

DOI: 10.7667/PSPC171675

# 一种求解交直流互联电网分布式最优潮流的同步 ADMM 方法

梁梓均, 林舜江, 刘明波

(华南理工大学电力学院, 广东 广州 510640)

**摘要:** 对于具有多个调度中心的大规模多区域交直流互联电网, 对最优潮流计算进行分布式求解更符合信息的保密性和安全性需求。通过将联络线复制同时放到相邻分区中和引入边界变量一致性约束的方法建立交直流互联电网分布式最优潮流模型, 并提出了一种完全分布式的不需要任何协调中心的同步交替方向乘法(Synchronous Alternating Direction Method of Multipliers, SADMM)求解最优潮流模型。对于交直流系统直流部分的网络分区, 提出将换流站保留在各自区域中只将中间直流线路复制的直流联络线处理方法。SADMM 通过对高斯赛德尔型 ADMM(GS-ADMM)进行改进, 将当前迭代得到的相邻区域边界节点电压值的加权平均作为下一次迭代的固定参考值, 实现不同区域间的并行同步计算。并根据优化问题的特点, 确定算法中惩罚因子的合理取值, 以加快算法的收敛性。以某一实际大规模交直流互联电网和两个修改的 IEEE 交直流系统为例, 通过与集中式最优潮流计算比较, 验证了所提算法的正确有效性。

**关键词:** 分布式最优潮流; 交直流互联电网; 同步 ADMM; 并行优化; 直流线路分区

## A synchronous ADMM algorithm for solving distributed optimal power flow of AC/DC interconnected power grid

LIANG Zijun, LIN Shunjiang, LIU Mingbo

(School of Electric Power Engineering, South China University of Technology, Guangzhou 510640, China)

**Abstract:** For a large-scale multi-region AC/DC interconnected power grid with multiple dispatching centers, the distributed solution to optimal power flow calculation is more in line with the information privacy and security requirements. An AC/DC interconnected power grid distributed OPF model is established by duplicating the tie-lines into adjacent regions and introducing boundary consistency constraints, and a fully distributed algorithm called Synchronous Alternating Direction Method of Multipliers (SADMM) with no form of central controllers is proposed. With regard to network partitioning for DC tie-lines, convertor stations are maintained in their own regions and only the DC transmission lines are duplicated. The proposed SADMM is improved based on the Gauss-Seidel ADMM (GS-ADMM), by using the weighted average value of boundary variables of adjacent regions obtained from current iteration as the reference values of both regions for the next iteration, which realizes the parallel computation among different regions. Moreover, the value of penalty factor is rationally determined based on the characteristics of the optimal problem, and the convergence speed is accelerated. The algorithm is tested with an actual AC/DC interconnected power grid and two modified IEEE AC/DC systems, and by comparing with the results obtained from centralized algorithm, its correctness and effectiveness can be validated.

This work is supported by National Key Basic Research Program of China (973 Program) (No. 2013CB228205) and Natural Science Foundation of Guangdong Province (No. 2015A030313233).

**Key words:** distributed optimal power flow; AC/DC interconnected power grid; synchronous ADMM; parallel optimization; network partitioning for DC tie-lines

## 0 引言

由于不同区域能源和负荷的分布不均, 电网间

互联输电快速发展, 造成电网规模不断扩大, 全网范围的集中式优化计算面临着日益严峻的挑战, 如大容量的信息存储、大规模的数据交换、超大规模的计算要求等<sup>[1-2]</sup>。作为需要全网结构参数和运行状态等信息的最优潮流计算, 同样面临着挑战<sup>[3-4]</sup>。而分布式的最优潮流求解算法能够降低计算规模并减小信息传输量, 同时兼顾了信息的传输效率与保密

**基金项目:** 国家重点基础研究发展计划(973计划)项目资助(2013CB228205); 广东省自然科学基金资助项目资助(2015A030313233)

性<sup>[5]</sup>, 将更加适用未来电网发展的需要。

对于分布式最优潮流的研究最早要追溯到 BALHO H. K 和 ROSS B 等人对于粗粒度分布式最优潮流的研究<sup>[6]</sup>, 而后各种分布式优化算法相继被提出, 并应用于电力系统分布式最优潮流计算。文献[7-8]利用辅助问题原理(Auxiliary Problem Principle, APP), 通过解耦求解增广拉格朗日问题来求解最优潮流, 然而 APP 方法在优化过程中需要部分节点信息在所有相关区域间交换, 并且其收敛速度受到多个参数取值的影响<sup>[9]</sup>。文献[10]采用半定规划(Semi Definite Programming, SDP)进行分布式最优潮流问题求解, 但该方法比常用的内点法需要大量的计算, 也只能在特定的环境下保证收敛, 目前还不适合广泛应用于实际大规模电网计算。文献[11]提出了应用近似牛顿方向法分解协调求解最优潮流问题。文献[12]提出了一种异步迭代优化的高斯赛德尔型交替方向乘法(GS-ADMM), GS-ADMM 结合了对偶迭代法的可分解性以及拉格朗日乘法的良好收敛性, 但其异步迭代过程无法实现不同区域优化问题的并行计算, 因而求解效率受限。文献[13]将电网分为设备、端子和连通点三类子模型, 通过使用 ADMM 进行所有元件的全分布式的经济调度计算。文献[14]提出一种可并行计算的 ADMM 并应用于交流系统的分布式最优潮流计算。文献[15]提出分布式内点法并应用于交流系统最优潮流的分散式求解。文献[16]采用一种自适应步长 ADMM 求解直流配电网分布式最优潮流问题。文献[17]则采用串行和并行 ADMM 算法求解电-气能量流分布式协同优化问题。而对于交直流互联电网的分布式最优潮流计算问题, 目前则鲜有文献研究。

本文旨在得到一种能应用于求解大规模交直流互联电网最优潮流的、不需要任何协调中心的、完全分布式的优化算法。所提出的同步交替方向乘法(Synchronous ADMM, SADMM)在传统的交替方向乘法的基础上进行改进, 适用于求解交直流互联电网的分布式最优潮流问题, 并且求解过程中只需在相邻区域之间传输少量边界变量信息, 实现了各个区域优化的并行计算, 提高了计算效率。

## 1 交直流互联电网分布式最优潮流

### 1.1 交直流电网最优潮流计算模型

交直流电网最优潮流计算的数学模型表示为

$$\begin{aligned} & \min f(\mathbf{x}) \\ & \text{s.t.} \begin{cases} \mathbf{h}(\mathbf{x}) = 0 \\ \underline{\mathbf{g}} \leq \mathbf{g}(\mathbf{x}) \leq \bar{\mathbf{g}} \end{cases} \end{aligned} \quad (1)$$

