

DOI: 10.7667/PSPC171159

# 几种概率电压稳定分析方法计算误差的对比分析

张建芬<sup>1</sup>, 王克文<sup>2</sup>

(1. 暨南大学电气信息学院, 广东 珠海 519070; 2. 郑州大学电气工程学院, 河南 郑州 450001)

**摘要:** 对电力系统进行电压稳定研究时, 为了考虑负荷的随机变化和大规模风电并网引入的发电机出力变化, 多种概率电压稳定分析方法先后被提出。分析比较了概率直接法、两点估计法和随机响应面法三种概率电压稳定分析方法的计算误差和计算效率。首先对各种计算方法的原理和步骤进行研究, 并找出了可能影响计算误差的因素: 负荷随机变量的标准差、风电场风速相关性和负荷随机变量的分布形式。然后在39节点算例系统上进行仿真计算。以蒙特卡洛方法的结果作为参考, 比较了各种方法的计算误差和计算效率。分析了负荷随机变量标准差、风电场风速相关性和负荷随机变量分布形式不同, 对各种方法计算误差的影响。计算结果表明, 随机响应面法计算误差最小, 而概率直接法用时最少。

**关键词:** 概率电压稳定; 概率直接法; 两点估计法; 随机响应面法; 累积量; 累积概率

## Comparison and analysis on computation errors of several probabilistic voltage stability analysis methods

ZHANG Jianfen<sup>1</sup>, WANG Kewen<sup>2</sup>

(1. College of Electrical and Information, Jinan University, Zhuhai 519070, China;

2. School of Electrical Engineering, Zhengzhou University, Zhengzhou 450001, China)

**Abstract:** In order to consider the uncertainties of random loads and outputs of wind turbines due to stochastic wind speed, different probabilistic voltage stability analysis methods have been presented to study the voltage stability of power system. The computational accuracy and efficiency of probabilistic direct method, two-point estimate method and stochastic response surface method are compared. The principle and steps of these three methods are studied, the factors of random load standard deviation, correlation coefficient of wind speed and the distributions of random loads which probably affect the computational errors are determined. The 39-bus system is used for simulation study by three methods above. The computational errors and efficiency of these probabilistic methods are compared with the results of Monte Carlo method. The effects of random load standard deviation, correlation coefficient of wind speed and the distributions of random loads on the computational errors are studied. The calculation results show that stochastic response surface method has the least computational errors, while probabilistic direct method spends the least computation time.

This work is supported by National Natural Science Foundation of China (No. 51307071).

**Key words:** probabilistic voltage stability; probabilistic direct method; two-point estimate method; stochastic response surface method; cumulant; cumulative probability

## 0 引言

安全稳定是电力系统运行的基本要求, 电压稳定问题引起了电力研究者的广泛关注, 研究者们提出了很多电压稳定分析方法, 然而大部分方法基于

确定的网络结构、元件参数和运行工况。系统中存在诸多随机因素, 如负荷的变化、测量的误差等, 都会影响分析的结果。随着能源问题的日益突出, 风能和太阳能等可再生能源的开发和利用在全世界范围内迅速发展, 可再生能源发电的随机性和间歇性加强了系统的不确定性<sup>[1-3]</sup>。电动汽车的发展, 使得充电负荷比例上升, 给系统电压稳定也带来

基金项目: 国家自然科学基金项目(51307071)

影响<sup>[4]</sup>。如果以确定性分析方法对每种可能的情况进行分析, 工作量非常大, 也不现实。随着概率分析方法被引入到电力系统研究中, 多种概率电压稳定分析方法也先后被提出, 估计系统的电压失稳概率或系统的电压稳定裕度概率分布。

电压稳定概率分析方法主要有基于半不变量的解析分析方法<sup>[1-3]</sup>、概率直接法<sup>[5]</sup>、点估计法<sup>[6-8]</sup>、随机响应面方法<sup>[9-10]</sup>和蒙特卡洛方法。蒙特卡洛方法可以模拟各种随机情况, 只要采样足够多, 可以高精度计算待求变量的统计信息和概率分布, 但计算量非常大, 一般作为检验其他概率方法的参考依据。解析方法利用临界点处输入随机变量和待求变量之间的线性化关系, 根据负荷或风电场出力等随机变量, 计算待求变量如电压稳定裕度的概率分布, 提高了计算效率。点估计法根据输入随机变量的统计信息, 通过恰当选择采样点, 根据较少采样点, 得到输出变量的统计信息, 很大程度上减小了计算量。随机响应面法则将电压稳定裕度表示成标准正态随机变量的 Hermite 混沌多项式, 通过选取合适的采样点并计算对应的电压稳定裕度, 从而确定多项式的系数, 然后再根据标准正态分布的概率信息确定电压稳定裕度的统计特征和分布。概率直接法在临界点的概率潮流计算中计及了系统中随机变量方差的影响, 可以方便计算出待求变量的均值和标准差。文献显示, 与蒙特卡洛方法相比, 以上各种方法从不同角度进行简化, 减小了计算量, 保持了较高的计算精度。然而这些方法的计算效率和计算精度究竟如何, 有必要对这些方法进行系统比较研究。因此, 本文将对其中几种方法的计算精度和计算时间进行分析比较, 为其他研究者选择概率电压稳定分析方法提供参考。

本文对概率直接法, 两点估计法和随机响应面法三种概率电压稳定分析方法进行分析, 并以蒙特卡洛方法结果为依据, 比较三种方法的计算精度和计算效率。首先介绍三种方法的计算模型和计算步骤, 然后在 39 节点算例系统上比较三种方法的计算效率和计算精度, 并分析影响各方法计算精度的因素。

## 1 概率电压稳定分析模型

系统在临界点处的潮流方程为

$$f(\mathbf{X}) - \mathbf{S}_{L0} - \mathbf{S}_{G0} - \mathbf{S}_{W0} - \lambda(\mathbf{S}_{kL} + \mathbf{S}_{kG}) = 0 \quad (1)$$

