

DOI: 10.7667/PSPC160873

基于节点集合的 PMU 优化配置方法

郑明忠¹, 张道农², 张小易¹, 樊海锋¹, 袁宇波¹

(1. 江苏省电力公司电力科学研究院, 江苏 南京 211103; 2. 华北电力设计院有限公司, 北京 100120)

摘要: 同步相量测量单元(PMU)的最优配置要求在全局可观的前提下所配置的 PMU 最少。0-1 线性整数规划在分析求解多目标 PMU 最优配置有极大的优势。在实际电力系统中存在一定数量的零注入节点。作为虚拟测量数据, 虽然有利于 PMU 最优配置, 然而引入到整数规划进行计算时, 将使模型非线性化而难以求解。给出了考虑零注入功率节点情况下的条件函数, 该函数能够有效保持函数的线性性从而仍能适用于 0-1 整数规划。当考虑 $N-1$ 情况下的 PMU 最优布点时, 该方法具有很强的继承能力, 有效解决了传统方法无法解决的 $N-1$ 优化配置问题。最后将该方法应用于 IEEE14 节点以及 IEEE39 节点的算例, 相对于其他配置方法, 减少了 PMU 配置数量, 从而体现了该方法的优越性。

关键词: PMU; 0-1 整数规划; 节点集合; $N-1$ 最优配置

PMU optimal placement based on node set

ZHENG Mingzhong¹, ZHANG Daonong², ZHANG Xiaoyi¹, FAN Haifeng¹, YUAN Yubo¹

(1. Jiangsu Electric Power Company Research Institute, Nanjing 211103, China;

2. North China Power Engineering Co., Ltd., Beijing 100120, China)

Abstract: The configuration of phasor measurement units (PMU) requires the least PMUs under the premise of complete network observability. The 0-1 mixed integer programming formulation has a great advantage of solving the multi-objective PMU placement problem. However, there are plenty of zero power injection nodes in power system. It's conducive to PMU placement being as "free" measurement while still brings the nonlinearity to the optimizing issue. This paper presents a conditional function which considers the condition that the zero power injection nodes are included. It could apply to the 0-1 integer programming formulation while still keeping the linearity. Besides, the method has a strong inheritance when considering the $N-1$ situation and could solve the $N-1$ optimal allocation problem when traditional methods not. At last, the method is applied to the IEEE 14 nodes and 39 nodes cases. It reduces the numbers of PMU that is needed, and embodies the superiority of this method when compared with the other methods.

Key words: PMU; 0-1 integer programming; node set; $N-1$ optimal placement

0 引言

随着网架规模不断增大, 世界范围内电网事故状况频出日益引起重视。这些安全隐患要求对电网进行实时监控, 传统的 SCADA 数据上送为秒级别。而采集数据以这种速率进行上送, 显然无法满足电网对于某些高级应用对于实时断面的数据需求。2003 年的美加大停电也印证了这一点。从应用角度, 各级调度中心也无法以这种类型的数据做出正确判断, 如低频振荡、电网扰动识别等。

为对电力系统进行毫秒级别的实时监控, 就需要相量测量单元(Phasor Measurement Units, PMU)^[1-4]。

PMU 利用 GPS 或者北斗等的同步信号, 给各个遥测数据打上时标, 通过子站经由高速通信网络, 将测量到的基波电压电流以及其他的模拟量开关量传送到调度中心。无论是从经济性的角度、海量数据上送给主站压力的角度都需要考虑对系统的 PMU 的优化配置。以较少的 PMU 实现对系统不同目的的可观性。

PMU 最优配置的模型求解方法有模拟退火法^[5]、最小生成树法^[6]、禁忌搜索法^[7]、遗传算法^[8]、最大测量树法、深度优先法、末端节点法, 这些方法的最大不足在于收敛速度慢, 需要很长的执行时间, 并且, 它们是基于一定寻优策略的启发式算法, 算

法难以得出全局最优解, 甚至会得出错误解, 由此限制了其在实际大型电力系统中的应用。与其相对应的是 0-1 线性整数规划法^[9]。0-1 整数规划法简单直观, 在满足规定约束条件下有更好的适应性, 只要约束条件正确无误就能够获得全局最优解, 是一种确定性算法。然而当系统中存在零注入节点时, 模型将会出现非线性的不等式方程, 而使得求解变得十分困难。文献[10]虽然将模型线性化, 但其缺点也较为突出, 尤其是对零注入点的处理上较为复杂。文献[11]通过对此节点遗传优化处理, 也使模型复杂化。文献[12]运用或运算将不等式非线性问题线性化, 然而该运算直接将多不等式直接合并的方式过于简单以至于得出的结果可能出错。

