

DOI: 10.7667/PSPC171534

基于 Copula 函数及 Rosenblatt 变换的含相关性 概率潮流计算

王涛, 王淳, 李成豪

(南昌大学电气与自动化系, 江西 南昌 330031)

摘要: 随着风电渗透率的增加, 在考虑风电出力随机性和间歇性对配电网影响的同时, 风电场间风速的相关性应予以考虑。将 Rosenblatt 变换与 Copula 函数相结合以处理风电场间复杂的非线性关系, 提出一种基于 Copula 函数及 Rosenblatt 变换的概率潮流半不变量算法。所提方法能准确捕捉到输入变量间的非线性相关关系, 且具备半不变量法计算效率高的优点。以 IEEE33 节点网络接入风电场对所提方法进行测试。结果证明了所提方法的有效性、准确性和实用性, 所提方法计算结果较考虑线性相关性算法的计算结果更接近实际运行情况。

关键词: 概率潮流; 半不变量法; Copula 函数; Rosenblatt 变换; 相关性

Probabilistic load flow calculation based on Copula function and Rosenblatt transformation considering correlation among input variables

WANG Tao, WANG Chun, LI Chenghao

(Department of Electrical and Automatic Engineering, Nanchang University, Nanchang 330031, China)

Abstract: With the increase of wind power penetration, the correlation of wind speed among wind farms should be considered while considering the randomness and intermittency of wind power. In this paper, Rosenblatt transformation and Copula function are combined to deal with the complex nonlinear relationship among wind farms, and a probabilistic load flow cumulant method based on Copula function and Rosenblatt transformation is proposed. The method can capture the nonlinear correlation among input variables accurately and has the advantage of high efficiency of cumulant method. The IEEE33-bus system including wind farms is used for testing the proposed method. The results verify the validity, accuracy and practicability of the proposed method, and the calculation results of the proposed method are closer to the actual operating condition than that of the method which considers linear correlation.

This work is supported by National Natural Science Foundation of China (No. 51467012).

Key words: probabilistic load flow; cumulant method; Copula function; Rosenblatt transformation; correlation

0 引言

实际电网中存在诸多不确定因素^[1-2], 如分布式电源出力的随机性和间歇性以及负荷的波动。概率潮流计算是分析不确定性对电力系统影响的重要方法, 目前概率潮流的计算方法主要有蒙特卡罗模拟法^[3]、半不变量解析法^[4]和点估计法^[5]。蒙特卡罗模拟法能获得很好的精度, 但计算耗时, 常用于对其他计算方法的校验。半不变量解析法将输入变量与输出变量的关系线性化, 求解状态变量的概率分布。

点估计法采用近似公式求取状态变量的统计特征。

在电网运行中, 还存在大量相关性因素, 如邻近的分布式电源之间往往具有相关性, 相关性因素对系统的运行产生重要的影响^[6]。因此不仅需要考虑分布式电源出力的随机性和间歇性, 还需考虑其相关性。文献[7]提出基于 Nataf 变换的蒙特卡罗模拟法, 分析了分布式电源和负荷相关性对电网可靠性的影响。文献[8]提出一种基于 Cholesky 分解的半不变量算法, 分析了不同相关系数对系统运行特性的影响。文献[9]采用奇异值分解代替 Cholesky 分解, 提出一种考虑相关性的扩展准蒙特卡罗随机潮流算法。以上变换均是基于 Pearson 线性系数, 无

法捕捉到变量间的非线性关系。近年来许多学者将广泛应用于金融和统计分析中的 Copula 函数用于分布式电源间相关性的研究^[10-14], Copula 函数不仅能描述变量间的线性相关性关系,还能捕捉到变量间的非线性相关性。基于 Copula 函数描述的变量包含相关性,已有文献多采用蒙特卡罗模拟法对其进行概率潮流计算,计算时效低。研究一种既能准确描述变量间的相关性,且求解快速的概率潮流计算方法非常必要。基于此,本文提出一种基于 Copula 函数及 Rosenblatt 变换的含相关性半不变量概率潮流算法。