式中:  $\mathbf{x}$  为系统的控制变量及状态变量;  $f(\mathbf{x})$  为目标函数, 本文选择全系统火电机组煤耗成本作为优化目标; 等式约束  $\mathbf{h}(\mathbf{x})$  包括潮流方程、换流站稳态模型方程、直流线路的网络方程; 不等式约束  $\mathbf{g}(\mathbf{x})$  包括发电机有功及无功出力上下限、节点电压幅值上下限、换流站和直流线路运行参数上下限等。因此, 交直流电网最优潮流计算的具体模型为

$$\begin{aligned} & \min \sum_{i \in N_G} (a_i P_{Gi}^2 + b_i P_{Gi} + c_i) \\ & \text{s.t.} \begin{cases} P_{is} - e_i \sum_{j \in N_i} (G_{ij} e_j - B_{ij} f_j) - f_i \sum_{j \in N_i} (G_{ij} f_j + B_{ij} e_j) = 0, i \notin N_D \\ P_{is} - e_i \sum_{j \in N_i} (G_{ij} e_j - B_{ij} f_j) - f_i \sum_{j \in N_i} (G_{ij} f_j + B_{ij} e_j) \pm \\ K_{i,p} U_{i,d} I_{i,d} = 0, i \in N_D \\ Q_{is} - f_i \sum_{j \in N_i} (G_{ij} e_j - B_{ij} f_j) + e_i \sum_{j \in N_i} (G_{ij} f_j + B_{ij} e_j) = 0, i \notin N_D \\ Q_{is} - f_i \sum_{j \in N_i} (G_{ij} e_j - B_{ij} f_j) + e_i \sum_{j \in N_i} (G_{ij} f_j + B_{ij} e_j) - \\ K_{i,p} U_{i,d} I_{i,d} \tan \varphi_{i,k} = 0, i \in N_D \\ V_i^2 = e_i^2 + f_i^2 \\ U_d = V \cos \theta K_d - X_c I_d \\ U_{dR} = U_d + I_d R_{dc} \\ \tan \varphi_k = \sqrt{(VK_d/U_d)^2 - 1} \\ \underline{P}_{Gi} \leq P_{Gi} \leq \bar{P}_{Gi} \\ \underline{Q}_{Gi} \leq Q_{Gi} \leq \bar{Q}_{Gi} \\ \underline{V}_i \leq V_i \leq \bar{V}_i \\ \underline{U}_d \leq U_d \leq \bar{U}_d \\ \underline{I}_d \leq I_d \leq \bar{I}_d \\ \underline{\theta} \leq \theta \leq \bar{\theta} \\ \underline{K}_d \leq K_d \leq \bar{K}_d \end{cases} \end{aligned} \quad (2)$$

式中:  $P_{Gi}$  和  $Q_{Gi}$  为第  $i$  台发电机的有功和无功出力;  $a_i$ 、 $b_i$  和  $c_i$  分别表示第  $i$  台发电机燃料耗量特性的二次项系数、一次项系数和常数项;  $N_G$  表示全系统火电机组集合;  $P_{is}$  和  $Q_{is}$  为第  $i$  个节点的注入有功和无功;  $e_i$  和  $f_i$  为第  $i$  个节点的电压实部与虚部;  $G_{ij}$  和  $B_{ij}$  为系统节点导纳矩阵第  $i$  行  $j$  列元素的实部和虚部;  $N_i$  为与第  $i$  个节点相连接的节点集合;  $N_D$  表示直流换流站的交流侧节点集合;  $U_d$  和  $I_d$  为直流电压和直流电流;  $K_p$  为直流系统极数;  $\varphi_k$  为功率因数角;  $K_d$  为换流变压器变比;  $\theta$  为换流器的触发角或熄弧角;  $X_c$  为换相电抗;  $R_{dc}$  为直流线路电阻。

### 1.2 交直流电网分布式最优潮流计算的网路分区

常用的网路分区方法主要有以下几种: 一种是节点撕裂法, 即将网络中的某一节点作为边界并将其撕裂成两个节点分别存在于两个区域中; 一种是支路撕裂法, 即在某一支路中引入一个虚拟节点并

对此节点进行撕裂进而分区<sup>[18]</sup>。以上两种分区方法的耦合条件除了要满足边界节点电压一致外,还需要满足边界节点的注入功率为零,后者是关于最优潮流计算中变量的非线性约束条件,而 ADMM 要求耦合约束必须是线性的才能保证算法迭代的收敛,因此本文参照文献[14]中的方法,采用以不同区域间的联络线路作为边界进行复制的重叠边界法进行分区。

对交流电网进行分区时,以对一个交流电网进行两区域划分为例,如图 1,该电网以交流联络线  $i-j$  作为边界划分为两个区域,将该线路以及两端节点复制并同时放到两个区域中,为保证分布式最优潮流计算得到的联络线电压和功率在两个区域中的一致性,则只需满足如下线性的边界耦合约束。

$$\begin{cases} e_i^1 = e_i^2 \\ f_i^1 = f_i^2 \\ e_j^1 = e_j^2 \\ f_j^1 = f_j^2 \end{cases} \quad (3)$$

式中:  $e$  和  $f$  分别为电压实部与虚部;上标数字表示该变量的所属区域。

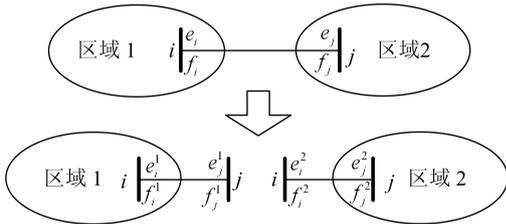


图 1 交流电力网络两分区示意图

Fig. 1 Example of grid partitioning into two regions by AC power transmission line

对交直流互联电网进行分区时,各区域间的交流联络线的处理方法及需要满足的边界耦合约束不变。而对于区域间的直联络线,根据直流系统各部分的地理位置,可将换流站保留在各自区域中,只将中间直流线路复制并同时放到相邻区域中,如图 2。为保证分布式最优潮流计算得到的直流线路两侧直流电压和直流电流在两个区域中的一致性,则只需满足如下线性的边界耦合约束:

$$\begin{cases} U_{dr}^1 = U_{dr}^2 \\ U_{di}^1 = U_{di}^2 \end{cases} \quad (4)$$

