

DOI: 10.7667/PSPC180342

主元分析结合 Cornish-Fisher 展开的概率潮流三点估计法

毛晓明, 叶嘉俊

(广东工业大学, 广东 广州 510006)

摘要: 传统点估计概率潮流计算(Probabilistic Load Flow Calculation Based on Point Estimate Method, PLF-PEM)没有考虑输入随机变量相关系数矩阵非正定之情形。为克服上述不足, 更准确地描述输出变量的统计特性, 提出一种主元分析结合 Cornish-Fisher 级数展开的 PLF-PEM 算法。利用主元分析处理相关性输入随机变量, 通过点估计方法得到输出变量的各阶矩。结合半不变量理论与 Cornish-Fisher 级数展开, 利用输入变量的离散样本数据求得输出随机变量的数字特征和概率统计信息。算例表明所提算法能适应新能源发电高渗透电力系统的快速概率潮流计算。

关键词: 概率潮流; 点估计; 主元分析; Cornish-Fisher 级数; 相关性

A three-point estimate method for probabilistic load flow computation based on principal component analysis and Cornish-Fisher series

MAO Xiaoming, YE Jiajun

(Guangdong University of Technology, Guangzhou 510006, China)

Abstract: The existing Probabilistic Load Flow Calculation based on Point Estimate Method (PLF-PEM) does not consider the case where the correlation matrix of random input variables is non-positive definite. To overcome the deficiency and describe the statistical characteristics of the outputs more accurately, a PLF-PEM computing method based on Principal Component Analysis (PCA) and Cornish-Fisher series expansion is suggested. The proposed method uses the PCA theory to deal with the correlated random inputs and applies the PEM to obtain the moments of the outputs. Then, based on the cumulant theory and the Cornish-Fisher expansion and by using the discrete sample data of the input variables, the digital characteristics and probability statistical properties of the outputs are obtained. Test examples show that the method is appropriate for fast PLF calculation of power systems with high penetrations of new energy power generations.

This work is supported by Natural Science Foundation of Guangdong Province (No. 2014A030313509).

Key words: probabilistic load flow; point estimate; principal component analysis; Cornish-Fisher series; relevance

0 引言

电力系统中不确定性因素的增加使得概率潮流计算^[1]成为研究热点之一。根据原理的不同, 相关算法可分为模拟法^[2-5]、解析法^[6-7]和近似法^[8-15]。

近似法用输入变量的数字特征近似求取输出变量的统计特性^[16], 克服了模拟法大规模抽样费时耗力、解析法要求输入与输出变量线性相关之不足, 具有计算速度快、保留潮流方程的非线性、能灵活处理输入变量间的相关性等优点。

近似法中应用最广泛的是点估计法(Point Estimate Method, PEM)。PEM 的本质是利用

输入变量的中心矩求输出变量的原点矩, 仅要求每个输入有唯一对应的输出, 并不要求输入变量的分布类型及输入、输出量间的函数关系已知。

现有关于 PEM 的研究都是在文献[17]提出的两点或三点形式的 PEM 基础上进行的。文献[8]将三阶多项式正态变换应用到 PEM 中, 提出能求解含非正态相关随机变量的 PLF 点估计法。文献[9]将 Nataf 变换与 Gauss-Hermite 数值积分技术相结合, 提出一种改进的 PLF 多点估计法, 大大提高了传统 PEM 的计算精度。文献[10]将文献[9]的方法应用于配电网概率无功优化中。文献[11-12]提出基于 Nataf 变换的 PEM 法, 避免了采样点可能超出随机变量定义域的情况, 计算结果更为准确。文献[13]提出计及电力系统谐波问题的 PEM。文献[14]将 PEM 应

基金项目: 广东省自然科学基金项目资助(2014A030313509)

用于三相不平衡系统概率潮流分析中。文献[8-14]均以给出输出变量的均值和标准差为研究目标, 未考虑输出变量的概率统计信息; 且要求输入变量的概率密度函数(Probability Density Function, PDF)或累积分布函数(Cumulative Distribution Function, CDF)已知, 该条件在应用中有时难以满足。文献[15]提出一种基于 Gram-Charlier 展开的 PEM 方法, 该方法不需要知道输入变量的 PDF 和 CDF, 仅根据输入变量的样本数据即可求得输出变量的均值、标准差及概率统计信息, 不过 Gram-Charlier 展开在拟合非正态分布变量的概率分布时误差偏大^[7]。

以上关于 PEM 的研究^[8-15]都采用 Cholesky 分解处理输入变量的相关系数矩阵, 但 Cholesky 分解仅适用于相关系数矩阵正定的情形。工程应用中, 通常先估计随机变量两两间的相关系数, 再形成相关系数矩阵, 该方法容易造成相关系数矩阵非正定的情形^[3], 限制了 PEM 的应用范围。

本文将主元分析法(Principal Component Analysis, PCA)引入到电力系统 PLF 中, 提出一种 PCA 结合 Cornish-Fisher 级数展开的三点估计法 PCA-CF-3PEM。所提算法能克服现有 3PEM 只能处理相关系数矩阵对称正定的局限, 且能更高效准确地获得输出随机变量的数字特征及概率统计信息。

1 主元分析

主元分析(PCA)是一种统计分析方法。它通过寻找一组新的正交基, 将原始数据空间中一组具有相关性的变量组合为新的映射空间中一组互不相关的变量, 从而消除原始数据间的相关性影响, 具有操作简单、计算方便、无参数限制、线性重构误差小等优点^[18]。