1 风电场风速概率分布

建立风速的概率模型主要有参数法和非参数法:参数法基于假定的概率分布函数,通过估计其参数,进而得到概率分布;非参数估计法不需要分布的先验知识和任何概率形式的假设,是一种从数据样本本身出发,研究数据分布特征的方法。不同地区的风速通常呈现不同的概率分布特性,参数估计模型只对某一地区的风速有较高拟合度。非参数核密度估计法已引起学者的关注并在电力系统领域得到一定的应用^[15-17],风速的非参数核密度估计模型较参数模型具有更高的准确度和通用性^[18]。

本文采用非参数核密度估计法建立风速的分布模型,其具体求法参见文献[19]。窗宽和核函数是核密度估计的重要参数,本文选取高斯核函数,即

$$K(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{1}{2}x^2\right) \quad (1)$$

窗宽 H 的求取参考文献[20]。

$$H \approx 1.06\sigma T^{-0.2} \quad (2)$$

式中: σ 为样本的标准差; T 为样本容量。

2 基于 Copula 函数含相关性的风速联合分布模型

2.1 Copula 理论

假设 n 个随机变量 X_1, X_2, \dots, X_n 的边缘分布函数分别为 $F_1(x_1), F_2(x_2), \dots, F_n(x_n)$, 其联合分布函数为 $H(X_1, X_2, \dots, X_n)$, Copula 函数是描述边缘分布和联合分布的连接函数。即有:

$$H(X_1, X_2, \dots, X_n) = C(F_1(x_1), F_2(x_2), \dots, F_n(x_n)) \quad (3)$$

式中, C 为 Copula 连接函数。

Copula 函数构造联合模型对各变量的边缘分布没有特定的要求,且相比其他构造联合模型的方式具有更高精度。

Copula 函数的种类繁多,考虑其计算精度和计算难度,当前应用最为广泛的 Copula 函数共两大类: Archimedes Copula 函数(包含 Frank、Gumbel 和 Clayton Copula 函数等)和椭圆 Copula 函数(包含正态和 t-Copula 函数等)。其中 Archimedes Copula 函数在收敛率和收敛速度上普遍优于椭圆 Copula 函数,因此本文选择表 1 的三类 Archimedes Copula 函数进行风速联合模型的构造。

表 1 阿基米德 Copula 函数

Table 1 Archimedes Copula functions

函数名称	Copula 函数	参数
Frank	$C = -\frac{1}{\theta} \ln\left(1 + \frac{\prod_{i=1}^n (e^{\theta u_i} - 1)}{(e^\theta - 1)^{n-1}}\right)$	$\theta \neq 0$
Gumbel	$C = \exp\left(-\left(\sum_{i=1}^n (-\ln u_i)^\theta\right)^{1/\theta}\right)$	$\theta \geq 1$
Clayton	$C = \left(1 + \sum_{i=1}^n (u_i^{-\theta} - 1)\right)^{-1/\theta}$	$\theta \geq -1, \theta \neq 0$

2.2 最优 Copula 函数的选择

在选择最优 Copula 函数前,需要基于初始样本确定每个备选 Copula 函数的参数 θ , 对于 θ 的求取方法,有极大似然估计、分布估计、半参数估计和非参数估计等方法,本文采取应用较为广泛的极大似然估计法。

对于 Copula 函数的求取,本文采用基于核密度估计的最短距离法,用式(4)所示的基于乘积核的核密度 $\hat{F}(x, y)$ 作为真实分布函数的估计值,按式(5)

计算每个备选 Copula 函数和 $\hat{F}(x, y)$ 的距离 d_k , 选择 d_k 最小的 Copula 函数为最优 Copula。

$$\hat{F}(x, y) = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \Phi\left(\frac{x-x_t}{h_x}\right) \cdot \Phi\left(\frac{y-y_t}{h_y}\right) \quad (4)$$

$$d_k = \left\{ \sum_{t=1}^T (\hat{F} - C_k)^2 \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (5)$$

式中, C_k 为第 k 个备选 Copula 函数。

3 基于 Rosenblatt 的风速独立化转换

第 2.2 节建立的风速联合分布模型包含相关性,而半不变量法要求输入变量相互独立,因此需将含相关性的风速独立化,常用的方法是 Rackwitz-Fiessler 逆变换、Nataf 逆变换和 Rosenblatt 逆变换。Rackwitz-Fiessler 逆变换假设变换过程中变量间相关性不变,或者忽略相关性的变化,将导致较大误差; Nataf 逆变换利用变量的边缘概率密度及相关系数矩阵进行变换,相关系数矩阵无法捕捉到变量间

