

DOI: 10.7667/PSPC170859

准PR调节下三相并网逆变器的分岔现象分析

陶彩霞^{1,2}, 陈庆花¹, 田莉¹, 任亚博¹, 祁小艳¹

(1. 兰州交通大学自动化与电气工程学院, 甘肃 兰州 730070;

2. 兰州交通大学光电技术与智能控制教育部重点实验室, 甘肃 兰州 730070)

摘要: 分析了准比例谐振(PR)调节下三相LCL型并网逆变器的分岔现象。在两相静止坐标系下建立了其在正弦脉宽调制时的离散数学模型, 对其在快时间尺度上的非线性行为进行了分析。通过分岔图法、Jacobian矩阵法等对其在不同参数下的稳定边界进行了预测, 得出三相逆变电路的稳定运行域, 并通过Matlab/Simulink仿真验证了理论分析的正确性。所得出的相关结论为准PR调节下的三相并网逆变电路的分析、设计和调试提供了参考。

关键词: 分岔; 准比例谐振; 三相并网逆变器; 离散数学模型; 分岔图; Jacobian矩阵

Bifurcation analysis of three-phase grid-connected inverters based on quasi PR controller

TAO Caixia^{1,2}, CHEN Qinghua¹, TIAN Li¹, REN Yaobo¹, QI Xiaoyan¹

(1. School of Automation & Electrical Engineering, Lanzhou Jiao Tong University, Lanzhou 730070, China; 2. Key Laboratory of Opto-Technology and Intelligent Control Ministry of Education, Lanzhou Jiao Tong University, Lanzhou 730070, China)

Abstract: The bifurcation of three-phase grid-connected inverters based on quasi Proportional-Resonant (PR) with LCL filter is analyzed. The discrete mathematical model of the three-phase inverters with sinusoidal pulse width modulation is established in two-phase stationary coordinate, and the nonlinear behavior on the fast time scale is analyzed. The stable boundary of the model under different parameters is predicted by the bifurcation diagram and Jacobian matrix, and the stable region of the three-phase inverter is obtained. The correctness of the theoretical results is verified by Matlab/Simulink. The conclusions of this paper provide reference for the analysis, design and debug of three-phase inverter based on the quasi PR regulator.

This work is supported by Natural Science Foundation of Gansu Province (No. 1610RJZA051).

Key words: bifurcation; quasi PR; three-phase grid-connected inverters; discrete mathematical model; bifurcation diagram; Jacobian matrix

0 引言

随着不可再生能源的日渐枯竭, 以及光伏、风力等新能源发电技术的快速发展, 三相并网逆变器得到了越来越广泛的应用^[1-6]。由于逆变器中存在开关器件, 属于强非线性电路, 在一定条件下会表现出非线性行为, 导致并网系统不稳定, 影响系统的正常运行。因此对三相并网逆变器的稳定性分析必不可少。

目前, 绝大多数针对逆变器的非线性现象研究是围绕单相逆变器展开的^[7-11]。文献[7-8]首先研究了单相H桥变换器的混沌和分岔现象, 并对非线性

行为抑制做了分析; 文献[9]首次分析了比例调节下单相SPWM逆变器分岔与混沌现象; 文献[10]对单相全桥逆变器的快变和慢变稳定性及混沌行为进行了分析; 文献[11]对PI调节下单相光伏逆变器的非线性现象进行了分析。三相逆变器在以往的分岔研究中仍较少涉及, 鲜见有文献将分岔与混沌理论应用于该装置^[12-13]。文献[12]对比比例调节下的三相全桥逆变器的非线性现象进行了分析, 文献[13]对比比例积分调节下的三相全桥逆变器的非线性现象进行了分析, 而文献[12-13]只对三相无源逆变器做了分析。

上述文献的分析集中在比例或比例积分控制的逆变器。相对于比例积分调节器, 准PR调节器在基波频率处增益很大, 可以迅速实现对交流指令的

无静差调节, 尤其在三相对称系统中, 基于 $\alpha\beta$ 坐标系的准 PR 调节器仅需 ABC- $\alpha\beta$ 坐标变换, 并且无需对电流分量进行解耦, 减小了计算量^[14]。

LCL 型滤波器能够很好地抑制系统的高次谐波, 在新能源并网中具有良好的应用前景。因此, 本文基于上述已有理论, 以准 PR 调节下的三相 LCL 型并网逆变器为研究对象, 对 SPWM 调制的逆变器建立了主电路离散映射方程, 并提出了一种准 PR 调节器的离散方程。选取比例系数作为分岔参数, 得到系统随着参数变化的动态分岔图, 通过雅克比矩阵特征值轨迹确定了系统分岔类型, 并通过 Matlab/Simulink 仿真验证了其正确性。最后选取外环准 PR 控制器的比例系数和积分系数作为双分岔参数, 选取比例系数、积分系数和内环控制器积分系数作为三分岔参数, 以系统雅克比矩阵特征值为依据得出系统在多个参数变化下的稳定范围, 为准 PR 调节下的三相 LCL 型并网逆变器的设计和调试提供了理论依据。

1 电路工作原理及离散模型的建立

1.1 电路工作原理

并网逆变电路工作原理如图 1 所示。其中直流侧电压为 E , 逆变桥为三相全桥, 有 6 个开关管, 开关管为理想开关管, 逆变器经 LCL 型滤波器后并入电网, 三相滤波器对称, 滤波器电感分别为 L_1 、 L_2 , 寄生电阻分别为 R_1 、 R_2 , 电容为 C , 电容两端电压分别为 u_{ca} 、 u_{cb} 、 u_{cc} 。设电网的三相电压为对称的, 且 $u_{ga}=U_m\sin(\omega t)$, $u_{gb}=U_m\sin(\omega t-2\pi/3)$, $u_{gc}=U_m\sin(\omega t+2\pi/3)$, 逆变器侧输出电流为 i_{a1} 、 i_{b1} 、 i_{c1} , 并网电流为 i_{a2} 、 i_{b2} 、 i_{c2} 。