设多维随机变量 \mathbf{X} 的相关系数矩阵为 $\boldsymbol{\rho}_X$, 样本矩阵为 $\mathbf{X}_{n \times m} = [\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_j, \dots, \mathbf{x}_m]$ ($\mathbf{x}_j = [x_{1j}, \dots, x_{ij}, \dots, x_{nj}]^T$), 其中, m 为变量维数, n 为样本大小, 那么 $\mathbf{X}_{n \times m}$ 可分解为 m 个向量的外积之和(这里外积指的是两个等长向量的乘积, 且是列乘以行), 即

$$\mathbf{X}_{n \times m} = t_1 \mathbf{p}_1^T + t_2 \mathbf{p}_2^T + \dots + t_m \mathbf{p}_m^T = \mathbf{T} \mathbf{P}^T \quad (1)$$

式中: $\mathbf{P} = [\mathbf{p}_1, \dots, \mathbf{p}_j, \dots, \mathbf{p}_m]$ ($\mathbf{p}_j = [p_{1j}, \dots, p_{ij}, \dots, p_{mj}]^T$, $i, j = 1, 2, \dots, m$), 且 $\mathbf{P}^T \mathbf{P} = \mathbf{P} \mathbf{P}^T = \mathbf{I}$, \mathbf{P} 中各列向量为新的正交基; $\mathbf{T} = [t_1, \dots, t_j, \dots, t_m]$ ($t_j = [t_{1j}, \dots, t_{ij}, \dots, t_{nj}]^T$, $i = 1, 2, \dots, n$, $j = 1, 2, \dots, m$), t_j 称为 \mathbf{X} 的主元, 主元间互不相关。

应用中, 输入变量的量纲往往各不相同, 主元分析前应先消除量纲的影响, 步骤如下:

1) 通过式(2)对 \mathbf{X} 进行标准化处理得到数据矩

阵 \mathbf{X}' , 消除量纲的影响;

$$x'_{ij} = (x_{ij} - \bar{x}_j) / s_j, \quad \begin{matrix} i = 1, 2, \dots, n \\ j = 1, 2, \dots, m \end{matrix} \quad (2)$$

式中: $\bar{x}_j = 1/n \sum_{i=1}^n x_{ij}$, 为变量 x_j 的期望值;

$s_j = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_{ij} - \bar{x}_j)^2}$ 为变量 x_j 的标准差。

2) 解特征方程 $|\lambda \mathbf{I} - \boldsymbol{\rho}_X| = 0$, 求得 $\boldsymbol{\rho}_X$ 的特征值 λ_j , 且由大到小排列, 即 $(\lambda_1 \geq \dots \geq \lambda_j \geq \dots \geq \lambda_m)$, 相应的特征向量记为 $\mathbf{p}'_j = [p'_{1j}, p'_{2j}, \dots, p'_{mj}]^T$, ($j = 1, 2, \dots, m$)。

3) 求得 \mathbf{X}' 的主元 t'_j :

$$t'_j = \mathbf{X}' \mathbf{p}'_j \quad (3)$$

式中, $t'_j = [t'_{1j}, t'_{2j}, \dots, t'_{nj}]^T$, 表示 \mathbf{X}' 在 \mathbf{p}'_j 方向上的投影。长度越大, \mathbf{X}' 在 \mathbf{p}'_j 方向上的覆盖程度或变化范围越大, 即: 若 $\|t'_1\| > \|t'_2\| > \dots > \|t'_m\|$, 则 \mathbf{p}'_1 将代表 \mathbf{X}' 变化最大方向, \mathbf{p}'_m 将代表 \mathbf{X}' 化最小方向。

通过 PCA 方法可将 $\mathbf{X}_{n \times m}$ 表示为

$$\mathbf{X} = \mathbf{T}' \mathbf{P}'^{-1} \otimes \mathbf{S} + \bar{\mathbf{X}} \quad (4)$$

式中: \otimes 表示矩阵的 Hadamard 乘积(两个矩阵对应元素的乘积); $\mathbf{T}' = [t'_1, \dots, t'_j, \dots, t'_m]$; $\mathbf{P}' = [p'_1, \dots, p'_j, \dots, p'_m]$; $\mathbf{S} = [\mathbf{S}_1, \dots, \mathbf{S}_j, \dots, \mathbf{S}_m]$ ($\mathbf{S}_j = [s_{1j}, \dots, s_{ij}, \dots, s_{mj}]^T$, $s_{1j} = s_{2j} = \dots = s_{nj} = s_j$; $\bar{\mathbf{X}} = [\bar{\mathbf{X}}_1, \dots, \bar{\mathbf{X}}_j, \dots, \bar{\mathbf{X}}_m]$ ($\bar{\mathbf{X}}_j = [\bar{x}_{1j}, \dots, \bar{x}_{ij}, \dots, \bar{x}_{nj}]^T$, $\bar{x}_{1j} = \bar{x}_{2j} = \dots = \bar{x}_{nj} = \bar{x}_j$)。

PCA 把相关变量 \mathbf{X} 转换为不相关变量 \mathbf{T}' 的组合, 且对 \mathbf{X} 的相关系数矩阵 $\boldsymbol{\rho}_X$ 没有限制^[18], 从而可在输入变量具有相关性时依下文所述 3PEM 进行 PLF 计算。

