

DOI: 10.7667/PSPC161886

基于 Hanning 自乘-卷积窗 FFT 三峰插值修正的 电能计量新算法

刘涛¹, 庄双勇^{2,3}, 陈晓伟¹, 赵伟², 张之涵¹, 黄松岭²

(1. 深圳供电局有限公司, 广东 深圳 518000; 2. 清华大学电机系电力系统国家重点实验室, 北京 100084;
3. 北京航天飞行控制中心, 北京 100094)

摘要: 综合自乘窗和自卷积窗的优势, 设计出一种 Hanning 自乘-卷积窗函数, 其具有较优的主瓣和旁瓣性能。基于 Hanning 自乘-卷积窗 FFT 三峰插值修正公式、FFT 的频移性以及 Hanning 自乘-卷积窗函数的频谱, 拟合推导出信号基波和谐波的通用幅值、相位和频率插值修正公式, 并给出了基于该窗函数的一种电能计量新算法。计算精度对比仿真实验以及基波频率波动仿真实验结果表明, 基于 Hanning 自乘-卷积窗函数 FFT 三峰谱线插值修正的电能计量新算法, 具有较高的计算精度和更优的计算稳定性。

关键词: 自乘-卷积窗函数; 三峰谱线插值; 谐波; 电能计量; 修正公式

A new algorithm for electric energy measurement based on Hanning self multiplication-convolution window triple-spectrum-line interpolation FFT

LIU Tao¹, ZHUANG Shuangyong^{2,3}, CHEN Xiaowei¹, ZHAO Wei², ZHANG Zhihan¹, HUANG Songling²

(1. Shenzhen Power Supply Bureau Limited, Shenzhen 518000, China; 2. State Key Laboratory of Electric Power System & Department of Electrical Engineering, Tsinghua University, Beijing 100084, China;
3. Beijing Aerospace Control Center, Beijing 100094, China)

Abstract: This paper designs a Hanning self multiplication-convolution window function, which integrates the advantages of the self-multiplication window and self-convolution window and has better main-lobe and side-lobe performance. Based on the formula of self multiplication-convolution window FFT triple-spectrum-line interpolation correction, the frequency shift characteristics of FFT and the spectrum of the Hanning self multiplication-convolution window function, the fundamental and harmonic's general amplitude, phase and frequency interpolation correction formula are given, and a new approach for electric energy measurement algorithm is also proposed. The experimental results based on calculation accuracy comparative simulation and fundamental frequency fluctuation simulation show that the new algorithm has better calculation accuracy and better calculation stability.

This work is supported by National High-Tech R & D Program of China (863 Program) (No. 2015AA050404).

Key words: self multiplication-convolution window function; triple-spectrum-line interpolation; harmonic; electric energy measurement; correction formula

0 引言

随着越来越多的轧钢机、提升机、电弧炉和电气化铁道等非线性电力负荷^[1]的投入使用, 在供电电网中产生大量电力谐波。电力谐波的存在, 不仅严重影响供电电能质量, 危及供电系统的安全稳定运行, 甚至导致严重的电力事故, 造成巨大的经济损失, 而且影响电能计量的准确性。为准确计量基

波和谐波电能^[2], 首先应准确提取电网电压和电流信号中基波和各次谐波的幅值、相位及频率等参量, 为此, 常用的方法是对被测信号做加窗、快速傅里叶变换(FFT)和插值修正等运算。具体是在对被测信号进行 FFT 前, 施加合适的窗函数, 以抑制因非同步采样和非整周期截断造成的频谱泄漏; 再借助插值修正, 补偿栅栏效应导致的误差。所谓合适的窗函数, 应具有主瓣宽度较窄、旁瓣峰值电平较低且旁瓣衰减速率较快等特性。

截至目前,国内外学者已设计出多种基本窗函数,主要有 Rectangle 窗^[3]、Triangle 窗^[3]、Hanning 窗^[4]、Blackman 窗^[5]、Blackman-Harris 窗^[6]、Rife-Vincent 窗^[7]、Nutall 窗^[8]、Kaiser 窗^[9]及各种组合余弦窗等;为进一步提高谐波分析的精确性,一些学者在现有基本窗函数基础上,又实现了多种改进的优化窗函数,如自卷积和乘积窗函数。例如,温和等人提出 Hanning 自卷积窗^[10],曾博等人提出纳托尔自卷积窗^[11],李永刚等人提出 Rife-Vincent 自卷积窗^[12],Reljin 等人提出 Flat-top 自卷积窗^[13]。这类自卷积窗函数虽主瓣宽度保持不变,但旁瓣性能得到较大改善,因此可有效抑制频谱泄漏效应。但存在的问题是,随着自卷积阶数的增加,窗函数序列长度大大增加,导致计算量明显增大;而当序列长度固定时,自卷积窗函数的主瓣宽度则会随卷积阶数的增大而变宽,致使频率分辨率下降。