系统控制部分采用并网电流和电容电流双环控

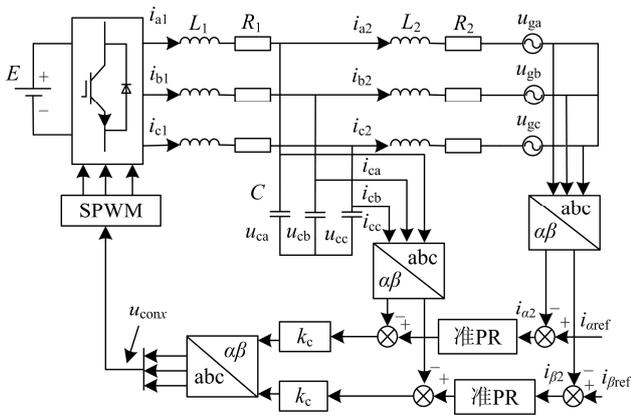


图 1 基于准 PR 调节器的三相 LCL 并网逆变器原理图

Fig. 1 Schematic diagram of three-phase grid-connected inverters with LCL filter based on quasi PR regulator

制策略。并网电流经过 Clarke 变换与给定电流 i_{aref} 、 i_{bref} 比较, 比较结果经准 PR 调节器调节后与电容电流比较, 其结果经过比例控制 k_c 再通过反 Clarke 变换得到调制信号 $u_{conx}(x=a, b, c)$, 与峰值为 1 的三角载波比较后形成 SPWM 波来驱动各个开关管工作。

根据电力电子开关管工作状态, 设每相上下桥臂导通函数为 S_x (本文没特殊说明时 $x=a, b, c$), 当 $S_x=1$ 时, 上桥臂导通, 当 $S_x=0$ 时, 下桥臂导通。本文选取 SPWM 规则采样法, 三相调制信号 u_{cona} 、 u_{conb} 、 u_{conc} 依次相差 120° 相角。本文采用规则采样法得到 SPWM 调制波, 载波频率 f_s 远大于输出电流频率 f , 因此采样周期为一个开关周期, 可认为调制信号和输出电流在一个开关周期内为恒值, SPWM 调制过程如图 2 所示。

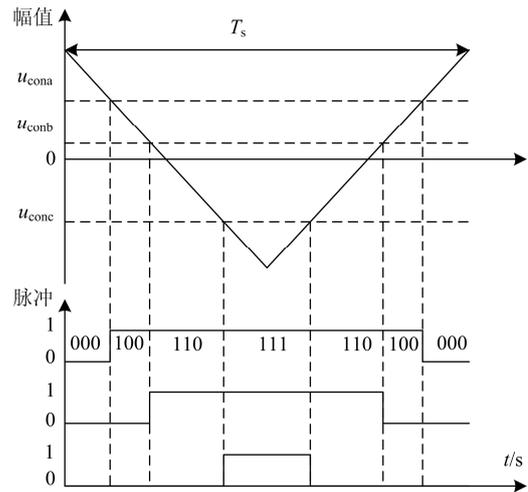


图 2 SPWM 调制过程

Fig. 2 Modulation process of SPWM

由图 2 可知系统的一个开关周期为 T_s , 在第 n 个开关周期内, 系统的调制占空比为

$$d_{xn} = 0.5(1 + u_{conx}) \quad (1)$$

1.2 主电路离散数学模型建立

根据图 1 和电力电子开关管工作状态, 以 i_{x1} 、 i_{x2} 、 u_{cx} 为状态变量, 则系统的状态方程可写为

$$\begin{cases} \frac{di_{x1}}{dt} = \frac{u_{cx}}{L_1} - \frac{i_{x1}R_1}{L_1} - \frac{S_x - \frac{S_a + S_b + S_c}{3}}{L_1} E \\ \frac{di_{x2}}{dt} = \frac{u_{xa}}{L_2} - \frac{i_{x2}R_2}{L_2} - \frac{u_{gx}}{L_2} \\ \frac{du_{cx}}{dt} = \frac{i_{x1}}{C} - \frac{i_{x2}}{C} \end{cases} \quad (2)$$

对式(2)两边做 Clarke 变换, 可得两相静止坐标系下的空间状态方程如式(3)。

$$\frac{dX}{dt} = \mathbf{A}X + \mathbf{B}_{(S_a, S_b, S_c)}E = \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_{a1} \\ i_{\beta 1} \\ i_{a2} \\ i_{\beta 2} \\ u_{ca} \\ u_{c\beta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{-R_1}{L_1} & 0 & 0 & 0 & \frac{-1}{L_1} & 0 \\ 0 & \frac{-R_1}{L_1} & 0 & 0 & 0 & \frac{-1}{L_1} \\ 0 & 0 & \frac{-R_2}{L_2} & 0 & \frac{1}{L_2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{-R_2}{L_2} & 0 & \frac{1}{L_2} \\ \frac{1}{C} & 0 & \frac{-1}{C} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{C} & 0 & \frac{-1}{C} & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{a1} \\ i_{\beta 1} \\ i_{a2} \\ i_{\beta 2} \\ u_{ca} \\ u_{c\beta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{\frac{2}{3}}(S_a - \frac{S_b}{2} - \frac{S_c}{2})}{L_1} \\ \frac{\sqrt{\frac{2}{3}}(\frac{\sqrt{3}S_b}{2} - \frac{\sqrt{3}S_c}{2})}{L_1} \\ \frac{u_{ga}}{L_2 E} \\ \frac{u_{g\beta}}{L_2 E} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} E \quad (3)$$