式中:  $U_{dr}$  和  $U_{di}$  为整流侧直流电压与逆变侧直流电压;上标的数字表示该变量的所属区域。

基于以上的网络分区及边界耦合约束,可以得到交直流电网最优潮流模型的分布式表达形式如式(5)所示。

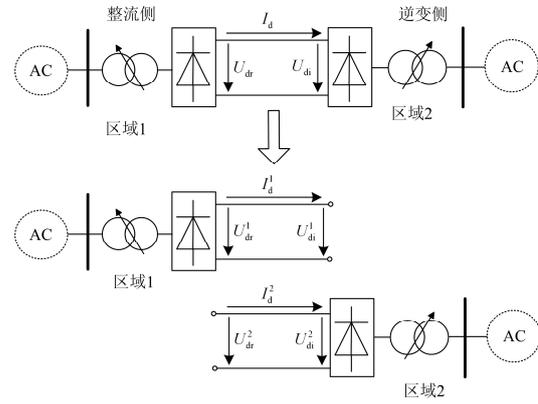


图 2 以直流传输线路进行网络两分区示意图

Fig. 2 Example of grid partitioning into two regions by DC power transmission line

$$\begin{aligned} & \min \sum_{k \in \mathcal{R}} f_k(\mathbf{x}^k) \\ & \text{s.t.} \begin{cases} \mathbf{h}_k(\mathbf{x}^k) = 0, & \forall k \in \mathcal{R} \\ \underline{\mathbf{g}}_k \leq \mathbf{g}_k(\mathbf{x}^k) \leq \bar{\mathbf{g}}_k, & \forall k \in \mathcal{R} \\ \mathbf{x}_B^k = \mathbf{x}_B^{k'} \end{cases} \end{aligned} \quad (5)$$

式中:  $\mathcal{R}$  表示网络分区的区域集合;区域  $k'$  是与区域  $k$  相邻的区域;  $\mathbf{x}_B$  为边界变量,即式(3)和式(4)中的变量。

## 2 求解分布式最优潮流的 SADMM 算法

交直流互联电网分布式最优潮流计算模型式(5)是目标函数可分、边界耦合约束线性的非线性规划模型,可采用 ADMM 算法实现分布式求解。

### 2.1 高斯赛德尔型 ADMM 算法

高斯赛德尔型 ADMM 可表述为式(6)形式。

$$\begin{aligned} & \min f(\mathbf{x}) + g(\mathbf{z}) \\ & \text{s.t.} \quad \mathbf{x} = \mathbf{z} \end{aligned} \quad (6)$$

式中:  $f(\mathbf{x})$  与  $g(\mathbf{z})$  为目标函数;  $\mathbf{x} = \mathbf{z}$  为边界耦合约束,又称为边界方程。由于各个区域的等式约束和不等式约束相互独立,可直接放到相应区域的优化问题中,不影响 ADMM 算法的推导。

构建拉格朗日方程如式(7)所示。

$$L(\mathbf{x}, \mathbf{z}, \mathbf{y}) = f(\mathbf{x}) + g(\mathbf{z}) + \mathbf{y}^T (\mathbf{x} - \mathbf{z}) + \frac{\rho}{2} \|\mathbf{x} - \mathbf{z}\|_2^2 \quad (7)$$

式中:  $\mathbf{y}$  为拉格朗日乘子;  $\rho$  为惩罚因子。因此,可以得到如下的迭代方程<sup>[14]</sup>如式(8)所示。

$$\begin{cases} \mathbf{x}^{t+1} = \arg \min (f(\mathbf{x}) + (\mathbf{y}^t)^T (\mathbf{x} - \mathbf{z}^t) + \frac{\rho}{2} \|\mathbf{x} - \mathbf{z}^t\|_2^2) \\ \mathbf{z}^{t+1} = \arg \min (g(\mathbf{z}) + (\mathbf{y}^t)^T (\mathbf{x}^{t+1} - \mathbf{z}) + \frac{\rho}{2} \|\mathbf{x}^{t+1} - \mathbf{z}\|_2^2) \\ \mathbf{y}^{t+1} = \mathbf{y}^t + \rho(\mathbf{x}^{t+1} - \mathbf{z}^{t+1}) \end{cases} \quad (8)$$

式中,  $t$  为迭代次数。

原始变量  $\mathbf{x}$  和  $\mathbf{z}$  在迭代过程中交替迭代, 其收敛特性基于以下假设:  $f(\mathbf{x})$  与  $g(\mathbf{z})$  为闭合的凸函数, 拉格朗日方程存在鞍点且 ADMM 只能在其鞍点达到收敛。其收敛判据可表达如式(9)所示。

$$\Gamma_t = \|\mathbf{x}^t - \mathbf{z}^t\| \quad (9)$$

当收敛精度  $\Gamma_t$  达到  $[10^{-4}, 10^{-6}]$  的精度范围时, 所求得的结果就是优化问题(6)的最优解。

## 2.2 ADMM 的同步化计算

由于高斯赛德尔型 ADMM 算法在进行多区域分布式优化求解是一个异步迭代的计算过程, 在每次迭代计算中, 各个区域的优化计算只有在相邻区域的优化计算结束并把边界变量的更新值传输过来后才能进行, 无法做到各区域的并行优化计算。并且, 优化过程需要中央协调器收集各个区域的最新优化结果来更新拉格朗日乘子, 这大大降低了计算效率。另外, 高斯赛德尔型 ADMM 算法的收敛速度较慢, 甚至收敛性无法得到保证, 为了得到满意的收敛效果, 往往需要在惩罚因子的调整工作上耗费大量尝试和重复计算。因此, 本文推导出能够实现各区域同步迭代计算且不需要协调中心的同步 ADMM 算法(SADMM)。

首先, 对式(8)中第一个式子等号右边的后两项通过完全平方公式作如式(10)处理。

$$\begin{aligned} (\mathbf{y}^t)^T (\mathbf{x} - \mathbf{z}^t) + \rho/2 \|\mathbf{x} - \mathbf{z}^t\|^2 = \\ \rho/2 \|\mathbf{x} - \mathbf{z}^t + (1/\rho)\mathbf{y}^t\|^2 - (1/2\rho) \|\mathbf{y}^t\|^2 \end{aligned} \quad (10)$$