的非线性关系,当很多样本分布类型或者变量间的联合分布函数不服从高斯分布时,该方法可能存在较大误差。在已知变量联合分布的前提下,Rosenblatt 逆变换采用变量的条件概率密度和边缘概率密度进行变换,变换过程中条件概率密度可准确反映变量间的相关性,因此不受变量分布类型以及相关性是否线性的影响,是一种精确的变换方法^[21]。本文采用 Rosenblatt 逆变换将考虑相关性的风速独立化。

若一组随机变量 $\mathbf{X} = (X_1, X_2, \dots, X_d)^T$ 具有联合概率密度函数 $f(x_1, x_2, \dots, x_d)$, 则该联合概率密度函数可以表示为一系列的条件概率密度函数的乘积,即

$$f(x_1, x_2, \dots, x_d) = f_{X_1}(x_1) f_{X_2|X_1}(x_2 | x_1) \dots f_{X_d|X_1, X_2, \dots, X_{d-1}}(x_d | x_1, x_2, \dots, x_{d-1}) \quad (6)$$

式中, $f_{X_i|X_1, X_2, \dots, X_{i-1}}(x_i | x_1, x_2, \dots, x_{i-1})$, ($i = 2, \dots, d$) 为随机变量 X_i 的条件概率密度函数。

对于二维变量,由式(6)可得变量 X_2 在 X_1 下的条件概率密度如式(7)。

$$f_{X_2|X_1}(x_2 | x_1) = \frac{f(x_1, x_2)}{f_{X_1}(x_1)} = \frac{c_{12}(F_{X_1}(x_1), F_{X_2}(x_2)) \cdot f_{X_1}(x_1) f_{X_2}(x_2)}{c_{12}(F_{X_1}(x_1), F_{X_2}(x_2)) \cdot f_{X_2}(x_2)} \quad (7)$$

式中: c_{12} 为变量 X_1 、 X_2 的 Copula 密度函数; F_{X_1} 、 F_{X_2} 和 f_{X_1} 、 f_{X_2} 分别为随机变量 X_1 、 X_2 的累积分布函数和概率密度函数。

因此随机变量 X_2 的条件累积分布函数为

$$F_{X_2|X_1}(x_2 | x_1) = \int_{-\infty}^x f_{X_2|X_1}(x_2 | x_1) dx_2 = \int_{-\infty}^x c_{12}(F_{X_1}(x_1), F_{X_2}(x_2)) \cdot f_{X_2}(x_2) dx_2 \quad (8)$$

为方便表述,此处引入 h 方程表示二维条件分布,如式(9)所示。

$$h_{ij}(r_i, r_j) = F_{X_i|X_j}(x_i | x_j) \quad (9)$$

式中: $r_i = F_{X_i}(x_i)$; $r_j = F_{X_j}(x_j)$ 。

Rosenblatt 变换直接将一组相关非正态变量 $\mathbf{X} = (X_1, X_2, \dots, X_d)^T$ 转化成独立的标准正态变量 $\mathbf{U} = (U_1, U_2, \dots, U_d)^T$, 根据等概率边缘变换原则有

$$\begin{cases} \Phi(u_1) = F_{X_1}(x_1) \\ \Phi(u_2) = F_{X_2|X_1}(x_2 | x_1) \\ \vdots \\ \Phi(u_d) = F_{X_d|X_1, X_2, \dots, X_{d-1}}(x_d | x_1, x_2, \dots, x_{d-1}) \end{cases} \quad (10)$$

则可得独立标准正态变量 $\mathbf{U} = (U_1, U_2, \dots, U_d)^T$, 表示为

$$\begin{cases} u_1 = \Phi^{-1}[F_{X_1}(x_1)] \\ u_2 = \Phi^{-1}[F_{X_2|X_1}(x_2 | x_1)] \\ \vdots \\ u_d = \Phi^{-1}[F_{X_d|X_1, X_2, \dots, X_{d-1}}(x_d | x_1, x_2, \dots, x_{d-1})] \end{cases} \quad (11)$$

式中, Φ 为标准正态分布变量样本的累积分布函数。

以上是 Rosenblatt 变换正过程,其逆过程可求得独立的变量。在通过 Copula 函数求得变量边缘分布和条件分布的基础上,由 Rosenblatt 逆变换生成输入变量 X_1 、 X_2 的独立样本,其基本步骤如下。