而在考虑 PMU 的 $N-1$ 优化配置中, 当运用 0-1 整数规划进行求解时, 传统的方法无法顾及零注入功率节点的影响, 而文章给出的新不等式很好地解决了此种问题。同时, 文章还考虑了已知支路潮流与零注入功率节点集合中的某一节点相接的情况, 给出了相应的条件函数与证明。最后, 通过 IEEE14 节点与 IEEE39 节点的算例进行理论计算, 所得到的配置结果优于其他传统的优化配置方法^[13-17]。

1 PMU 配置的数学模型、规则与可观性

1.1 PMU 配置规则

当某一厂站配置了 PMU 时, 则该装置能够测量该母线的电压相量以及所有与之相连的支路电流。结合传统测量方式, 有如下所述规则^[18-22]。

规则 1: 若节点 i (厂站)配置了 PMU, 那么节点 i 对应于该厂站的母线电压相量能被测得, 于是节点 i 可观测。

规则 2: 若节点 i (厂站)配置了 PMU, 那么与节点 i 连接的所有厂站的母线电压相量也可被间接测得, 因为相应的连接线出线电流可以直接获得, 依据欧姆定律以及具体的线路参数可得对侧厂站母线电压相量。由此, 相邻节点也可观测。

规则 3: 电力系统中存在一些如发电机出线等线路潮流已知的线路, 此时当某厂站可观测, 对侧厂站同样可观测。也就是对侧节点可观。

规则 4: 在电力系统中存在大量零注入功率节点(也就是说注入功率为零的节点)若该节点周围有 k 个节点与其相连, 那么如果这 k 个节点当中有 $k-1$ 个节点可观测, 那么第 k 个节点也可观测。

1.2 PMU 配置的数学模型

对于一个具有 n 个节点的系, PMU 最优布置实际上就是 PMU 数量或者说费用的最小化, 这也可以转换为对 0-1 线性整数规划问题的求解。具

体形式为

$$\begin{cases} \min \sum_i^n \omega_i x_i \\ \text{s.t. } \mathbf{A}\mathbf{X} \geq \hat{\mathbf{1}} \end{cases} \quad (1)$$

式中: \mathbf{X} 是 n 维向量, 其元素取值为 0 或 1; $\mathbf{A}=(a_{ij})$, 当节点 i 与节点 j 相邻时, $a_{ij}=1$, 否则, $a_{ij}=0$, 对角线上的元素皆为 1。在得出的解中, 当 $x_i=1$, 母线 i 配置了 PMU, 否则母线 i 不配置 PMU。 $\hat{\mathbf{1}}$ 为元素都为 1 的列向量。同时, 为简化, 令任意 $\omega_i=1$, 即任意点配置的 PMU 所需费用均相等。

2 考虑零注入功率节点

首先做如下定义:

$$f_i = x_i + \sum_{l \in G} x_l \quad (2)$$

G 为与节点 i 相连的所有节点集合。下标对应于具体的节点。

那么在具体的布点方案中, 对于普通节点 i 可观则有 $f_i \geq 1$ 。而在规则 4 中提到, 若节点 i 为零注入节点, 其有 k 个邻接节点, 则这 $k+1$ 个节点只要有 k 个可观, $k+1$ 个节点均可观。也就是说在 $k+1$ 个上述不等式中至少有 k 个不等式大于或等于 1。若节点 i 为零注入功率节点, 那么其对应的条件函数则为

$$\begin{cases} f_i + f_{i+1} \geq 1, \dots, f_i + f_{i+k} \geq 1 \\ f_{i+1} + f_{i+2} \geq 1, \dots, f_{i+1} + f_{i+k} \geq 1 \\ \vdots \\ f_{i+k-1} + f_{i+k} \geq 1 \end{cases} \quad (3)$$

不等式方程组式(3)中至少有一个式子不等于零, 同时, 不等式方程组具有对称性, 假定 $f_i \geq 1$, 那么方程组中的第一行不等式可以消去, 由于对称性, 剩余不等式方程组重新排列后仍然可以写成式(3)的形式。同理, 此时的方程组同理仍然存在一方程序 f 不等于零, 假定为 $f_{i+1} \geq 1$, 此时第二行不等式可以消去。依此可得, $k+1$ 个节点方程中至少有 k 个节点方程大于或等于 1, 亦即这 $k+1$ 个节点有 k 个节点可观。