由于式(10)中等式右边的最后一项为定值, 在优化过程中可忽略。同理, 对式(8)中第二个式子作同样的处理, 因此可将式(8)转化成如式(11)形式。

$$\begin{cases} \mathbf{x}^{t+1} = \arg \min(f(\mathbf{x}) + \frac{\rho}{2} \|\mathbf{x} - \mathbf{z}^t + \mathbf{u}^t\|^2) \\ \mathbf{z}^{t+1} = \arg \min(g(\mathbf{z}) + \frac{\rho}{2} \|\mathbf{z} - \mathbf{x}^{t+1} - \mathbf{u}^t\|^2) \\ \mathbf{u}^{t+1} = \mathbf{u}^t + (\mathbf{x}^{t+1} - \mathbf{z}^{t+1}) \end{cases} \quad (11)$$

式中:

$$\mathbf{u}^t = (1/\rho)\mathbf{y}^t \quad (12)$$

本文的改进是设定一个固定参考值, 用其替代当前迭代公式(11)中相邻区域边界变量的更新值, 以实现各个区域优化的同步计算。固定参考值由上一次迭代得到的相邻两个区域的边界变量更新值的加权和求得, 表示如式(13)所示。

$$\mathbf{K}_x^t = \mathbf{K}_z^t = h(\mathbf{x}^t, \mathbf{z}^t) = \lambda \mathbf{x}^t + (1-\lambda)\mathbf{z}^t, 0 < \lambda < 1 \quad (13)$$

式中,  $\mathbf{K}_x^t$  和  $\mathbf{K}_z^t$  为相邻区域边界变量的固定参考值。

通过这样的替代改进, 每个区域只需利用本区域与相邻区域上一次迭代得到的边界变量更新值求取本区域的固定参考值, 代入本区域的迭代公式进行优化计算, 从而实现了各区域的并行同步优化计算。于是改进后的同步迭代公式如式(14)所示。

$$\begin{cases} \mathbf{x}^{t+1} = \arg \min(f(\mathbf{x}) + \frac{\rho}{2} \|\mathbf{x} - \mathbf{K}_x^t + \mathbf{u}_x^t\|^2) \\ \mathbf{z}^{t+1} = \arg \min(g(\mathbf{z}) + \frac{\rho}{2} \|\mathbf{z} - \mathbf{K}_z^t + \mathbf{u}_z^t\|^2) \end{cases} \quad (14a)$$

$$\begin{cases} \mathbf{K}_x^{t+1} = \lambda \mathbf{x}^{t+1} + (1-\lambda)\mathbf{z}^{t+1} \\ \mathbf{K}_z^{t+1} = \lambda \mathbf{x}^{t+1} + (1-\lambda)\mathbf{z}^{t+1} \end{cases} \quad (14b)$$

$$\begin{cases} \mathbf{u}_x^{t+1} = \mathbf{u}_x^t + (\mathbf{x}^{t+1} - \mathbf{K}_x^{t+1}) \\ \mathbf{u}_z^{t+1} = \mathbf{u}_z^t + (\mathbf{z}^{t+1} - \mathbf{K}_z^{t+1}) \end{cases} \quad (14c)$$

其中:

$$\begin{cases} \mathbf{u}_x^t = \mathbf{u}^t \\ \mathbf{u}_z^t = -\mathbf{u}^t \end{cases} \quad (15)$$

固定参考值的设定并不是任意的, 需要结合 ADMM 的收敛判据, 满足其收敛条件。所以要求固定参考值在优化结束时满足:

$$h(\mathbf{x}^t, \mathbf{z}^t) = \mathbf{x}^t = \mathbf{z}^t \quad (16)$$

这是分布式优化迭代能收敛的要求, 也是能满足边界耦合约束的要求。对式(13)中  $\lambda$  值的设定一般直接取  $\lambda=0.5$ , 即取算术平均值, 此时固定参考值的设计是满足式(16)的。而本文则对  $\lambda$  值进行自适应调整, 根据相邻两区域边界变量最新两次迭代更新值变化的大小赋予不同的权重  $\lambda$ , 变化大的区域则对应赋予  $\lambda=0.45$ , 变化小的区域则对应赋予  $\lambda=0.55$ 。这样的改进同样也是满足式(16)的要求, 且能提升算法的收敛性能。

## 2.3 SADMM 求解分布式最优潮流的参数设置和计算步骤

SADMM 的收敛性与算法中惩罚因子  $\rho$  的设置关系很大,  $\rho$  设置的不合理往往会导致分布式优化计算到达收敛所需的迭代次数特别多甚至是不收敛<sup>[19]</sup>。下面结合交直流互联电网分布式最优潮流计算的特点, 对如何设置惩罚因子  $\rho$  的值进行详细说明。

首先令:

$$\beta = \rho/2 \quad (17)$$

由式(8)和式(14)可知, 惩罚项与相邻两区域的边界变量以及边界耦合约束有关。对于一个分成  $R$

个区域的电网,定义区域集合为 $\mathcal{R}=\{1,\dots,h,k,\dots,R\}$ ;定义 $H_k$ 为区域 $k$ 的所有节点集合,包括该区域与相邻区域间联络线的两端节点。节点 $j$ 所属区域的集合为 $\mathcal{M}_j$ , $|\mathcal{M}_j|$ 表示该集合的势,即集合包含的区域的数量<sup>[12]</sup>。当 $|\mathcal{M}_j|=1$ 时,节点 $j$ 属于区域内部的普通节点,不存在对应的惩罚因子;当 $|\mathcal{M}_j|=2$ 时,表示节点 $j$ 作为边界节点存在于两个相邻的区域,即这两个区域在迭代过程中需要传递边界信息,所以令该边界节点对应的惩罚因子的表达式为

$$\beta_{j,h,k} = \varepsilon w_{h,k} / (|\mathcal{M}_j| - 1) = \varepsilon w_h w_k / (|\mathcal{M}_j| - 1), h, k \in \mathcal{M}_j \quad (18)$$

式中: $\beta_{j,h,k}$ 表示位于相邻区域 $h$ 与 $k$ 边界的节点 $j$ 的惩罚因子; $\varepsilon$ 是为了加速收敛而引入的全局变量; $w$ 是与调节能力有关的局部变量。