再有,张俊敏等人先后提出 Hanning 自乘窗^[14]和 Hamming 自乘窗^[15]等。这类窗函数的旁瓣性能有较大改善,可有效抑制频谱泄漏效应,同时对偶次谐波参数的计算精度更高,但存在的问题是,主瓣宽度会随乘积阶数的增加而增大,导致其频率分辨率下降。

常用的插值算法包括单峰插值^[16-17]、双峰插值^[4,18]、三峰插值^[19-22]和四峰插值^[23-24]算法。它们中,单峰插值算法的修正公式较复杂、易受频谱泄漏的影响;双峰插值算法在峰值频点附近对泄漏谱线信息利用不充分;四峰插值算法计算精度最高,但计算量也最大;而三峰插值算法在计算准确度和计算速度等方面具有较好的综合优势。

Hanning 窗由于表达形式简单,已得到广泛应用,但分析谐波的计算精度不够高。本文试基于 Hanning 窗设计一种主瓣宽度较窄、旁瓣峰值电平更低且旁瓣衰减速率较快的窗函数,以弥补自卷积、自乘窗函数性能的不足,并能综合发挥它们的性能优势,进而提出一种加窗 FFT 三峰谱线插值修正电能计量新算法,以进一步提高基波和谐波电能的计算精度,并且还可改善电能计量算法的计算稳定性。

1 Hanning 自乘-卷积窗

Hanning 窗的离散时域表达式为

$$whan(n) = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cdot \cos(2\pi \cdot \frac{n}{N}), n = 0, 1, \dots, N-1 \quad (1)$$

其频域表达式为

$$W_{Han}(\omega) = \frac{1}{2} W_R(\omega) - \frac{1}{4} [W_R(\omega - \frac{2\pi}{N}) + W_R(\omega + \frac{2\pi}{N})] \quad (2)$$

式中, $W_R(\omega)$ 为矩形窗的离散频谱函数,其表达式为

$$W_R(\omega) = \frac{\sin(\omega N/2)}{\sin(\omega/2)} e^{-j\omega(N-1)/2} \quad (3)$$

Hanning 自乘-卷积窗的构成包括两部分:一是由若干个 Hanning 窗函数相乘得到的一个 n 阶 Hanning 自乘窗函数,这里,仅选取 2 个 Hanning 窗做自乘,得到长度为 N 的二阶自乘窗,用 $whan2(n)$ 表示,其时域表达式为

$$whan2(n) = whan(n)^2 = \frac{3}{8} - \frac{1}{2} \cos(2\pi \cdot \frac{n}{N}) + \frac{1}{8} \cos(4\pi \cdot \frac{n}{N}) \quad (4)$$

Hanning 二阶自乘窗函数 $whan2(n)$ 的频域表达式为

$$W_{Han2}(\omega) = \frac{3}{8} W_R(\omega) - \frac{1}{4} [W_R(\omega - \frac{2\pi}{N}) + W_R(\omega + \frac{2\pi}{N})] + \frac{1}{16} [W_R(\omega - \frac{4\pi}{N}) + W_R(\omega + \frac{4\pi}{N})] \quad (5)$$

当 $|W_{Han2}(\omega)| = 0$ 时,需满足:

$$\begin{cases} \frac{N}{2}(\omega \pm \frac{2\pi}{N}m) = d\pi \\ \frac{1}{2}(\omega \pm \frac{2\pi}{N}m) \neq d\pi \end{cases} \quad m = 0, 1, 2; d = 0, \pm 1, \dots, \pm\infty \quad (6)$$

当 $d = \pm 1, m = 2$ 时,对应 $|W_{Han2}(\omega)|$ 距离原点最近的两个零值点,因此,其主瓣宽度为 $Bw = \frac{12\pi}{N}$,旁瓣峰值电平为 -47 dB,旁瓣衰减速率为 30 dB/oct。

二是将 2 个二阶 Hanning 自乘窗 $whan2(n)$ 进行自卷积,得到最终的 Hanning 自乘-卷积窗函数,用 $w(n)$ 表示,即

$$w(n) = whan2(n) * whan2(n) \quad (7)$$

Hanning 自乘-卷积窗 $w(n)$ 是长度为 $2N-1$ 的序列,通过在该序列末尾补零,得到长度为 $2N$ 的序列。根据离散傅里叶变换的卷积性质,两个离散序列卷积的离散傅里叶变换,等于两个离散序列离散傅里叶变换的乘积,即

$$FFT[w(n)] = FFT(whan2(n) * whan2(n)) = W_{Han2}(\omega) \cdot W_{Han2}(\omega) \quad (8)$$

Hanning 窗、Hanning 二阶自乘窗、Hanning 二阶自卷积窗以及 Hanning 自乘-卷积窗函数的频谱特性如图 1 所示。

从图 1 可看出, Hanning 窗和 Hanning 自卷积窗的主瓣宽度为 $8\pi/N$, Hanning 自乘-卷积窗和 Hanning 自乘窗的主瓣宽度为 $12\pi/N$,但 Hanning 自

