

DOI: 10.7667/PSPC161315

计及接地支路的直流潮流算法

敖鑫¹, 王淳¹, 蔡恒², 黄可成¹, 王华峰¹, 王庆铭¹, 黄德志¹

(1. 南昌大学, 江西 南昌 330031; 2. 国网江西省电力公司, 江西 南昌 330077)

摘要: 在考虑无功注入和线路电阻的基础上, 计入接地支路的影响并仍保持了直流潮流方程的线性形式, 提出了适合于计算输电系统无功功率的直流潮流算法。该算法利用完整的节点导纳矩阵形成相应的并联元件导纳项, 在不改变直流潮流方程线性形式的情况下计入接地支路中并联元件的影响。通过修正相角的回代求出所有 PQ 节点的电压幅值, 结合复功率潮流方程可同时求得系统的有功功率和无功功率。IEEE-118 节点算例结果表明: 与不考虑接地支路的直流潮流算法相比, 所提出的算法在保持现有直流潮流算法的有功潮流计算精度的前提下, 提升了电压幅值和无功潮流的计算精度, 使直流潮流算法适用于输电系统无功功率的计算。

关键词: 输电系统; 直流潮流; 接地支路; 电压幅值; 无功功率

DC power flow algorithm considering grounding branches

AO Xin¹, WANG Chun¹, CAI Heng², HUANG Kecheng¹, WANG Huafeng¹, WANG Qingming¹, HUANG Dezhi¹

(1. Nanchang University, Nanchang 330031, China; 2. State Grid Jiangxi Electric Power Company, Nanchang 330077, China)

Abstract: On the basis of considering reactive power injections and line resistance, a novel DC power flow algorithm, which takes into account the influence of grounding branches without losing the linearity of DC power flow equations and is suitable to calculate reactive power flow in transmission system, is proposed. The shunt elements in grounding branches are included by utilizing the complete nodal admittance to form corresponding admittance item, and the linearity of DC power flow equations is retained. Nodal voltage amplitude of PQ node could be obtained by the back substitution of modified voltage phase angles. The active power flow and reactive power flow could be solved using the complex power flow equations. IEEE 118-bus test results indicate that compared with DC power flow method without the consideration of grounding branches, the proposed method retains the performance of current DC power flow algorithm in the calculation of active power flow while improving the accuracy of reactive power flow and nodal voltage amplitude, which makes DC power flow method be suitable for calculating reactive power flow in transmission system.

This work is supported by National Natural Science Foundation of China (No. 51467012 and No. 51167012) and Scientific Item of Education Bureau of Jiangxi Province (No. GJJ14165).

Key words: transmission system; DC power flow; grounding branch; voltage amplitude; reactive power

0 引言

直流潮流是交流潮流计算的简化算法, 因其数学模型具有线性表达和快速性而广泛应用于电力系统日前发电计划校核^[1-2]、经济调度、电力市场阻塞管理以及电力系统连锁故障分析等诸多场合^[3-11]。

标准直流潮流算法对 x/r 比值接近 4、电压幅值标准差小于 0.02 的系统具有较好的计算效果^[12], 但

在实际应用中, 系统参数未必能满足上述要求, 因此该算法的计算精度难以保证。文献[13-14]利用已知的交流潮流断面形成修正项, 提高直流潮流的计算精度, 该处理方法需要选取合适的历史交流潮流断面。文献[15]提出了一种基于网损等值负荷模型的直流潮流迭代算法, 通过网损迭代得到等值负荷, 用来修正节点注入功率, 但不能计算电压幅值, 且需要迭代。文献[16]在考虑了线路的电阻和节点无功注入功率后, 提出了一种可以计算电压幅值和网损的直流潮流算法, 但仅用于计算有功功率, 没有对无功功率的计算做进一步分析。文献[17]

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (51467012, 51167012); 江西省教育厅科技项目 (GJJ14165)

提出了一种基于直流潮流算法的无功补偿自动配置方法, 其无功功率由假定的功率因数结合有功功率得到, 该方法下的无功功率流向与有功流向完全一致, 且无功的大小与选定的功率因数有关, 具有很大的随意性, 难以计算出准确的无功潮流。

本文在对现有多种直流潮流模型进行分析的基础上, 从考虑电阻的直流潮流模型出发, 将接地支路计入到线路模型中, 通过构造并联元件导纳项对潮流方程作进一步线性化处理, 推导出了仍具有线性形式的直流潮流方程。该算法考虑了无功注入和接地支路, 能反映并联元件对系统无功分布的影响, 无迭代过程, 并且能计算节点电压的幅值, 通过求解线性方程即可实现完整的交流潮流计算, 与现有直流潮流算法相比, 具有更高的计算精度。

1 直流潮流模型

1.1 标准直流潮流模型

标准直流潮流算法具有以下假设: (1) 忽略线路电阻; (2) 不考虑接地支路及变压器非标准变比的影响; (3) 所有节点电压标幺值均近似为 1。

标准直流潮流方程为

$$\mathbf{P} = \mathbf{B}\boldsymbol{\theta} \quad (1)$$

式中: \mathbf{P} 为去掉平衡节点后的有功注入功率向量; \mathbf{B} 为去掉平衡节点且仅考虑支路电抗的节点导纳阵; $\boldsymbol{\theta}$ 为去掉平衡节点后的节点电压相角向量, 平衡节点电压相角为 0。

支路有功功率计算方程为

$$P_{ij} = \frac{\theta_i - \theta_j}{x_{ij}} \quad (2)$$

线路模型如图 1 所示。由于忽略线路电阻, 有功平衡全部由平衡节点承担, 容易造成平衡节点的注入功率明显不合理, 影响该算法的计算精度^[15]。为减少忽略网损带来的有功注入不平衡, 可以采取按比例调整发电机出力或负荷, 但该处理方法具有随机性, 不能真实反映网损分布的情况^[16,18]。

