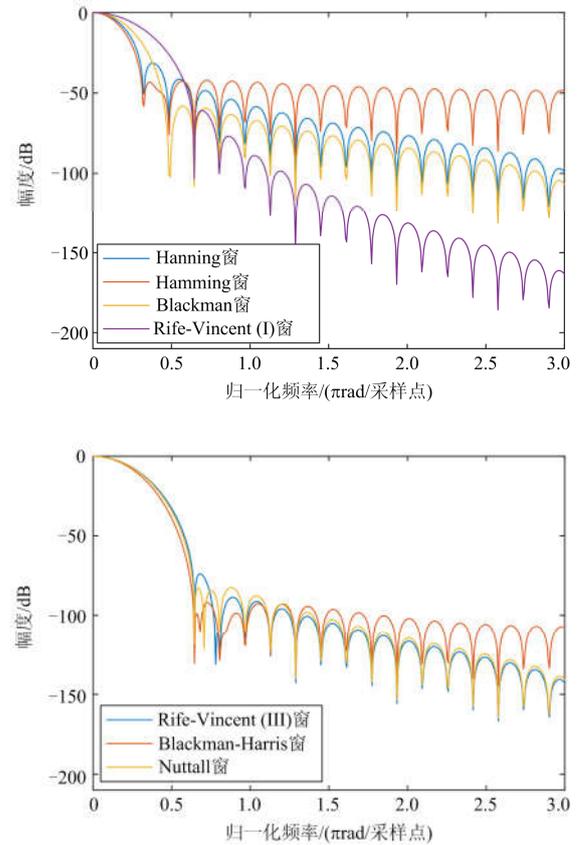


图2 余弦窗的频谱特性图

Fig. 2 Spectrum characteristics of cosine windows

表1 余弦窗的频谱特性总结

Table 1 Summary of spectrum characteristics of cosine windows

窗函数类型	窗长度	主瓣宽度	旁瓣峰值电平/dB	旁瓣下降速率/(dB/oct)
Hanning窗	N	$8\pi/N$	-32	18
Hamming窗	N	$8\pi/N$	-43	6
Blackman窗	N	$12\pi/N$	-59	18
Rife-Vincent(I)窗	N	$16\pi/N$	-61	42
Rife-Vincent(III)窗	N	$16\pi/N$	-74	12
Blackman-Harris窗	N	$16\pi/N$	-92	6
Nuttall窗	N	$16\pi/N$	-83	30

从图2和表1中分析可得出以下结论：

1) Hanning窗和Hamming窗的主瓣宽度较小，特别适用于对频率分辨率要求较高的应用。

2) Rife-Vincent(I)窗、Rife-Vincent(III)窗、Blackman-Harris窗、Nuttall窗具有较好的旁瓣特性，特别适合于对电力系统中高次、弱幅值谐波的检测。

3) Blackman-Harris窗的旁瓣峰值大小是这几个函数中最小的，Rife-Vincent(I)窗的旁瓣下降速率是最大的。

4) 随着余弦窗函数项数上升，其旁瓣性能大大提高，表现为旁瓣峰值电平变小、旁瓣下降速率变大，但是带来的缺点是主瓣宽度随之变大。

因此对于余弦窗函数的选择,主要有以下4种:第1种是具有较小的主瓣宽度,应用于对频率分辨率要求较高的场合,如Hanning窗和Hamming窗等;第2种是在主瓣宽度较小的情况下仍具有小的旁瓣峰值,如Blackman窗等;第3种是具有较小的旁瓣峰值,如Rife-Vincent(III)窗和Blackman-Harris窗;第4种是同时具有较小峰值电平和较大的旁瓣下降速率,如Rife-Vincent(I)窗和Nuttall窗。

1.2 优化窗函数

对余弦窗函数进行优化,建立以余弦窗的长度、项数和系数作为自变量,以旁瓣下降速率或旁瓣幅值作为目标函数,通过优化计算,使旁瓣下降速率或旁瓣峰值达到最优值,推导出一类优化窗函数。文献[23]提出了最大旁瓣衰减窗(Maximum sidelobes decaying window)以及最小旁瓣窗(Minimize sidelobes window)。其中,提出的三项、四项最大旁瓣衰减窗,其旁瓣下降速率在具有相同项数的余弦窗中是最大的,分别为30 dB/oct、42 dB/oct,从而使泄漏以较快的速率下降,使得频谱泄漏很快下降。提出的三项、四项最小旁瓣窗,其旁瓣幅值在具有相同项数的余弦窗中是最小的,分别为-67 dB、-92 dB,从而有效抑制谐波间的相互干扰。

文献[24]在基于文献[23]提出的最大旁瓣衰减窗之后提出了五项最大旁瓣衰减窗,可以达到54 dB/oct。文献[25]在基于文献[23]提出的最小旁瓣窗的基础上,提出一种基于五项最小旁瓣窗的谐波检