1) 通过蒙特卡罗产生服从独立标准正态分布变量 U_1 、 U_2 的 n 个样本。

2) 根据式(10),有

$$x_1 = F_{X_1}^{-1}(\Phi(u_1)) \quad (12)$$

将 U_1 的 n 个样本代入式(12)求得变量 X_1 的 n 个样本。

3) 令 $r_1 = F_{X_1}(x_1)$, $r_2 = F_{X_2}(x_2)$, 再结合式(9)和式(10),可得

$$r_2 = h_{12}^{-1}(r_1, \Phi(u_2)) \quad (13)$$

将 U_2 和 X_1 的 n 个样本代入式(13)求得变量 r_2 的 n 个样本。

4) 将变量 r_2 的 n 个样本代入式(14)即可求得变量 X_2 的 n 个样本。

$$x_2 = F_{X_2}^{-1}(r_2) \quad (14)$$

对独立化后的风速样本,按式(15)所示的风电场风速与有功出力模型求取风电场有功出力,再根据恒定的功率因数求得无功出力。

$$P(v) = \begin{cases} 0 & v < v_{ci} \\ k_1 v + k_2 & v_{ci} < v < v_r \\ P_r & v_r < v < v_{co} \\ 0 & v > v_{co} \end{cases} \quad (15)$$

式中: P_r 为风机额定出力; v_{ci} 、 v_r 和 v_{co} 分别为切入风速、额定风速和切出风速; $k_1 = P_r / (v_r - v_{ci})$;

$k_2 = -k_1 v_{ci}$ 。

4 基于 Copula 函数及 Rosenblatt 变换的半不变量法概率潮流计算

基于 Copula 函数及 Rosenblatt 变换的半不变量法的核心在于根据输入变量的初始样本构建 Copula 联合分布模型并求得条件分布函数及产生满足相关条件的独立样本,再以简化为线性的交流

潮流方程为基础,利用半不变量的齐次性和可加性,再根据线性关系求取输出变量的半不变量,最后通过 Gram-Charlier 级数展开的方法计算其概率分布。计算步骤如下:

1) 根据风速的历史测量数据采用非参数核密度计算每个风电场风速的分布函数。

2) 根据风速间的相互关系,按 2.2 节的方法选择合适的 Copula 函数。

3) 根据所求 Copula 函数采用蒙特卡罗抽样技术产生含相关性的风速样本。

4) 利用逆 Rosenblatt 变换将含相关性的风速样本转换成独立风速样本。

5) 对独立的风速样本利用概率潮流半不变量法计算输出变量的概率分布。

5 算例分析

5.1 算例简介

算例选取 IEEE33 节点配电网,负荷波动按正态分布,其原确定性数据作为期望 μ , 负荷的标准差 σ 取期望的 10%。在网络的末端节点 18、33 分别接入额定功率为 0.5 MW 的风机。取根节点电压标幺值为 1 p.u.。风速取自加拿大魁北克和三河两市实测数据^[22],取恒定功率因数为 0.98,风机的额定风速为 15 m/s,切入风速为 3 m/s,切出风速为 25 m/s。

仿真平台采用 Intel 四核 CPU,频率为 3.60 GHz,内存为 16.0 GB。根据算例参数及本文算法流程,用 Matlab R2014a 编制相应程序,进行考虑风电场相关性的概率潮流计算,并以基于 Copula 函数的蒙特卡罗仿真法所得结果作为参照,比较本文所提算法的计算精度。

5.2 所提方法性能评估

为验证所提算法的有效性和准确性,本文进行了大量的蒙特卡罗模拟仿真。仿真发现对该算例抽样 10 000 次、20 000 次及 50 000 次蒙特卡罗模拟的结果非常接近,抽样 10 000 次相对于抽样 20 000 次蒙特卡罗模拟输出变量期望的最大变化率为 0.120%,相对于抽样 50 000 次计算结果的最大变化率为 0.411%。考虑计算时间及计算精度,以 10 000 次蒙特卡罗模拟计算结果作为参考值,比较所提方法的有效性和准确性。