式中:  $\lambda$  为负荷参数变量;  $\mathbf{S}_{kL}$  为负荷功率增长方式;  $\mathbf{S}_{kG}$  为发电机功率增长方式;  $\mathbf{X}$  表示系统节点电压向量;  $\mathbf{S}_{L0}$  和  $\mathbf{S}_{G0}$  分别为初始运行点处负荷和发电机出力向量;  $\mathbf{S}_{W0}$  为风力发电机功率。求解临界点处的

潮流方程有连续潮流法, 直接法和优化方法, 因为文中比较的算法之一概率直接法是结合直接法进行计算求解的, 为了使三种方法具有可比性, 本文所有方法均基于直接法求解, 即联立求解方程(1)、(2)和(3)计算临界点处潮流。

$$\mathbf{J}^T \mathbf{w} = 0 \quad (2)$$

$$\mathbf{w}^T \mathbf{w} = 1 \quad (3)$$

式中:  $\mathbf{J}$  为系统临界点处潮流方程的雅克比矩阵;  $\mathbf{w}$  为临界点处雅克比矩阵的零特征值对应的左特征向量。

当前系统运行点到临界点的负荷增量称为电压稳定裕度, 可以用  $\lambda$  表征电压稳定裕度<sup>[5,8,11]</sup>, 可以用  $\lambda \mathbf{S}_{kL}$  向量中有功的总和<sup>[7]</sup>, 或者其与初始点负荷有功总和之比的百分数<sup>[12]</sup>表示电压稳定裕度。本文采用  $\lambda$  表示电压稳定裕度。当系统的运行条件确定时,  $\lambda$  是确定值。当系统的运行条件是随机变化时,  $\lambda$  是随机变量。

本文考虑的随机变量为负荷和风速变化引起的风力发电机出力, 对应的电压稳定裕度也是随机变量。本文假定负荷服从正态分布, 各负荷按初始运行点负荷值同比例增长并保持功率因数不变。系统中的发电机包含常规的同步发电机和风力发电机, 因常规同步发电机出力可以调节, 其功率按初始运行点的功率成比例增长。而风力发电机的出力随风速的变化而变化, 是随机变量, 不随负荷的增加而增加。风速的概率分布模型采用两参数威布尔分布<sup>[9]</sup>, 通过风力发电机组的输出功率与风速之间的近似关系<sup>[9]</sup>得到风力发电机输出功率的随机分布。概率电压稳定分析就是根据输入随机变量(负荷和风速变化引起风力发电机出力)的分布或概率特征, 确定输出变量(电压稳定裕度)的概率特征或概率分布。

## 2 概率电压稳定分析方法

### 2.1 概率直接法

式(1)一式(3)表示了临界点处各变量满足的关系式, 由于初始负荷  $\mathbf{S}_{L0}$  和负荷增量  $\mathbf{S}_{kL}$  以及风力发电机出力  $\mathbf{S}_{W0}$  为随机变量, 所以对应的电压  $\mathbf{X}$ , 特征向量  $\mathbf{w}$ , 负荷增长系数  $\lambda$  均为随机变量。假定负荷以初始负荷为基础成比例增长, 也就是  $\mathbf{S}_{kL} = \mathbf{S}_{L0}$ , 常规发电机以初始功率成比例增长。节点电压用直角坐标表示, 节点功率是电压的二次函数。方程(2)是电压和零特征向量元素的二次函数, 方程(3)是特征向量元素的二次函数, 将各随机变量表示成均值与增量的和, 如电压表示为  $X_i = \overline{X}_i + \Delta X_i$ , 则式(1)一式(3)可表示为式(4)一式(6)。

$$\begin{aligned}
& F_1(\bar{X}_1\bar{X}_1, \dots, \bar{X}_1\bar{X}_n, \dots, \bar{X}_n\bar{X}_1, \dots, \bar{X}_n\bar{X}_n) + \\
& F_1(\bar{X}_1\Delta X_1, \dots, \bar{X}_1\Delta X_n, \dots, \bar{X}_n\Delta X_1, \dots, \bar{X}_n\Delta X_n) + \\
& F_1(\Delta X_1\bar{X}_1, \dots, \Delta X_1\bar{X}_n, \dots, \Delta X_n\bar{X}_1, \dots, \Delta X_n\bar{X}_n) + \\
& F_1(\Delta X_1\Delta X_1, \dots, \Delta X_1\Delta X_n, \dots, \Delta X_n\Delta X_1, \dots, \Delta X_n\Delta X_n) - \\
& (1+\bar{\lambda})\bar{\mathbf{S}}_{L0} - (1+\bar{\lambda})\Delta\mathbf{S}_{L0} - \Delta\lambda\bar{\mathbf{S}}_{L0} - \Delta\lambda\Delta\mathbf{S}_{L0} - \\
& \bar{\mathbf{S}}_{W0} - \Delta\mathbf{S}_{W0} - (1+\bar{\lambda})\mathbf{S}_{G0} - \Delta\lambda\mathbf{S}_{G0} = \mathbf{0} \\
& F_2(\bar{X}_1\bar{w}_1, \dots, \bar{X}_1\bar{w}_n, \dots, \bar{X}_n\bar{w}_1, \dots, \bar{X}_n\bar{w}_n) + \\
& F_2(\bar{X}_1\Delta w_1, \dots, \bar{X}_1\Delta w_n, \dots, \bar{X}_n\Delta w_1, \dots, \bar{X}_n\Delta w_n) + \\
& F_2(\Delta X_1\bar{w}_1, \dots, \Delta X_1\bar{w}_n, \dots, \Delta X_n\bar{w}_1, \dots, \Delta X_n\bar{w}_n) + \\
& F_2(\Delta X_1\Delta w_1, \dots, \Delta X_1\Delta w_n, \dots, \Delta X_n\Delta w_1, \dots, \Delta X_n\Delta w_n) = \mathbf{0}
\end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned}
& F_3(\bar{w}_1\bar{w}_1, \dots, \bar{w}_n\bar{w}_n) + F_3(\bar{w}_1\Delta w_1, \dots, \bar{w}_n\Delta w_n) + \\
& F_3(\Delta w_1\bar{w}_1, \dots, \Delta w_n\bar{w}_n) + F_3(\Delta w_1\Delta w_1, \dots, \Delta w_n\Delta w_n) - \\
& 1 = 0
\end{aligned} \quad (5)$$