乘-卷积窗明显具有最低的旁瓣峰值电平和最快的旁瓣衰减速率, 分别为-93.5 dB 和 60 dB/oct, 即: Hanning 自乘-卷积窗的确具有较好的主瓣和旁瓣性能。

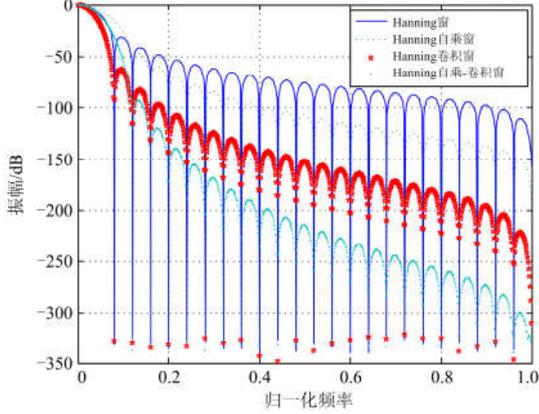


图 1 4种窗函数频谱特性对比图

Fig. 1 Comparison of spectrum characteristics of the four windows

2 三峰谱线插值算法原理

2.1 信号幅值、相位、频率修正公式推导

假设含有多次谐波的信号以采样频率 f_s 离散采样后, 得到采样序列 $x(n)$ 。

$$x(n) = \sum_{m=1}^M A_m \cdot \sin(2\pi \frac{f_0}{f_s} mn + \theta_m) \quad (9)$$

式中: m 表示谐波次数; A_m 和 θ_m 分别表示 m 次谐波的幅值和相位; f_0 表示基波频率。将式(9)改用欧拉公式表示为

$$x(n) = \sum_{m=1}^M \frac{A_m}{2j} \cdot (e^{j\theta_m} e^{j2\pi \frac{f_0}{f_s} mn} - e^{-j\theta_m} e^{-j2\pi \frac{f_0}{f_s} mn}) \quad (10)$$

对信号施加的窗函数为 Hanning 自乘-卷积窗函数 $w(n)$, 其离散频谱为 $W(2\pi \frac{f}{f_s})$, 则 $x(n)$ 加该窗函数后的 FFT 表达式为

$$X(f) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x(n) \cdot w(n) e^{-j2\pi \frac{f}{f_s} n} = \sum_{m=1}^M \frac{A_m}{2j} [e^{j\theta_m} W(\frac{2\pi(f - mf_0)}{f_s}) - e^{-j\theta_m} W(\frac{2\pi(f + mf_0)}{f_s})] \quad (11)$$

忽略负频点 $-mf_0$ 处谱峰的旁瓣影响, $x(n)$ 加窗后在正频点 mf_0 附近的连续频谱函数为

$$X(f) = \sum_{m=1}^M \frac{A_m}{2j} [e^{j\theta_m} W(\frac{2\pi(f - mf_0)}{f_s})] \quad (12)$$

对式(12)进行离散采样, 可得到其离散傅里叶变换的表达式为

$$X(k \cdot \Delta f) = \sum_{m=1}^M \frac{A_m}{2j} [e^{j\theta_m} W(\frac{2\pi(k \cdot \Delta f - mf_0)}{f_s})] \quad (13)$$

式中: $\Delta f = f_s / N$ 为离散频率间隔; N 为采样数据长度。

以基波频率 $f_0 = k_0 \cdot \Delta f$ 为例, 由于电网基波频率存在波动, 且一般不是准确的 50 Hz, 如此, 以固定频率对被测信号进行采样, 就会发生栅栏效应, 即, 其最高离散谱线的频率很难正好是频谱曲线峰值的频率, 亦即 k_0 一般不是整数。三峰谱线插值修正算法利用实际峰值频率点附近的最大谱线及其左、右两侧最近的两条谱线进行插值修正, 以计算出被测信号谐波成分的幅值、相位和频率。设峰值点谱线 k_0 附近最大谱线第 k_1 条以及第 k_1 条左、右两边最近的谱线分别为 k_2 和 k_3 。设 $\alpha = k_0 - k_1$, 由于 $k_2 = k_1 - 1 \leq k_1 \leq k_3 = k_1 + 1$, $\alpha \in [-0.5, 0.5]$, $k_2 - k_0 = -1 - \alpha$, $k_3 - k_0 = 1 - \alpha$, 对应幅值分别为 $y_1 = |X(k_2 \cdot \Delta f)|$, $y_2 = |X(k_1 \cdot \Delta f)|$, $y_3 = |X(k_3 \cdot \Delta f)|$, 设幅值比值参数 $\beta = (y_3 - y_1) / y_2$, 则有

$$\beta = \frac{|W[2\pi(1 - \alpha)/N]| - |W[2\pi(-1 - \alpha)/N]|}{|W[2\pi(-\alpha)/N]|} = f(\alpha) \quad (14)$$