2 概率潮流三点估计法

2.1 基于离散采样数据的三点估计法

3PEM 在求解概率问题时能兼顾精度与效率, 以下描述基于离散采样数据的 3PEM 的基本原理。

设潮流方程 \mathbf{Z} 为

$$\mathbf{Z} = \mathbf{G}(\mathbf{X}) = \mathbf{G}(x_1, x_2, \dots, x_m) \quad (5)$$

式中: \mathbf{Z} 为 N 维输出变量, $\mathbf{Z} = [z_1, z_2, \dots, z_N]^T$; \mathbf{G} 为 m 维函数向量, $\mathbf{G} = [g_1, g_2, \dots, g_m]^T$ 。

3PEM 对每个输入变量 x_j ($j = 1, 2, \dots, m$) 取其 3 个采样值 $x_{j,k}$ ($k = 1, 2, 3$) 进行点估计运算。 $x_{j,k}$ 可通过式(6)得到^[12]。

$$x_{j,k} = \bar{x}_j + \xi_{x_{j,k}} s_j, \quad k = 1, 2, 3 \quad (6)$$

式中, $\xi_{x_{j,k}}$ 为 x_j 的标准采样值, 可通过式(7)求得^[12]。

$$\begin{cases} \xi_{x_{j,k}} = \frac{\lambda_{x_j}}{2} + (-1)^{3-k} \sqrt{v_{x_j} - \frac{3}{4}\lambda_{x_j}^2}, & k=1,2 \\ \xi_{x_{j,k}} = 0, & k=3 \end{cases} \quad (7)$$

$$\text{式中, } \lambda_{x_j} = \frac{1}{ns_j^3} \sum_{i=1}^n (x_{ij} - \bar{x}_j)^3, v_{x_j} = \frac{1}{ns_j^4} \sum_{i=1}^n (x_{ij} - \bar{x}_j)^4$$

分别为 x_j 的偏度系数和峰度系数。

对每个采样值 $x_{j,k}$, 按式(8)进行一次确定性潮流计算。

$$Z(j,k) = G(\bar{x}_1, \dots, \bar{x}_{j-1}, x_{j,k}, \bar{x}_{j+1}, \dots, \bar{x}_m) \quad (8)$$

式中: $j=1,2,\dots,m; k=1,2,3$ 。

根据上述结果, 通过式(9)计算输出变量 $z_i (i=1, 2, \dots, N)$ 的 v 阶原点矩 $\alpha^{(v)}$ [12]。

$$\alpha^{(v)} \approx \sum_{j=1}^m \sum_{k=1}^3 w_{x_{j,k}} (z_i(j,k))^v \quad (9)$$

式中, $w_{x_{j,k}}$ 为 $x_{j,k}$ 的权重系数, 可通过式(10)求得 [12]。

$$\begin{cases} w_{x_{j,k}} = \frac{(-1)^{3-k}}{\xi_{x_{j,k}} (\xi_{x_{j,1}} - \xi_{x_{j,2}})}, & k=1,2 \\ w_{x_{j,k}} = \frac{1}{m} - \frac{1}{v_{x_j} - \lambda_{x_j}^2}, & k=3 \end{cases} \quad (10)$$

根据 $\alpha^{(v)}$, 再通过式(11)可计算得到 z_i 的期望 μ_{z_i} 和标准差 σ_{z_i} 。

$$\begin{cases} \mu_{z_i} = \alpha^{(1)} \\ \sigma_{z_i} = \sqrt{\alpha^{(2)} - \mu_{z_i}^2}, & i=1,2,\dots,N \end{cases} \quad (11)$$

综上, 3PEM 可求得输出变量的期望、方差及各阶原点矩。

2.2 半不变量与 Cornish-Fisher 级数展开

半不变量(Cumulant)是随机变量一种重要的数字特征, 是组合数学与概率论间重要的联系纽带。随机变量的各阶半不变量 g_v 可通过其原点矩求得。

$$\begin{cases} g_1 = \alpha^{(1)} \\ g_v = \alpha^{(v+1)} - \sum_{j=1}^v C_v^j \alpha^{(j)} g_{v-j+1} \end{cases} \quad (12)$$

式中, C_v^j 为组合数 [7]。

Cornish-Fisher 级数在拟合非正态分布变量的概率分布时收敛性好、精度高 [7]。本文采用 Cornish-Fisher 级数展开逼近得到输出变量的 CDF 和 PDF。设输出变量 z_i 的分位数为 $\alpha (0 < \alpha < 1)$, 则 $z(\alpha)$ 可表示为 [7]

$$\begin{aligned} z_i(\alpha) = & \zeta(\alpha) + \frac{\zeta^2(\alpha) - 1}{6} g_3 + \frac{\zeta^3(\alpha) - 3\zeta(\alpha)}{24} g_4 - \\ & \frac{2\zeta^3(\alpha) - 5\zeta(\alpha)}{36} g_3^2 + \frac{\zeta^4(\alpha) - 6\zeta^2(\alpha) + 3}{120} g_5 + \dots \end{aligned} \quad (13)$$

式中: $\zeta(\alpha)$ 为标准正态分布 CDF 的反函数; g_v 为 z_i 的 v 阶半不变量。

依 $z_i(\alpha) = F^{-1}(\alpha)$, 可得 z_i 的累积分布函数 $F(z_i)$, 对 $F(z_i)$ 求导则得 z_i 的概率密度函数 $f(z_i)$ 。引入半不变量和级数展开, 可求得输出变量的概率分布。

2.3 考虑输入变量相关性的三点估计法

上文描述的 3PEM 算法假设随机变量 \mathbf{X} 相互独立。当 \mathbf{X} 间具有相关性时, 所述方法不再适用。本节利用 PCA 处理输入随机变量的相关性, 提出相关系数矩阵正定和非正定情形下都适用的点估计法 PCA-CF-3PEM。