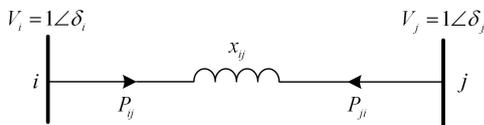


图 1 标准直流潮流线路模型

Fig. 1 DC equivalent model of line

1.2 基于网损等值负荷的直流潮流模型

为弥补标准直流潮流算法不能考虑网损的缺陷, 文献[15]将网损等值为线路的两侧并联支路, 每侧并联支路上消耗的有功功率均等于该条支路有

功损耗的一半, 并将该有功损耗作为负荷归算到相邻的负荷点上, 如图 2 所示。

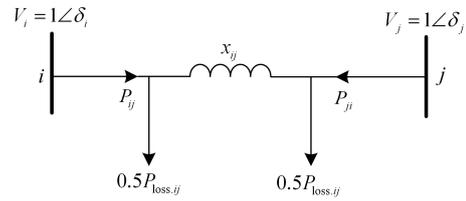


图 2 网损等值负荷模型

Fig. 2 Equivalent load model of network loss

直流潮流方程修正为

$$\mathbf{P}_G - \mathbf{P}_L - \mathbf{P}_{\text{loss}} = \mathbf{B}\boldsymbol{\theta} \quad (3)$$

式中: \mathbf{P}_G 为发电机出力; \mathbf{P}_L 为负荷; \mathbf{P}_{loss} 为等效到节点处的有功损耗。

\mathbf{P}_{loss} 可从历史交流潮流结果中获取, 其误差与当前运行状态偏移历史运行状态的程度有关^[19-20]。也可以利用直流潮流迭代算法计算网损, 该处理方法不需要具备收敛的交流潮流解^[15]。

1.3 考虑电阻的直流潮流模型

在直流潮流模型中考虑电阻, 能有效减少有功功率不平衡的问题, 并且在不同的 r/x 水平下均具有高鲁棒性^[16], 模型如图 3 所示。

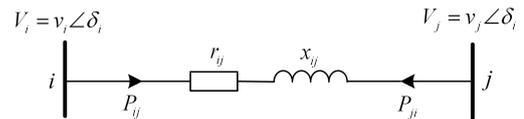


图 3 考虑电阻的直流潮流模型

Fig. 3 DC equivalent model of line with consideration of resistance

节点注入功率方程为^[16]

$$[\boldsymbol{\delta}'] = [\mathbf{H}]^{-1} ([\mathbf{P}] - [\mathbf{P}_{\text{vQ}}]) \quad (4)$$

式中: \mathbf{H} 为由网络结构决定的参数矩阵; \mathbf{P}_{vQ} 为由无功注入和电压幅值以及线路参数确定的向量; $\boldsymbol{\delta}'$ 为修正的电压相角向量。

该模型考虑了线路电阻, 能有效减少忽略电阻造成的平衡节点处有功注入不平衡, 提高了直流潮流的有功功率计算精度。但该模型不考虑线路的充电电容和节点并联导纳, 而在输电系统中, 充电电容和并联电容器等并联元件对系统的无功功率分布有较为明显的影响, 因此该模型难以满足对输电系统无功潮流计算分析的需要。

2 考虑接地支路的直流潮流算法

在文献[16]的基础上, 为使直流潮流算法适用

于计算无功功率，本文在线路模型中计入接地支路，并对交流潮流的基本方程作线性化处理，提出考虑接地支路的直流潮流算法。

交流潮流的功率平衡方程为^[16]

$$P_i = v_i \sum_{j=1}^n |Y_{ij}| v_j \cos(\theta_{ij} - \delta_{ij}) \quad (5)$$

$$Q_i = -v_i \sum_{j=1}^n |Y_{ij}| v_j \sin(\theta_{ij} - \delta_{ij}) \quad (6)$$

式中： θ_{ij} 为节点*i*、*j*之间的支路阻抗角； δ_{ij} 为节点*i*、*j*的电压相角差； Y_{ij} 为节点导纳矩阵 \mathbf{Y} 的第*i*行第*j*列元素； P_i 和 Q_i 分别为节点注入有功和无功功率； v_i 为电压幅值。

线路两端电压相角差一般不大，则有 $\delta_{ij} \approx 0$ ， $\sin \delta_{ij} \approx \delta_{ij}$ ， $\cos \delta_{ij} \approx 1$ 。

采用上述简化后，式(5)与式(6)中的三角函数为

$$\cos(\theta_{ij} - \delta_{ij}) \approx \lambda_1 (\cos \theta_{ij} + (\sin \theta_{ij}) \delta_{ij}) \quad (7)$$

$$\sin(\theta_{ij} - \delta_{ij}) \approx \lambda_2 (\sin \theta_{ij} - (\cos \theta_{ij}) \delta_{ij}) \quad (8)$$

式中， λ_1 、 λ_2 为误差修正系数。

不妨设 λ 右乘式不为0，则当 λ_1 、 λ_2 取值合适时，左右两式完全相等，对应的精确修正系数可由式(9)和式(10)得到。

$$\lambda_1 = \cos(\theta_{ij} - \delta_{ij}) / (\cos \theta_{ij} + (\sin \theta_{ij}) \delta_{ij}) \quad (9)$$

$$\lambda_2 = \sin(\theta_{ij} - \delta_{ij}) / (\sin \theta_{ij} - (\cos \theta_{ij}) \delta_{ij}) \quad (10)$$

在输电系统中线路两端节点的电压相角差很少大于 30° ^[16]，故可取 δ_{ij} 范围为 -30° 到 30° ，并假定全网阻抗角为一恒定值，则对一固定的阻抗角， λ_1 、 λ_2 可在上述相角范围内计算并取均值求得。表1给出了部分 r/x 比值下 λ 的推荐取值。一般可取 λ_1 为0.97， λ_2 为0.95。