$\varepsilon$ 的取值大小影响着算法的收敛速度,为了确定收敛性能最优情况下 $\varepsilon$ 的取值,本文使用如式(19)经验公式计算。

$$\varepsilon = \eta \cdot \gamma \cdot 10^\alpha \quad (19)$$

式中: $\eta$ 为规模系数,其值与网络规模、区域间耦合程度以及节点变量数正相关,且 $0.1 \leq \eta \leq 3$ ;  $\gamma$ 为边界系数,其值为网络中边界节点的数量,其中交流边界节点与直流边界节点的数量分开计算;  $\alpha$ 为精度系数,其值按照迭代收敛精度需求而设定。

对于以交流联络线连接的两个相邻区域 $h$ 与 $k$ , $w$ 与区域调节能力有关,由于区域的发电容量越大,代表区域的调节能力越强,所对应的 $w$ 值则越小,所以令 $w_h$ 与 $w_k$ 的比值与两个区域的发电容量 $S_h$ 和 $S_k$ 的比值互为倒数,则 $w$ 的取值可根据式(20)求得。

$$\begin{cases} w_1 + \dots + w_h + w_k + \dots + w_R = 1 \\ w_h / w_k = (1/S_h) / (1/S_k), h, k \in \mathcal{R} \end{cases} \quad (20)$$

对于通过直流联络线连接的两个区域,其 $w$ 值与整个网络中直流输电线路的数量以及每条直流输电线路传输容量有关。如果一个电网中的直流输电线路集合为 $\mathcal{D}=\{1,\dots,i,\dots,D\}$ ,所连接的两个区域相同的多条线路计算时等效为一条,多条直流线路等效后的传输功率为原来各直流线路传输功率相加。第 $i$ 条直流线路作为联络线连接的区域分别为 $i_h$ 和 $i_k$ ,则 $w$ 的取值可根据式(21)求得。

$$\begin{cases} w_{h,i_k} = w_i, \sum_{i \in \mathcal{D}} w_i = D \\ w_i / w_l = (1/P_i) / (1/P_l), i, l \in \mathcal{D} \end{cases} \quad (21)$$

式中, $P_i$ 和 $P_l$ 分别为第 $i$ 条和第 $l$ 条直流线路的额定传输功率。

综上所述,SADMM算法的分区同步优化迭代计算流程如图3所示。

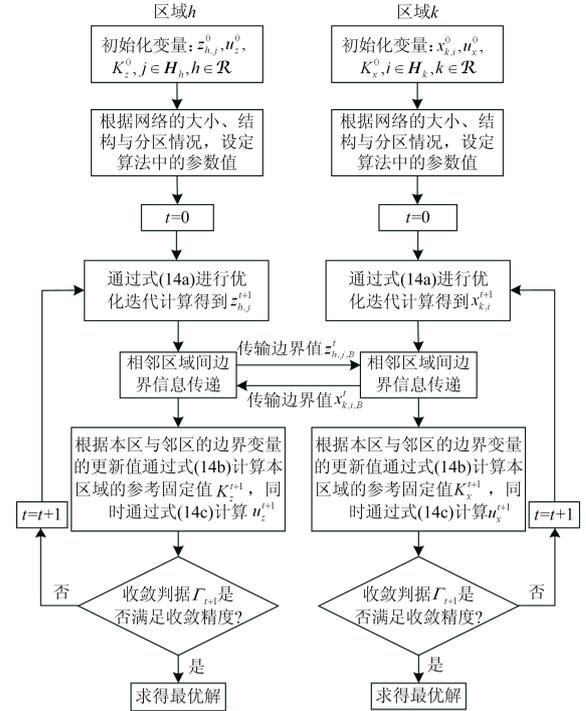


图3 SADMM算法的计算流程

Fig. 3 Calculating process of SADMM algorithm

具体计算步骤如下:

- 1) 初始化变量 $\mathbf{x}_{k,i}^0, \mathbf{z}_{h,j}^0, \mathbf{u}_x^0, \mathbf{u}_z^0, i \in H_k, j \in H_h, k, h \in \mathcal{R}$ , 并计算参考固定值 $\mathbf{K}_x^0$ 和 $\mathbf{K}_z^0$ 。
- 2) 根据网络的大小、结构与分区情况,按照式(17)~式(21)设定算法中的参数值;令 $t=0$ 。
- 3) 对于任一区域 $k$ ,通过式(14a)进行优化计算并更新变量得到 $\mathbf{x}_{k,i}^{t+1}$ 。
- 4) 将本区域的边界变量更新值 $\mathbf{x}_{k,i,B}^{t+1}$ 传输给相邻区域,并且接收相邻区域传输过来的边界变量更新值 $\mathbf{z}_{h,i,B}^{t+1}$ 。
- 5) 对于任一区域 $k$ ,通过式(14b)计算本区域下一次迭代需要的参考固定值 $\mathbf{K}_x^{t+1}$ ;同时通过式(14c)计算 $\mathbf{u}_x^{t+1}$ 。
- 6) 通过收敛判据式(9)判断当前解是否满足收敛精度要求,如满足则迭代结束,输出优化结果;如不满足则令 $t=t+1$ ,返回步骤3)继续计算。

## 3 算例分析

### 3.1 算例介绍

以某一实际大规模交直流互联电网作为同步

ADMM 算法的测试系统, 所用的算例为该实际系统 500 kV 及以上网架数据: 网络节点数为 739 个, 发电机 124 台, 平衡节点为 437 号节点 YANTg1。网络中共有直流线路 3 条, 分别为 YN01—GZ01、XR—BA、ASGP—ZQ。此交直流互联电网包含 4 个省级电网, 即分成 4 个区域, 区域间通过 14 条交流联络线和 3 条直流联络线互联, 如图 4 所示。

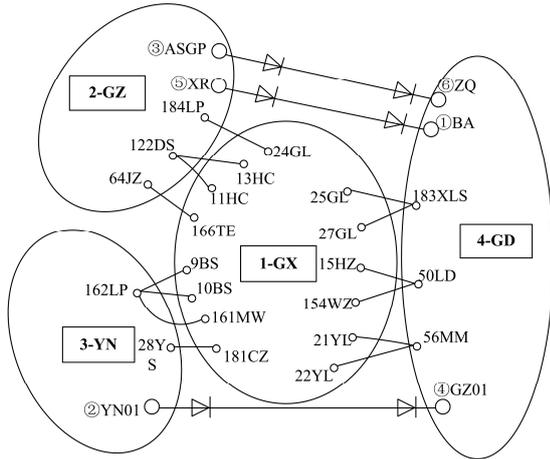


图 4 某一实际交直流互联电网四分区示意图

Fig. 4 Example of an actual AC/DC interconnected power grid partitioning into four regions