由图 2 可知, 本文所采用的 SPWM 调制方式符合七段式调制原则, 以图 2 为例, 系统在一个开关周期内经历的模态为 000→100→110→111→110→100→000。设第 n 个开关周期开始时刻的值为 $X(n)$, 根据频闪映射理论则有第 $(n+1)$ 个开关周期开始时刻的值为

$$\begin{aligned} X(n+1) = & e^{A T_s} X(n) + (e^{A T_s} - I) A^{-1} B_{(0,0,0)} E + \\ & (e^{A T_s} - e^{A a T_s}) A^{-1} (B_{(1,0,0)} - B_{(0,0,0)}) E + \\ & (e^{A e T_s} - e^{A b T_s}) A^{-1} (B_{(1,1,0)} - B_{(1,0,0)}) E + \\ & (e^{A d T_s} - e^{A c T_s}) A^{-1} (B_{(0,0,0)} - B_{(1,1,0)}) E \end{aligned} \quad (4)$$

$$\text{式中: } \begin{cases} a = (1 - d_{an}) / 2, b = (1 - d_{bn}) / 2 \\ c = (1 - d_{cn}) / 2, d = (1 + d_{cn}) / 2; \mathbf{I} \text{ 为六阶单} \\ e = (1 + d_{bn}) / 2, f = (1 + d_{an}) / 2 \end{cases}$$

位矩阵, 系统在其他模态下所求得的方程是一致的。

1.3 控制部分的离散方程

设准 PR 调节器的传递函数为 $G(s)$, α 轴和 β 轴的调节器参数一致, 结合图 1 有 α 轴准 PR 调节器的传递函数

$$\begin{cases} G_\alpha(s) = k_p + \frac{2k_i \omega_c s}{s^2 + 2\omega_c s + \omega_0^2} \\ i_{\text{con}\alpha}(s) = G_\alpha(s)(i_{\text{aref}}(s) - i_{a2}(s)) \end{cases} \quad (5)$$

式中: k_p 为比例系数; k_i 为积分系数; ω_c 为截止频率; ω_0 为谐振频率; $i_{\text{con}\alpha}$ 为准 PR 调节器的输出。

引入状态变量 $y_{a1}, y_{a2}, y_{\beta 1}, y_{\beta 2}$, $\mathbf{Y}_\alpha = [y_{a1}, y_{a2}]^T$, $\mathbf{Y}_\beta = [y_{\beta 1}, y_{\beta 2}]^T$, $\mathbf{Y} = [\mathbf{Y}_\alpha, \mathbf{Y}_\beta]$ 将传递函数用状态方程表示为

$$\begin{cases} \frac{d\mathbf{Y}_\alpha}{dt} = \mathbf{A}_\alpha \mathbf{Y}_\alpha + \mathbf{B}_\alpha (i_{\text{aref}} - i_{a2}) \\ i_{\text{con}\alpha} = \mathbf{C}_\alpha \mathbf{Y}_\alpha + k_p (i_{\text{aref}} - i_{a2}) \end{cases} \quad (6)$$

$$\text{式中: } \mathbf{A}_\alpha = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\omega_0^2 & -2\omega_c \end{bmatrix}; \mathbf{B}_\alpha = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}; \mathbf{C}_\alpha = \begin{bmatrix} 0 \\ 2k_i \omega_c \end{bmatrix}.$$

对式(6)进行离散, 可得

$$\begin{cases} \mathbf{Y}_\alpha(n+1) = e^{A_\alpha T_s} \mathbf{Y}_\alpha(n) + (e^{A_\alpha T_s} - I_1) A_\alpha^{-1} \mathbf{B}_\alpha i_{ae}(n) \\ i_{\text{con}\alpha}(n) = \mathbf{C}_\alpha \mathbf{Y}_\alpha(n) + k_p i_{ae}(n) \end{cases} \quad (7)$$

式中, I_1 为二阶单位矩阵 $i_{ae}(n)$ 为第 n 个开关周期给定电流与电网电流之差。

同理可得

$$\begin{cases} \mathbf{Y}_\beta(n+1) = e^{A_\beta T_s} \mathbf{Y}_\beta(n) + (e^{A_\beta T_s} - I_1) A_\beta^{-1} \mathbf{B}_\beta i_{\beta e}(n) \\ i_{\text{con}\beta}(n) = \mathbf{C}_\beta \mathbf{Y}_\beta(n) + k_p i_{\beta e}(n) \end{cases} \quad (8)$$

由图 1 可知, 外环输出经过内环控制器 k_c , 因此 α 轴和 β 轴控制部分的输出为

$$\begin{cases} u_{\text{con}\alpha}(n) = k_c \{i_{\text{con}\alpha}(n) - [i_{a1}(n) - i_{a2}(n)]\} \\ u_{\text{con}\beta}(n) = k_c \{i_{\text{con}\beta}(n) - [i_{\beta 1}(n) - i_{\beta 2}(n)]\} \end{cases} \quad (9)$$

经反 Clarke 变换可以得出三相系统在第 n 个开关周期的占空比为

$$\begin{cases} d_{an} = \frac{1}{2} (1 + \sqrt{\frac{2}{3}} u_{\text{con}\alpha}) \\ d_{bn} = \frac{1}{2} (1 + \sqrt{\frac{2}{3}} (-\frac{1}{2} u_{\text{con}\alpha} + \frac{\sqrt{3}}{2} u_{\text{con}\beta})) \\ d_{cn} = \frac{3}{2} - d_{an} - d_{bn} \end{cases} \quad (10)$$

综上所述, 式(4)和式(7)一式(9)构成了基于准 PR 调节器的三相 LCL 型并网逆变器的离散数学模型。

2 系统稳定性分析

本文采用分岔图和 Jacobin 矩阵特征值轨迹分析了比例系数 k_p 对系统性能的影响, 然后在 Matlab/Simulink 平台下搭建了符合实际电路运行情况的仿