首先获取样本数据 $\mathbf{X}_{n \times m} (\mathbf{X}_{n \times m})$ 既可以是离散实测数据, 也可根据输入随机变量的概率分布函数通过随机抽样产生 [2], 再利用 PCA 将 \mathbf{X} 变换到独立样本空间中, 接着利用 2.1 节所述方法求出独立样本空间的采样值, 然后通过反变换求出 \mathbf{X} 的采样值, 最后求得各输出变量的数字特征及概率统计信息。步骤如下:

- 1) 输入初始数据, 形成随机变量的样本数据 $\mathbf{X}_{n \times m}$;
- 2) 判断 \mathbf{X} 是否具有相关性, 若是则转 3), 若不是则转 7);
- 3) 通过主元分析步骤 a) 到 c) 求得 \mathbf{T}' 和 \mathbf{P}' ;
- 4) 根据式(6)和式(10), 在 \mathbf{T}' 中计算变量的采样值 $t'_{j,k}$ 及其权重系数 $\omega_{t'_{j,k}}$;
- 5) 构建评价矩阵 $\mathbf{T}'_X = [\mathbf{T}'_{1,1}, \mathbf{T}'_{1,2}, \dots, \mathbf{T}'_{1,m}, \mathbf{T}'_{2,1}, \dots, \mathbf{T}'_{m,1}, \mathbf{T}'_{m,2}, \mathbf{T}'_{m,m+1}]^T$, 其中 $\mathbf{T}'_{j,k} = [\bar{t}'_{j,1}, \dots, \bar{t}'_{j-1}, t'_{j,k}, \bar{t}'_{j+1}, \dots, \bar{t}'_m]$, $\mathbf{T}'_{2m+1} = [\bar{t}'_1, \dots, \bar{t}'_j, \dots, \bar{t}'_m]$;
- 6) 由式(4)将 \mathbf{T}'_X 转换到原变量空间形成评价矩阵 \mathbf{X}_X , 转 9);
- 7) 根据式(6)、式(10), 计算 \mathbf{X} 的采样值 $x_{j,k}$ 及其权重系数 $w_{x_{j,k}}$;
- 8) 构建评价矩阵 $\mathbf{X}_X = [\mathbf{X}_{1,1}, \mathbf{X}_{1,2}, \dots, \mathbf{X}_{j,1}, \mathbf{X}_{j,2}, \dots, \mathbf{X}_{m,1}, \mathbf{X}_{m,2}, \mathbf{X}_{2m+1}]^T$, 其中, $\mathbf{X}_{j,k} = [\bar{x}_1, \dots, \bar{x}_{j-1}, x_{j,k}, \bar{x}_{j+1}, \dots, \bar{x}_m]$, $\mathbf{X}_{2m+1} = [\bar{x}_1, \dots, \bar{x}_j, \dots, \bar{x}_m]$;
- 9) 将 \mathbf{X}_X 的每一行代入式(5)进行 $(2m+1)$ 次确定性潮流计算, 得到评价结果 \mathbf{Z} ;
- 10) 由式(9)到式(11)估计 \mathbf{Z} 的期望 μ_Z , 标准差 σ_Z 及其各阶原点矩 $\alpha_Z^{(v)} (v=1, 2, \dots)$;
- 11) 由 $\alpha_Z^{(v)}$ 及式(12)得到 \mathbf{Z} 的各阶半不变量 g_v^Z ;
- 12) 采用 Cornish-Fisher 级数展开求得输出变量的 CDF 和 PDF 曲线。