测方法,五项最小旁瓣窗具有更小的旁瓣峰值,可以达到-115 dB。

图3给出了各种优化窗的频谱特性图,并将各种优化窗的频谱特性总结如表2所示。

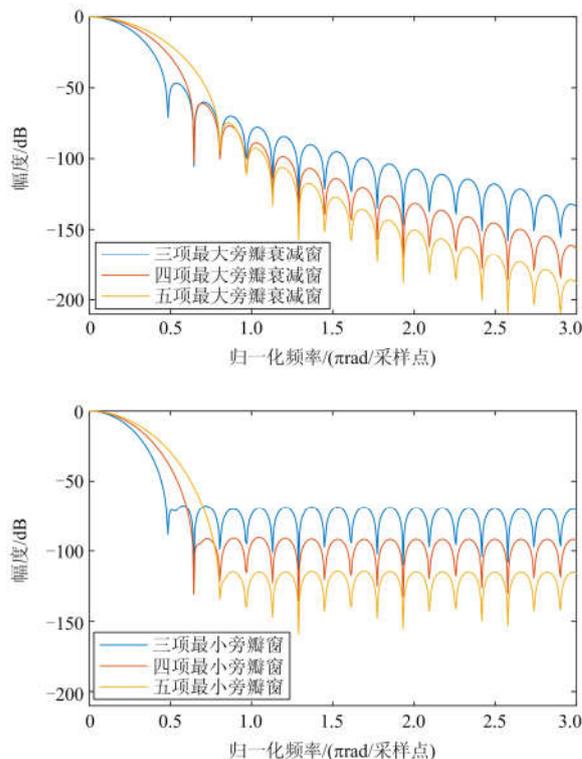


图3 优化窗的频谱特性图

Fig. 3 Spectrum characteristics of optimized windows

表2 优化窗频谱特性总结

Table 2 Summary of spectrum characteristics of optimized windows

窗函数类型		旁瓣峰值电平/dB	旁瓣下降速率/(dB/oct)
最大旁瓣衰减窗	三项最大旁瓣衰减窗	-47	30
	四项最大旁瓣衰减窗	-61	42
	五项最大旁瓣衰减窗	-75	54
最小旁瓣窗	三项最小旁瓣窗	-67	6
	四项最小旁瓣窗	-92	6
	五项最小旁瓣窗	-115	6

1.3 卷积窗函数

通过对窗函数进行时域卷积运算,在原有窗函数的基础上建立了一种新的窗函数,即卷积窗^[26-30]。

其中,文献[26-27]提出基于矩形自卷积窗的谐波分析方法,大大改善了矩形窗的旁瓣特性;文献[28]基于三角窗提出了三角自卷积窗;文献[29]推导出1~4阶Hanning自卷积窗函数;文献[30]结合文献[23]提出的Nuttall窗,提出了基于Nuttall自卷积窗的FFT谐波分析方法,并通过仿真证明该窗函数的性能比Hanning自卷积窗更加优越。

图4为自卷积窗函数的频域特性,将其总结于表3所示。图4中,观察旁瓣峰值电平,1阶、2阶、3阶Hanning自卷积窗分别为-32 dB、-64 dB、-96 dB,可以得出旁瓣峰值电平与卷积阶数之间成倍数关系。同理观察旁瓣下降速率,可以得出同样的结论。

综上,对窗函数进行自卷积运算,其旁瓣幅值成倍数减小,旁瓣下降速率成倍数上升,表明卷积运算可以改善窗函数的旁瓣性能,大大提高了谐波测量的精度。

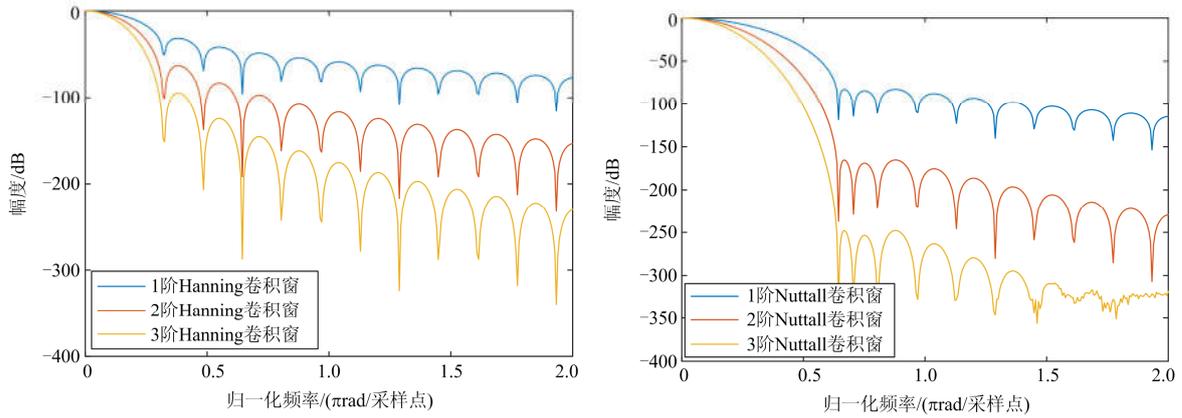


图 4 卷积窗的频谱特性图

Fig. 4 Spectrum characteristics of convolution windows

表 3 卷积窗的频谱特性总结

Table 3 Summary of spectrum characteristics of optimized windows

母窗	卷积阶数	旁瓣峰值电平/dB	旁瓣下降速率/(dB/oct)
Hanning 窗	1 阶	-32	18
	2 阶	-64	36
	3 阶	-96	54
四项三阶 Nuttall 窗	1 阶	-83	30
	2 阶	-166	60
	3 阶	-249	90

2 基于谱线插值理论的谐波检测方法

FFT 方法进行谐波检测将产生栅栏效应，导致谐波观测误差。为减少观测误差，研究人员提出基于谱线插值原理的 FFT 谐波检测方法，即利用谐波信号频域内峰值点附近的谱线值计算出偏差，进而修正谐波参数。

文献[31]提出了双谱线插值法，根据紧邻频域峰值点的两根最大、次最大谱线进行加权计算，求出实际峰值点的谐波参数。双谱线插值方法的缺点是只利用了频域峰值点附近的两条谱线幅值进行计算。因此文献[32-33]提出了三谱线插值方法，利用峰值点附近的三条谱线信息值进行加权计算，相比于双谱线插值方法，测量精度更高。三谱线插值的缺点是并没有考虑到谱线的左右对称性。文献[34-36]提出了四谱线插值方法，充分考虑到了峰值点附近四条谱线包含的频谱信息。并且考虑到距离峰值点最近的谱线值包含的谐波信息量更高，因此给予了相对高的加权值，而距离峰值点相对远的谱线给予相对低的加权值，利用加权运算求得谐波参数的修正值，测量准确度比三谱线和双谱线有所提高，准确度高出 1~2 个数量级。