由表 2 中统计误差可知,所提算法和蒙特卡罗法计算结果基本一致,说明所提算法在输出变量统计数字特征方面具有较高的准确度。

为了更好地验证本文所提方法在输出变量概率分布特性方面的计算精度,此处采用文献[23]定义的方差和的根均值(ARMS)来描述两种方法的计算误差,其定义如下。

表 2 节点电压幅值和支路功率误差统计

Table 2 Analysis results of bus voltage magnitude and branch flow

类型	电压幅值/p.u.		有功功率/MW		无功功率/Mvar	
	期望 (10^{-3})	标准差 (10^{-2})	期望 (10^{-2})	标准差 (10^{-2})	期望 (10^{-2})	标准差 (10^{-2})
平均误差	0.007	0.089	0.006	0.138	0.152	0.026
最大误差	0.020	0.262	0.027	0.408	0.938	0.127

$$A_{\text{RMS}}^{\gamma} = \sqrt{\sum_{i=1}^N (C_{R_i}^{\gamma} - M_{C_i}^{\gamma})^2 / N} \quad (16)$$

式中: M_{C_i} 和 C_{R_i} 分别为用蒙特卡罗法和本文所提算法求得输出变量在统计点 i 处的累积概率值; γ 表示输出变量的类型,包括节点电压幅值 U 、支路有功功率 P 和无功功率 Q ; A_{RMS}^{γ} 为误差指标; N 为取点总数。

ARMS 计算结果见表 3。输出变量的 ARMS 指标平均值的最大值为 0.000 638, ARMS 指标最大值的最大值为 0.000 905,说明所提算法能够准确地求得各输出变量的概率分布特性。以离风机接入点较近的节点 16、支路 16-17 和离风机接入点较远的节点 20、支路 20-21 为例,其 ARMS 指标分别为 0.000 853、0.000 25 和 0.000 887、0.000 166,图 1 为累积分布曲线。虽然节点 16 以及支路 16-17 离风机接入点较近,受风电随机性和相关性影响较为严重,所提方法仍然能够准确求得其概率分布,进一步证明了所提算法具有较高的精度。

表 3 输出变量 ARMA 统计结果

Table 3 Result of output variable ARMA

输出变量	平均值/ 10^{-2}	最大值/ 10^{-2}
电压幅值/p.u.	0.063 8	0.090 5
有功功率/p.u.	0.032 8	0.087 2
无功功率/p.u.	0.019 9	0.055 5

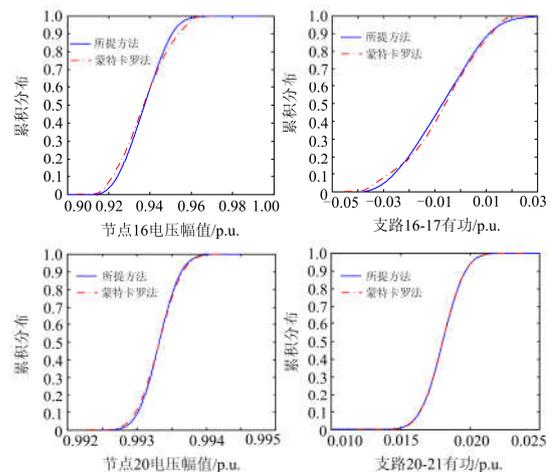


图 1 输出变量累积分布曲线

Fig. 1 Cumulative distribution curve of output variables

为了进一步验证所提方法的优势, 此处将所提方法与传统半不变量法、基于 Nataf 的半不变量法进行比较, 计算系统节点电压幅值、支路有功的期望、标准差如图 2 所示, 节点电压幅值标准差和支路有功的标准差如图 3 所示。图中 case1 采用传统半不变量法, 不考虑风速相关性; case2 采用 Nataf 变换的半不变量法, 考虑风速为线性相关性; case3 采用本文方法, 考虑风速为非线性相关性。