表1 不同 r/x 比值下 λ_1 、 λ_2 取值

Table 1 λ_1 、 λ_2 value under different r/x ratios

r/x	0.1	0.25	0.5	0.75	1
λ_1	0.98	0.97	0.97	0.97	0.96
λ_2	0.95	0.95	0.95	0.95	0.95

将式(7)、式(8)分别代入式(5)、式(6)得：

$$P_i = \lambda_1 v_i \sum_{j=1}^n (|Y_{ij}| \cos \theta_{ij} v_j - |Y_{ij}| \sin \theta_{ij} v_j \delta_{ij}) = \lambda_1 \left[\sum_{j=1}^n G_{ij} v_i v_j + \sum_{j=1}^n B_{ij} (v_i v_j \delta_i - v_i v_j \delta_j) \right] \quad (11)$$

$$Q_i = -\lambda_2 v_i \sum_{j=1}^n (|Y_{ij}| \sin \theta_{ij} v_j - |Y_{ij}| \cos \theta_{ij} v_j \delta_{ij}) = -\lambda_2 \left[\sum_{j=1}^n B_{ij} v_i v_j - \sum_{j=1}^n G_{ij} (v_i v_j \delta_i - v_i v_j \delta_j) \right] \quad (12)$$

节点*i*与相关联的节点*j*的电压幅值相差一般不大，即 $v_i \approx v_j$ (*j*为与*i*相关联的节点)，且当*j*与*i*不关联时 $G_{ij}=B_{ij}=0$ ，故式(11)、式(12)中 v_i 可直接替换为 v_j ，简化后方程如下。

$$P_i = \sum_{j=1}^n G'_{ij} v_j^2 + \sum_{j=1}^n B'_{ij} (\delta'_i - \delta'_j) \quad (13)$$

$$Q_i = -\sum_{j=1}^n B''_{ij} v_j^2 + \sum_{j=1}^n G''_{ij} (\delta'_i - \delta'_j) \quad (14)$$

式中：

$$G'_{ij} = \lambda_1 G_{ij} \quad (15)$$

$$B'_{ij} = \lambda_1 B_{ij} \quad (16)$$

$$G''_{ij} = \lambda_2 G_{ij} \quad (17)$$

$$B''_{ij} = \lambda_2 B_{ij} \quad (18)$$

$$\delta'_i = v_i v_j \delta_i \approx v_i^2 \delta_i \quad (19)$$

$$\delta'_j = v_i v_j \delta_j \approx v_j^2 \delta_j \quad (20)$$

节点导纳由图4所示含接地支路的线路模型确定，节点自导纳的实部和虚部计算公式为

$$G_{ii} = -\sum_{j \in i} G_{ij} + G_{sh,i} \quad (21)$$

$$B_{ii} = \sum_{\substack{j \in i \\ l, t \in i}} (-B_{ij} + 0.5B_l + B_t) + B_{sh,i} \quad (22)$$

式中： B_l 为等效到节点*i*处线路充电电容的电纳； B_t 为与节点*i*关联的非标准变比变压器 π 型等值电路的并联电纳； $B_{sh,i}$ 为节点*i*的并联电纳； $G_{sh,i}$ 为节点*i*的并联电导。

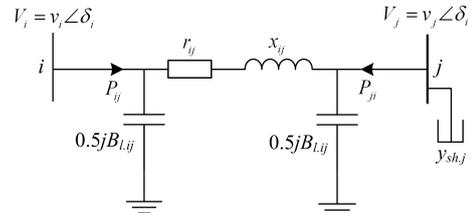


图4 含接地支路的线路模型

Fig. 4 Equivalent model of line with grounding branches

对式(21)和式(22)整理可得：

$$\sum_{j=1}^n G_{ij} = G_{sh,i} \quad (23)$$

$$\sum_{j=1}^n B_{ij} = \sum_{\substack{l \in i \\ t \in i}} (0.5B_l + B_t) + B_{sh,i} \quad (24)$$

定义 $C_i = \sum_{j=1}^n B_{ij}$ ， $D_i = \sum_{j=1}^n G_{ij}$ ，则 C_i 、 D_i 仅由并

联导纳项组成，记 \mathbf{C} 、 \mathbf{D} 分别为由 C_i 、 D_i 构成的 n 维列向量，以下标“d”表示 n 维向量构成的 $n \times n$

对角矩阵, 以 \mathbf{C} 和 \mathbf{D} 分别构造对角阵 $\mathbf{C}_d = \text{diag}(\mathbf{C})$, $\mathbf{D}_d = \text{diag}(\mathbf{D})$ 。

采用上述定义后, 式(13)和式(14)可写成如下矩阵形式:

$$\begin{aligned} [\tilde{\mathbf{P}}] &= [\mathbf{G}'][\mathbf{v}^2] - [\mathbf{B}'][\delta'] + [\mathbf{C}_d][\tilde{\delta}'] = \\ & [\mathbf{G}'][\mathbf{v}^2] + [\mathbf{C}_B][\tilde{\delta}'] \end{aligned} \quad (25)$$

$$\begin{aligned} [\tilde{\mathbf{Q}}] &= [-\mathbf{B}'''][\mathbf{v}^2] - [\mathbf{G}'''][\delta'] + [\mathbf{D}_d][\tilde{\delta}'] = \\ & -[\mathbf{B}'''][\mathbf{v}^2] + [\mathbf{D}_G][\tilde{\delta}'] \end{aligned} \quad (26)$$

式中: $[\mathbf{C}_B] = [\mathbf{C}_d] - [\mathbf{B}']$; $[\mathbf{D}_G] = [\mathbf{D}_d] - [\mathbf{G}''']$ 。