真电路, 得到了不同比例系数下的时域波形图, 验证了理论分析的正确性。本文选取逆变器参数为: $E=700$ V, $L_1=4$ mH, $R_1=0.15$ Ω , $L_2=1$ mH, $R_2=0.1$ Ω , $C=10$ μ F, $\omega_0=314$, 设电网频率波动为 ± 0.8 Hz, 则 $\omega_c=1.6\pi=5$, $k_r=100$, $k_c=0.1$, α 轴和 β 轴的给定电流为 $i_{\alpha\text{ref}}=30\sqrt{3/2}\sin(100\pi t)$ A, $i_{\beta\text{ref}}=30\sqrt{3/2}\sin(100\pi t-\pi/2)$, α 轴和 β 轴的电网电压分别为 $u_{g\alpha}=311\sqrt{3/2}\sin(100\pi t)$ V, $u_{g\beta}=311\sqrt{3/2}\sin(100\pi t-\pi/2)$ V, 开关频率 $f_s=20$ kHz, 开关周期 $T_s=50$ μ s, 电网电压和电流频率为 $f=50$ Hz。

2.1 分岔图分析

以上述参数为基础, 以比例系数 k_p 为变量, 其他参数不变, 通过离散模型的迭代运算, 对稳定后 α 轴电流每个周期的峰值进行采样, 得到以比例系数为变量的系统动态分岔图如图 3 所示。

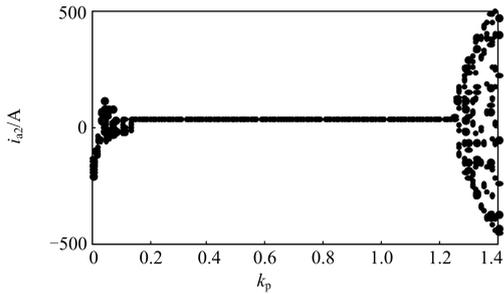


图 3 输出电流随 k_p 变化的分岔图

Fig. 3 Bifurcation diagram of output current with k_p changed

由图可知: 当 $0 < k_p \leq 0.11$ 时, 系统采样点出现多个不同的值, 系统处在混沌状态, 并在 k_p 约等于 0.11 时发生分岔; 当 $0.12 \leq k_p < 1.24$ 时, 系统的电流采样值重合成一点, 表明系统处于稳定状态; 当 $k_p=1.24$ 时, 采样电流进入分岔状态, 随后采样点随着 k_p 增大开始杂乱无章, 系统进入混沌状态。

2.2 Jacobian 矩阵特征值轨迹

为了获得 Jacobian 矩阵的特征值轨迹, 必须先求取系统的平衡点。将式(2)中的开关函数 S_x 换成系统占空比 d_{xn} , 即可得到系统平均状态方程如式(11)。

$$\begin{cases} \frac{di_{x1}}{dt} = \frac{u_{cx}}{L_1} - \frac{i_{x1}R_1}{L_1} - \frac{d_{xn} - \frac{d_{an} + d_{bn} + d_{cn}}{3}}{L_1} E \\ \frac{di_{x2}}{dt} = \frac{u_{cx}}{L_2} - \frac{i_{x2}R_2}{L_2} - \frac{u_{gx}}{L_2} \\ \frac{du_{cx}}{dt} = \frac{i_{x1}}{C} - \frac{i_{x2}}{C} \end{cases} \quad (11)$$

对式(5)进行系数线性化^[15], 令式(3)和式(5)等式左边导数等于零即可得第 m 个开关周期的系统平衡点, 如式(12)所示。

$$\begin{cases} i_{\alpha 1}(m) = i_{\alpha 2}(m) = \frac{0.5k_c k_p i_{\alpha\text{ref}}(m) - u_{g\alpha}(m)}{R_1 + R_2 + 0.5k_c k_p E} \\ i_{\beta 1}(m) = i_{\beta 2}(m) = \frac{0.5k_c k_p i_{\beta\text{ref}}(m) - u_{g\beta}(m)}{R_1 + R_2 + 0.5k_c k_p E} \\ y_{\alpha 2} = y_{\beta 2} = 0 \\ y_{\alpha 1} = \frac{i_{\alpha\text{ref}}(m) - i_{\alpha}(m)}{\omega_0^2} \\ y_{\beta 1} = \frac{i_{\beta\text{ref}}(m) - i_{\beta}(m)}{\omega_0^2} \end{cases} \quad (12)$$

平衡点处系统占空比可表示为

$$\begin{cases} d_{am} = 0.5\{1 + \sqrt{\frac{2}{3}}k_c k_p [i_{\alpha\text{ref}}(m) - i_{\alpha 2}(m)]\} \\ d_{bm} = 0.5\{1 - \sqrt{\frac{1}{6}}k_c k_p [i_{\alpha\text{ref}}(m) - i_{\alpha 2}(m)] + \\ \frac{\sqrt{2}}{2}k_c k_p [i_{\beta\text{ref}}(m) - i_{\beta 2}(m)]\} \\ d_{cm} = \frac{3}{2} - d_{am} - d_{bm} \end{cases} \quad (13)$$