四谱线插值方法测量精度较高，下面给出四谱线插值方法推导修正公式的过程，流程如图 5 所示。

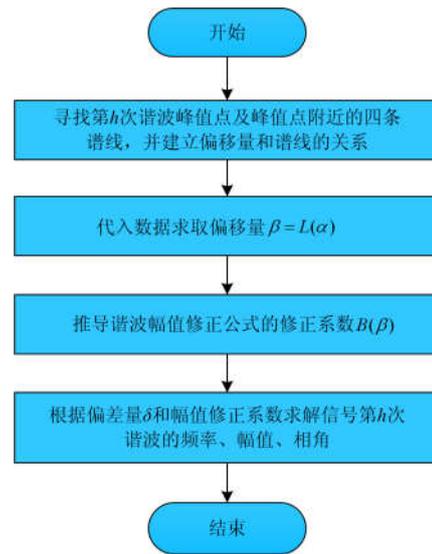


图 5 四谱线插值的 FFT 谐波检测方法流程图

Fig. 5 Flow diagram of FFT method for harmonic detection based on quadruple-line interpolation

1) 寻找第 h 次谐波峰值点附近的四条谱线，并建立偏移量和谱线的关系。图 6 给出了谐波信号的频谱图，加窗 FFT 处理后得到第 h 次谐波峰值点为 k_h ，峰值点附近的四条谱线分别为 k_1 、 k_2 、 k_3 、 k_4 ，这四条谱线对应的幅值为 $y_1 = |X(k_1)|$ 、

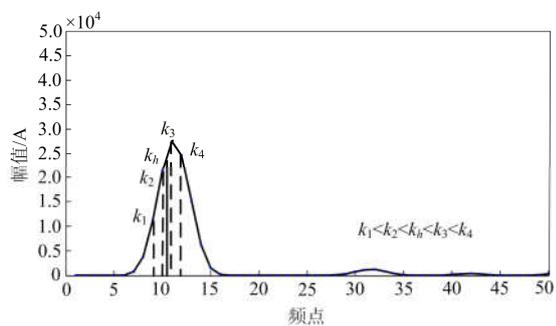


图 6 谐波信号的频谱图

Fig. 6 Spectrum of harmonic signal

$y_2 = |X(k_2)|$ 、 $y_3 = |X(k_3)|$ 和 $y_4 = |X(k_4)|$ 。其中, 四条谱线的关系为: $k_2 = k_1 + 1$ 、 $k_3 = k_2 + 1$ 、 $k_4 = k_3 + 1$, 令偏移量为 $\beta = k_h - k_2 - 0.5$, 则 β 取 $[-0.5, 0.5]$, 设定四谱线的关系为

$$\alpha = \frac{y_3 + y_4 - y_1 - y_2}{y_1 + y_2 + y_3 + y_4} \quad (5)$$

从而建立了偏移量 β 和 α 的关系。则 α 为 β 的函数, 记为 $\alpha = l(\beta)$, 谱线插值方法的重点是要求解出偏移量 β , 因此可设定反函数 $\beta = l^{-1}(\alpha) = L(\alpha)$ 。

2) 代入数据求取偏移量 $\beta = L(\alpha)$ 。将 β 取 $[-0.5, 0.5]$ 中的一组数据, 按 0.001 的步长, 从 -0.5 到 0.5 之间取 1 000 个数, 代入式(5)中。利用 Matlab 中的 $\text{polyfit}(\alpha, \beta)$ 公式, 使用曲线拟合方法求出偏移量 $\beta = L(\alpha)$ 。

3) 推导谐波幅值修正系数 $B(\beta)$ 。已知谱线幅值为 $X(k) = \frac{A_h}{2} |W(k)|$, 由于四谱线中间两条谱线所含的权重较大, 给予 y_2 和 y_3 较大的权重, 因此可得幅值计算公式为

$$A_h = \frac{2(y_1 + 3y_2 + 3y_3 + y_4)}{|W(-\beta - 1.5)| + 3|W(-\beta - 0.5)| + 3|W(-\beta + 0.5)| + |W(-\beta + 1.5)|} \quad (6)$$

其中, $|W(k)|$ 为相应加窗函数的幅值。将式(6)设为

$$A_h = N^{-1} (y_1 + 3y_2 + 3y_3 + y_4) B(\beta), \quad \text{则}$$

$$B(\beta) = \frac{2N}{|W(-\beta - 1.5)| + 3|W(-\beta - 0.5)| + 3|W(-\beta + 0.5)| + |W(-\beta + 1.5)|} \quad (7)$$

β 从 $[-0.5, 0.5]$ 取 1 000 个数, 代入式(7)中。利用 Matlab 中的 $\text{polyfit}(\beta, B)$ 公式, 拟合求出幅值修正系数 $B = B(\beta)$ 的表达式。

4) 由公式求得幅值、频率和相角分别为

$$A_h = N^{-1} (y_1 + 3y_2 + 3y_3 + y_4) B(\beta) \quad (8)$$

$$f_h = (k_2 + \beta + 0.5) \quad (9)$$

$$\Psi_h = \arg[X(k_2)] + \pi/2 - \arg[X(\beta)] \quad (10)$$

3 基于谱线插值理论的谐波检测方法仿真验证

利用 Matlab 软件进行仿真验证, 将双谱线、三谱线作为对照组, 验证基于四谱线插值方法的改进效果。仿真实例采用含 9 次谐波的信号模型, 表达式为 $x(n) = \sum_{h=1}^9 A_h \sin(2\pi n h f_1 / f_s + \Psi_h)$, 具体参数如表