PCA-CF-3PEM 算法流程如图 1 所示。

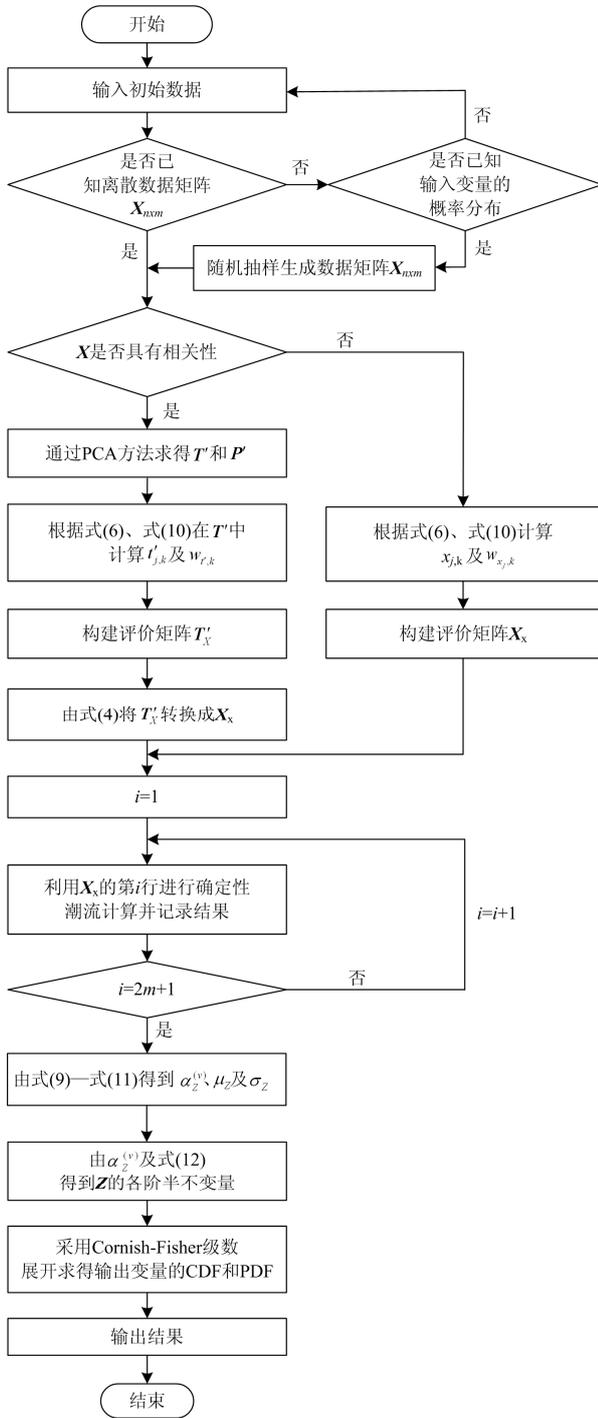


图 1 PCA-CF-3PEM 算法流程图

Fig. 1 Flow chart of PCA-CF-3PEM method

3 算例

以改造后的 IEEE118 标准测试系统^[19]为算例。算例系统中, 随机性新能源出力采用实测离散样本数据, 随机性负荷采用文献[2]所述方法根据概率分布通过抽样生成样本, 涵盖了两种常见应用情形, 具有较好的代表性。

假设 4 组容量相等的风电场分别接入节点 37、78、108 及 118, 且都采用功率因数为 1 的恒功率因数控制方式。单风场容量取 250 MW, 500 MW, 600 MW, 700 MW 和 800 MW 时, 对应新能源渗透率分别为 23.573%, 47.147%, 56.577%, 66.006% 和 75.436%。风场风速数据取自西班牙某风电场每十分钟实测数据(共 4 032 组)^[20], 计算得到风场间风速的相关系数矩阵为

$$\rho_w = \begin{bmatrix} 1 & 0.0331 & 0.0699 & 0.1132 \\ 0.0331 & 1 & 0.3884 & 0.1752 \\ 0.0699 & 0.3884 & 1 & 0.3629 \\ 0.1132 & 0.1752 & 0.3629 & 1 \end{bmatrix} \quad (14)$$

式中, ρ_w 为正定矩阵。

风电场有功(P_w)-风速(v)模型采用式(15)^[21-22]:

$$P_w = \begin{cases} 0, & v \leq v_{ci}, v > v_{co} \\ k_1 v + k_2, & v_{ci} < v \leq v_r \\ P_r, & v_r < v \leq v_{co} \end{cases} \quad (15)$$

式中: $k_1 = P_r / (\bar{v}_r v_{ci})$; $k_2 = k_1 v_{ci}$; P_r 为风电场的额定有功功率; v_{ci} 、 v_r 、 v_{co} 为风电场的切入、额定和切出风速。本算例 $v_{ci} = 3$ m/s, $v_r = 8$ m/s, $v_{co} = 25$ m/s。

负荷服从期望为稳态值、标准差为期望 10% 的正态分布^[7]。其中, 节点 97-102 的有功负荷存在相关性。以下先给出一个正定的相关系数矩阵 ρ_L , 分别采用 Cholesky 分解和 PCA 处理相关性, 采用 3PEM 进行计算, 并对结果进行比较, 验证 PCA 的有效性。再给出一个非正定的相关系数矩阵 ρ'_L , 进一步验证 PCA 处理非正定相关系数矩阵的性能。

设:

$$\rho_L = \begin{bmatrix} 1 & 0.3 & 0.2 & 0.4 & 0.1 & 0.5 \\ 0.3 & 1 & 0.7 & 0.1 & 0.2 & 0.8 \\ 0.2 & 0.7 & 1 & 0.5 & 0.4 & 0.3 \\ 0.4 & 0.1 & 0.5 & 1 & 0.6 & 0.2 \\ 0.1 & 0.2 & 0.4 & 0.6 & 1 & 0.2 \\ 0.5 & 0.8 & 0.3 & 0.2 & 0.2 & 1 \end{bmatrix} \quad (16)$$

综合式(14)和式(16), 系统输入变量的相关系数矩阵 ρ_X 为正定矩阵。

为验证 3PEM 的精度及有效性, 本文以蒙特卡罗法^[2-5](Monte Carlo Simulation Method, MCSM)计算结果为基准进行校核, 并定义式(17)所示相对误差指标 ε_c^y 。MCSM 基于样本数据进行多次确定性潮流计算, 再根据计算结果得到输出变量的统计信息, 精度高, 常用于校核其他方法的准确性^[2]。

$$\varepsilon_c^y = \left| \frac{\varepsilon_{PM}^y - \varepsilon_{MC}^y}{\varepsilon_{MC}^y} \right| \times 100\% \quad (17)$$

式(17)中： γ 为输出变量的类型(包括电压幅值 U 、相角 θ ，支路有功 P 、无功 Q)； ζ 为数字特征类型(包括期望 μ 及标准差 σ)； $\varepsilon_{\zeta}^{\gamma}$ 、 $\varepsilon_{\zeta}^{\gamma}$ 分别为 3PEM 法和 MCSM 法得到的结果。

表 1 以新能源渗透率为 23.573%和 56.577%为例，比较了分别采用 PCA 和 Cholesky 分解处理 ρ_X 时 3PEM 求得的输出变量 $\varepsilon_{\zeta}^{\gamma}$ 的平均值 $\varepsilon_{\zeta,\text{mean}}^{\gamma}$ 。