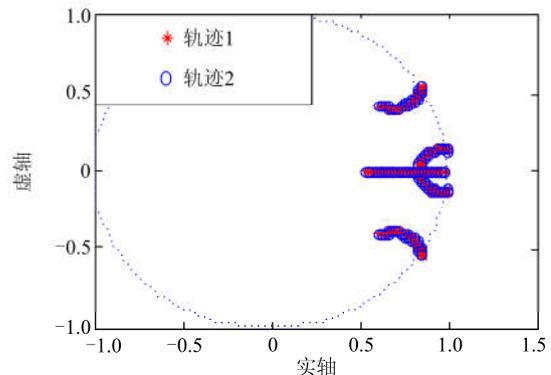
根据系统的离散迭代模型可知, 系统 Jacobian 矩阵如式(14)所示。

$$J = \begin{bmatrix} J_1 & J_3 \\ J_2 & J_4 \end{bmatrix} \quad (14)$$

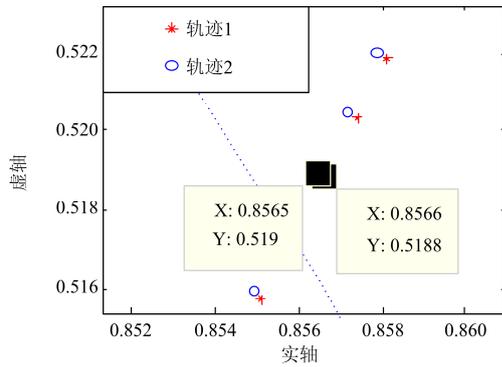
$$\begin{aligned} \text{式中: } J_1 &= \frac{\partial X(n+1)}{\partial X(n)} + \sum_{x=a,b,c} \frac{\partial X(n+1)}{\partial d_{xn}} \frac{\partial d_{xn}}{\partial X(n)}; \\ J_2 &= \frac{\partial Y(n+1)}{\partial X(n)}; \quad J_3 = \sum_{x=a,b,c} \frac{\partial X(n+1)}{\partial d_{xn}} \frac{\partial d_{xn}}{\partial Y(n)}; \\ J_4 &= \frac{\partial Y(n+1)}{\partial Y(n)}. \end{aligned}$$

计算过程详见附录 A。

将平衡点处的值代入式(14)中, 并在 Matlab 中进行处理, 即可得到随着系统参数 k_p 从 0 到 1.4 变化时系统 Jacobin 矩阵特征值轨迹, 如图 4 所示。



(a) 系统特征值轨迹



(b) 局部放大图

图 4 当 k_p 变化时系统的特征值轨迹

Fig. 4 System eigenvalue traces when k_p changed

由图 4 可以看出，图中的两个轨迹几乎完全重合，这是因为三相逆变器经过 Clarke 变换，可以独立成两个参数相同的单相逆变器，此时的轨迹分别为 α 轴和 β 轴逆变器的特征值轨迹，此处以 α 轴为例。 α 轴逆变器单独的特征值轨迹如图 5 所示，箭头方向为轨迹变化方向。

当 α 轴逆变器系统特征值随 k_p 的变化逐渐接近单位圆边界时，其 5 个特征值的变化情况分别如表 1 所示。

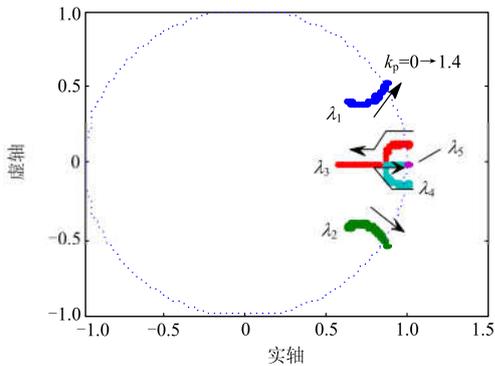


图 5 α 轴特征值随 k_p 变化的轨迹

Fig. 5 α axis eigenvalue traces when k_p changed

表 1 系统特征值随 k_p 变化的情况

Table 1 Variation of system eigenvalues along with k_p

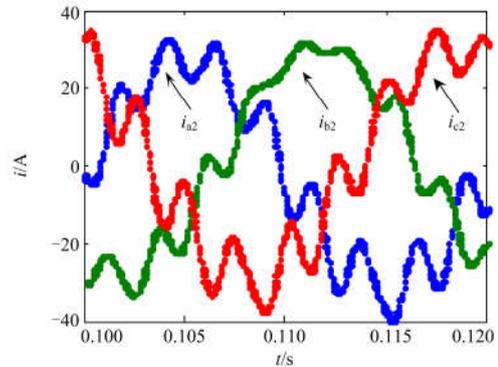
k_p	$\lambda_{1,2}$	$\lambda_{3,4}$	λ_5	$ \lambda _{\max}$	稳定性
0.11	$0.644 2 \pm j0.403 4$	$0.991 9 \pm j0.136 2$	0.999 4	1.002	不稳定
0.12	$0.646 \pm j0.402 9$	$0.990 1 \pm j0.136 4$	0.999 4	0.999 4	稳定
1.23	$0.855 \pm j0.515 8$	$\lambda_3=0.587 4$ $\lambda_4=0.961 8$	0.992 8	0.997	稳定
1.24	$0.855 8 \pm j0.517 4$	$\lambda_3=0.589 6$ $\lambda_4=0.962 3$	0.992 9	1.000 1	不稳定

由图 5 和表 1 可知， k_p 从 0 到 1.4 逐渐增大。当 $k_p=0.11$ 时，有一对特征值共轭复根穿越单位圆，其余特征值在单位圆内，此时系统发生 Hopf 分岔；当 $0.12 \leq k_p < 1.24$ 时，系统的矩阵特征值全部位于单位圆内，此时系统处于稳定状态；当 $k_p=1.24$ 时，另一对特征值共轭复根穿越单位圆，而其余特征值在单位圆内，此时系统亦发生 Hopf 分岔，与 2.1 中结果保持一致。

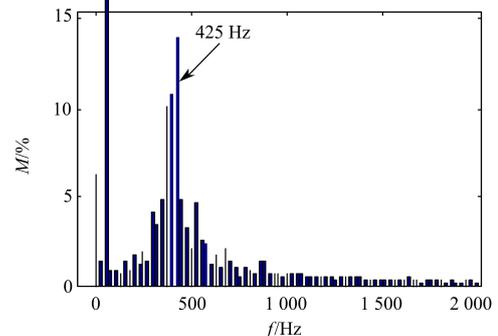
当 $k_p=0.11$ 时，计算可得对应振荡频率为 $f_1 = \arctan(Y/X)/(2\pi T_s) = 434$ Hz，当 $k_p=1.24$ 时可得振荡频率为 $f_2 = 1730$ Hz。