4 所示。其中, 基波频率为 $f_1 = 50.1$ Hz。本文选取采样频率为 $f_s = 5120$ Hz, 采样点数 $N = 1024$, 仿真结果如图 7、图 8 所示。

仿真结果显示, 几种谱线插值方法测量得到的幅值、相位相对误差数量级分别如下: 1) 双谱线插值为 $10^{-5}\% \sim 10^{-7}\%$ 、 $10^{-4}\% \sim 10^{-6}\%$; 2) 三谱线插值为 $10^{-6}\% \sim 10^{-8}\%$ 、 $10^{-5}\% \sim 10^{-7}\%$; 3) 四谱线插值为 $10^{-7}\% \sim 10^{-9}\%$ 、 $10^{-6}\% \sim 10^{-8}\%$ 。综上, 仿真结果表明四谱线插值方法测量误差最小, 测量准确度得到有效提高。

表 4 谐波信号的构成

Table 4 Components of harmonic signal

谐波次数	频率/Hz	幅值/V	相角/(°)
1	50.1	59.920	-43.1
2	100.2	1.198	113.6
3	150.3	5.982	-19.7
4	200.4	0.599	17.4
5	250.5	3.996	111.4
6	300.6	0.131	55.2
7	350.7	1.195	-16.8
8	400.8	0.114	25.3
9	450.9	0.798	-68.7

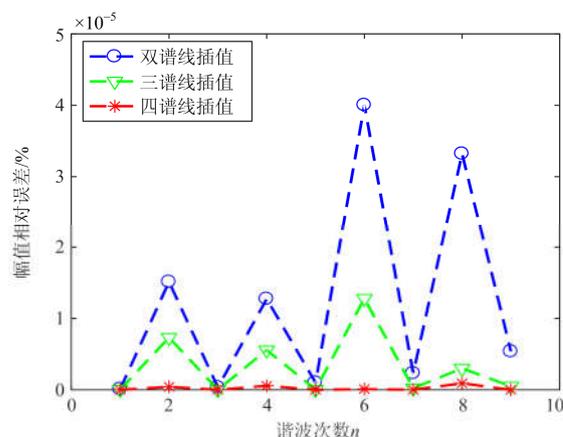


图 7 谐波幅值相对误差

Fig. 7 Relative error of harmonic amplitude

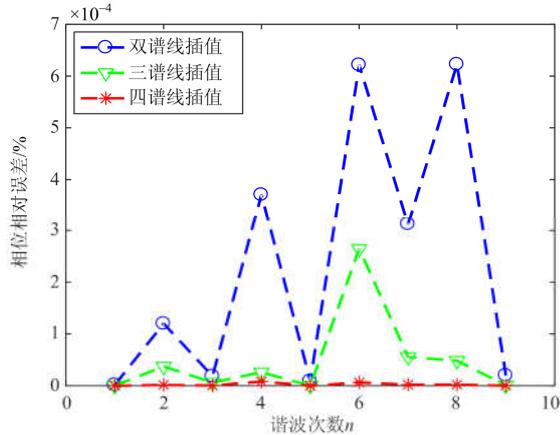


图 8 谐波相位相对误差

Fig. 8 Relative error of harmonic phase

4 基于窗函数理论的谐波检测方法仿真验证

4.1 加窗和不加窗 FFT 谐波检测方法仿真验证

为了验证加窗方法的有效性，本节将不加窗和加窗(Nuttall 窗)的 FFT 方法进行比较验证，仿真实例采用表 4 的信号模型。

由表 5 为仿真结果显示，不加窗方法和加窗方法得到的谐波幅值、相位相对误差数量级分别为：

1) 不加窗为 $10^{-1}\% \sim 10^{-3}\%$ 、 $10^{-1}\% \sim 10^{-2}\%$ ；2) 加窗

为 $10^{-7}\% \sim 10^{-9}\%$ 、 $10^{-6}\% \sim 10^{-8}\%$ 。综上，不加窗方法测量误差很大，加窗方法测量误差很小，证明了加窗方法能很好地减少频谱泄漏对于测量精度的影响，从而提高谐波分析的准确度。

表 5 加窗和不加窗 FFT 谐波检测方法测量误差的比较

Table 5 Comparison of measurement errors between windowed FFT non-windowed FFT harmonic detection method

谐波次数 n	幅值相对误差/%		相位相对误差/%	
	不加窗	加窗	不加窗	加窗
1	0.000 345	1.98e-9	0.021 118 9	4.54e-8
2	0.052 553	4.22e-7	0.106 704 6	1.73e-6
3	0.022 399	9.71e-9	0.154 050 9	6.10e-7
4	0.049 870	5.69e-7	0.143 905 9	8.41e-6
5	0.009 066	5.29e-9	0.124 638 8	3.50e-8
6	0.114 205	1.03e-7	0.919 977 8	6.56e-6
7	0.026 794	1.43e-8	0.367 236 9	2.24e-6
8	0.041 954	9.18e-7	0.116 492 4	2.34e-6
9	0.022 184	3.06e-9	0.125 355 6	4.25e-7

4.2 加不同余弦窗函数仿真验证

窗函数的性能直接影响到 FFT 谐波检测的精确度，为验证本文提出的几种常见余弦窗函数测量的准确度，本次仿真采用表 4 的信号模型，仿真结果如表 6、表 7 所示。