对方程两端同时求均值, 有

$$\begin{aligned}
& F_1(\bar{X}_1\bar{X}_1, \dots, \bar{X}_1\bar{X}_n, \dots, \bar{X}_n\bar{X}_1, \dots, \bar{X}_n\bar{X}_n) + \\
& F_1(\overline{\Delta X_1\Delta X_1}, \dots, \overline{\Delta X_1\Delta X_n}, \dots, \overline{\Delta X_n\Delta X_1}, \dots, \overline{\Delta X_n\Delta X_n}) - \\
& (1+\bar{\lambda})\bar{\mathbf{S}}_{L0} - \Delta\lambda\Delta\mathbf{S}_{L0} - (1+\bar{\lambda})\mathbf{S}_{G0} - \bar{\mathbf{S}}_{W0} = \mathbf{0}
\end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned}
& F_2(\bar{X}_1\bar{w}_1, \dots, \bar{X}_1\bar{w}_n, \dots, \bar{X}_n\bar{w}_1, \dots, \bar{X}_n\bar{w}_n) + \\
& F_2(\overline{\Delta X_1\Delta w_1}, \dots, \overline{\Delta X_1\Delta w_n}, \dots, \overline{\Delta X_n\Delta w_1}, \dots, \overline{\Delta X_n\Delta w_n}) = \mathbf{0}
\end{aligned} \quad (7)$$

$$F_3(\bar{w}_1\bar{w}_1, \dots, \bar{w}_n\bar{w}_n) + F_3(\overline{\Delta w_1\Delta w_1}, \dots, \overline{\Delta w_n\Delta w_n}) - 1 = 0 \quad (8)$$

式中:  $\overline{\Delta X_i\Delta X_j}$  表示电压的协方差;  $\overline{\Delta X_i\Delta w_j}$  表示电压和左特征向量元素的协方差;  $\overline{\Delta w_i\Delta w_j}$  表示特征向量元素的协方差。代入协方差, 根据式(7)一式(9), 采用牛顿拉夫逊方法可以计算节点电压, 零特征向量, 稳定裕度 $\lambda$ 的均值。

根据式(4)一式(6)与式(7)一式(9)相减, 忽略二次项, 得到线性化的表达式

$$\mathbf{J} \begin{pmatrix} \Delta\mathbf{X} \\ \Delta\mathbf{w} \\ \Delta\lambda \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (1+\lambda)\Delta\mathbf{S}_{L0} + \Delta\mathbf{S}_{W0} \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \end{pmatrix} \quad (10)$$

式中

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} \left. \frac{\partial F_1}{\partial \mathbf{X}} \right|_{\mathbf{X}=\bar{\mathbf{X}}} & \mathbf{0} & -(\bar{\mathbf{S}}_{L0} + \mathbf{S}_{G0}) \\ \left. \frac{\partial F_2}{\partial \mathbf{X}} \right|_{\mathbf{X}=\bar{\mathbf{X}}} & \left. \frac{\partial F_2}{\partial \mathbf{w}} \right|_{\mathbf{w}=\bar{\mathbf{w}}} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \left. \frac{\partial F_3}{\partial \mathbf{w}} \right|_{\mathbf{w}=\bar{\mathbf{w}}} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (11)$$

忽略负荷和风电场出力相关性, 则

$$\mathbf{C} = \begin{pmatrix} C_{V'} & C_{Vw} & C_{V\lambda} \\ C_{wV'} & C_{ww} & C_{w\lambda} \\ C_{\lambda V'} & C_{\lambda w} & C_{\lambda\lambda} \end{pmatrix} =$$

$$\mathbf{J}^{-1} \mathbf{E} \left\{ \begin{pmatrix} (1+\lambda)\Delta\mathbf{S}_{L0} + \Delta\mathbf{S}_{W0} \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \end{pmatrix} (1+\lambda)\Delta\mathbf{S}_{L0} + \Delta\mathbf{S}_{W0} \quad \mathbf{0} \quad \mathbf{0} \right\} (\mathbf{J}^{-1})^T =$$

$$\mathbf{J}^{-1} \left\{ \begin{pmatrix} (1+\lambda)^2 C_{SL0} + C_{SW0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{pmatrix} (\mathbf{J}^{-1})^T \right\} \quad (12)$$

采用内循环求解计算节点电压, 零特征向量, 稳定裕度 $\lambda$ 的均值, 采用外循环计算他们的协方差。由于求解过程中用到了线性化的表达式, 忽略了系统的二阶项, 可能引入误差。

## 2.2 两点估计法

点估计法是一种逼近方法, 根据输入随机变量的采样及采样处的概率, 求得输出随机变量的概率特征<sup>[13-14]</sup>, 如均值和标准差。具体过程如下所述。

根据式(1)一式(3)和输入变量, 可以求得电压稳定裕度, 为了叙述方便, 将电压稳定裕度表示成输入变量 $\mathbf{x}$ 的函数如下

$$\lambda = g(\mathbf{x}), \quad \mathbf{x} = (\mathbf{S}_{L0}^T \quad \mathbf{S}_{W0}^T)^T \quad (13)$$

式中,  $\mathbf{S}_{L0}$ 和 $\mathbf{S}_{W0}$ 分别为负荷和风力发电场有功出力向量, 是随机变量。

设系统考虑的随机变量有 $n$ 个, 随机变量 $x_i$ 的采样点 $x'_{ij}$ 和对应的概率 $p_{ij}$ 应满足下列表达式<sup>[13]</sup>

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^m p_{ij} = \frac{1}{n} \\ \sum_{j=1}^m p_{ij} (x'_{ij} - \mu_{ix})^k = M_{ik}(x) \end{cases} \quad (14)$$

式中:  $i=1, 2, \dots, n$ ;  $k=1, 2, \dots, 2m-1$ 。一般 $m$ 取2或3<sup>[14]</sup>。当 $m=2$ 时, 每个随机变量有两个采样。计算时其他随机变量保持均值, 依次将每个随机变量的两个采样点分别代入, 根据式(13)计算电压稳定裕度 $\lambda$ , 所有的随机变量共需计算 $2n$ 次 $\lambda$ , 根据每个采样点对应的概率, 采用式(15)。