2.3 仿真分析

根据图 1 所示的三相逆变电路工作原理图，在 Simulink 中搭建仿真电路，仿真参数与上述参数保持一致，改变比例系数 k_p ，在不同参数下得到的并网电流采样波形图如图 6—图 8 所示，采样频率为 20 kHz。



(a) 并网电流波形

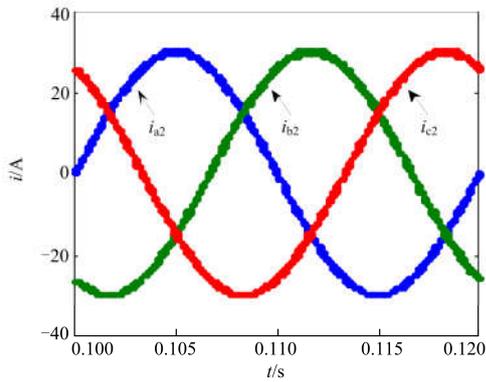


(b) FFT分析

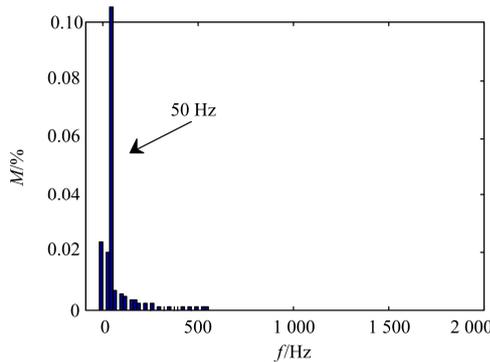
图 6 $k_p=0.11$ 时仿真结果

Fig. 6 Simulation result when $k_p=0.11$

由图 6—图 8 可以看出：当 $k_p=0.11$ 时，并网电流纹波较大，此时系统发生低频振荡，振荡频率在 425 Hz 附近；当 $k_p=0.7$ 时，并网电流谐波很小，电流波形十分平滑，系统稳定运行；当 $k_p=1.24$ 时，并网电流也有纹波，相较于 $k_p=0.11$ 时纹波较小，但此时系统依旧发生低频振荡，其振荡频率在 1725 Hz 附近。仿真结果与上述 2.1、2.2 节中的理论分析和计



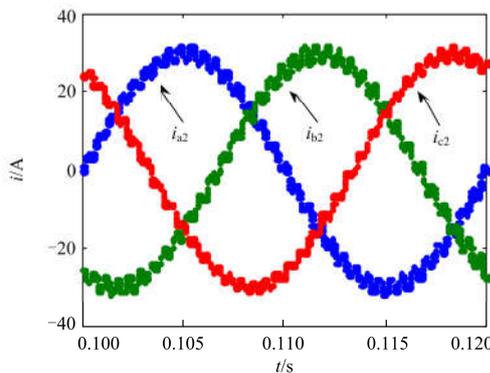
(a) 并网电流波形



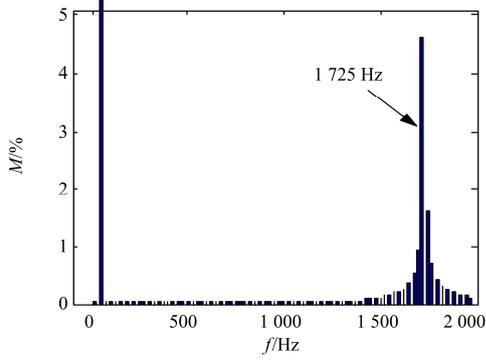
(b) FFT分析

图 7 $k_p=0.7$ 时仿真结果

Fig. 7 Simulation result when $k_p=0.7$



(a) 并网电流波形



(b) FFT分析

图 8 $k_p=1.24$ 时仿真结果

Fig. 8 Simulation result when $k_p=1.24$

算结果保持一致, 验证了本文推导出的基于准 PR 调节器的三相 LCL 并网逆变器的系统离散数学模型的正确性, 其结果证明了系统发生低频振荡与发生 Hopf 分岔具有相关性。

2.4 多分岔参数下系统的稳定性分析

根据 Jacobian 矩阵特征值的特性, 当系统 Jacobian 矩阵最大特征值模 $|\lambda|$ 大于 1 时, 系统开始不稳定。根据这一特性, 以比例系数 k_p 和积分系数 k_r 为双分岔参数, 系统其他参数不变, 通过 Matlab 编程绘制当 k_p 和 k_r 同时变化时系统的稳定分布图, 如图 9 所示。

对于双闭环电流控制并网逆变器, 内环控制器与外环控制器参数决定了系统的稳定性。因此, 以外环准 PR 控制器参数 k_p 和 k_r 以及内环控制器参数 k_c 为三分岔参数, 经过 Matlab 编程, 即可得到三分岔参数下的稳定分布域如图 10 所示。曲面 ε_1 与曲面 ε_2 所夹的中间部分为稳定域, 曲面 ε_1 上方以及曲面 ε_2 下方为不稳定域。