表 1 采用 PCA 和 Cholesky 分解时输出变量的相对误差比较

Table 1 Comparison of outputs' relative errors using PCA and Cholesky decomposition

方法	渗透率	23.573%		56.577%	
		输出	$\varepsilon_{\mu,\text{mean}}^{\gamma}/\%$	$\varepsilon_{\sigma,\text{mean}}^{\gamma}/\%$	$\varepsilon_{\mu,\text{mean}}^{\gamma}/\%$
PCA	U	0.000 3	2.799 2	0.002 6	7.970 6
	θ	0.010 9	1.107 9	0.061 2	2.525 7
	P	0.041 9	0.664 2	0.135 9	1.841 2
	Q	0.040 9	2.219 7	0.182 0	7.018 0
Cholesky 分解	U	0.003 7	3.094 7	0.015 2	5.864 3
	θ	0.261 0	1.976 0	0.406 7	5.797 2
	P	2.544 7	2.993 3	2.916 9	5.754 9
	Q	1.741 5	2.489 0	1.898 6	7.297 4

可见，两种方法计算精度相当，PCA 略高，验证了 PCA 方法的有效性。采用 Cholesky 分解时计算耗时大约为 14.86 s，采用 PCA 时大约为 15.13 s，Cholesky 分解计算速度上略有优势。

再设：

$$\rho'_L = \begin{bmatrix} 1 & 0.6 & 0.2 & 0.4 & 0.1 & 0.5 \\ 0.6 & 1 & 0.7 & 0.1 & 0.2 & 0.8 \\ 0.2 & 0.7 & 1 & 0.5 & 0.4 & 0.3 \\ 0.4 & 0.1 & 0.5 & 1 & 0.6 & 0.2 \\ 0.1 & 0.2 & 0.4 & 0.6 & 1 & 0.2 \\ 0.5 & 0.8 & 0.3 & 0.2 & 0.2 & 1 \end{bmatrix} \quad (18)$$

综合式(14)和式(18)，系统输入变量的相关系数矩阵 ρ'_X 为非正定矩阵，采用 Cholesky 分解的 3PEM 无法处理这种情形，因而无法与 PCA-CF-3PEM 进行比较。

表 2 列出新能源渗透率为 23.573%时 PCA-CF-3PEM 求得的输出变量 $\varepsilon_{\zeta}^{\gamma}$ 的平均值 $\varepsilon_{\zeta,\text{mean}}^{\gamma}$ 、最小值 $\varepsilon_{\zeta,\text{min}}^{\gamma}$ 和最大值 $\varepsilon_{\zeta,\text{max}}^{\gamma}$ 。可见，各输出变量最大相对误差 $\varepsilon_{\zeta,\text{max}}^{\gamma}$ 小于 10.42%，PCA-CF-3PEM 的计算精度能满足工程应用要求。

图 2 和图 3 分别给出两种方法计算所得节点 39 电压幅值及相角、支路 37-39 有功及无功的 PDF 和 CDF 曲线。虽然节点 39 和支路 37-39 在新能源发电并网点附近，概率统计特性受新能源

出力影响较大，PCA-CF-3PEM 依然较为准确地做出了评估。

表 2 渗透率为 23.573%时输出变量的相对误差指标

Table 2 Outputs' relative error indices when new energy penetration is 23.573%

输出	$\varepsilon_{\zeta,\text{mean}}^{\gamma}/\%$		$\varepsilon_{\zeta,\text{min}}^{\gamma}/\%$		$\varepsilon_{\zeta,\text{max}}^{\gamma}/\%$	
	μ	σ	μ	σ	μ	σ
U	0.000 3	2.844 1	1.1e-9	0.000 7	0.002 3	10.415 1
θ	0.011 2	1.155 8	0.004 5	0.495 1	0.032 1	2.443 7
P	0.042 6	0.676 7	5.6e-12	0.002 4	2.334 8	3.651 9
Q	0.041 9	2.244 5	1.4e-11	0.001 9	0.739 1	8.347 6

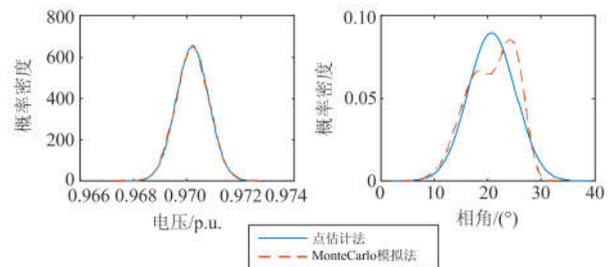


图 2 输出变量的概率密度曲线

Fig. 2 Probability density curves of outputs

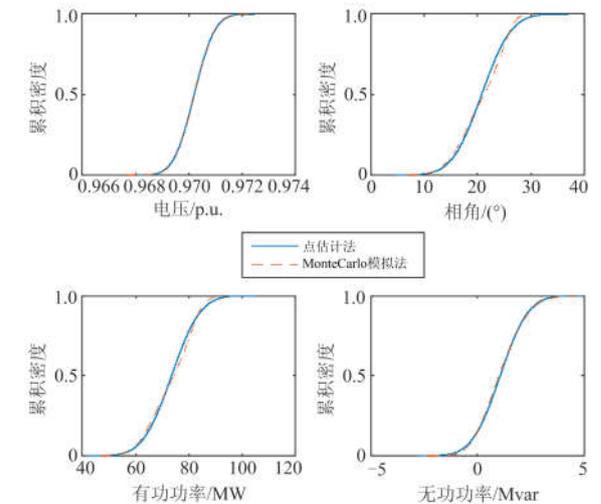


图 3 输出变量的累积分布曲线

Fig. 3 Cumulative distribution curves of outputs

表 3 给出不同新能源渗透率下各输出变量的相对误差平均值 $\varepsilon_{\zeta,\text{mean}}^{\gamma}$ 。可见，新能源渗透率达到