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m p_{ij} \lambda_{ij} = \bar{\lambda} \\ \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m p_{ij} (\lambda_{ij} - \bar{\lambda})^k = M_{\lambda}^k \end{cases} \quad (15)$$

计算电压稳定裕度的均值和 $k$ 阶中心矩。当 $m=3$ 时, 每个随机变量有3个采样点, 共需计算 $3n$ 次 $\lambda$ , 其中 $n$ 次的采样状态完全相同, 实际需要

计算  $2n+1$  次  $\lambda$ 。本文采用  $m=2$  计算, 则需要  $2n$  次计算  $\lambda$ 。

上述方法适用于随机变量独立的情况, 对于随机变量相关的情况, 利用正交变换将随机变量变换到线性无关的空间中, 再对线性无关的随机变量进行采样并求分布概率, 然后将线性无关的随机变量的采样点变换为原随机变量空间的采样点<sup>[13]</sup>, 采样点的分布概率不变, 计算电压稳定裕度和概率特征。

### 2.3 随机响应面法

随机响应面法是将输出响应表示成标准正态分布参数的混沌多项式, 通过少量采样, 确定多项式中的待定系数, 从而估计输出变量的统计特征和概率分布。具体过程如下所述。

1) 电压稳定裕度与随机变量的关系如式(13)。先将输入随机变量  $x_i$  标准化为标准正态分布的随机变量, 如式(16)所示。

$$x_i = h^{-1}(\xi_i) \quad (16)$$

式中,  $\xi_i$  是标准正态分布随机变量。

2) 将待求变量表达为以  $\xi$  为自变量的 Hermite 混沌多项式

$$\lambda = a_0 + \sum_{i_1=1}^n a_{i_1} H_1(\xi_{i_1}) + \sum_{i_1=1}^n \sum_{i_2=1}^{i_1} a_{i_1 i_2} H_2(\xi_{i_1}, \xi_{i_2}) + \sum_{i_1=1}^n \sum_{i_2=1}^{i_1} \sum_{i_3=1}^{i_2} a_{i_1 i_2 i_3} H_3(\xi_{i_1}, \xi_{i_2}, \xi_{i_3}) + \dots \quad (17)$$

式中:  $n$  为随机变量的个数;  $a_0, a_{i_1}, a_{i_1 i_2}, \dots$  为待定系数, 是常数;  $H_m$  为  $\xi$  的  $m$  阶 Hermite 多项式, 表示为

$$H_k(\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n) = (-1)^k e^{\frac{1}{2}\xi^T \xi} \frac{\partial^k}{\partial \xi_1 \dots \partial \xi_n} e^{-\frac{1}{2}\xi^T \xi} \quad (18)$$

混沌多项式中待确定的系数个数为

$$N = \frac{(m+n)!}{m!n!} \quad (19)$$

一般  $m$  取 2 或 3。本文采用  $m=2$ , 对应的混沌多项式为

$$\lambda = a_0 + \sum_{i_1=1}^n a_{i_1} \xi_{i_1} + \sum_{i_1=1}^n a_{i_1 i_1} (\xi_{i_1}^2 - 1) + \sum_{i_1=1}^{n-1} \sum_{i_2=i_1+1}^n a_{i_1 i_2} \xi_{i_1} \xi_{i_2} \quad (20)$$

3) 选择适当的采样点。每个正态随机变量的采样点, 可选取 0 和  $m+1$  阶 Hermite 多项式的根。 $m=2$  时, 采样点为 0、 $-\sqrt{3}$  和  $\sqrt{3}$ 。随机变量配置采样点的原则如下<sup>[9,15]</sup>: ① 选择的配点个数大于等于待求多项式系数; ② 优先选取高概率配置区间的配置点, 也就是说采样尽量靠近原点; ③ 采样点关于原点对称布置。本文按该原则采样, 并从中选出

求解系数时不相关的  $N$  个采样点以求解混沌多项式系数。

4) 将各随机变量  $\xi$  上各采样点对应到实际变量  $x$  上<sup>[9]</sup>, 并将  $x$  空间的采样点代入式(13), 计算电压稳定裕度  $\lambda$ 。

5) 将所有采样点  $\xi$  和由  $\xi$  计算的  $\lambda$  代入(20), 计算式中的各系数, 得到电压稳定裕度  $\lambda$  的混沌多项式, 根据  $\xi$  是标准正态分布随机变量, 确定  $\lambda$  概率特征。

该方法需要将所有的随机变量变换成标准正态分布的随机变量。如果分布随机变量分布已知, 可以变换为标准正态分布的随机变量<sup>[16]</sup>; 如果随机变量的分布未知, 将其近似转换成标准正态分布时可能引入误差。

## 3 算例分析

### 3.1 系统介绍

本文以英格兰 39 节点系统<sup>[17]</sup>为测试系统, 采用上述三种方法计算概率电压稳定裕度, 同时采用 Monte Carlo 法进行 10 000 次仿真计算作为参考, 分析比较各种方法的计算精度和计算时间。节点 12 和节点 20 的负荷有功分别为 8.5 MW 和 680 MW。在 30 和 35 节点分别接入 250 MW 和 350 MW 的风电场。系统中风电场的风速符合两参数威布分布, 比例系数  $k=2$  和形状系数  $c=7$ , 风机的切入风速为 3 m/s, 切出风速为 25 m/s, 额定风速为 15 m/s。各负荷增长方式为全网负荷同时等比例增长, 保持功率因数不变。假定负荷随机变量相互独立且服从正态分布, 期望  $\mu$  为正常运行的基态负荷。