根据多项式拟合公式 $\text{polyfit}(\beta, \alpha, 7)$ [21], 求出反函数 $\alpha = f^{-1}(\beta)$, 即可求出频率修正系数 α 为

$$\alpha = 1.52480689 \cdot \beta - 0.11446864 \cdot \beta^3 + 0.01729577 \cdot \beta^5 - 0.00311722 \cdot \beta^7 \quad (15)$$

由:

$$y_1 + 2y_2 + y_3 = \frac{1}{2} \cdot A \cdot \{ |W[2\pi(-1 - \alpha)/N]| + 2 \cdot |W[2\pi(-\alpha)/N]| + |W[2\pi(1 - \alpha)/N]| \} \quad (16)$$

则幅值 A 的公式为

$$A = \frac{2(y_1 + 2y_2 + y_3)}{|W[2\pi(-1 - \alpha)/N]| + 2 \cdot |W[2\pi(-\alpha)/N]| + |W[2\pi(1 - \alpha)/N]|} \quad (17)$$

令 $g(\alpha) = \frac{2N}{|W[2\pi(-1 - \alpha)/N]| + 2 \cdot |W[2\pi(-\alpha)/N]| + |W[2\pi(1 - \alpha)/N]|}$,

通过 $\text{polyfit}(\alpha, g(\alpha), 7)$ 程序进行多项式拟合, 求出幅值修正系数公式 $g(\alpha)$, 即

$$g(\alpha) = 2.13701523 + 0.35239951 \cdot \alpha^2 + 0.03059746 \cdot \alpha^4 + 0.00191082 \cdot \alpha^6 \quad (18)$$

于是, 信号幅值的通用插值修正公式为

$$A = (y_1 + 2y_2 + y_3) \cdot g(\alpha) / N \quad (19)$$

相位的通用插值修正公式为

$$\theta = \text{angle}[X(k_1 \cdot \Delta f)] + \frac{\pi}{2} - \pi \cdot \alpha \quad (20)$$

频率的通用插值修正公式为

$$f_0 = k_0 \cdot \Delta f = (k_1 - 1 + \alpha) \cdot f_s / N \quad (21)$$

由于被测信号实际基波、谐波的幅值是利用峰值点最大谱线及其左、右两条最近谱线的幅值经加权修正获得的,故该算法称为三峰谱线插值修正算法。

2.2 电能计算公式

有了被测信号基波和谐波分量的幅值、相位和频率的三峰谱线插值修正公式,就可足够精确地计算出被测信号的实际基波和各次谐波分量的幅值、相位和频率,进而,也就可足够准确地计算出基波和谐波电能。由三角函数的正交性可知,不同次电压与电流谐波分量之间不产生有功电能,故基波和谐波的电能计算公式简化为

$$W_n = \frac{1}{2} U_n I_n \cos(\alpha_n - \beta_n) k T \quad (22)$$

式中: W_n 应为第 n 次谐波的有功电能,当 n 取 1 时为基波电能; U_n 、 I_n 分别为电压信号、电流信号的第 n 次谐波的幅值,当 n 取 1 时为基波幅值; α_n 、 β_n 分别为电压信号、电流信号的第 n 次谐波的初相位,当 n 取 1 时为基波初相位; T 为电网电压、电流信号的基波周期; k 为时间窗的个数,按照 IEC61000-4-7 标准,一般取 10 个标准基波周期,即时间窗长度为 200 ms。

计及基波、谐波的总电能计算公式为^[2]

$$W = C_j W_j - C_{px} W_{px} + C_{ox} W_{ox} \quad (23)$$

式中: W_j 为基波电能; W_{px} 为正向谐波电能; W_{ox} 为反向谐波电能; C_j 为基波电能加权系数; C_{px} 为正向谐波电能加权系数; C_{ox} 为反向谐波电能加权系数。建议加权系数取值: $C_j = 1$, $0 < C_{px} < 1$, $C_{ox} > 1$ 。计及基波、谐波的电能计量流程如图 2 所示。

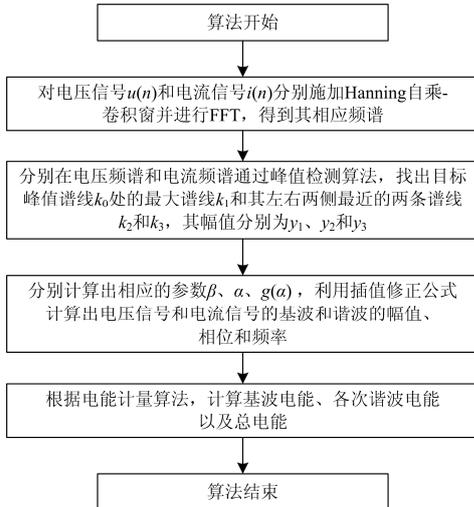


图 2 电能计量算法流程图

Fig. 2 Flow chart of electric energy measurement algorithm

3 算法仿真验证

3.1 电能仿真计算模型

为了对提出的电能计量新算法进行数值仿真验证,选用的含有多次谐波成分的电压和电流信号的数学模型^[25]为

$$\begin{cases} u(n) = \sum_{k=1}^{13} U_k \sin(2\pi k f_0 n / f_s + \theta_{uk}) \\ i(n) = \sum_{k=1}^{13} I_k \sin(2\pi k f_0 n / f_s + \theta_{ik}) \end{cases} \quad (24)$$