表 6 谐波幅值相对误差

Table 6 Relative error of harmonic amplitude

窗函数类型	幅值相对误差/%								
	1 次	2 次	3 次	4 次	5 次	6 次	7 次	8 次	9 次
Hanning 窗	3.40e-5	7.30e-4	1.50e-4	4.83e-4	1.13e-5	1.29e-3	5.01e-4	7.48e-4	1.81e-4
Hamming 窗	6.85e-5	1.01e-2	1.59e-3	1.22e-2	9.05e-4	1.21e-2	1.97e-3	2.73e-2	1.88e-3
Blackman 窗	1.53e-5	2.96e-4	6.39e-6	1.96e-4	7.27e-5	5.32e-4	1.86e-6	2.99e-4	7.74e-6
Blackman-Harris 窗	7.27e-6	3.05e-5	7.73e-7	1.25e-5	2.39e-6	8.59e-5	1.72e-6	2.10e-6	8.63e-7
Nuttall 窗	1.98e-9	4.22e-7	9.71e-9	5.69e-7	5.29e-9	1.03e-7	1.43e-8	9.18e-7	3.06e-9

表 7 谐波相位相对误差

Table 7 Relative error of harmonic phase

窗函数类型	相位相对误差/%								
	1 次	2 次	3 次	4 次	5 次	6 次	7 次	8 次	9 次
Hanning 窗	9.10e-6	1.85e-3	2.46e-4	6.73e-3	3.34e-5	5.12e-1	3.71e-4	2.55e-1	1.52e-4
Hamming 窗	3.44e-4	3.15e-2	2.84e-2	2.15e-2	3.86e-3	7.09e-1	6.09e-2	3.47e-1	1.91e-2
Blackman 窗	3.71e-6	9.62e-4	1.41e-4	3.83e-3	1.70e-5	2.75e-2	2.04e-4	1.30e-2	7.56e-5
Blackman-Harris 窗	3.95e-8	1.15e-4	2.14e-5	2.40e-4	3.63e-6	6.03e-3	1.60e-4	6.18e-3	2.03e-5
Nuttall 窗	4.54e-8	1.73e-6	6.10e-7	8.41e-6	3.50e-8	6.56e-6	2.24e-6	2.34e-6	4.25e-7

由仿真结果可知，对于含九次谐波信号的幅值、相角参数的检测，这几种余弦窗函数测量的准确度由高到低分别为：Nuttall 窗、Blackman-Harris 窗、Blackman 窗、Hanning 窗、Hamming 窗。其中 Nuttall

窗函数对幅值、相位测量得到的相对误差至少可以达到 $10^{-7}\%$ 、 $10^{-6}\%$ ，具有较高的测量精度。

4.3 加优化窗函数仿真验证

对加不同优化窗函数的 FFT 方法进行仿真对

比。采样表 4 给出的信号模型, 将三项、四项、五项最大旁瓣衰减窗和三项、四项、五项最小旁瓣窗进行仿真对比, 仿真结果如表 8、表 9 所示。

1) 幅值、相位相对误差数量级分别如下: 五项最大旁瓣衰减窗为 $10^{-7}\%$ ~ $10^{-10}\%$ 、 $10^{-5}\%$ ~ $10^{-8}\%$; 五项最小旁瓣窗为 $10^{-8}\%$ ~ $10^{-11}\%$ 、 $10^{-5}\%$ ~ $10^{-8}\%$ 。表明五项最大旁瓣衰减窗和五项最小旁瓣窗与常见的余弦窗相比, 测量精度更高, 对于频谱泄漏的抑制能力较强。

2) 三项、四项、五项最大旁瓣衰减窗和最小旁瓣窗对于幅值相对误差和相位相对误差, 随项数的增加而降低, 测量精度随之提高。

3) 三项、四项最大旁瓣衰减窗的谐波检测精度比三项、四项最小旁瓣窗要高, 但是五项最小旁瓣窗和五项最大旁瓣衰减窗测量误差相近, 甚至有些比五项最大旁瓣窗要高, 这也证明五项最小旁瓣窗的旁瓣峰值电平已经很小, 可以消除频谱泄漏对测量误差的影响。

表 8 谐波幅值相对误差

Table 8 Relative error of harmonic amplitude

窗函数类型	幅值相对误差/%								
	1 次	2 次	3 次	4 次	5 次	6 次	7 次	8 次	9 次
三项最大旁瓣衰减窗	6.19e-9	1.04e-6	3.44e-8	1.61e-6	1.55e-8	2.83e-6	3.72e-8	2.61e-6	5.87e-9
四项最大旁瓣衰减窗	8.25e-10	3.87e-7	1.14e-8	3.45e-7	2.60e-9	8.58e-7	8.84e-11	6.15e-7	2.26e-9
五项最大旁瓣衰减窗	2.36e-10	1.55e-7	1.35e-9	1.22e-7	7.34e-10	3.51e-7	1.08e-9	2.28e-7	1.03e-9
三项最小旁瓣窗	2.60e-8	5.72e-6	2.01e-7	4.13e-6	3.57e-7	9.54e-6	3.38e-7	6.69e-6	9.63e-9
四项最小旁瓣窗	1.23e-9	7.81e-7	2.81e-9	4.18e-7	1.76e-8	4.78e-7	7.33e-9	5.41e-7	1.74e-8
五项最小旁瓣窗	2.79e-10	9.04e-8	1.52e-9	5.34e-8	5.72e-11	1.69e-8	2.56e-9	9.00e-8	3.38e-9

表 9 谐波相位相对误差

Table 9 Relative error of harmonic phase

窗函数类型	相位相对误差/%								
	1 次	2 次	3 次	4 次	5 次	6 次	7 次	8 次	9 次
三项最大旁瓣衰减窗	1.32e-7	6.47e-6	1.79e-6	2.04e-4	6.73e-8	1.66e-4	5.67e-6	5.60e-5	1.02e-6
四项最大旁瓣衰减窗	2.94e-8	3.14e-7	6.04e-7	3.12e-5	1.49e-8	1.49e-5	8.43e-7	1.76e-5	8.88e-8
五项最大旁瓣衰减窗	1.46e-8	1.18e-7	2.66e-7	1.02e-5	1.27e-8	2.85e-6	3.54e-7	7.58e-6	1.77e-8
三项最小旁瓣窗	1.31e-5	2.76e-4	7.43e-5	4.35e-3	6.29e-5	9.53e-4	6.30e-4	2.55e-3	4.04e-4
四项最小旁瓣窗	8.67e-7	1.48e-5	3.49e-6	1.67e-4	4.53e-6	2.59e-4	3.88e-5	2.27e-4	2.96e-5
五项最小旁瓣窗	2.85e-8	5.05e-7	2.01e-7	4.36e-6	2.60e-7	2.64e-5	1.57e-6	2.18e-5	1.80e-6