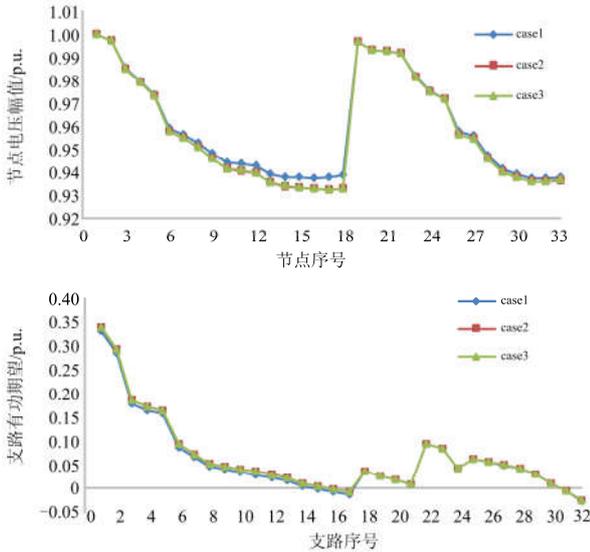


图 2 节点电压幅值、支路有功的期望

Fig. 2 Expectation of voltage amplitude and active power

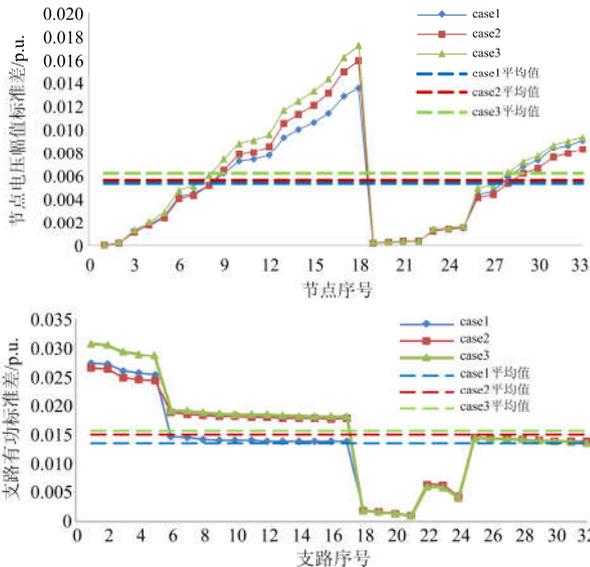


图 3 节点电压幅值、支路有功的标准差

Fig. 3 Standard deviation of voltage amplitude and active power

从图 2 和图 3 可以看到: 三种情形下节点电压幅值、支路功率的期望变化较小, 但标准差有明显的区别。以标准差的平均值为指标, 分析相关性对

系统运行状态的影响^[20]。case2 较 case1 系统电压幅值标准差的平均值增加 4.22%, 支路功率标准差的平均值增加 10.21%; case3 较 case1 系统电压幅值标准差的平均值增加 16.98%, 支路功率标准差的平均值增加 15.77%。说明风速相关性对系统基准运行点的影响很小, 但会增加系统的波动幅度, 使网络运行安全性降低, 这与文献[24]所得结论吻合, 证明了所提方法的合理性, 考虑非线性相关性后波动幅度进一步增大, 说明以线性关系不能准确描述风速相关性对系统的影响, 所提方法能更精确地捕捉到这种影响, 所提算法在输入变量相关性的描述上优于其他解析法。从表 4 可以看出所提算法在计算速度上有明显优势。

表 4 不同算法计算时间比较

Table 4 Calculation time of different algorithms

计算方法	基于 Copula 函数的蒙特卡罗法	传统半不变量法	基于 Nataf 的半不变量法	所提方法
计算时间/s	62.13	0.85	0.93	0.89

以上算例表明所提方法兼具 Copula 函数和半不变量法的优点, 在充分考虑风电场非线性相关性的同时, 获得半不变量法高效的计算速度。

6 结论

本文将 Copula 函数与 Rosenblatt 变换相结合, 并引入到半不变量概率潮流计算中。提出一种可准确处理输入变量间相关性的概率潮流半不变量法。Copula 函数能捕捉到风速间的线性相关性和非线性相关性; Rosenblatt 变换使其适用于要求输入变量相互独立的概率潮流半不变量法, 较其他变换方法具有过程简单、变换精确的特点。

以 IEEE33 节点接入风机的配电网进行测试, 结论如下:

- 1) 算例分析验证了所提方法的有效性、准确性和实用性。
- 2) 所提方法兼具 copula 函数与半不变量解析法的优点, 在准确捕捉输入变量相关性的同时, 具有较高的计算效率。
- 3) 风电场间的相关性会增加系统的波动, 所提方法较其他考虑线性相关性的方法能更准确地捕捉到这种波动。

参考文献

[1] 张玉, 莫寒, 张烈平. 基于模糊支持向量机的光伏发电量预测[J]. 热力发电, 2017, 46(1): 116-120.
ZHANG Yu, MO Han, ZHANG Lieping. Photovoltaic power prediction based on fuzzy support vector machine