式中:基波频率 $f_0 = 50.1$ Hz; 采样频率 $f_s = 4000$ Hz。仿真计算采用的电压、电流信号模型的基波及各次谐波的幅值、相位参数,见表 1。

表 1 仿真信号的谐波成分

谐波次数	U_k/V	$\theta_{uk}/(^{\circ})$	I_k/A	$\theta_{ik}/(^{\circ})$
1	220	32	10	29
2	3	20	0.15	5
3	15	68	0.8	64
4	2.5	46	0.13	77
5	10	19	0.65	49
6	2	85	0.10	15
7	8	53	0.48	61
8	2	28	0.05	37
9	3.5	50	0.32	53
10	1.5	16	0.03	20
11	2	72	0.21	38
12	1	40	0.05	25
13	1.5	10	0.15	20

3.2 计算精度对比仿真实验

本文分别采用基于 Hanning 窗、二阶 Hanning 自乘窗、二阶 Hanning 自卷积窗以及 Hanning 自乘-卷积窗进行加窗 FFT 三峰谱线插值修正的电能计量仿真计算,各个窗函数的长度均选为 800 点,基波频率为 50.1 Hz,仿真计算结果见表 2。

由表 2 可以看出,对基波电能的计算,基于 Hanning 自乘-卷积窗的算法具有较高的计算精度;而且在计算各次谐波电能方面,基于 Hanning 自乘-卷积窗算法的计算精度也较高,例如,比 Hanning 窗和二阶 Hanning 自卷积窗高一个数量级;且与二阶 Hanning 自乘窗相比,其计算各次谐波电能的精度也具有明显优势。

3.3 基波频率波动^[25]仿真实验

大量物理试验结果表明,供电系统电压、电流的基波频率 f_0 在 49.7~50.3 Hz 波动,鉴于此,在进行仿真实验时,就将基波频率的变动范围取为 49.7~50.3 Hz,步长定为 0.1 Hz,并分别采用 Hanning 窗、

表 2 电能计量仿真结果

Table 2 Simulated results of electric energy measurement

谐波次数	标准电能/J	电能相对误差/%			
		Hanning	Hanning 自乘窗	Hanning 自卷积窗	Hanning 自乘-卷积窗
1	219.6985	-5.0E-06	-3.0E-06	9.0E-06	1.0E-06
2	0.0435	7.1E-03	-3.3E-04	6.1E-02	2.5E-03
3	1.1971	1.0E-04	-1.2E-05	3.8E-04	1.2E-05
4	0.0279	2.3E-02	-1.5E-03	1.1E-02	5.9E-04
5	0.5629	-7.8E-04	2.6E-05	5.2E-04	3.6E-05
6	0.0068	-4.4E-02	8.8E-03	4.6E-02	4.8E-03
7	0.3803	5.4E-04	0.0E+00	3.5E-04	1.6E-05
8	0.0099	4.3E-02	-3.8E-03	8.9E-03	3.1E-04
9	0.1118	2.5E-04	1.5E-05	6.0E-04	3.0E-05
10	0.0045	3.5E-02	-3.2E-03	8.1E-03	3.0E-04
11	0.0348	1.6E-02	-1.2E-03	3.9E-04	-9.0E-06
12	0.0048	-1.8E-02	2.2E-03	6.1E-03	3.9E-04
13	0.0222	6.5E-04	4.9E-03	6.0E-04	3.9E-05
总能	222.1049	2.0E-06	-3.0E-06	2.9E-05	2.0E-06

二阶 Hanning 自乘窗、二阶 Hanning 自卷积窗以及本文提出的 Hanning 自乘-卷积窗进行电能计量仿真实验验证, 具体地, 由 4 种算法算得的基波和 5 次谐波电能的相对误差的绝对值特性曲线见图 3、图 4。

由图 3 可以看出, 基于 Hanning 窗的基波电能随频率波动的变化较大, 且计算精度较差; 基于二阶 Hanning 自乘窗的基波电能的计算精度虽然较高, 但计算结果随基波频率波动的变化较大; 基于二阶 Hanning 自卷积窗的基波电能随频率波动变化较小, 但计算精度较差; 而基于本文设计出的 Hanning 自乘-卷积窗算法的基波电能计量结果, 随基波频率