75.436%时, $\varepsilon_{\sigma, \text{mean}}^{\nu}$ 的最大值也不超过 10.95%, 算法能适应高比例新能源并网系统的 PLF 分析。表 4 给出不同新能源渗透率下, PCA-CF-3PEM 和 MCSM 的计算耗时比较。可见, PCA-CF-3PEM 具有很高的加速比。

表 3 不同新能源渗透率下相对误差平均值

Table 3 Relative error mean value under different new energy penetrations

指标/%	23.573%	47.147%	56.577%	66.006%	75.436%
$\varepsilon_{\mu, \text{mean}}^U$	0.000 3	0.001 5	0.002 2	0.002 8	0.004 3
$\varepsilon_{\sigma, \text{mean}}^U$	2.844 1	5.359 0	7.308 0	9.961 8	10.937 3
$\varepsilon_{\mu, \text{mean}}^0$	0.011 2	0.037 3	0.050 8	0.06	0.089 3
$\varepsilon_{\sigma, \text{mean}}^0$	1.155 8	1.717 8	1.986 3	2.064 0	2.868 5
$\varepsilon_{\mu, \text{mean}}^P$	0.042 6	0.096 3	0.116 3	0.094 3	0.175 4
$\varepsilon_{\sigma, \text{mean}}^P$	0.676 7	1.290 7	1.555 2	1.725 9	2.387 5
$\varepsilon_{\mu, \text{mean}}^Q$	0.041 9	0.125 8	0.150 9	0.197 5	3.591 8
$\varepsilon_{\sigma, \text{mean}}^Q$	2.244 5	4.979 6	6.382 7	9.040 9	10.528 6

表 4 算法耗时比较

Table 4 Comparison of time-consumption

渗透率	MCSM	PCA-CF-3PEM
23.573%	111.961 3	13.423 0
47.147%	107.617 2	14.809 0
56.577%	112.469 3	14.687 9
66.006%	110.399 6	17.406 1
75.436%	118.230 1	14.429 1

以上结果表明 PCA-CF-3PEM 计算效率高, 计算精度能满足工程应用要求, 能处理相关系数矩阵正定或非正定情形下的 PLF 计算。

4 结论

本文将 3PEM 与 PCA 及 Cornish-Fisher 级数展开相结合, 提出一种改进的概率潮流点估计方法 PCA-CF-3PEM, 具有如下特点:

1) 采用 PCA 方法对输入变量的相关系数矩阵进行处理, 扩展了 3PEM 的应用范围; 结合半不变量理论与 Cornish-Fisher 级数展开, 能较准确拟合非正态分布变量的概率分布。

2) 计算高效, 精度能满足工程应用要求, 能适应新能源发电高渗透电力系统的快速概率潮流分析。

参考文献

[1] BORKOWSKA B. Probabilistic load flow[J]. IEEE Transactions on Power Apparatus & Systems, 1974, PAS-93(3): 752-759.

[2] 方斯顿, 程浩忠, 徐国栋, 等. 基于 Nataf 变换含相关性的扩展准蒙特卡罗随机潮流方法[J]. 电工技术学报,

2017, 32(2): 255-263.

FANG Sidun, CHENG Haozhong, XU Guodong, et al. A Nataf transformation based on extended quasi Monte Carlo simulation method for solving probabilistic load flow problems with correlated random variables[J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2017, 32(2): 255-263.

[3] 徐潇源, 严正, 冯冬涵, 等. 基于输入变量秩相关系数的概率潮流计算方法[J]. 电力系统自动化, 2014, 38(12): 54-61.

XU Xiaoyuan, YAN Zheng, FENG Donghan, et al. Probabilistic load flow calculation based on rank correlation coefficient of input random variables[J]. Automation of Electric Power Systems, 2014, 38(12): 54-61.

[4] 宣锐峰, 王亚楠, 万要军, 等. 基于 Faure 序列的电力系统概率潮流计算[J]. 电力系统保护与控制, 2015, 43(20): 15-20.

XUAN Ruifeng, WANG Yanan, WAN Yaojun, et al. Probabilistic power flow calculation based on Faure sequence with wind farms[J]. Power System Protection and Control, 2015, 43(20): 15-20.

[5] 邱宜彬, 欧阳誉波, 李奇, 等. 考虑多风电场相关性的场景概率潮流计算及无功优化[J]. 电力系统保护与控制, 2017, 45(2): 61-68.

QIU Yibin, OUYANG Yubo, LI Qi, et al. Scenario probabilistic load flow calculation and reactive power optimization considering wind farms correlation[J]. Power System Protection and Control, 2017, 45(2): 61-68.

[6] USAOLA J. Probabilistic load flow with correlated wind power injections[J]. Electric Power Systems Research, 2010, 80(5): 528-536.

[7] 石东源, 蔡德福, 陈金富, 等. 计及输入变量相关性的半不变量法概率潮流计算[J]. 中国电机工程学报, 2012, 32(28): 104-113.