假定节点 1 为平衡节点, 节点 2~ m 为 PV 节点, 节点 $m+1$ ~ n 为 PQ 节点。用上标“ m ”表示序号 1~ m , 上标“ n ”表示序号 $m+1$ ~ n , 则式(25)、式(26)分别为

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{P}}^{(m)} \\ \tilde{\mathbf{P}}^{(n)} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \mathbf{G}'^{(mm)} & \mathbf{G}'^{(mn)} \\ \mathbf{G}'^{(nm)} & \mathbf{G}'^{(nn)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{v}^{2(m)} \\ \mathbf{v}^{2(n)} \end{bmatrix} + \\ & \begin{bmatrix} \mathbf{C}_B^{(mm)} & \mathbf{C}_B^{(mn)} \\ \mathbf{C}_B^{(nm)} & \mathbf{C}_B^{(nn)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{\delta}'^{(m)} \\ \tilde{\delta}'^{(n)} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (27)$$

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{Q}}^{(m)} \\ \tilde{\mathbf{Q}}^{(n)} \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \mathbf{B}''^{(mm)} & \mathbf{B}''^{(mn)} \\ \mathbf{B}''^{(nm)} & \mathbf{B}''^{(nn)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{v}^{2(m)} \\ \mathbf{v}^{2(n)} \end{bmatrix} + \\ & \begin{bmatrix} \mathbf{D}_G^{(mm)} & \mathbf{D}_G^{(mn)} \\ \mathbf{D}_G^{(nm)} & \mathbf{D}_G^{(nn)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{\delta}'^{(m)} \\ \tilde{\delta}'^{(n)} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (28)$$

式(28)展开第二行得到:

$$\begin{aligned} [\mathbf{v}^{2(n)}] &= -[\mathbf{B}''^{(nn)}]^{-1} \left([\tilde{\mathbf{Q}}^{(n)}] + [\mathbf{B}''^{(nm)}][\mathbf{v}^{2(m)}] + \right. \\ & \left. [\mathbf{D}_G^{(nm)}][\tilde{\delta}'^{(m)}] + [\mathbf{D}_G^{(nn)}][\tilde{\delta}'^{(n)}] \right) \end{aligned} \quad (29)$$

将式(29)代入式(27), 经过整理后得到的矩阵方程如下:

$$\begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{H}}_{11} \\ \tilde{\mathbf{H}}_{21} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{\delta}'^{(m)} \\ \tilde{\delta}'^{(n)} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{H}}_{12} \\ \tilde{\mathbf{H}}_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{\delta}'^{(m)} \\ \tilde{\delta}'^{(n)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{P}}^{(m)} \\ \tilde{\mathbf{P}}^{(n)} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{P}}_{vQ}^{(m)} \\ \tilde{\mathbf{P}}_{vQ}^{(n)} \end{bmatrix} \quad (30)$$

$$\begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{H}}_{11} \\ \tilde{\mathbf{H}}_{21} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{\delta}'^{(m)} \\ \tilde{\delta}'^{(n)} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{H}}_{12} \\ \tilde{\mathbf{H}}_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{\delta}'^{(m)} \\ \tilde{\delta}'^{(n)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{P}}^{(m)} \\ \tilde{\mathbf{P}}^{(n)} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{P}}_{vQ}^{(m)} \\ \tilde{\mathbf{P}}_{vQ}^{(n)} \end{bmatrix} \quad (31)$$

式(30)一式(31)中出现的 4 个系数矩阵的计算公式如式(32)一(35)所示。

$$[\mathbf{H}_{11}] = [\mathbf{C}_B^{(mm)}] + [\mathbf{G}'^{(mm)}][\mathbf{B}''^{(mm)}]^{-1}[\mathbf{D}_G^{(mm)}] \quad (32)$$

$$[\mathbf{H}_{12}] = [\mathbf{C}_B^{(mn)}] + [\mathbf{G}'^{(mn)}][\mathbf{B}''^{(nn)}]^{-1}[\mathbf{D}_G^{(nm)}] \quad (33)$$

$$[\mathbf{H}_{21}] = [\mathbf{C}_B^{(nm)}] + [\mathbf{G}'^{(nm)}][\mathbf{B}''^{(mm)}]^{-1}[\mathbf{D}_G^{(nm)}] \quad (34)$$

$$[\mathbf{H}_{22}] = [\mathbf{C}_B^{(nn)}] + [\mathbf{G}'^{(nn)}][\mathbf{B}''^{(nn)}]^{-1}[\mathbf{D}_G^{(nn)}] \quad (35)$$

式(30)、式(31)合并后可写为

$$\begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{H}} \\ \tilde{\mathbf{H}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{\delta}' \\ \tilde{\delta}' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{P}} \\ \tilde{\mathbf{P}} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{P}}_{vQ} \\ \tilde{\mathbf{P}}_{vQ} \end{bmatrix} \quad (36)$$

式中:

$$\begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{H}} \\ \tilde{\mathbf{H}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{h}_{ij} \\ \tilde{h}_{ij} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{H}}_{11} & \tilde{\mathbf{H}}_{12} \\ \tilde{\mathbf{H}}_{21} & \tilde{\mathbf{H}}_{22} \end{bmatrix} \quad (37)$$

$$\begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{P}}_{vQ} \\ \tilde{\mathbf{P}}_{vQ} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{L}_{vm} & \mathbf{L}_{Qm} \\ \mathbf{L}_{vn} & \mathbf{L}_{Qn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{v}^{2(m)} \\ \tilde{\mathbf{Q}}^{(n)} \end{bmatrix} \quad (38)$$