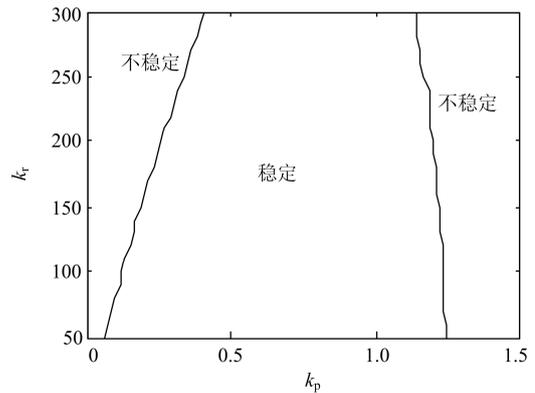


图 9 两分岔参数下系统稳定域分布

Fig. 9 Stability region distribution under two bifurcation parameters

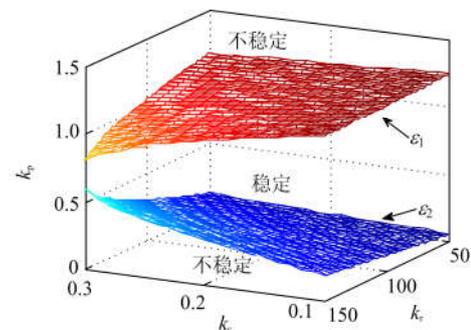


图 10 三分岔参数下系统稳定域分布

Fig. 10 Stability region distribution under three bifurcation parameters

由图 9 和图 10 可以看出两者具有一致性。从图 9 和图 10 可以得到随外部参数变化的逆变器系统的稳定区域与不稳定区域，其在一定参数下的稳定域分布情况有利于对整个实际系统进行设计与调试。

3 结论

本文基于分岔理论对准 PR 调节下的三相 LCL 型并网逆变器稳定性进行了分析。首先利用频闪映射方法推导出了三相并网逆变器的离散模型，根据准 PR 传递函数的特点，提出一种准 PR 调节下的逆变器的离散方法，对准 PR 调节器以及其他高阶控制器调节的逆变器稳定性和非线性研究打下基础。基于本文的离散模型所做的系统分岔图准确描述了准 PR 调节下的逆变器由稳定到不稳定的演化过程，研究了 k_p 变化时系统的整体运行情况，就系统分岔图得到了系统稳定运行的参数范围，通过雅克比矩阵特征值轨迹确定了系统分岔类型和振荡频率，并用 Simulink 电路仿真验证了本文推导出的离散模型的正确性。最后，对多个参数同时变化时的系统稳定性进行分析，得到双分岔参数和三分岔参数下并网逆变器系统的稳定区域与不稳定区域。鉴于此，本文为并网逆变器的稳定性分析、参数设计以及设备调试提供了实际的指导和借鉴作用。

附录 A

Jacobian 矩阵的详细计算过程如式(A1)一式(A12)所示。

$$\frac{\partial \mathbf{X}(n+1)}{\partial \mathbf{X}(n)} = e^{AT_s} \quad (\text{A1})$$

$$\frac{\partial \mathbf{X}(n+1)}{\partial d_{an}} = \frac{AT_s}{2} (e^{A \frac{1+d_{an}T_s}{2}} + e^{A \frac{1-d_{an}T_s}{2}}) \cdot \quad (\text{A2})$$

$$\frac{\partial \mathbf{X}(n+1)}{\partial d_{bn}} = \frac{AT_s}{2} (e^{A \frac{1+d_{bn}T_s}{2}} + e^{A \frac{1-d_{bn}T_s}{2}}) \cdot \quad (\text{A3})$$

$$\frac{\partial \mathbf{X}(n+1)}{\partial d_{cn}} = \frac{AT_s}{2} (e^{A \frac{1+d_{cn}T_s}{2}} + e^{A \frac{1-d_{cn}T_s}{2}}) \cdot \quad (\text{A4})$$

$$\frac{\partial d_{an}}{\partial \mathbf{X}(n)} = \begin{bmatrix} -\sqrt{\frac{2}{3}} \frac{k_c}{2} & 0 & -\sqrt{\frac{2}{3}} \frac{k_c(k_p-1)}{2} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{A5})$$

$$\frac{\partial d_{bn}}{\partial \mathbf{X}(n)} = \begin{bmatrix} \sqrt{\frac{2}{3}} \frac{k_c}{4} & \frac{-\sqrt{2}k_c}{4} & \sqrt{\frac{2}{3}} \frac{k_c(k_p-1)}{4} & \frac{\sqrt{2}k_c(1-k_p)}{4} & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{A6})$$

$$\frac{\partial d_{cn}}{\partial \mathbf{X}(n)} = \begin{bmatrix} \sqrt{\frac{2}{3}} \frac{k_c}{4} & \frac{\sqrt{2}k_c}{4} & \sqrt{\frac{2}{3}} \frac{k_c(k_p-1)}{4} & \frac{\sqrt{2}k_c(k_p-1)}{4} & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{A7})$$

$$\frac{\partial d_{an}}{\partial \mathbf{Y}(n)} = \begin{bmatrix} 0 & \sqrt{\frac{2}{3}} k_c k_r \omega_c & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{A8})$$

$$\frac{\partial d_{bn}}{\partial \mathbf{Y}(n)} = \begin{bmatrix} 0 & -\sqrt{\frac{2}{3}} \frac{k_c k_r \omega_c}{2} & 0 & \frac{\sqrt{2}k_c k_r \omega_c}{2} \end{bmatrix} \quad (\text{A9})$$

$$\frac{\partial d_{cn}}{\partial \mathbf{Y}(n)} = \begin{bmatrix} 0 & -\sqrt{\frac{2}{3}} \frac{k_c k_r \omega_c}{2} & 0 & \frac{-\sqrt{2}k_c k_r \omega_c}{2} \end{bmatrix} \quad (\text{A10})$$

$$\frac{\partial \mathbf{Y}(n+1)}{\partial \mathbf{X}(n)} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -T_s & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -T_s & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (\text{A11})$$

$$\frac{\partial \mathbf{Y}(n+1)}{\partial \mathbf{Y}(n)} = \begin{bmatrix} 1 & T_s & 0 & 0 \\ -\omega_0^2 T_s & 1-2\omega_c T_s & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & T_s \\ 0 & 0 & -\omega_0^2 T_s & 1-2\omega_c T_s \end{bmatrix} \quad (\text{A12})$$