- [J]. *Thermal Power Generation*, 2017, 46(1): 116-120.
- [2] 李艳, 拓福婷, 张孝杰. 汽轮机电液伺服系统建模及控制方法[J]. *热力发电*, 2017, 46(9): 117-123.
LI Yan, TUO Futing, ZHANG Xiaojie. Modeling and control method of electro-hydraulic servo system for steam turbine[J]. *Thermal Power Generation*, 2017, 46(9): 117-123.
- [3] 罗钢, 石东源, 陈金富, 等. 风光发电功率时间序列模拟的MCMC方法[J]. *电网技术*, 2014, 38(2): 321-327.
LUO Gang, SHI Dongyuan, CHEN Jinfu, et al. A Markov Chain Monte Carlo method for simulation of wind and solar power time series[J]. *Power System Technology*, 2014, 38(2): 321-327.
- [4] 刘小团, 赵晋泉, 罗卫华. 基于TPNT和半不变量法的考虑输入量相关性概率潮流算法[J]. *电力系统保护与控制*, 2013, 41(22): 13-18.
LIU Xiaotuan, ZHAO Jinquan, LUO Weihua. A TPNT and cumulants based probabilistic load flow approach considering the correlation variables[J]. *Power System Protection and Control*, 2013, 41(22): 13-18.
- [5] 尹青, 杨洪耕, 马晓阳. 考虑多重不确定参数的配电网概率无功优化[J]. *电力系统保护与控制*, 2017, 45(7): 141-147.
YIN Qing, YANG Honggeng, MA Xiaoyang. Probabilistic reactive power optimization for distribution network considering multiple uncertain parameters[J]. *Power System Protection and Control*, 2017, 45(7): 141-147.
- [6] FEIJÓO A, VILLANUEVA D, PAZOS J L, et al. Simulation of correlated wind speeds: a review[J]. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, 2011, 15(6): 2826-2832.
- [7] 王昌照, 汪隆君, 王钢, 等. 分布式电源出力与负荷相关性对配电网可靠性的影响分析[J]. *电力自动化设备*, 2015, 35(6): 99-105.
WANG Changzhao, WANG Longjun, WANG Gang, et al. Impact of distributed generation output and load correlation on distribution network reliability[J]. *Electric Power Automation Equipment*, 2015, 35(6): 99-105.
- [8] 石东源, 蔡德福, 陈金富, 等. 计及输入变量相关性的半不变量法概率潮流计算[J]. *中国电机工程学报*, 2012, 32(28): 104-113.
SHI Dongyuan, CAI Defu, CHEN Jinfu, et al. Probabilistic power flow calculation based on cumulant method considering correlation between input variables[J]. *Proceedings of the CSEE*, 2012, 32(28): 104-113.
- [9] 方斯顿, 程浩忠, 徐国栋, 等. 基于 Nataf 变换和准蒙特卡洛模拟的随机潮流方法[J]. *电力自动化设备*, 2015, 35(8): 38-44.
FANG Sidun, CHENG Haozhong, XU Guodong, et al. Probabilistic load flow method based on Nataf transformation and quasi Monte Carlo simulation[J]. *Electric Power Automation Equipment*, 2015, 35(8): 38-44.
- [10] 蔡德福, 石东源, 陈金富. 基于 Copula 理论的计及随机变量相关性的概率潮流计算[J]. *电力系统保护与控制*, 2013, 41(20): 13-18.
CAI Defu, SHI Dongyuan, CHEN Jinfu. Probabilistic load flow considering correlation between input random variables based on Copula theory[J]. *Power System Protection and Control*, 2013, 41(20): 13-18.
- [11] 邱宜彬, 欧阳誉波, 李奇, 等. 考虑多风电场相关性的场景概率潮流计算及无功优化[J]. *电力系统保护与控制*, 2017, 45(2): 61-68.
QIU Yibin, OUYANG Yubo, LI Qi, et al. Scenario probabilistic power flow calculation and reactive power optimization considering wind farms correlation[J]. *Power System Protection and Control*, 2017, 45(2): 61-68.
- [12] 谢敏, 熊靖, 吉祥. 考虑多风电场相关性的电网动态经济调度二阶段带补偿算法[J]. *电力系统自动化*, 2017, 41(7): 44-53.
XIE Min, XIONG Jing, JI Xiang. Two stage compensation algorithm for dynamic economic dispatch of Power Grid Considering multiple wind farms[J]. *Automation of Electric Power Systems*, 2017, 41(7): 44-53.
- [13] 王敏, 许建, 潘永春. 计及风电预测可靠性的含风电电力系统优化调度模型[J]. *广东电力*, 2017, 30(4): 43-49.
WANG Min, XU Jian, PAN Yongchun. Optimized dispatching model for power system with wind power considering wind power forecasting reliability[J]. *Guangdong Electric Power*, 2017, 30(4): 43-49.
- [14] 吴杰康, 胥志强, 徐庆焯, 等. 基于多状态信息修正优化组合的电力设备故障率计算方法[J]. *广东电力*, 2016, 29(8): 60-66.
WU Jiekang, XU Zhiqiang, XU Qingzhuo, et al. Calculation method for fault rate of electric power equipment based on multi-state information amendment optimization combination[J]. *Guangdong Electric Power*, 2016, 29(8): 60-66.
- [15] 王星华, 彭智乐, 彭显刚, 等. 电动汽车接入对风电穿透功率极限的影响[J]. *电力系统保护与控制*, 2016, 44(14): 147-153.