其中, \mathbf{L} 阵的 4 个子块矩阵计算式如下所示。

$$[\mathbf{L}_{vm}] = [\mathbf{G}'^{(mm)}] - [\mathbf{G}'^{(mn)}][\mathbf{B}''^{(nn)}]^{-1}[\mathbf{B}''^{(nm)}] \quad (39)$$

$$[\mathbf{L}_{Qm}] = -[\mathbf{G}'^{(mn)}][\mathbf{B}''^{(nn)}]^{-1} \quad (40)$$

$$[\mathbf{L}_{vn}] = [\mathbf{G}'^{(nm)}] - [\mathbf{G}'^{(nn)}][\mathbf{B}''^{(mm)}]^{-1}[\mathbf{B}''^{(nm)}] \quad (41)$$

$$[\mathbf{L}_{Qn}] = -[\mathbf{G}'^{(nn)}][\mathbf{B}''^{(mm)}]^{-1} \quad (42)$$

假设平衡节点电压相角 $\delta = 0$, 则 $\delta' = 0$, 代入式(36)得:

$$\begin{bmatrix} \tilde{h}_{11} & \tilde{h}_{12} & \dots & \tilde{h}_{1n} \\ \tilde{h}_{21} & & & \\ \vdots & & \mathbf{H} & \\ \tilde{h}_{n1} & & & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ \delta' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{P}_1 \\ \mathbf{P} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \mathbf{P}_{vQ1} \\ \mathbf{P}_{vQ} \end{bmatrix} \quad (43)$$

$$[\mathbf{H}][\delta'] = [\mathbf{P}] - [\mathbf{P}_{vQ}] \quad (44)$$

$$[\delta'] = [\mathbf{H}]^{-1}([\mathbf{P}] - [\mathbf{P}_{vQ}]) \quad (45)$$

节点电压相角为

$$\delta_i = \delta'_i / v_i^2 \quad (46)$$

将式(45)求得的 δ' 代入式(29)开根号后可计算出所有 PQ 节点的电压幅值, 利用式(38)可求得所有节点的电压相角, 于是, 所有节点的电压幅值和相角均已获得。将节点电压相量 \mathbf{V} 代入矩阵化的潮流计算公式^[21], 可直接求得线路的复功率, 如式(47)和式(48)所示。

$$\mathbf{S}_f = (\mathbf{C}_f \mathbf{V})_d \mathbf{I}_f^* = (\mathbf{C}_f \mathbf{V})_d \mathbf{Y}_f^* \mathbf{V}^* \quad (47)$$

$$\mathbf{S}_t = (\mathbf{C}_t \mathbf{V})_d \mathbf{I}_t^* = (\mathbf{C}_t \mathbf{V})_d \mathbf{Y}_t^* \mathbf{V}^* \quad (48)$$

式中: \mathbf{S}_f 为线路首端复功率; \mathbf{S}_t 为线路末端复功率; \mathbf{V} 为 $n_b \times 1$ 的节点电压相量; \mathbf{C}_f 和 \mathbf{C}_t 为 $n_l \times n_b$ 的关联矩阵(n_l 为支路数, n_b 为节点数); \mathbf{Y}_f 和 \mathbf{Y}_t 为 $n_l \times n_b$ 的支路导纳矩阵; 上标“*”表示共轭符号; 下标“d”

表示向量构成的对角矩阵。以上变量的具体计算公式详见文献[21]，本文不再赘述。

3 算例分析

算例取 IEEE118 节点系统(含 14 个节点并联电容)，在 Intel i7-4790 3.6 GHz 平台上，采用基于 Matlab 平台的开源程序包 MatPower 5.1^[21]为基础，进行算例仿真。以牛顿拉夫逊法潮流计算结果作为基准(收敛精度为 10^{-5})，比较几种不同直流潮流计算方法的计算误差。为便于叙述，定义牛顿拉夫逊法为方法 0、标准直流潮流算法为方法 1，考虑网损补偿的直流潮流算法为方法 2、文献[16]的算法为方法 3、本文提出的算法为方法 4，其中 λ_1 和 λ_2 分别取为 0.97 和 0.95。用 ε_δ 、 ε_v 、 ε_p 、 ε_Q 分别表示相角误差和幅值误差、线路首端有功误差和无功误差，上标 $i(i=0, 1, \dots, 4)$ 表示计算方法。

$$\varepsilon_\delta^i = |\delta^i - \delta^0| \quad (49)$$

$$\varepsilon_v^i = |v^i - v^0| \quad (50)$$

$$\varepsilon_p^i = |P^i - P^0| \quad (51)$$

$$\varepsilon_Q^i = |Q^i - Q^0| \quad (52)$$

方法 1 和方法 2 中所有节点电压幅值取为 1，且线路无功近似为 0，故不参与无功潮流计算误差的分析。方法 3 没有给出简化的无功潮流计算公式，但可以计算节点电压幅值和相角，故将该方法计算出的节点电压相量代入式(47)计算线路首端的复功率参与比较。

3.1 节点电压相角比较

图 5 为 4 种直流潮流计算方法下的节点电压相角误差曲线，方法 1 是标准直流潮流算法，计算得到的各个节点电压相角误差均较大，不适用于 IEEE-118 节点系统的潮流计算^[12]，方法 2、3、4 的计算误差相对于方法 1 有明显的改善，且方法 4 和方法 2、3 的计算误差范围近似，表明接地支路的计入并不会增大有功功率的计算误差。

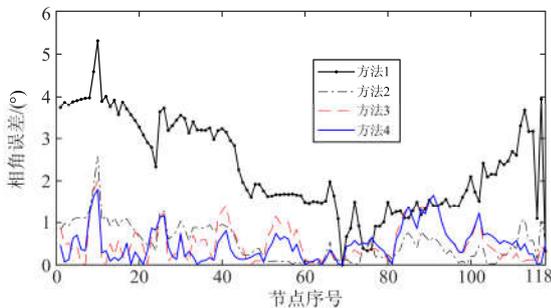


图 5 IEEE-118 节点系统节点相角误差 ε_δ

Fig. 5 ε_δ for the IEEE 118-bus system

3.2 节点电压幅值比较

如图 6 所示，方法 1 和 2 均假设了节点电压幅值的标幺值为 1，所以它们的误差曲线重合；方法 3 和方法 4 考虑了节点的无功注入功率，计算得到的电压幅值误差要明显小于方法 1 和方法 2；进一步观察可以得到：在方法 3 的一些幅值误差较大的节点上，方法 4 的误差要比方法 3 小很多，说明计入接地支路后能有效改善直流潮流算法对电压幅值的计算精度。