4.4 加卷积窗函数的仿真验证

为验证卷积运算的改进效果, 本节分别加 1~3 阶 Nuttall 卷积窗进行仿真验证。采用表 4 给出的谐

波信号模型, 基波频率为 $f_1 = 50.1 \text{ Hz}$, 采样频率为 $f_s = 5120 \text{ Hz}$, 采样点数 $N = 1024$ 。仿真结果如表 10、表 11 所示。幅值、相位相对误差数量级分别如

表 10 谐波幅值相对误差

Table 10 Relative error of harmonic amplitude

窗函数类型	幅值相对误差/%								
	1 次	2 次	3 次	4 次	5 次	6 次	7 次	8 次	9 次
Nuttall 卷积窗	1.98e-9	4.22e-7	9.71e-9	5.69e-7	5.29e-9	1.03e-7	1.43e-8	9.18e-7	3.06e-9
二阶 Nuttall 卷积窗	8.73e-10	2.15e-8	1.59e-9	7.35e-8	3.25e-9	1.21e-8	8.57e-9	7.25e-8	2.32e-9
三阶 Nuttall 卷积窗	1.03e-10	5.26e-9	6.39e-10	8.24e-9	6.52e-10	5.32e-9	3.24e-10	3.19e-8	6.93e-10

表 11 谐波相位相对误差

Table 11 Relative error of harmonic phase

窗函数类型	相位相对误差/%								
	1 次	2 次	3 次	4 次	5 次	6 次	7 次	8 次	9 次
Nuttall 卷积窗	4.54e-8	1.73e-6	6.10e-7	8.41e-6	3.50e-8	6.56e-6	2.24e-6	2.34e-6	4.25e-7
二阶 Nuttall 卷积窗	2.25e-9	9.28e-7	3.83e-7	6.13e-7	2.16e-8	8.26e-8	5.16e-7	6.35e-7	5.25e-8
三阶 Nuttall 卷积窗	5.48e-10	8.23e-8	2.45e-8	5.43e-8	6.27e-9	3.69e-9	6.22e-9	1.57e-8	8.33e-9

下: 加一阶 Nuttall 卷积窗为 $10^{-7}\%$ ~ $10^{-9}\%$ 、 $10^{-6}\%$ ~ $10^{-8}\%$; 加二阶卷积窗为 $10^{-8}\%$ ~ $10^{-10}\%$ 、 $10^{-7}\%$ ~ $10^{-9}\%$; 加三阶卷积窗为 $10^{-8}\%$ ~ $10^{-10}\%$ 、 $10^{-8}\%$ ~ $10^{-10}\%$ 。综上, 表明卷积窗随着卷积阶数的增多, 其测量精度随之提高, 但卷积阶数一般不超过四次。

5 结语

本文对基于窗函数和谱线插值原理的 FFT 谐波检测方法的研究现状进行了分析和总结, 并得出了以下结论:

1) 基于窗函数的 FFT 谐波检测方法, 利用窗函数的优良性能, 可以减少频谱泄漏对测量误差造成的影响。分析总结了余弦窗、优化窗和卷积窗的频谱特性。同时通过仿真实例, 表明 Nuttall 窗函数、五项最大旁瓣衰减窗具有较高的测量精度; 同时通过窗函数的卷积运算得到一类卷积窗, 卷积窗随着卷积阶数的提高可以大幅度地减少谐波检测的误差。

2) 基于谱线插值理论的 FFT 谐波检测方法, 利用频域内的多条谱线进行加权计算, 修正谐波测量误差, 并通过仿真验证基于四谱线插值 FFT 方法的有效性。

结合当前实际电网中的谐波情况和谐波测量要求, 电力系统谐波检测目前还有以下值得研究的内容:

1) 目前的余弦窗函数随着窗函数项数的增加, 其旁瓣特性得到改善, 但是其主瓣宽度随之变大, 限制在频率分辨率场合较高情况下的应用。因此, 研究在满足优良旁瓣性能的基础上如何提高窗函数的主瓣性能是提高复杂谐波信号检测精度的关键。

2) 由于谐波的复杂性、间歇波干扰和噪声干扰等因素的影响, 目前的 FFT 谐波检测算法仍然无法实现任意次谐波的自适应检测。因此, 实现在复杂信号模型下的 FFT 自适应检测是谐波检测的重点。