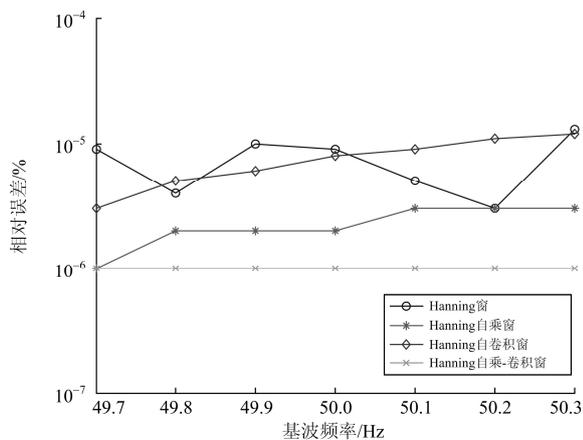


图 3 基波频率波动下基波电能的相对误差

Fig. 3 Fundamental power relative errors under frequency fluctuation

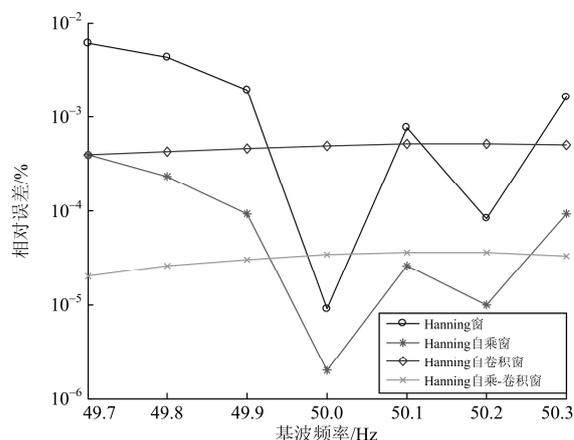


图 4 基波频率波动下 5 次谐波电能的相对误差

Fig. 4 The 5th order harmonic power relative errors under frequency fluctuation

波动的变化最小, 且计算精度相对较高。由图 4 可以看出, 基于 Hanning 自乘-卷积窗算法的 5 次谐波电能的计算结果, 随基波频率波动的变化最小且计算精度相对较高; 而基于二阶 Hanning 自乘窗的计算精度有三个点比 Hanning 自乘-卷积窗的计算精度稍高, 但其计算结果随基波频率波动的变化较大; 基于二阶 Hanning 自卷积窗的算法也具有较好的计算稳定性, 但计算精度较差。综合上述可见, 基于本文设计出的 Hanning 自乘-卷积窗 FFT 三谱线插值修正的电能量新算法, 具有更优的稳定性和比较好的计算精度。

3.4 算法计算量分析

由电能计量算法流程图看出, 对被测电压、电流信号施加相应窗函数后, 进行 FFT 变换以得到被测信号加窗后的离散频谱, 通过峰值检测技术, 检测出最大谱线和左右两条最近谱线, 计算基波和各次谐波的幅值、相位和频率等参量, 最后计算基波电能、谐波电能和总电能, 这些计算量主要由被测电压、电流信号的两次 FFT 变换所决定, 这部分的计算量约为 $N \log_2 N$ 次乘法。各种算法的计算量差异主要由所施加的窗函数不同所引起, 即基于 Hanning 基本窗函数生成二阶 Hanning 自乘窗、二阶 Hanning 自卷积窗以及 Hanning 自乘-卷积窗函数。设 4 种窗函数的长度均为 N , 生成二阶 Hanning 自乘窗需要两个 Hanning 窗函数(长度为 N)进行 N 次乘法计算, 生成二阶 Hanning 自卷积窗需要两个 Hanning 窗函数(长度为 $N/2$)进行 $N^2/4$ 次乘法, 而生成 Hanning 自乘-卷积窗需要两个 Hanning 窗函数(长度为 $N/2$)进行 $N/2$ 次乘法得到二阶自乘窗函数, 两个二阶自乘窗函数再进行卷积需做 $N^2/4$ 次乘法, 即共需要做 $(N+N^2/4)$ 次乘法。由于对被测电压信号、

电流信号分别施加相应窗函数, 故窗函数所增加的总计算量是生成窗函数计算量的两倍。对基于这四种窗函数电能计量算法的计算时间进行仿真, 电能计量算法的计算时间如表 3 所示。

表 3 电能计量算法的计算时间

Table 3 Computing time of electric energy measurement

窗函数	计算时间/s
Hanning 窗	0.012 553
Hanning 自乘窗	0.014 403
Hanning 自卷积窗	0.019 248
Hanning 自乘-卷积窗	0.019 440