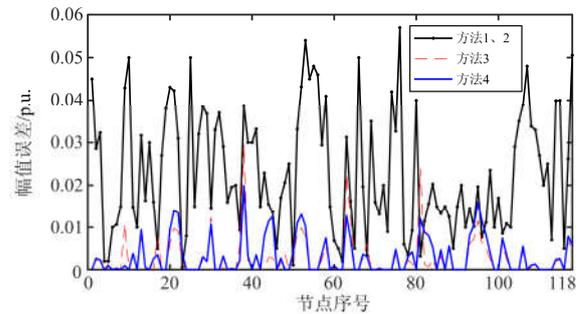


图 6 IEEE-118 节点系统节点幅值误差 ε_v

Fig. 6 ε_v for the IEEE 118-bus system

3.3 线路有功功率比较

图 7 为 4 种直流潮流算法计算得到的线路首端有功功率的误差。当线路 r/x 比值较小时，有功功率的传输主要受电压相角的影响，因此相角计算精度较高的方法 2、3、4 的有功功率计算效果也相对更好。

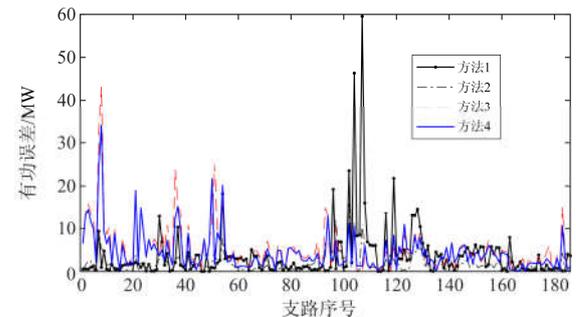


图 7 IEEE-118 节点系统线路首端有功功率误差 ε_p

Fig. 7 ε_p for the IEEE 118-bus system

3.4 线路无功功率比较

在方法 1 和方法 2 的简化下，系统的无功功率为零，仅方法 3 和方法 4 能计算系统的电压幅值，故只比较方法 3 和方法 4 的无功功率计算误差，如图 8 所示。方法 3 忽略了线路充电电容和节点并联导纳等并联元件，不能反映接地支路对系统无功功率分布的影响。从图 8 中可以看出方法 3 在许多支路上的无功功率计算误差要大于方法 4。为直观显

示无功潮流的分布, 图 9 一并给出了分别采用方法 3、方法 4 和牛顿拉夫逊法计算得到的无功功率。结果显示, 对无功趋近于 0 的线路, 两种方法计算误差近似, 但对一些无功功率较重的线路, 方法 4 的计算误差明显小于方法 3。

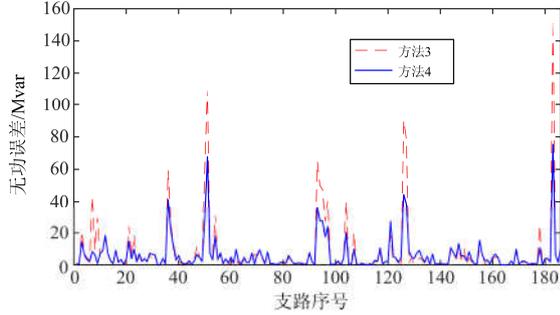


图 8 IEEE-118 节点系统线路首端无功功率误差 ε_Q
Fig. 8 ε_Q for the IEEE 118-bus system

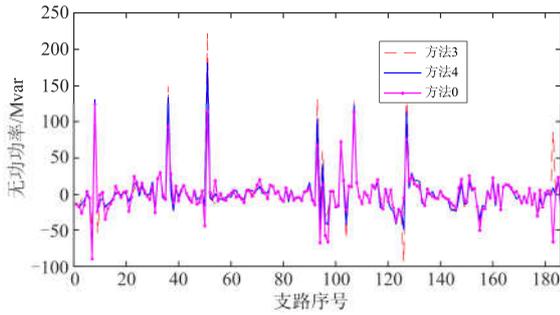


图 9 IEEE-118 节点系统线路首端无功功率
Fig. 9 Mvar flow on branches for the IEEE 118-bus system

输电系统的无功潮流分析主要关注线路中无功传输功率较大的线路。为便于比较直流潮流算法对重无功线路的无功计算误差, 表 2 列出了部分 IEEE118 系统中线路首端无功功率绝对值大于 50 Mvar 的支路以及包括本文算法在内的 4 种潮流计算方法对应的无功功率计算结果, 其中方法 DC 采用标准直流潮流算法计算有功功率, 并在假定线路功率因数为 0.95 的条件下结合有功计算结果计算得到无功功率。与牛顿拉夫逊法(NR)的潮流计算结果进行比较, 不难看出文献[16]中很多支路的无功功率计算具有较大的计算误差, 而本文算法考虑接地支路后, 无功功率的计算精度相对文献[16]均具有大幅度提升。而直接利用功率因数方法的计算结果则具有很大的随意性, 虽然对个别支路计算结果较为准确, 但同时也造成了其它支路的无功不合理, 其中支路 107、127 的无功功率出现反向, 对无功潮流分析易造成较大干扰。