参考文献

- [1] 曾正, 杨欢, 赵荣祥, 等. 多功能并网逆变器研究综述[J]. 电力自动化设备, 2012, 32(8): 5-15.
ZENG Zheng, YANG Huan, ZHAO Rongxiang, et al. Overview of multi-functional grid-connected inverters[J]. Electric Power Automation Equipment, 2012, 32(8): 5-15.
- [2] 高文祥, 王明渝, 王立健, 等. 光伏微型逆变器研究综述[J]. 电力系统保护与控制, 2012, 40(21): 147-155.
GAO Wenxiang, WANG Mingyu, WANG Lijian, et al. Review of research on photovoltaic micro-inverter[J]. Power System Protection and Control, 2012, 40(21): 147-155.
- [3] 王成山, 肖朝霞, 王守相. 电网中分布式电源逆变器的多环反馈控制策略[J]. 电工技术学报, 2009, 24(2): 100-107.

- WANG Chengshan, XIAO Zhaoxia, WANG Shouxiang. Multiple feedback loop control scheme for inverters of the micro source in microgrids[J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2009, 24(2): 100-107.
- [4] 孙颖, 张建成. 光伏电源利用直流-同步电机并网控制方法的研究[J]. 电力系统保护与控制, 2016, 44(16): 78-83.
SUN Ying, ZHANG Jiancheng. A study on the control method of photovoltaic grid connected with AC and DC motor[J]. Power System Protection and Control, 2016, 44(16): 78-83.
- [5] 康成功, 李献伟, 张国军. 分布式电源参与的配电网电能质量控制策略研究[J]. 电力系统保护与控制, 2016, 44(16): 99-105.
KANG Chenggong, LI Xianwei, ZHANG Guojun. Research on power quality control strategy incorporating distributed generation[J]. Power System Protection and Control, 2016, 44(16): 99-105.
- [6] 易映萍, 罗海, 胡四全. 小功率光伏并网逆变器控制策略的研究[J]. 电力系统保护与控制, 2016, 44(4): 64-68.
YI Yingping, LUO Hai, HU Siqian. Study on control scheme based on low-power photovoltaic grid-connected inverter[J]. Power System Protection and Control, 2016, 44(4): 64-68.
- [7] ROBERT B, ROBERT C. Border Collision Bifurcations in a one dimensional piecewise smooth map for a PWM current-programmed H-bridge inverter[J]. International Journal of Control, 2002, 75(16/17): 1356-1367.
- [8] IU H H C, ROBERT B. Control of chaos in a PWM current-mode H-bridge inverter using time-delayed feedback[J]. IEEE Transactions on Circuits System I, 2003, 50(8): 1125-1129.
- [9] 王学梅, 张波. 单相 SPWM 逆变器的分岔及混沌现象分析[J]. 电工技术学报, 2009, 24(1): 101-107.
WANG Xuemei, ZHANG Bo. Study of bifurcation and chaos in single-phase SPWM inverter[J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2009, 24(1): 101-107.
- [10] 王学梅, 张波, 丘东元. H 桥正弦逆变器的快变和慢变稳定性及混沌行为研究[J]. 物理学报, 2009, 58(4): 2248-2254.
WANG Xuemei, ZHANG Bo, QIU Dongyuan. The fast- and slow-scale stabilities and chaotic motion of H-bridge sine inverter[J]. Acta Physics Sinica, 2009, 58(4): 2248-2254.
- [11] 代璐, 龙崦平. PI 调节下光伏逆变器的分岔与混沌现象研究[J]. 电力系统保护与控制, 2012, 40(24): 89-94.
DAI Lu, LONG Yanping. Study of bifurcation and chaos for photovoltaic inverter with PI controller[J]. Power System Protection and Control, 2012, 40(24): 89-94.
- [12] 雷博, 肖国春, 吴旋律. 一种数字控制三相逆变电路的局部振荡行为分析[J]. 物理学报, 2013, 62(4): 35-45.
LEI Bo, XIAO Guochun, WU Xuanlu. Analysis of partial oscillation phenomenon in a digital-controlled three phase inverter[J]. Acta Physica Sinica, 2013, 62(4): 35-45.
- [13] 施焯, 吴在军, 窦晓波, 等. 三相全桥逆变器分岔特性研究[J]. 中国电机工程学报, 2016, 36(19): 5334-5349.
SHI Ye, WU Zaijun, DOU Xiaobo, et al. Research on bifurcation behaviors of three-phase full bridge inverters[J]. Proceedings of the CSEE, 2016, 36(19): 5334-5349.
- [14] 雷亚雄, 李建文, 李永刚. 基于准 PR 调节器电流双闭环 LCL 三相并网逆变器控制[J]. 电力系统保护与控制, 2014, 42(12): 44-50.
LEI Yaxiong, LI Jianwen, LI Yonggang. Control strategy of three-phase LCL grid-connected inverter based on quasi-PR adjuster[J]. Power System Protection and Control, 2014, 42(12): 44-50.
- [15] 周林, 龙崦平, 郭珂, 等. 基于系数线性化模型的逆变器分岔与混沌现象研究[J]. 电力自动化设备, 2013, 33(7): 100-104.
ZHOU Lin, LONG Yanping, GUO Ke, et al. Bifurcation and chaos of inverter system based on coefficient linear model[J]. Electric Power Automation Equipment, 2013, 33(7): 100-104.

收稿日期: 2017-06-09; 修回日期: 2017-07-28

作者简介:

陶彩霞(1972—), 女, 硕士, 教授, 研究方向为电力电子与电气传动、电机及其控制等; E-mail: tao_caixia@mail.lzjtu.cn

陈庆花(1990—), 男, 硕士研究生, 研究方向为电力电子与电气传动; E-mail: chenqinghua421@163.com

田莉(1971—), 女, 硕士, 讲师, 研究方向为电机及其控制。

(编辑 葛艳娜)