3 0-1 整数规划在 $N-1$ 情况下的修正应用

3.1 未考虑支路潮流

已知节点 i 为零注入节点, 其有 k 个邻接节点, 则这 $k+1$ 个节点只要有 k 个可观, $k+1$ 个节点均可观。也就是对应于这 $k+1$ 个节点中 $k+1$ 个方程式 $f_x (x=i, i+1, \dots, i+k)$ 共有 k 个大于或等于 1。为满足 $N-1$ 可观, $f_x (x=i, i+1, \dots, i+k)$ 满足如下情况

之一。

1) 所有 f_x 都大于或等于 1

PMU 的丧失可能导致其中某个 f_x 值为零, 则此时, 另外 k 个仍然满足都大于或等于 1。此时, 系统中仍然可观测。

2) 这 $k+1$ 个 f_x 中至少有 k 个大于或者等于 2。

综上:

$$\begin{cases} f_i + f_{i+1} \geq 2, \dots, f_i + f_{i+k} \geq 2 \\ f_{i+1} + f_{i+2} \geq 2, \dots, f_{i+1} + f_{i+k} \geq 2 \\ \vdots \\ f_{i+k-1} + f_{i+k} \geq 2 \end{cases} \quad (4)$$

考虑在零注入节点集合不等式方程中, 如果 $x_i \in f_x$ 且 $x_i \in f_y$, 在计算结果中, f_x 与 f_y 的元素中仅有 $x_i = 1$, 那么当第 i 个节点的 PMU 失去以后, $f_x = 0, f_y = 0$, 此时, 节点 x 与节点 y 不可观, 则无法满足 $N-1$ 情况下的全局可观。于是, 需要添加方程排除这种情况。

令: $f_x + f_y = M + N$, 其中 $M \subset f_x \cap f_y$, 即 M 中的元素为 f_x 与 f_y 中元素的交集。

如上所述, 需要排除 $(M/2=1)$, 于是可以添加:

$$\frac{M}{2} - 1 + N \neq 0 \quad (5)$$

与式(5)相违逆的只有两种情况:

$$\frac{M}{2} = 1, N = 0 \quad (6)$$

$$\frac{M}{2} = 0, N = 1 \quad (7)$$

在式(7)中可得, $M = 0, N = 1$, 此时:

$$f_x + f_y = M + N \leq 2 \quad (8)$$

所以添加上述公式足以排除可能出现的错误解, 即

$$\frac{M}{2} - 1 + N \neq 0 \quad (9)$$

在条件函数中可以很简单地实现不等号情况。

令 ε 为一个极小量, 于是有

$$\frac{M}{2} - 1 + N \geq \varepsilon \quad (10)$$

3.2 零注入节点集合与已知支路潮流相连

已知节点 $i, i+1, \dots, i+k-1, j$ 是零注入功率节点集合, 节点 j 与节点 l 之间的支路是已知潮流支路。节点 $j, l, l+1, \dots, l+m$ 是节点 l 相连的节点集合。此时, 将 f_j 重新修改为 $f_{new j}$ 。

$$f_{new j} = f_j + x_{l+1} + x_{l+2} + \dots + x_{l+m} \quad (11)$$

这个方程式的意义在于, 若 $f_{new j} \geq 1$, 那么节点 j 和节点 l 可观测。而同时又不妨碍前述零注入功率节点条件函数的形成。由如图 1 推证。

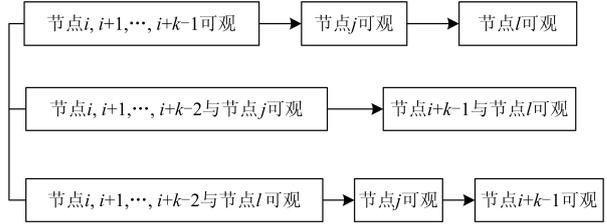


图 1 推证过程

Fig. 1 Derivation process

4 算例

4.1 算例 1

使用 IEEE14 节点母线系统进行验证, 并运用 lingo 软件对此 0-1 线性整数规划问题进行求解。B7 为零注入功率节点。IEEE14 节点系统图见图 2。