由表 3 可以看出, 基于 Hanning 自乘-卷积窗的电能计量算法的计算时间, 要比其他 3 种窗函数的电能计量算法的计算时间略长一些。

4 结论

本文设计出一种 Hanning 自乘-卷积窗函数, 其综合了自乘窗和自卷积窗的优势, 具有较优的主瓣和旁瓣性能。基于该窗函数, 推导出了加窗 FFT 三峰谱线的谐波参数插值拟合修正公式, 并给出了基于该窗函数的电能计量新算法。四种算法的计算精度对比仿真实验结果表明, 基于所设计窗函数的电能计量新算法, 的确可有效抑制因非同步采样和非整周期截断等带来的频谱泄漏, 也能明显补偿由栅栏效应带来的偏差, 具有较高的计算精度。而且基波频率波动仿真实验结果表明, 电能计量新算法还具有更优的计算稳定性。由此可见, 基于 Hanning 自乘-卷积窗函数 FFT 三峰谱线插值修正的电能计量新算法具有较高的实用价值, 但当被测电压、电流信号的 2 次谐波与基波幅值相差较大时, 2 次谐波受基波频谱泄漏的影响加大, 因而 2 次谐波电能的计量结果误差较大。

参考文献

- [1] LI Zhengming, LI Wenwen, PAN Tianhong. An optimized compensation strategy of DVR for micro-grid voltage sag[J]. Protection and Control of Modern Power Systems, 2016, 1: 8pp.
DOI 10.1186/s41601-016-0018-9
- [2] 徐文佳, 赵伟, 黄洪涛, 等. 计及间谐波的电能计量方法[J]. 电网技术, 2016, 40(2): 656-662.
XU Wenjia, ZHAO Wei, HUANG Hongtao, et al. A new method for electric energy measurement in consideration of inter-harmonics[J]. Power System Technology, 2016, 40(2): 656-662.
- [3] JAIN V K, COLLINS W L, DAVIS D C. High-accuracy analog measurements via interpolated FFT[J]. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 1979, 28(2): 113-122.
- [4] GRANDKE T. Interpolation algorithms for discrete Fourier transforms of weighted signals[J]. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 1983, 32(2): 350-355.
- [5] 周俊, 王小海, 祁才君. 基于 Blackman 窗函数的插值 FFT 在电网谐波信号分析中的应用[J]. 浙江大学学报(理学版), 2006, 33(6): 650-653.
ZHOU Jun, WANG Xiaohai, QI Caijun. Estimation of electrical harmonic parameters by using the interpolated FFT algorithm based on Blackman window[J]. Journal of Zhejiang University (Science Edition), 2006, 33(6): 650-653.
- [6] HARRIS F J. On the use of windows for harmonic analysis with the discrete Fourier transform[J]. Proceedings of the IEEE, 1978, 66(1): 51-83.
- [7] ANDRIA G, SAVINO M, TROTTA A. Windows and interpolation algorithms to improve electrical measurement accuracy[J]. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 1989, 38(4): 856-863.
- [8] NUTTALL A. Some windows with very good side lobe behavior[J]. IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing, 1981, 29(1): 84-91.
- [9] 高云鹏, 滕召胜, 温和, 等. 凯塞窗插值 FFT 的电力谐波分析与应用[J]. 中国电机工程学报, 2010, 30(4): 43-48.
GAO Yunpeng, TENG Zhaosheng, WEN He, et al. Harmonic analysis based on kaiser window interpolation FFT and its application[J]. Proceedings of the CSEE, 2010, 30(4): 43-48.
- [10] 温和, 滕召胜, 郭斯羽, 等. Hanning 自卷积窗函数及其谐波分析应用[J]. 中国科学(E 辑), 2009, 39(6): 1190-1198.
WEN He, TENG Zhaosheng, GUO Siyu, et al. Hanning self-convolution window and its application to harmonic analysis[J]. Science in China (Series E), 2009, 39(6): 1190-1198.
- [11] 曾博, 滕召胜. 纳托尔自卷积窗加权电力谐波分析方法[J]. 电网技术, 2011, 35(8): 134-139.
ZENG Bo, TENG Zhaosheng. A nuttall self-convolution window-based approach to weighted analysis on power system harmonic[J]. Power System Technology, 2011, 35(8): 134-139.
- [12] 李永刚, 张文静, 武玉才, 等. 基于 Rife-Vincent 自卷积窗插值校正的发电机准同期参量测量方法[J]. 电网技术, 2014, 38(2): 368-374.
LI Yonggang, ZHANG Wenjing, WU Yucai, et al. Generator quasi synchronization parameter measurement