参考文献

- [1] 林海雪. 电能质量指标的完善化及其展望[J]. 中国电机工程学报, 2014, 34(29): 5073-5079.
LIN Haixue. Perfecting power quality indices and prospect[J]. Proceedings of the CSEE, 2014, 34(29): 5073-5079.
- [2] 张俨, 彭志炜, 雷章勇, 等. 微电网谐波源危害及谐波检测技术[J]. 电网与清洁能源, 2017, 33(6): 27-35.
ZHANG Yan, PENG Zhiwei, LEI Zhangyong, et al. Harmonic source hazard and harmonic detection technology in microgrid[J]. Power System and Clean Energy, 2017, 33(6): 27-35.
- [3] 王泽, 杨洪耕, 袁晓冬. IEC 框架下非同步采样时的谐波和间谐波测量方法[J]. 电力系统自动化, 2015, 39(3): 69-75.
WANG Ze, YANG Honggeng, YUAN Xiaodong. Measuring method of harmonics and inter-harmonics with nonsynchronous sampling in IEC framework[J]. Automation of Electric Power Systems, 2015, 39(3): 69-75.
- [4] 肖飞, 马伟明, 李玉梅, 等. 并联有源滤波器在谐波检测中的相位控制[J]. 电力系统自动化, 2002, 26(3): 36-40.
XIAO Fei, MA Weiming, LI Yumei, et al. Researches on phase control of harmonic detection with shunt-active power filter[J]. Automation of Electric Power Systems, 2002, 26(3): 36-40.
- [5] BARROS J, DIEGO R I. Analysis of harmonics in power systems using the wavelet-packet transform[J]. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 2007, 57(1): 63-69.
- [6] FELDMAN M. Analytical basics of the EMD: two harmonics decomposition[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2009, 23(7): 2059-2071.
- [7] ERRO D, SAINZ I, NAVAS E, et al. Efficient spectral envelope estimation from harmonic speech signals[J]. Electronics Letters, 2012, 48(16): 1019-1021.
- [8] 王炜, 谭锦文, 颀孙旭, 等. 高渗透率并网风力发电的谐波特点及其抑制研究[J]. 电网与清洁能源, 2018, 34(9): 59-66.
WANG Wei, TAN Jinwen, ZHUAN Sunxu, et al. Study on harmonic characteristics and suppression of high-permeability grid-connected wind power generation[J]. Power System and Clean Energy, 2018, 34(9): 59-66.
- [9] 张俊敏, 刘开培, 汪立, 等. 基于四谱线插值 FFT 的谐波分析快速算法[J]. 电力系统保护与控制, 2017, 45(1): 139-145.
ZHANG Junmin, LIU Kaipei, WANG Li, et al. A rapid algorithm for harmonic analysis based on four-spectrum-line interpolation FFT[J]. Power System Protection and Control, 2017, 45(1): 139-145.
- [10] 王纲, 李剑飞, 陈隆道, 等. 一种基于频率补偿的改进插值谐波分析算法[J]. 电力系统保护与控制, 2018, 46(24): 1-7.
WANG Gang, LI Jianfei, CHEN Longdao, et al. An improved interpolation harmonic analysis algorithm based on frequency compensation[J]. Power System Protection and Control, 2018, 46(24): 1-7.

- [11] 杨洪耕, 惠锦, 侯鹏. 电力系统谐波和间谐波检测方法综述[J]. 电力系统及其自动化学报, 2010, 22(2): 65-69.
YANG Honggeng, HUI Jin, HOU Peng. Detection methods of harmonics and inter-harmonics in power system[J]. Proceedings of the CSU-EPSA, 2010, 22(2): 65-69.
- [12] JAIN S K, SINGH S N. Harmonics estimation in emerging power system: Key issues and challenges[J]. Electric Power Systems Research, 2011, 81(9): 1754-1766.
- [13] 温和, 滕召胜, 王永, 等. 频谱泄漏抑制与改进介损角测量算法研究[J]. 仪器仪表学报, 2011, 32(9): 2087-2094.
WEN He, TENG Zhaosheng, WANG Yong, et al. Study on spectral leakage suppression and improved dielectric loss angle measurement method[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2011, 32(9): 2087-2094.
- [14] 郭东亮, 张铁军, 戴宪华. 基于信号延拓的采样信号频谱泄漏抑制[J]. 仪器仪表学报, 2010, 31(3): 536-540.
GUO Dongliang, ZHANG Tiejun, DAI Xianhua. Restraining method of frequency spectrum leakage of sampled signals based on signal extension[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2010, 31(3): 536-540.
- [15] JIN T, CHEN Y, FLESCHE R C C. A novel power harmonic analysis method based on Nuttall-Kaiser combination window double spectrum interpolated FFT algorithm[J]. Journal of Electrical Engineering, 2017, 68(6): 435-443.
- [16] WEN H, TENG Z, WANG Y, et al. Simple interpolated FFT algorithm based on minimize sidelobe windows for power-harmonic analysis[J]. IEEE Transactions on Power Electronics, 2011, 26(9): 2570-2579.
- [17] HARRIS F J. On the use of harmonic analysis with the discrete Fourier transform[J]. IEEE Proceedings, 1978, 66(1): 51-83.
- [18] 潘文, 钱俞寿, 周鄂. 基于加窗插值 FFT 的电力谐波测量理论——(I)窗函数研究[J]. 电工技术学报, 1994, 9(1): 50-54.
PAN Wen, QIAN Yushou, ZHOU E. Power harmonics measurement based on windows and interpolated FFT (I)[J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 1994, 9(1): 50-54.
- [19] 黄纯, 江亚群. 谐波分析的加窗插值改进算法[J]. 中国电机工程学报, 2005, 25(15): 26-32.
HUANG Chun, JIANG Yaquin. Improved window and interpolation algorithm for analysis of power system harmonics[J]. Proceedings of the CSEE, 2005, 25(15): 26-32.
- [20] 卿柏元, 滕召胜, 高云鹏, 等. 基于 Nuttall 窗双谱线插值 FFT 的电力谐波分析方法[J]. 中国电机工程学报, 2008, 28(25): 153-158.
QING Baiyuan, TENG Zhaosheng, GAO Yunpeng, et al. An approach for electrical harmonic analysis based on Nuttall window double-spectrum-line interpolation FFT[J]. Proceedings of the CSEE, 2008, 28(25): 153-158.
- [21] 曾博, 滕召胜. 纳托尔窗改进 FFT 动态谐波参数估计方法[J]. 中国电机工程学报, 2010, 30(1): 65-71.
ZENG Bo, TENG Zhaosheng. Improved FFT approach for the dynamic state estimation of harmonic parameters based on the Nuttall window[J]. Proceedings of the CSEE, 2010, 30(1): 65-71.
- [22] 陈国志, 陈隆道, 蔡忠法. 基于 Nuttall 窗插值 FFT 的谐波分析方法[J]. 电力自动化设备, 2011, 31(4): 27-31.
CHEN Guozhi, CHEN Longdao, CAI Zhongfa. Harmonic analysis based on Nuttall window interpolation FFT[J]. Electric Power Automation Equipment, 2011, 31(4): 27-31.
- [23] NUTTALL A H. Some windows with very good sidelobe behavior[J]. IEEE Transactions on Acoustics, Speech and Signal Processing, 1981, 29(1): 84-91.
- [24] 宋树平, 马宏忠, 徐刚, 等. 五项最大旁瓣衰减窗插值电力谐波分析[J]. 电力系统自动化, 2015, 39(22): 83-89.
SONG Shuping, MA Hongzhong, XU Gang, et al. Power harmonic analysis based on 5-term maximum-sidelobe-decay window interpolation[J]. Automation of Electric Power Systems, 2015, 39(22): 83-89.
- [25] 陈勇, 李鹏, 宋树平, 等. 五项最小旁瓣窗插值方法电力谐波参数估计[J]. 自动化仪表, 2017, 38(4): 46-49.
CHEN Yong, LI Peng, SONG Shuping, et al. Interpolation method of 5-term minimum sidelobe window for parameter estimation of power harmonics[J]. Process Automation Instrumentation, 2017, 38(4): 46-49.
- [26] 张介秋, 梁昌洪, 陈硕圃. 基于卷积窗的电力系统谐波理论分析与算法[J]. 中国电机工程学报, 2004, 24(11): 48-52.
ZHANG Jieqiu, LIANG Changhong, CHEN Yanpu. Power system harmonic theory analysis and algorithm based on convolution windows[J]. Proceedings of the CSEE, 2004, 24(11): 48-52.
- [27] MIRRI D, IUCULANO G, TRAVERSO P A, et al. Performance evaluation of ascaded rectangular windows in spectral analysis[J]. Measurement, 2004, 36(1): 37-52.