### 3.2 结果与分析

概率直接法中采用了线性化的表达式, 可能对计算精度有所影响。两点估计法和随机响应面法最适合随机变量不相关的情况, 对相关的随机变量, 必须作相应的处理, 在不相关的随机变量空间采样, 变换到实际的随机变量空间进行计算, 此过程可能引入误差。此外随机响应面法是将输出随机变量表示成相互独立的标准正态随机变量的函数, 对于已知分布随机变量, 很容易将其标准化得到标准正态分布的随机变量, 对未知分布的随机变量, 近似变换为标准正态分布, 则可能引入误差。为了考查这些因素的影响, 本文从以下三个方面分析各种方法的计算精度: 1) 随机变量标准差的影响; 2) 随机变量相关性的影响; 3) 随机变量分布的影响。为了考查随机变量的随机变化程度对计算精度的影响, 负荷标准差分别取均值的 0.05 倍、0.1 倍和 0.15 倍, 即  $\sigma=0.05\mu$ 、 $\sigma=0.1\mu$  和  $\sigma=0.15\mu$ 。为了考虑随机

变量的相关性对各方法计算精度的影响, 分别在风电场风速不相关、相关系数为 0.2 和相关性系数为 0.6 的三种情况下进行了计算。为了考查随机变量分布的影响, 分别考虑负荷服从正态分布和负荷运行曲线进行分析。

### 3.2.1 随机变量标准差的影响

采用概率直接法、两点估计法、随机响应面法以及蒙特卡洛方法分别计算电压稳定裕度的均值和标准差如表 1 所示。为了比较, 表 2 中列出了各方法计算的均值, 标准差的相对误差, 误差表达式为

$$\varepsilon\% = \frac{|\text{某方法计算结果} - \text{蒙特卡洛计算结果}|}{\text{蒙特卡洛计算结果}} \times 100\% \quad (21)$$

表 1 风速不相关时电压稳定裕度概率指标

Table 1 Probability indices of voltage stability margin for uncorrelated wind speed

	负荷标准差	直接概率法	两点估计法	随机响应面法	蒙特卡洛法
均值	0.05 $\mu$	0.595 0	0.599 6	0.599 7	0.597 6
	0.1 $\mu$	0.590 0	0.601 7	0.601 9	0.600 1
	0.15 $\mu$	0.581 7	0.603 5	0.605 8	0.603 1
标准差	0.05 $\mu$	0.080 1	0.079 5	0.078 3	0.079 8
	0.1 $\mu$	0.137 2	0.133 9	0.135 7	0.136 4
	0.15 $\mu$	0.197 7	0.186 0	0.197 1	0.195 1
$\lambda_{99\%}$	0.05 $\mu$	0.416 5	0.418 5	0.431 0	0.425 7
	0.1 $\mu$	0.275 9	0.307 8	0.318 6	0.312 3
	0.15 $\mu$	0.127 3	0.192 8	0.219 6	0.209 5

表 2 风速不相关时电压稳定裕度概率指标误差

Table 2 Error of probability indices of voltage stability margin for uncorrelated wind speed

	负荷标准差	直接概率法	两点估计法	随机响应面法
均值	0.05 $\mu$	0.44%	0.33%	0.35%
	0.1 $\mu$	1.68%	0.27%	0.30%
	0.15 $\mu$	3.55%	0.07%	0.45%
标准差	0.05 $\mu$	0.38%	0.38%	1.88%
	0.1 $\mu$	0.59%	1.83%	0.51%
	0.15 $\mu$	1.33%	4.66%	1.03%
$\lambda_{99\%}$	0.05 $\mu$	2.14%	1.69%	1.25%
	0.1 $\mu$	11.66%	1.44%	2.02%
	0.15 $\mu$	39.24%	7.97%	4.82%

结合 Gram-charlier 级数, 采用前五阶累积量, 得到电压稳定裕度的概率累积分布函数如图 1 所示, 根据累积概率得到 99% 稳定裕度  $\lambda_{99\%}$  (见表 1), 即  $P\{\lambda \geq \lambda_{99\%}\} = 99\%$ 。

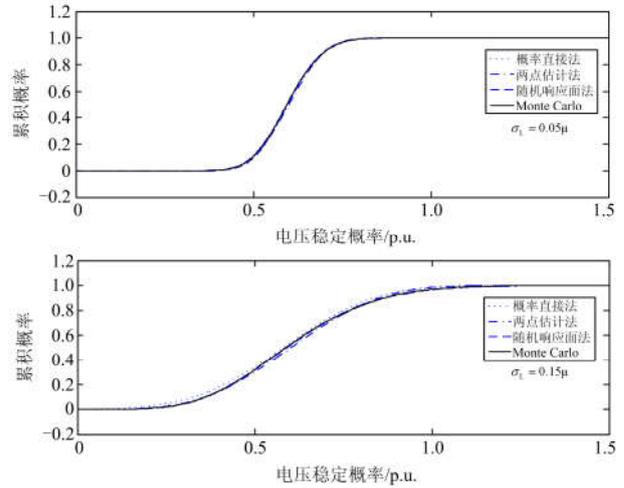


图 1 风速不相关时电压稳定裕度累积概率函数曲线

Fig. 1 Cumulative probability function curve of voltage stability margin for uncorrelated wind speed

表 1 和表 2 为风电场风速不相关时各种方法计算的电压稳定裕度均值、标准差和  $\lambda_{99\%}$  以及他们的误差。由表 1 和表 2 可以看出: 当负荷的标准差  $\sigma=0.05\mu$  时, 概率直接法计算的均值的误差最大, 为 0.44%, 随机响应面法次之, 为 0.35%; 随机响应面法计算标准差误差最大, 为 1.88%, 概率直接法和两点估计法计算的标准差为 0.38%。计算  $\lambda_{99\%}$  时, 随机响应面法计算的结果误差最小, 为 1.25%; 概率直接法计算的误差最大, 为 2.14%。也就是  $\sigma=0.05\mu$  时, 各种方法计算的几种指标误差都不大。由表 2 可以看出, 随着负荷标准差由 0.05 $\mu$  增加到 0.15 $\mu$ , 三种方法计算电压稳定裕度均值的误差分别为 3.55%, 0.07% 和 0.45%, 而标准差的误差分别为 1.33%, 4.66% 和 1.03%,  $\lambda_{99\%}$  的误差分别为 39.24%, 7.97% 和 4.82%。各种方法计算的计算误差都有所增加。相比较而言, 随机响应面法计算的各种指标的整体误差较小, 概率直接法计算的均值误差相对较大, 两点法计算的稳定裕度的标准差误差相对较大。而计算  $\lambda_{99\%}$ , 概率直接法的计算误差最大, 达到了 39.24%, 其原因是概率直接法计算的均值误差较大, 加上各阶累积量的误差影响, 从而影响概率电压稳定裕度的分布。图 1 是风电场风速不相关,  $\sigma=0.05\mu$  和  $\sigma=0.15\mu$  时, 各种方法计算的电压稳定裕度累积分布函数曲线。从图 1 也可以看出, 计算  $\lambda_{99\%}$ , 概率直接法的误差较大, 两点法和随机响应面法的结果更接近于 Monte Carlo 方法的结果。