表 2 无功功率的比较

Table 2 Comparison of Mvar flow

重无功线路	NR	本文	文献[16]	DC
7	-89.73	-81.09	-46.35	-147.91
8	124.73	130.85	134.16	110.94
36	92.97	134.05	153.28	75.30
51	113.60	181.45	223.58	79.73
93	67.48	103.66	132.66	49.95
94	-67.48	-40.48	-17.44	-49.95
96	-57.63	-43.98	-31.20	-53.25
97	-66.49	-43.89	-25.42	-60.30
107	112.82	120.80	132.87	-21.78
127	75.54	114.16	154.19	-18.81

表 3 给出了牛顿拉夫逊法计算得到的 IEEE118 系统中各元件对系统的功率贡献, 其中正号表示向系统提供功率, 负号表示从系统中汲取功率, 其中输电线路汲取的功率即为线路损耗。系统的有功功率仅由发电机提供, 其值与负荷和线路消耗的有功功率平衡, 而系统中提供感性无功功率的元件包括发电机、并联导纳以及线路的充电电容, 它们提供的总无功功率与线路损耗和负荷平衡。

表 3 118 节点系统中各元件的功率贡献

Table 3 Power contribution of elements in 118-bus system

元件类型	P/MW	Q/Mvar
发电机	4374.9	795.7
负荷	-4242	-1438
并联导纳	0	84.4
充电电容	0	1341.7
输电线路	-132.86	-783.79

IEEE118 系统中不存在并联电导, 因此不存在与之相关联的有功功率消耗, 并联导纳的感性无功功率仅由并联电纳提供。表 3 显示线路的充电电容对系统提供了大量无功功率, 其数值比发电机的无功出力的 1.6 倍还要多, 说明在输电线路的无功功率计算中, 充电电容不可忽略, 其对系统的无功分布有着非常显著的影响。

3.5 计算时间比较

方法 1 与方法 2、方法 3 与方法 4 的计算量差别不大, 故选取方法 1(DC)与方法 4(本文算法)作为典型直流潮流算法与牛顿法进行计算速度的比较, 如表 4 所示。其中, 三种算法的计算速度从快到慢分别为标准直流潮流算法、本文算法和牛顿法。

表 4 计算时间的比较

Table 4 Comparison of CPU time

	NR	DC	本文
迭代次数	2	1	1
计算时间/ms	4.184	1.084	2.672

图 10 给出了本文算法涉及的各部分矩阵运算时间的柱状图,从图中可以看出,计算 \mathbf{H} 阵消耗了大量的计算时间,而求解电压相角 δ 、幅值 V 及线路功率 \mathbf{S} 所用时间仅占总时间的一小部分。矩阵 \mathbf{H} 包括矩阵 \mathbf{L} 均仅利用节点导纳矩阵项计算得到,其值完全由线路的结构参数决定,如式(32)一式(35)和式(39)一式(42)所示,仅矩阵 \mathbf{P}_{VQ} 、电压幅值计算公式和相角计算公式需要用到节点注入功率,如式(38)、式(29)、式(45)所示。当网络结构不发生变化时,仅节点注入量变化时,直接利用已知的常数矩阵 \mathbf{H} 和 \mathbf{L} 进行计算可大幅提升计算效率,适用于网络拓扑结构变化次数较少而节点功率注入量频繁变化的场合。

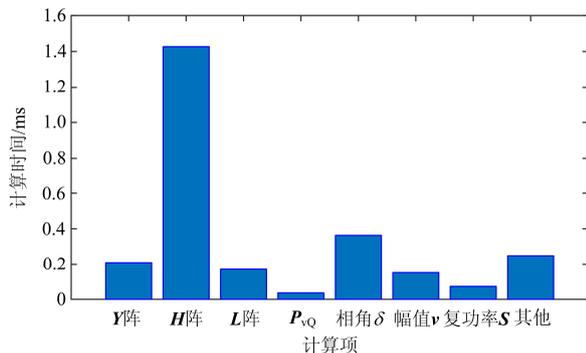


图 10 计算时间分布图

Fig. 10 CPU time of different part of calculation

4 结语

现有直流潮流算法一般只计算系统节点电压相角和有功功率,少有考虑系统电压幅值的差异和无功注入。本文在考虑了无功注入和线路电阻的基础上,计入了接地支路的影响,通过对功率平衡方程的线性化,得到了仍具有线性形式的直流潮流方程,利用推导得到的直流潮流方程计算电压幅值,从而实现了完整的交流潮流计算。

对 IEEE118 节点系统中线路元件的功率贡献的分析结果表明,充电电容对输电线路的无功分布具有非常显著的影响,计算输电线路的无功潮流时不可将其忽略。本文提出的算法与不考虑接地支路的直流潮流算法相比,可以保持有功功率在较高计算精度的前提下得到更为准确合理的电压幅值和无功功率,使直流潮流算法具有更广的应用前景。

参考文献

[1] 李响, 郭志忠. N-1 静态安全潮流约束下的输电断面有功潮流控制[J]. 电网技术, 2005, 29(3): 29-32.
LI Xiang, GUO Zhizhong. Power flow at cross-section of

transmission line and its control under n-1 static state secure power flow restraint[J]. Power System Technology, 2005, 29(3): 29-32.