各个区域的发电容量分别为:  $S_1=18\ 069\ \text{MW}$ 、 $S_2=30\ 569\ \text{MW}$ 、 $S_3=27\ 869\ \text{MW}$ 、 $S_4=32\ 969\ \text{MW}$ 。由式(20)可求得  $w_1:w_2:w_3:w_4=0.360:0.2:0.24:0.2$ 。区域 2-GZ 与区域 4-GD 之间两条直流线路 XR—BA 和 ASGP—ZQ 的传输容量都是 3 000 MW, 计算时等效为一条 6 000 MW, 区域 3-YN 与区域 4-GD 之间直流线路传输容量为 5 000 MW, 由式(22)可求得  $w_{2,4}:w_{3,4}=0.9:1.1$ 。对于 14 条交流边界线路, 共有 28 个交流边界节点, 取  $\eta=1.6$ ,  $\alpha=4$ , 则交流边界变量对应的加速因子  $\varepsilon_a=1.6 \times 28 \times 10\ 000 \approx 450\ 000$ ; 对于 3 条直流边界线路, 共有 6 个直流边界节点, 取  $\eta=1.2$ ,  $\alpha=4$ , 则直流边界变量对应的加速因子  $\varepsilon_d=1.2 \times 6 \times 10\ 000 \approx 70\ 000$ 。

### 3.2 算例仿真与分析

仿真中所有火电机组的燃料耗量特性系数的取值相同, 均取  $a=3$ ,  $b=0.01$ ,  $c=40$ 。仿真在 GAMS23.9 平台上进行<sup>[20]</sup>, 每次迭代计算均调用 CONOPT 求解器进行求解, 并使用网格计算工具执行 SADMM 的并行计算。仿真结果及与其他优化算法的比较如表 1 和表 2 所示, 其中, 集中式算法的结果为直接调用 CONOPT 求解器求解得出; GS-ADMM 的计算结果为惩罚因子取  $\beta=10$  时得出; 雅可比型 ADMM(Jacobian-ADMM, J-ADMM)算法和近似雅

克比型 ADMM(Proximal Jacobian ADMM, PJ-ADMM)都是根据文献[21], 这两种算法都能够实现不同区域的同步并行计算, J-ADMM 的计算结果为惩罚因子取  $\beta=10$  时得出; PJ-ADMM 的计算结果为惩罚因子取  $\beta=4\ 000$  时得出。

表 1 分布式算法与集中式算法结果的比较

Table 1 Comparison between central algorithm and distributed algorithm

优化算法	目标函数/\$	传输变量数目/个
集中式算法	9 758.098	$2 \times (739+124)+4 \times 6$
GS-ADMM	9 758.098	$2 \times (28+6)+(28+6)$
J-ADMM	9 758.098	$2 \times (28+6)+(28+6)$
PJ-ADMM	9 758.098	$2 \times (28+6)+(28+6)$
SADMM	9 758.098	$2 \times (28+6)$

表 2 SADMM 算法与其他 ADMM 算法收敛性能比较

Table 2 Comparison of convergence performance between SADMM algorithm and other ADMM algorithms

优化算法	迭代次数	计算时间/s
GS-ADMM	6 056	3 378.64
J-ADMM	7 413	1 766.22
PJ-ADMM	743	122.365
SADMM	617	101.618

由表 1 可看出五种算法的目标函数优化结果是完全一致的。而除了目标函数的对比, 本文还对每台火力发电机的有功出力与无功出力、每个节点的电压幅值与相角以及直流电压、直流电流等直流系统的各项参数进行对比, 发现仅存在两台机组有功出力误差接近 0.03%, 其余变量的结果完全一致。如此高的精确度已能满足实际工程应用需求, 证明了本文 SADMM 算法结果的正确性。

表 1 最后一列的传输变量数目中, 集中式算法需传递全网 739 个节点的电压实部与虚部、124 台机组的有功与无功出力以及 6 个换流站的直流电压、直流电流、换流变比与控制角, 由此可见信息传输量是极大的。SADMM 作为典型的分布式算法, 其一大优势在于优化过程中信息只在相邻区域间交互, 信息传输量较集中式算法而言大幅减少, 仅为 28 个交流边界节点的电压实部与虚部以及 6 个直流边界节点的直流电压与直流电流。而 GS-ADMM、J-ADMM 和 PJ-ADMM 三种算法, 除了相邻区域间传输必要的边界信息外, 还需要进行边界节点拉格朗日乘子更新值的信息传递, 因此相较于 SADMM 算法, 传输变量增加了 28+6 个。可见, SADMM 算法每次迭代需要传输变量数目最少。

在收敛性能上由表 2 可知, SADMM 算法的迭代次数比 GS-ADMM 有极大幅度的减少, 约为原来

的 10%，且计算时间约为 GS-ADMM 的 3%。表明了提出的 SADMM 算法中惩罚因子的取值方法在提升收敛性方面的显著效果。与 J-ADMM 相比，收敛速度与计算时间也有明显优势。与 PJ-ADMM 相比，虽然收敛性能优势不明显，但 SADMM 传输变量较少，并且不需要中央协调器进行拉格朗日乘子的更新。在与集中式算法计算时间 7.78 s 相比中，尽管 SADMM 算法在计算时间上依然要大很多，但集中式算法需要收集各个区域的信息直接进行求解，对计算机的存储和计算能力要求很高；在网络规模与复杂程度不断增大时，优化模型的规模快速增大，集中式算法的计算能力将会受到很大挑战。

表 3 给出了 SADMM 算法的固定参考值计算中  $\lambda$  取值自适应调整与  $\lambda$  取定值两种情况的收敛性能比较结果。当  $\lambda$  值随着边界变量最新两次迭代更新值的变化大小来调整取值时，迭代次数比  $\lambda$  取定值 0.5 的情况减少 135 次，计算时间减小 13.2%，收敛性能得到了改善。

表 3 不同  $\lambda$  值下迭代次数和计算时间的比较

Table 3 Comparison of iterations and computing time between different  $\lambda$

$\lambda$ 值的设定	迭代次数	计算时间/s
$\lambda$ 值自适应调整	617	101.618
定值 $\lambda=0.5$	752	117.041

SADMM 算法中本文提出通过经验取值公式 (19) 计算交流边界变量加速因子  $\varepsilon_a$  和直流边界变量加速因子  $\varepsilon_d$ ，下面通过横向对比验证该公式计算得到的参数取值的收敛性能，如表 4 和表 5 所示。