### 3.2.2 风速相关性的影响

为了分析风速相关性对各种计算方法的影响, 采用各种方法分别计算负荷标准差为  $\sigma=0.05\mu$ , 风电

场风速不相关、相关系数为 0.2 和相关系数为 0.6 时的电压稳定裕度均值、标准差和 $\lambda_{99\%}$ , 结果如表 3 所示, 它们的相对误差如表 4 所示。

表 3 不同风速相关系数时电压稳定裕度概率指标

Table 3 Probability indices of voltage stability margin with different correlation coefficients of wind speed

	风速相 关系数	直接概 率法	两点估 计法	随机响 应面法	蒙特卡 洛法
均值	0.0	0.595 0	0.599 6	0.599 7	0.597 6
	0.2	0.607 7	0.612 7	0.611 5	0.610 4
	0.6	0.624 5	0.629 9	0.627 9	0.627 1
标准差	0.0	0.080 1	0.079 5	0.078 3	0.079 8
	0.2	0.083 4	0.082 7	0.082 6	0.083 1
	0.6	0.088 1	0.087 2	0.087 8	0.087 9
$\lambda_{99\%}$	0.0	0.416 6	0.418 5	0.431 0	0.425 7
	0.2	0.422 1	0.421 1	0.433 2	0.432 1
	0.6	0.431 7	0.411 4	0.437 4	0.437 8

表 4 不同风速相关系数时电压稳定裕度概率指标误差

Table 4 Errors of probability indices of voltage stability margin with different correlation coefficients of wind speed

	风速相 关系数	直接概 率法	两点估 计法	随机响 应面法
均值	0.0	0.44%	0.33%	0.35%
	0.2	0.44%	0.38%	0.18%
	0.6	0.41%	0.45%	0.13%
标准差	0.0	0.38%	0.38%	1.88%
	0.2	0.36%	0.48%	0.60%
	0.6	0.23%	0.80%	0.11%
$\lambda_{99\%}$	0.0	2.14%	1.69%	1.25%
	0.2	2.31%	2.55%	0.25%
	0.6	1.39%	6.03%	0.09%

由表 3 可以看出, 随着风速相关系数的增加, 各计算方法计算的均值和标准差有所增加。由表 4 可以看出, 计算电压稳定裕度均值时, 各种计算方法误差都不大。计算电压稳定裕度标准差时, 风速不相关时, 随机响应面方法的误差最大, 为 1.88%; 随着风速相关系数增加, 概率直接法和随机响应面法的计算误差稍微减小, 而两点法计算误差明显增加。计算 $\lambda_{99\%}$ 时, 风速不相关时, 概率直接法计算误差最大为 2.14%, 随机响应面法计算误差最小为 1.25%。随着风速相关系数的增加, 概率直接法和随机响应面法的计算误差减小, 而两点估计法计算误差有所增加。整体来看, 随机响应面法计算电压稳定裕度的均值, 标准差和 $\lambda_{99\%}$ 的误差相对较小。图 2 是负荷标准差为 $\sigma=0.05\mu$ , 风电场风速相关系数为 0.6 时, 各种方法得到的电压稳定裕度的累积概率分布。从图 2 上也可以看到两点估计法得到的曲线与蒙特卡洛结果差别更大一些。

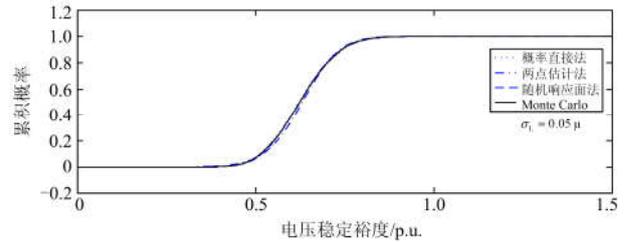


图 2 风速相关系数为 0.6 时电压稳定裕度累积概率函数曲线

Fig. 2 Cumulative probability function curves of voltage stability margin with wind speed correlation coefficient being 0.6

### 3.2.3 随机变量分布的影响

前面分析中, 假定负荷服从正态分布, 风速服从威布分布(参考文献也做了同样的假设), 各方法的计算精度都在工程可接受范围内。如果负荷服从何种分布不明确, 采用上述各计算方法计算精度是否还能满足要求。为此, 本文采用负荷典型日运行曲线来模拟负荷的多运行方式, 根据典型日负荷运行曲线生成 720 个样本<sup>[18]</sup>, 计算负荷的统计特征, 再采用各种方法计算系统的电压稳定裕度, 比较各方法的计算精度。假定节点 3、4 和 7 上的负荷符合第 2、3 和 4 号负荷运行曲线, 其他负荷为确定负荷, 各节点负荷以各自初始基准值同时等比例增长, 保持功率因数不变。风电场情况同 3.2.1, 假定两风电场的风速相关系数为 0.2。采用随机响应面方法时, 不确定负荷服从何种分布, 近似按正态分布处理。采用各种计算方法计算结果如表 5 所示。

表 5 根据负荷运行曲线计算的电压稳定裕度概率指标及其相对误差

Table 5 Probability indices and their relative errors of voltage stability margin with random loads obeying operation curves

	均值	标准差	$\lambda_{99\%}$	相对误差		
				均值	标准差	$\lambda_{99\%}$
直接概率法	0.603 0	0.162 7	0.192 5	2.38%	1.24%	31.74%
两点估计法	0.619 2	0.158 4	0.254 5	0.24%	1.43%	9.75%
随机响应面法	0.620 1	0.161 8	0.291 6	0.39%	0.68%	3.40%
多次计算方法	0.617 7	0.160 7	0.282 0	—	—	—