- method based on Rife-Vincent self-convolution window and interpolation correction[J]. Power System Technology, 2014, 38(2): 368-374.
- [13] RELJIN I S, RELJIN B D, PAPIC V D. Extremely flat-top windows for harmonic analysis[J]. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 2007, 56(3): 1025-1041.
- [14] 张俊敏, 刘开培, 汪立, 等. 基于乘法窗函数的插值 FFT 的谐波分析方法[J]. 电力系统保护与控制, 2016, 44(13): 1-5.
ZHANG Junmin, LIU Kaipei, WANG Li, et al. An algorithm for harmonic analysis based on multiplication window function[J]. Power System Protection and Control, 2016, 44(13): 1-5.
- [15] 张俊敏, 刘宗方, 陈勉. 一种基于 Hanning 自乘法窗函数和四插值的谐波分析方法[J]. 中南民族大学学报(自然科学版), 2016, 35(1): 132-135.
ZHANG Junmin, LIU Zongfang, CHEN Mian. A harmonic analysis method based on Hanning self-multiplication window functions and four-spectrum-line-interpolation[J]. Journal of South-Central University for Nationalities (Natural Science Edition), 2016, 35(1): 132-135.
- [16] ZHANG F, GENG Z, YUAN W. The algorithm of interpolating windowed FFT for harmonic analysis of electric power system[J]. IEEE Transactions on Power Delivery, 2001, 16(2): 160-164.
- [17] 肖先勇, 王楠, 刘亚梅. 基于多项式逼近的单峰谱线插值算法在间谐波分析中的应用[J]. 电网技术, 2008, 32(18): 57-61.
XIAO Xianyong, WANG Nan, LIU Yamei. Application of polynomial approximation based single peak spectral lines interpolation algorithm in interharmonic analysis[J]. Power System Technology, 2008, 32(18): 57-61.
- [18] 庞浩, 李东霞, 俎云霄, 等. 应用 FFT 进行电力系统谐波分析的改进算法[J]. 中国电机工程学报, 2003, 23(6): 50-54.
PANG Hao, LI Dongxia, ZU Yunxiao, et al. An improved algorithm for harmonic analysis of power system using FFT technique[J]. Proceedings of the CSEE, 2003, 23(6): 50-54.
- [19] WU J, ZHAO W. A simple interpolation algorithm for measuring multi-frequency signal based on DFT[J]. Measurement, 2009, 42(2): 322-327.
- [20] 牛胜锁, 梁志瑞, 张建华, 等. 基于三谱线插值 FFT 的电力谐波分析算法[J]. 中国电机工程学报, 2012, 32(16): 130-136.
NIU Shengsuo, LIANG Zhirui, ZHANG Jianhua, et al. An algorithm for electrical harmonic analysis based on triple-spectrum-line interpolation FFT[J]. Proceedings of the CSEE, 2012, 32(16): 130-136.
- [21] 朱俊伟, 李天友, 蔡金锭, 等. 基于五项莱夫-文森特窗的三谱线插值 FFT 谐波分析[J]. 电气技术, 2015, 16(3): 34-39.
ZHU Junwei, LI Tianyou, CAI Jinding, et al. Harmonic analysis based on five-term Rife-Vincent windows and triple-spectral-line interpolation FFT[J]. Electrical Engineering, 2015, 16(3): 34-39.
- [22] 翟瑞淼, 英超, 任国臣, 等. 基于 Nuttall 窗的三峰插值谐波算法分析[J]. 电力系统保护与控制, 2015, 43(10): 38-43.
ZHAI Ruimiao, YING Chao, REN Guochen, et al. An approach for harmonic analysis based on Nuttall window and triple-spectral-line interpolation[J]. Power System Protection and Control, 2015, 43(10): 38-43.
- [23] 郝柱, 顾伟, 褚建新, 等. 基于四谱线插值 FFT 的电网谐波检测方法[J]. 电力系统保护与控制, 2014, 42(19): 107-113.
HAO Zhu, GU Wei, CHU Jianxin, et al. A power network harmonic detection method based on the four-spectrum-line interpolation FFT[J]. Power System Protection and Control, 2014, 42(19): 107-113.
- [24] 李得民, 何怡刚. 基于 Nuttall 窗四谱线插值 FFT 的电力谐波分析[J]. 电力系统保护与控制, 2016, 44(3): 64-71.
LI Demin, HE Yigang. Harmonic analysis of power system based on Nuttall window four-spectrum-line interpolation FFT[J]. Power System Protection and Control, 2016, 44(3): 64-71.
- [25] 温和, 滕召胜, 胡晓光, 等. 谐波存在时的改进电能计量方法及应用[J]. 仪器仪表学报, 2011, 32(1): 157-162.
WEN He, TENG Zhaosheng, HU Xiaoguang, et al. Improved electric power measurement method and its application while harmonic exists[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2011, 32(1): 157-162.

收稿日期: 2016-11-11; 修回日期: 2017-01-11

作者简介:

刘涛(1980—), 男, 博士, 研究方向为计量自动化;

E-mail: taobell@sina.com

庄双勇(1977—), 男, 通信作者, 博士研究生, 研究方向为电磁计量方法; E-mail: zhuangshuangyong@163.com

赵伟(1956—), 男, 通信作者, 教授, 博士生导师, 研究方向为现代电磁测量方法。

(编辑 魏小丽)