表 4 实际交直流电网  $\varepsilon_a$  的取值对收敛性能的影响

Table 4 Influence of  $\varepsilon_a$  to convergence performance of actual AC/DC power grid

$\varepsilon_a$ 的取值	迭代次数	计算时间/s
350 000	674	111.135
400 000	655	107.988
450 000	617	101.618
500 000	620	102.044
550 000	644	106.134

表 5 实际交直流电网  $\varepsilon_d$  的取值对收敛性能的影响

Table 5 Influence of  $\varepsilon_d$  to convergence performance of actual AC/DC power grid

$\varepsilon_d$ 的取值	迭代次数	计算时间/s
50 000	669	110.682
60 000	622	102.093
70 000	617	101.618
80 000	620	102.051
90 000	649	106.888

可以看出，随着  $\varepsilon_a$  和  $\varepsilon_d$  的取值的增大，收敛次数呈现先减少后增加的规律， $\varepsilon_a$  和  $\varepsilon_d$  的取值与迭代次数和计算时间的关系都呈凸性，并且都在公式 (19) 计算得到的参数值处达到迭代次数最少。

### 3.3 加速因子取值经验公式的进一步验证

为进一步检验本文提出的加速因子取值经验公式 (19) 的有效性，通过对修改的 IEEE11 节点交直流系统以及 IEEE39 节点交直流系统进行仿真验证。修改的 IEEE11 节点交直流系统的结构和参数见文献 [22]，以双回交流线路 7-8 和直流线路 7-9 作为联络线将该系统分成两个区域，根据式 (19)，取  $\varepsilon_a=0.2 \times 2 \times 10\ 000=4\ 000$ ； $\varepsilon_d=0.25 \times 2 \times 10\ 000=5\ 000$ 。对不同的  $\varepsilon_a$  和  $\varepsilon_d$  取值下 SADMM 算法收敛性能的对比如表 6 和表 7 所示。修改的 IEEE39 节点交直流系统在标准的 IEEE39 节点系统的基础上将交流线路 11-6 和 14-4 修改成直流线路，网架结构和参数见文献 [23]。以直流线路 11-6 和 14-4 以及交流线路 25-26 和 3-18 为联络线将该系统分成两个区域，取  $\varepsilon_a=0.6 \times 4 \times 10\ 000=24\ 000$ ； $\varepsilon_d=0.125 \times 4 \times 10\ 000=5\ 000$ 。对不同的  $\varepsilon_a$  和  $\varepsilon_d$  取值下 SADMM 算法收敛性能的对比如表 8 和表 9 所示。由表 6—表 9 可以看出，按照

表 6 IEEE11 节点系统  $\varepsilon_a$  的取值对收敛性能的影响

Table 6 Influence of  $\varepsilon_a$  to convergence performance of IEEE 11-bus system

$\varepsilon_a$ 的取值	迭代次数	计算时间/s
3 000	—	—
3 500	317	55.106
4 000	144	30.287
4 500	252	46.573
5 000	322	55.493

表 7 IEEE11 节点系统  $\varepsilon_d$  的取值对收敛性能的影响

Table 7 Influence of  $\varepsilon_d$  to convergence performance of IEEE 11-bus system

$\varepsilon_d$ 的取值	迭代次数	计算时间/s
3 000	209	41.028
4 000	184	38.222
5 000	144	30.287
6 000	214	41.996
7 000	—	—

表 8 IEEE39 节点系统  $\varepsilon_a$  的取值对收敛性能的影响

Table 8 Influence of  $\varepsilon_a$  to convergence performance of IEEE 39-bus system

$\varepsilon_a$ 的取值	迭代次数	计算时间/s
16 000	322	61.646
20 000	280	53.386
24 000	246	47.078
28 000	327	62.377
32 000	389	74.263

表9 IEEE39节点系统  $\epsilon_d$  的取值对收敛性能的影响Table 9 Influence of  $\epsilon_d$  to convergence performance of

IEEE 39-bus system

$\epsilon_d$ 的取值	迭代次数/次	计算时间/s
3 000	393	75.214
4 000	317	60.786
5 000	246	47.078
6 000	263	50.333
7 000	392	75.102

公式(19)计算得到的参数值, 算法达到收敛所对应的迭代次数和计算时间都最少。

综上所述, 本文所提出的 SADMM 算法具有很高的计算精度, 且具有很好的收敛性。而通过对惩罚因子中加速因子的合理取值, 能够有效改善算法的收敛性能。

#### 4 结论

本文提出了一种适用于求解交直流互联电网分布式最优潮流的 SADMM 算法。该算法在求解分布式最优潮流时不需要任何协调中心, 是一种能够实现各个区域同步迭代的完全分散式优化算法。通过仿真结果的比对, 得出如下结论:

(1) SADMM 算法优化结果与集中式优化结果一致, 证明了本算法的正确性。

(2) SADMM 算法实现各个区域的完全并行同步优化计算, 且迭代过程中各区域之间的信息传输量大大减少。

(3) SADMM 算法比 GS-ADMM 算法迭代次数少, 计算时间短, 收敛性能更好; 通过经验公式对 SADMM 算法惩罚因子计算中的加速因子  $\epsilon$  进行合理取值, 能够获得更好的收敛性能。

收敛性能一直是分布式算法最受关注最需要提升的问题。本文在影响收敛性的参数选取方面总结出了经验公式, 提高了算法的收敛性能, 减小了计算时间。但是, 提高分布式算法的计算速度依然有待深入研究, 研究不同的网络拓扑结构分区对收敛性能的影响将是下一步工作的重点。另外, 越少量的信息交换以及越快的计算本身是对立矛盾的, 在这两者之间寻求最佳平衡点也是提升分布式算法收敛性能的重点研究方向。

#### 参考文献

[1] 谢开贵, 张怀勋, 胡博, 等. 大规模电力系统潮流计算的分布式 GESP 算法[J]. 电工技术学报, 2010, 25(6): 89-95.  
XIE Kaigui, ZHANG Huaixun, HU Bo, et al. Large-scale power system flow calculation using distributed GESP

algorithm[J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2010, 25(6): 89-95.

[2] 黄国栋, 崔晖, 许丹, 等. 安全约束经济调度中有功潮流调整方法[J]. 电力系统保护与控制, 2016, 44(4): 91-96.  
HUANG Guodong, CUI Hui, XU Dan, et al. A method of active power flow adjustment in security constrained economic dispatch[J]. Power System Protection and Control, 2016, 44(04): 91-96.