SHI Dongyuan, CAI Defu, CHEN Jinfu, et al. Probabilistic load flow calculation based on cumulant method considering correlation between input variables[J]. Proceedings of the CSEE, 2012, 32(28): 104-113.

[8] 杨欢, 邹斌. 含相关性随机变量的概率潮流三点估计法[J]. 电力系统自动化, 2012, 36(15): 51-56.

YANG Huan, ZOU Bin. A three-point estimate method for solving probabilistic power flow problems with correlated random variables[J]. Automation of Electric Power Systems, 2012, 36(15): 51-56.

[9] 韩海腾, 高山, 吴晨, 等. 基于 Nataf 变换的电网不确定性多点估计法[J]. 电力系统自动化, 2015, 39(7):

- 28-34.
HAN Haiteng, GAO Shan, WU Chen, et al. Uncertain power flow solved by multi-point estimate method based on Nataf transformation[J]. Automation of Electric Power Systems, 2015, 39(7): 28-34.
- [10] 尹青, 杨洪耕, 马晓阳. 考虑多重不确定参数的配电网概率无功优化[J]. 电力系统保护与控制, 2017, 45(7): 141-147.
YIN Qing, YANG Honggeng, MA Xiaoyang. Probabilistic reactive power optimization for distribution network considering multiple uncertainties[J]. Power System Protection and Control, 2017, 45(7): 141-147.
- [11] 陈璨, 吴文传, 张伯明, 等. 考虑光伏出力相关性的配电网概率潮流[J]. 电力系统自动化, 2015, 39(9): 41-47.
CHEN Can, WU Wenchuan, ZHANG Bomeng, et al. Probabilistic load flow of distribution network considering correlated photovoltaic power output[J]. Automation of Electric Power Systems, 2015, 39(9): 41-47.
- [12] 张立波, 程浩忠, 曾平良, 等. 基于 Nataf 逆变换的概率潮流三点估计法[J]. 电工技术学报, 2016, 31(6): 187-194.
ZHANG Libo, CHENG Haozhong, ZENG Pingliang, et al. A three-point estimate method for solving probabilistic load flow based on inverse Nataf transformation[J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2016, 31(6): 187-194.
- [13] 余光正, 林涛, 徐遐龄, 等. 基于 $2m+1$ 点估计法的考虑风力发电接入时电力系统谐波概率潮流算法[J]. 电网技术, 2015, 39(11): 3260-3265.
YU Guangzheng, LIN Tao, XU Xialing, et al. An algorithm based on $2m+1$ point estimate method for harmonic probabilistic load flow calculation of power systems incorporating wind power[J]. Power System Technology, 2015, 39(11): 3260-3265.
- [14] 刘利民, 刘俊勇, 刘友波. Nataf 变换三点估计分布式发电网络的概率潮流分析[J]. 电力系统自动化, 2015, 39(12): 62-68, 120.
LIU Limin, LIU Junyong, LIU Youbo. Nataf transform based three point estimation algorithm for probabilistic load flow analysis of distributed power network[J]. Automation of Electric Power Systems, 2015, 39(12): 62-68, 120.
- [15] 艾小猛, 文劲宇, 吴桐, 等. 基于点估计和 Gram-Charlier 展开的含风电电力系统概率潮流实用算法[J]. 中国电机工程学报, 2013, 33(16): 16-22.
AI Xiaomeng, WEN Jinyu, WU Tong, et al. A practical algorithm based on point estimate method and Gram-Charlier expansion for probabilistic load flow calculation of power systems incorporating wind power[J]. Proceedings of the CSEE, 2013, 33(16): 16-22.
- [16] MORALES J M, BARINGO L, CONEJO A J, et al. Probabilistic power flow with correlated wind sources[J]. IET Generation Transmission & Distribution, 2010, 4(5): 641-651.
- [17] HONG H P. An efficient point estimate method for probabilistic analysis[J]. Reliability Engineering and System Safety, 1998, 59(3): 261-267.
- [18] ABDI H, WILLIAMS L J. Principal component analysis[J]. Wiley Interdisciplinary Reviews Computational Statistics, 2010, 2(4): 433-459.
- [19] CHRISTIE B R. Power systems test case archive[EB/OL]. [2010-01-10].
<http://www.ee.washington.edu/research/pstca/>.
- [20] GALICIA S. The real time data for wind speed of the Galician wind farm[EB/OL]. [2016-04-01]. <http://www.sotaventogalicia.com/en/real-time-data/historical>.
- [21] 张涛, 张东方, 王凌云, 等. 计及电动汽车充电模式的主动配电网多目标优化重构[J]. 电力系统保护与控制, 2018, 46(8): 1-9.
ZHANG Tao, ZHANG Dongfang, WANG Lingyun, et al. Multi-objective optimization of active distribution network reconfiguration considering electric vehicle charging mode[J]. Power System Protection and Control, 2018, 46(8): 1-9.
- [22] IQBA F, SIDDIQUI A S. Optimal configuration analysis for a campus microgrid—a case study[J]. Protection and Control of Modern Power Systems, 2017, 2(2): 245-256. DOI: 10.1186/s41601-017-0055-z.

收稿日期: 2018-03-28; 修回日期: 2018-08-06

作者简介:

毛晓明(1971—), 女, 通信作者, 博士, 副教授, 研究方向为电力系统运行分析与控制; E-mail: mxmsunny@163.com

叶嘉俊(1993—), 男, 硕士研究生, 研究方向为电力系统随机分析. E-mail: yuedongdeyehi@sina.com

(编辑 姜新丽)