从表 5 中可以看出, 计算电压稳定裕度均值, 概率直接法计算误差最大, 而两点估计法计算误差最小。计算电压稳定裕度标准差, 随机响应面法计算误差最小, 而两点法的计算误差最大。为了考查分布是否影响各种方法的计算误差, 假定节点 3、4 和 7 上的负荷为正态分布, 并且与采用负荷曲线时具有相同的均值和协方差, 采用各种方法计算的电压稳定裕度的指标如表 6。比较表 5 和表 6 可以看出, 负荷服从正态分布时, 各种方法计算的电压稳

定裕度标准差和 $\lambda_{99\%}$ 误差有所减小, 概率直接法计算的电压稳定裕度均值误差也有所减小, 而其他两种方法计算均值的误差稍微增大。图 3 和图 4 还给出了两种情况下, 电压稳定裕度的累积概率函数曲线。从图中也可以看出, 负荷服从正态分布时, 各方法与蒙特卡洛方法的结果差别较小。

表 6 负荷正态分布时电压稳定裕度概率指标及其相对误差

Table 6 Probability indices and their relative errors of the voltage stability margin with random loads being normal distributed

	均值	标准差	$\lambda_{99\%}$	相对误差		
				均值	标准差	$\lambda_{99\%}$
直接概率法	0.603 9	0.161 1	0.231 5	1.92%	0.25%	18.77%
两点估计法	0.618 2	0.163 4	0.293 8	0.41%	1.18%	3.09%
随机响应面法	0.620 1	0.161 8	0.291 6	0.71%	0.19%	2.32%
Monte Carlo	0.615 7	0.161 5	0.285 0	—	—	—

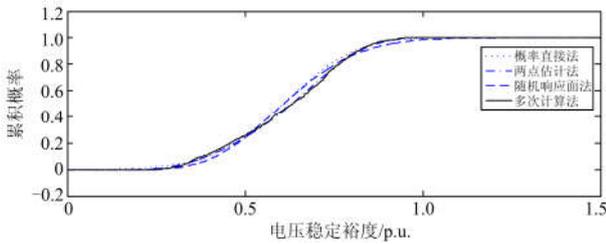


图 3 负荷服从运行曲线时电压稳定裕度的累积概率曲线

Fig. 3 Cumulative probability function curves with random loads obeying operation curves

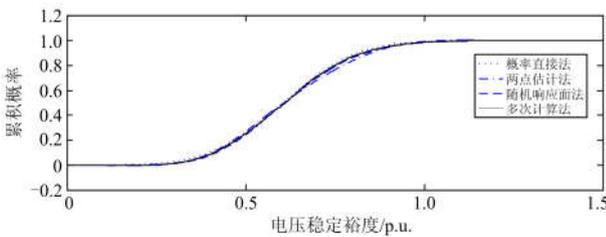


图 4 负荷服从正态分布时电压稳定裕度的累积概率曲线

Fig. 4 Cumulative probability function curves with random loads being normal distribution

### 3.2.4 计算时间

为了比较各算法的计算效率, 以风速不相关、负荷标准差为  $0.15\mu$  时为例, 将各方法计算样本数和完成计算所用时间记录如表 7。所有算法在 Matlab2015a 平台上实现, 所用计算机为 Dell-PC, CPU 主频为 3.1 GHz, 内存为 8 GB。概率直接法只需计算一次临界点的概率潮流, 所需时间最少, 为 1.336 8 s。文中考虑了 20 个随机变量, 两点法需 40 次确定的电压稳定裕度计算, 所需时间有所增高, 为 4.115 3 s。随机响应面法采用二阶 Hermite 多项

式, 需要  $(20+2)!/(20!\times 2!)=231$  次确定的电压稳定裕度计算来确定 Hermite 多项式的系数, 再求电压稳定裕度的概率特征, 所需时间较多, 为 21.597 0 s。虽然与蒙特卡洛方法相比, 各种方法都提高了计算效率, 相比较而言概率直接法的计算效率最高, 两点法次之, 随机响应面法效率最低。

表 7 计算样本数和计算时间

Table 7 Number of samples and computation time

计算方法	概率直接法	两点法	随机响应面法	Monte Carlo
计算样本数	1	40	231	10 000
计算时间/s	1.336 8	4.115 3	21.597 0	589.372 9

## 4 结论

本文对概率直接法、两点估计法和随机响应面法三种概率电压稳定分析方法进行比较研究。根据各方法的特点, 分析可能影响各方法计算误差的因素: 负荷随机变量的标准差、随机变量的相关系数和随机变量的分布形式, 并通过算例比较了这些因素对各分析方法计算精度的影响。在 39 节点系统计算结果表明, 随着负荷随机变量标准差的增加, 三种算法计算电压稳定裕度均值和标准差的相对误差均有所增加, 整体看来, 随机响应面方法的计算误差最小。随着风电场风速相关性的增加, 对三种计算方法计算电压稳定裕度均值相对误差影响不大, 而对计算标准差误差有所影响, 使概率直接法和随机响应面法相对误差稍有减小, 两点法的计算误差稍有增加。在负荷均值和协方差相同时, 考虑负荷运行曲线模拟负荷的随机分布和负荷服从正态分布两种情况, 算例结果表明, 负荷服从正态分布时, 由各种方法计算的结果得到的概率电压稳定累积概率曲线更接近蒙特卡洛多次计算的结果。从计算时间看, 概率直接法所需时间最少, 但计算误差较大, 而随机响应面法所需时间最多, 计算误差最小。

## 参考文献

[1] 尹青, 杨洪耕, 马晓阳. 考虑多重不确定参数的配电网概率无功优化[J]. 电力系统保护与控制, 2017, 45(7): 141-147.  
YIN Qing, YANG Honggeng, MA Xiaoyang. Probabilistic reactive power optimization for distribution network considering multiple uncertainties[J]. Power System Protection and Control, 2017, 45(7): 141-147.