[28] WEN H, TENG Z, GUO S. Triangular self-convolution window with desirable sidelobe behaviors for harmonic analysis of power system[J]. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 2010, 59(3): 543-552.

[29] 温和, 滕召胜, 卿柏元. Hanning 自卷积窗及其在谐波分析中的应用[J]. 电工技术学报, 2009, 24(2): 164-169. WEN He, TENG Zhaosheng, QING Baiyuan. Hanning self-convolution windows and its application to harmonic analysis[J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2009, 24(2): 164-169.

[30] 曾博, 滕召胜. 纳托尔自卷积窗加权电力谐波分析方法[J]. 电网技术, 2011, 35(8): 134-139. ZENG Bo, TENG Zhaosheng. A Nuttall self-convolution window-based approach to weighted analysis on power system harmonic[J]. Power System Technology, 2011, 35(8): 134-139.

[31] 潘文, 钱俞寿, 周鄂. 基于加窗插值 FFT 的电力谐波测量理论(II)双插值 FFT 理论[J]. 电工技术学报, 1994, 9(2): 53-56. PAN Wen, QIAN Yushou, ZHOU E. Power harmonics measurement based on windows and interpolated FFT(II) dual interpolated FFT algorithms[J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 1994, 9(2): 53-56.

[32] 牛胜锁, 梁志瑞, 张建华, 等. 基于三谱线插值 FFT 的电力谐波分析算法[J]. 中国电机工程学报, 2012, 32(16): 130-136. NIU Shengsuo, LIANG Zhirui, ZHANG Jianhua, et al. An algorithm for electrical harmonic analysis based on triple-spectrum-line interpolation FFT[J]. Proceedings of the CSEE, 2012, 32(16): 130-136.

[33] 蔡晓峰, 张鸿博, 鲁改凤. 应用三谱线插值 FFT 分析电力谐波的改进算法[J]. 电力系统保护与控制, 2015, 43(2): 33-39. CAI Xiaofeng, ZHANG Hongbo, LU Gaifeng. Improvement algorithm for harmonic analysis of power system using triple-spectrum-line interpolation algorithm based on window FFT[J]. Power System Protection and Control, 2015, 43(2): 33-39.

[34] 李得民, 何怡刚. 基于 Nuttall 窗四谱线插值 FFT 的电力谐波分析[J]. 电力系统保护与控制, 2016, 44(3): 64-71. LI Demin, HE Yigang. Harmonic analysis of power system based on Nuttall window four-spectrum-line interpolation FFT[J]. Power System Protection and Control, 2016, 44(3): 64-71.

[35] WEN H, TENG Z, WANG Y, et al. Optimized trapezoid convolution windows for harmonic analysis[J]. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 2013, 62(9): 2609-2612.

[36] ELPHICK S, GOSBELL V, SMITH V, et al. Methods for harmonic analysis and reporting in future grid applications[J]. IEEE Transactions on Power Delivery, 2017, 32(2): 989-995.

收稿日期: 2018-12-22; 修回日期: 2019-03-13

作者简介:

李振华(1986—), 男, 通信作者, 博士, 副教授, 主要研究方向为电力设备状态监测及电能计量; E-mail: lizhenhua1993@163.com

胡廷和(1994—), 男, 硕士研究生, 主要研究方向为变电站状态监测及电力系统谐波检测; E-mail: hutinghesxdx@163.com

杜亚伟(1994—), 男, 硕士研究生, 主要研究方向为电力设备的故障诊断与状态监测及信号处理。E-mail: 931698086@qq.com

(编辑 魏小丽)