- [2] 贾宏杰, 穆云飞, 余晓丹. 基于直流潮流灵敏度的断面潮流定向控制[J]. 电力系统自动化, 2010, 34(2): 34-38.
JIA Hongjie, MU Yunfei, YU Xiaodan. Directional control method to interface power based on DC power flow and sensitivity[J]. Automation of Electric Power Systems, 2010, 34(2): 34-38.
- [3] 赵娟, 申旭辉, 吴丽华, 等. 结合直流潮流模型的电网断面热稳定极限快速评估方法[J]. 电力系统保护与控制, 2015, 43(3): 97-101.
ZHAO Juan, SHEN Xuhui, WU Lihua, et al. Fast evaluation method on thermal stability limit of power grid cross-section with DC power flow model[J]. Power System Protection and Control, 2015, 43(3): 97-101.
- [4] 岳贤龙, 王涛, 顾雪平, 等. 基于自组织临界理论的电网脆弱线路辨识[J]. 电力系统保护与控制, 2016, 44(15): 18-26.
YUE Xianlong, WANG Tao, GU Xueping, et al. Vulnerable line identification of power grid based on self-organizing critical theory[J]. Power System Protection and Control, 2016, 44(15): 18-26.
- [5] 刘小丽, 毛弋, 梁杉, 等. 基于综合介数的电网脆弱线路辨识[J]. 电力系统保护与控制, 2016, 44(2): 116-121.
LIU Xiaoli, MAO Yi, LIANG Shan, et al. Identification of vulnerable lines in power grid based on comprehensive betweenness index[J]. Power System Protection and Control, 2016, 44(2): 116-121.
- [6] 张富超, 谢成荣, 沈立新, 等. 基于源流路径链和输电介数的电网关键线路辨识[J]. 电力系统保护与控制, 2015, 43(21): 7-12.
ZHANG Fuchao, XIE Chengrong, SHEN Lixin, et al. Identification of power grid critical lines based on path chains and transmission betweenness[J]. Power System Protection and Control, 2015, 43(21): 7-12.
- [7] 陈之栩, 张粒子, 舒隽. 交直流迭代法求解含网损节点边际电价[J]. 电力系统自动化, 2007, 31(11): 22-25.
CHEN Zhixu, ZHANG Lizi, SHU Jun. AC-DC iterative methods for calculating locational marginal price with losses[J]. Automation of Electric Power Systems, 2007, 31(11): 22-25.
- [8] 孔祥玉, 房大中, 侯佑华. 基于直流潮流的网损微增率算法[J]. 电网技术, 2007, 31(15): 39-43.
KONG Xiangyu, FANG Dazhong, HOU Youhua. An

- incremental transmission loss algorithm based on DC power flow[J]. Power System Technology, 2007, 31(15): 39-43.
- [9] 黄巍, 张粒子, 王楠, 等. 基于动态网损修正的改进交流迭代算法[J]. 电网技术, 2010, 34(6): 119-122.
HUANG Wei, ZHANG Lizi, WANG Nan, et al. An improved AC-DC iteration algorithm based on dynamic network loss modification[J]. Power System Technology, 2010, 34(6): 119-122.
- [10] 王楠, 张粒子, 黄巍, 等. 电力系统安全经济调度网损协调优化方法[J]. 电网技术, 2010, 34(10): 105-108.
WANG Nan, ZHANG Lizi, HUANG Wei, et al. Coordinative optimization of network loss in security-constrained economic dispatching[J]. Power System Technology, 2010, 34(10): 105-108.
- [11] BAI Feifei, LIU Yong, LIU Yilu, et al. A measurement based approach for power system instability early warning[J]. Protection and Control of Modern Power Systems, 2016, 1: 9pp.
DOI 10.1186/s 41601-016-0014-0
- [12] 赵晋泉, 叶君玲, 邓勇. 直流潮流与交流潮流的对比分析[J]. 电网技术, 2012, 36(10): 147-152.
ZHAO Jinquan, YE Junling, DENG Yong. Comparative analysis on DC power flow and AC power flow[J]. Power System Technology, 2012, 36(10): 147-152.
- [13] LU Shuai, ZHOU Ning, KUMAR N P, et al. Improved DC power flow method based on empirical knowledge of the system[C] // Transmission and Distribution Conference and Exposition, 2010 IEEE PES, 2010: 1-6.
- [14] 李虎成, 於益军, 高宗和, 等. 一种提高计算精度的类直流潮流算法[J]. 电力系统自动化, 2013, 37(12): 128-133.
LI Hucheng, YU Yijun, GAO Zonghe, et al. A class DC power flow algorithm with higher calculation accuracy[J]. Automation of Electric Power Systems, 2013, 37(12): 128-133.
- [15] 王虹富, 王毅, 高崇, 等. 基于网损等值负荷模型的直流潮流迭代算法[J]. 电力系统自动化, 2015, 39(1): 99-103.
WANG Hongfu, WANG Yi, GAO Chong, et al. Iterative algorithm of DC power flow based on network loss equivalent load model[J]. Automation of Electric Power Systems, 2015, 39(1): 99-103.
- [16] FATEMI S M, ABEDI S, GHAREHPETIAN G B, et al. Introducing a novel DC power flow method with reactive power considerations[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2015, 30(6): 3012-3023.
- [17] 王毅, 马世英, 王虹富, 等. 基于直流潮流的无功补偿自动配置方法[J]. 电网技术, 2014, 38(5): 1229-1233.
WANG Yi, MA Shiyong, WANG Hongfu, et al. DC power flow based automatic configuration of reactive power compensators[J]. Power System Technology, 2014, 38(5): 1229-1233.
- [18] STOTT B, JARDIM J, ALSAC O. DC Power Flow Revisited[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2009, 24(3): 1290-1300.
- [19] KILE H, UHLEN K, WARLAND L, et al. A comparison of AC and DC power flow models for contingency and reliability analysis[C] // Power Systems Computation Conference (PSCC), 2014.
- [20] QI Yingying, SHI Di, TYLAVSKY D. Impact of assumptions on DC power flow model accuracy[C] // North American Power Symposium (NAPS), 2012: 1-6.
- [21] ZIMMERMAN R D, MURILLO-SÁNCHEZ C E, THOMAS R J. MATPOWER: steady-state operations, planning, and analysis tools for power systems research and education[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2011, 26(1): 12-19.

收稿日期: 2016-08-16; 修回日期: 2016-10-25

作者简介:

敖鑫(1994—), 男, 硕士研究生, 主要研究方向为电力系统潮流计算;

王淳(1963—), 男, 博士, 教授, 主要研究方向为电力系统规划、优化理论在电力系统中的应用。E-mail: cu_wang@126.com

(编辑 张爱琴)