[2] 陈继明, 祁丽志, 孙名好, 等. 多场景下含风电机组的配电网无功优化的研究[J]. 电力系统保护与控制, 2016, 44(9): 129-134.  
CHEN Jiming, QI Lizhi, SUN Mingyu, et al. Reactive power optimization for distribution network with multi-scenario wind power generator[J]. Power System

- Protection and Control, 2016, 44(9): 129-134.
- [3] 邱宜彬, 欧阳誉波, 李奇, 等. 考虑多风电场相关性的场景概率潮流计算及无功优化[J]. 电力系统保护与控制, 2017, 45(2): 61-68.
- QIU Yibin, OUYANG Yubo, LI Qi, et al. Scenario probabilistic load flow calculation and reactive power optimization considering wind farms correlation[J]. Power System Protection and Control, 2017, 45(2): 61-68.
- [4] 郑颖, 孙近文, 张冲, 等. 考虑电动汽车接入的配电系统静态电压稳定裕度研究[J]. 电工技术学报, 2014, 29(8): 20-26.
- ZHENG Ying, SUN Jinwen, ZHANG Chong, et al. Study of voltage stability margin for the distribution network with electric vehicle integration[J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2014, 29(8): 20-26.
- [5] ZHANG J F, TSE C T, WANG W, et al. Voltage stability analysis based on probabilistic power flow and maximum entropy[J]. IET Generation, Transmission & Distribution, 2010, 4(4): 530-537.
- [6] 王敏, 丁明. 考虑分布式电源的静态电压稳定概率评估[J]. 中国电机工程学报, 2010, 30(25): 17-22.
- WANG Min, DING Ming. Probabilistic evaluation of static voltage stability taking account of distributed generation[J]. Proceedings of the CSEE, 2010, 30(25): 17-22.
- [7] 胡丽娟, 刘科研, 盛万兴, 等. 含随机出力分布式电源的配电网静态电压稳定快速概率评估方法[J]. 电网技术, 2014, 38(10): 2766-2771.
- HU Lijuan, LIU Keyan, SHENG Wanxing, et al. Fast probabilistic evaluation of static voltage stability in active distribution network considering random output from distributed generations[J]. Power System Technology, 2014, 38(10): 2766-2771.
- [8] 谢应昭, 卢继平. 基于多项式正态变换和最大熵估计的含风电系统电压稳定概率分析[J]. 电力自动化设备, 2015, 35(10): 66-73.
- XIE Yingzhao, LU Jiping. Probabilistic voltage stability analysis based on polynomial normal transformation and maximum entropy estimation for power system containing wind power[J]. Electric Power Automation Equipment, 2015, 35(10): 66-73.
- [9] 鲍海波, 韦化. 考虑风电的电压稳定概率评估的随机响应面法[J]. 中国电机工程学报, 2012, 32(13): 77-85.
- BAO Haibo, WEI Hua. A stochastic response surface method for probabilistic evaluation of the voltage stability considering wind power[J]. Proceedings of the CSEE, 2012, 32(13): 77-85.
- [10] HAESEN E, BASTIAENSEN C, DRIESEN J, et al. A probabilistic formulation of load margins in power systems with stochastic generation[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2009, 24(2): 951-958.
- [11] 戴剑锋, 王海超, 周双喜, 等. 基于负荷裕度随机特性的电压失稳概率问题研究[J]. 中国电机工程学报, 2006, 26(13): 26-30.
- DAI Jianfeng, WANG Haichao, ZHOU Shuangxi, et al. A study on probability of voltage instability based on stochastic characteristic of load margin index[J]. Proceedings of the CSEE, 2006, 26(13): 26-30.
- [12] 周玮, 彭昱, 孙辉, 等. 一种用于含风电场电力系统电压稳定概率分析的混合方法[J]. 电力系统保护与控制, 2008, 36(2): 26-30, 53.
- ZHOU Wei, PENG Yu, SUN Hui, et al. A mixed method for voltage stability probabilistic analysis of power systems containing wind energy[J]. Power System Protection and Control, 2008, 36(2): 26-30, 53.
- [13] 艾小猛, 文劲宇, 吴桐, 等. 基于点估计和 Gram-Charlier 展开的含风电电力系统概率潮流实用算法[J]. 中国电机工程学报, 2013, 33(16): 16-22.
- AI Xiaomeng, WEN Jinyu, WU Tong, et al. A practical algorithm based on point estimate method and Gram-Charlier expansion for probabilistic load flow calculation of power systems incorporating wind power[J]. Proceedings of the CSEE, 2013, 33(16): 16-22.
- [14] 李俊, 邓大上, 房鑫炎, 等. 考虑电压稳定裕度约束的点估计随机最优无功调度方法[J]. 电工技术学报, 2015, 30(7): 27-33.
- LI Jun, DENG Dashang, FANG Xinyan, et al. Stochastic optimal reactive power dispatch method based on point estimation considering voltage stability margins[J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2015, 30(7): 27-33.
- [15] 韩冬, 马进, 贺仁睦, 等. 基于随机响应面法的电力系统仿真不确定性分析[J]. 电力系统自动化, 2011, 35(24): 12-16.
- HAN Dong, MA Jin, HE Renmu, et al. Uncertainty analysis based on stochastic response surface method in power system simulation[J]. Automation of Electric Power Systems, 2011, 35(24): 12-16.
- [16] 王薇薇. 基于随机响应面法的负荷不确定性分析[D]. 北京: 华北电力大学, 2011.
- WANG Weiwei. Quantitative uncertainty analysis for load model base on stochastic response surface method[D]. Beijing: North China Electric Power University, 2011.
- [17] PAI M A. Energy function analysis for power system stability[M]. Springer, 1989.
- [18] WANG K W. Robust PSS design based on probabilistic approach[D]. Hong Kong: The Hong Kong Polytechnic University, 2000.

收稿日期: 2017-08-01; 修回日期: 2017-12-13

作者简介:

张建芬(1978—), 女, 博士, 讲师, 从事电力系统稳定研究; E-mail: zhjf7806@163.com

王克文(1964—), 男, 博士, 教授, 主要从事电力系统稳定分析与控制的研究与教学工作。E-mail: kwang@zzu.edu.cn

(编辑 葛艳娜)