[3] 张昕, 张勇, 钱伟杰, 等. 基于简化零空间内点法 VSC-HVDC 离散化最优潮流的研究[J]. 电力系统保护与控制, 2017, 45(18): 15-23.  
ZHANG Xin, ZHANG Yong, QIAN Weijie, et al. Research on the optimal power flow of VSC-HVDC based on the simplified null space interior point method[J]. Power System Protection and Control, 2017, 45(18): 15-23.

[4] 卢锦玲, 张津. 考虑暂态稳定约束的电力系统最优潮流算法[J]. 电力系统保护与控制, 2017, 45(10): 24-30.  
LU Jinling, ZHANG Jin. Optimal power flow algorithm with transient stability constraints in power system[J]. Power System Protection and Control, 2017, 45(10): 24-30.

[5] 王鲁, 相年德, 王世纓. 应用简化梯度法研究分布式并行最优潮流计算[J]. 中国电机工程学报, 1991, 11(增刊 1): 128-133.  
WANG Lu, XIANG Niande, WANG Shiyong. Study on distributed paralleled optimal power flow using reduced gradient method[J]. Proceedings of the CSEE, 1991, 11(S1): 128-133.

[6] BALHO H K, ROSS B. Coarse-grained distributed optimal power flow[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 1997, 12(2): 932-939.

[7] ROSS B, BALHO H K, CRAIG C, et al. A fast distributed implementation of optimal power flow[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 1999, 14(3): 858-864.

[8] 刘科研, 盛万兴, 李云华. 基于分布式最优潮流算法的跨区阻塞管理研究[J]. 中国电机工程学报, 2007, 27(9): 56-61.  
LIU Keyan, SHENG Wanxing, LI Yunhua. Multi-region transmission congestion management based on distributed optimal power flow algorithm[J]. Proceedings of the CSEE, 2007, 27(9): 56-61.

[9] BALHO H K, ROSS B. A comparison of distributed optimal power flow algorithms[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2000, 15(2): 599-604.

[10] ALBERT Y S L, ZHANG Baosen, DAVID N T. Distributed algorithms for optimal power flow problem[J]. Mathematics, 2011, 22(1): 430-437.

- [11] ANTONIO J C, FRANCISCO J N, FRANCISCO J P. A decomposition procedure based on approximate Newton directions[J]. *Math Program*, 2002, 93(3): 495-515.
- [12] STEPHEN B, NEAL P, ERIC C, et al. Distributed optimization and statistical learning via the alternating direction method of multipliers[J]. *Foundations and Trends in Machine Learning*, 2010, 3(1): 11-22.
- [13] 李佩杰, 陆镛, 白晓清, 等. 基于交替方向乘子法的动态经济调度分散式优化[J]. *中国电机工程学报*, 2015, 35(10): 2428-2435.  
LI Peijie, LU Yong, BAI Xiaoqing, et al. Decentralized optimization for dynamic economic dispatch based on alternating direction method of multipliers[J]. *Proceedings of the CSEE*, 2015, 35(10): 2428-2435.
- [14] TOMASO E. Distributed optimal power flow using ADMM[J]. *IEEE Transactions on Power Systems*, 2014, 29(5): 2370-2380.
- [15] 陆文甜, 刘明波, 林舜江, 等. 基于分布式内点法的多区域互联电力系统最优潮流分散式求解[J]. *中国电机工程学报*, 2016, 36(24): 6828-6837.  
LU Wentian, LIU Mingbo, LIN Shunjiang, et al. Decentralized solution for optimal power flow of multi-area interconnected power systems based on distributed interior point method[J]. *Proceedings of the CSEE*, 2016, 36(24): 6828-6837.
- [16] 韩禹歆, 陈来军, 王召健, 等. 基于自适应步长 ADMM 的直流配电网分布式最优潮流[J]. *电工技术学报*, 2017, 32(11): 26-37.  
HAN Yuxin, CHEN Laijun, WANG Zhaojian, et al. Distributed optimal power flow in direct current distribution network based on alternative direction method of multipliers with dynamic step size[J]. *Transactions of China Electrotechnical Society*, 2017, 32(11): 26-37.
- [17] 瞿小斌, 文云峰, 叶希, 等. 基于串行和并行 ADMM 算法的电-气能量流分布式协同优化[J]. *电力系统自动化*, 2017, 41(4): 12-19.  
QU Xiaobin, WEN Yunfeng, YE Xi, et al. Distributed optimization of electric-gas integrated energy flow using serial and parallel iterative modes for alternating direction method of multipliers[J]. *Automation of Electric Power Systems*, 2017, 41(4): 12-19.
- [18] 张伯明, 陈寿孙, 严正. 高等电力网络分析[M]. 北京: 清华大学出版社, 2007: 139-151.
- [19] TOMASO E. A distributed and scalable processing method based upon ADMM[J]. *IEEE Signal Process Letters*, 2012, 19(9): 563-566.
- [20] GAMS Development Corporation. GAMS, the solvers' manual[EB/OL].  
<http://www.gams.com/solvers/allsolvers.pdf>.
- [21] DENG Wei, LAI Mingjun, PENG Zhimin, et al. Parallel multi-block ADMM with  $o(1/k)$  convergence[J]. *Journal of Scientific Computing*, 2017, 71(2): 712-736.
- [22] 徐政. 交直流电力系统动态行为分析[M]. 北京: 机械工业出版社, 2004: 58-60.
- [23] 林舜江, 刘明波, 刘志文. 计及离散控制的交直流电力系统最优潮流计算[J]. *华南理工大学学报 (自然科学版)*, 2010, 38(10): 146-152.  
LIN Shunjiang, LIU Mingbo, LIU Zhiwen. Optimal power flow calculation incorporating discrete controls in AC/DC power systems[J]. *Journal of South China University of Technology (Natural Science Edition)*, 2010, 38(10): 146-152.

收稿日期: 2017-11-13; 修回日期: 2018-03-15

作者简介:

梁梓均(1992—), 男, 硕士研究生, 主要研究方向为电力系统优化与控制; E-mail: scut\_ep\_lzj@163.com

林舜江(1980—), 男, 通信作者, 博士, 副研究员, 硕士生导师, 主要研究方向为电力系统优化与控制; E-mail: linshj@scut.edu.cn

刘明波(1964—), 男, 教授, 博士生导师, 主要研究方向为电力系统优化与控制。Email: epmbliu@scut.edu.cn

(编辑 张爱琴)