- WANG Xinghua, PENG Zhile, PENG Xiangang, et al. Influence research of electric vehicle accessing on the wind penetration limit[J]. Power System Protection and Control, 2016, 44(14): 147-153.
- [16] 赵继超, 袁越, 孙纯军, 等. 基于Copula理论的风光互补发电系统可靠性评估[J]. 电力自动化设备, 2013, 33(1): 124-129.
- ZHAO Jichao, YUAN Yue, SUN Chunjun, et al. Reliability assessment of wind-PV hybrid generation system based on Copula theory[J]. Electric Power Automation Equipment, 2013, 33(1): 124-129.
- [17] 赵渊, 张夏菲, 周家启. 电网可靠性评估的非参数多变量核密度估计负荷模型研究[J]. 中国电机工程学报, 2009, 29(31): 27-33.
- ZHAO Yuan, ZHANG Xiafei, ZHOU Jiaqi. Load modeling utilizing nonparametric and multivariate kernel density estimation in bulk power system reliability evaluation[J]. Proceedings of the CSEE, 2009, 29(31): 27-33.
- [18] 李玉敦. 计及相关性的风速模型及其在发电系统可靠性评估中的应用[D]. 重庆: 重庆大学, 2011.
- LI Yudun. Wind speed model considering correlation and its application in reliability evaluation of power generation system[D]. Chongqing: Chongqing University, 2011.
- [19] 吴振威, 蒋小平, 马会萌. 基于非参数核密度估计法的光伏出力随机分布模型[J]. 中国电力, 2013, 46(9): 126-130.
- WU Zhenwei, JIANG Xiaoping, MA Huimeng. Random distribution model of photovoltaic output based on non-parametric kernel density estimation method[J]. Electric Power, 2013, 46(9): 126-130.
- [20] EPANECHNIKOV V A. Nonparametric estimation of a multivariate probability density[J]. Theory of Probability and its Applications, 1969, 14(1): 153-158.
- [21] 熊芬芬, 杨树兴, 刘宇, 等. 工程概率不确定性分析方法[M]. 北京: 科学出版社, 2015: 222-235.
- [22] Historical climate data-climate-environment and climate change Canada[EB/OL]. <http://climate.weather.gc.ca/>.
- [23] ZHANG Pei, LEE S T. Probabilistic load flow computation using the method of combined cumulants and Gram-Charlier expansion[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2004, 19(1): 676-682.
- [24] 蔡德福, 陈金富, 石东源, 等. 风速相关性对配电网运行特性的影响[J]. 电网技术, 2013, 37(1): 150-155.
- CAI Defu, CHEN Jinfu, SHI Dongyuan, et al. Impact of wind speed correlation on operation characteristics of distribution network[J]. Power System Technology, 2013, 37(1): 150-155.

收稿日期: 2017-10-17

作者简介:

王涛(1995—), 男, 硕士研究生, 主要研究方向为电力系统优化; E-mail: wtao0119@foxmail.com

王淳(1963—), 男, 博士, 教授, 主要研究方向为电力系统规划、优化理论在电力系统中的应用。E-mail: cu_wang@126.com

(编辑 魏小丽)