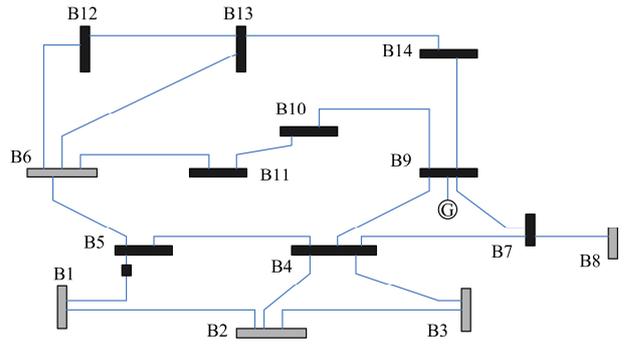


图 2 IEEE14 节点系统

Fig. 2 IEEE14 node system

最后得出的配置方案仍为在母线 2, 6, 9 配置 PMU。

考虑 $N-1$ 情况下最小生成树法与本文方法的对比, 运用 lingo 程序进行求解。其结果如表 1 所示。

表 1 两种方法对比

Table 1 Comparison of two methods

方法	PMU 数	PMU 位置
最小生成树法	8	2, 5, 6, 7, 9, 10, 13, 14
本文方法	7	1, 2, 4, 6, 9, 11, 13

表 1 中给出在 $N-1$ 情况下与最小生成树方法所得结果的对比。本文方法能够节省一个 PMU, 说明本文方法在包含零注入功率节点情况下求解 PMU 配置问题的优势。其原因在于, 最小生成树法运用一定的寻优规则, 如(寻找能最大限度覆盖网络的母线)来进行 PMU 的优化配置, 而这种寻优规则是主观定义的, 在配置 PMU 并不客观, 得出的解不一

定是最优解, 而 0-1 线性整数规划本身具有的优势就是在限定的条件函数下满足目标函数最优解, 当解决了零注入功率节点的 $N-1$ 问题后, 所得的解即本问题的最优解。

4.2 算例 2

IEEE39 节点系统中有 12 个零注入功率节点。IEEE39 节点系统图如图 3 所示。

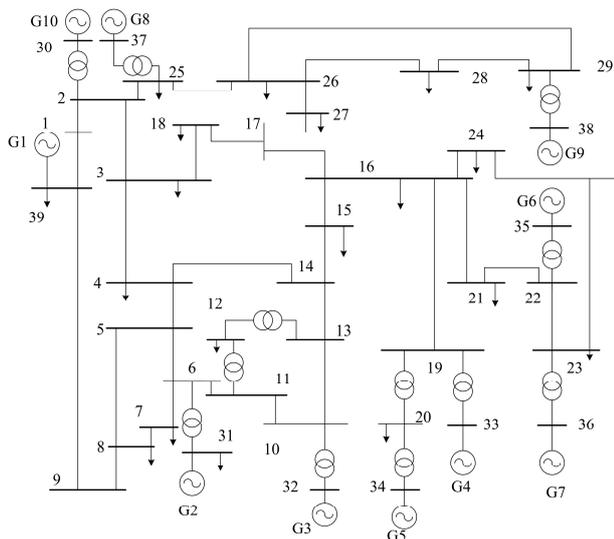


图 3 IEEE39 节点系统

Fig. 3 IEEE39 node system

与其他方法配置结果的对比如表 2 所示。

表 2 五种方法对比

Table 2 Comparison of five methods

方法	PMU 总数	PMU 节点位置	可观性
本文方法	13	2, 6, 9, 10, 13, 14, 17, 19, 22, 23, 25, 29, 34	能
MMT	9	1, 3, 8, 12, 16, 20, 23, 25, 29	否
DFS	16	2, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, 23, 26, 33, 35, 37, 38, 39	能
末端节点	11	2, 5, 7, 11, 16, 20, 22, 23, 24, 28, 38	否
SA	9	2, 3, 8, 12, 16, 20, 23, 25, 29	否

由表 2 的计算结果进行分析:

1) 最小生成树法(MMT)的零注入功率节点为节点 6, 有 4 个节点与其相接, 分别是 5, 7, 11, 31。依据规则 4, 方案中仅有 3 个节点可观, 无法满足全局可观需求, 所以该方案失效。

2) 在末端节点法求得方案中以节点 13 这个零注入功率节点以及其周围的 3 个邻接节点进行分析。同样应用规则 4 进行分析, 4 个节点仅有两个可观, 两个不可观。方法失效。

3) 从方法 SA 中的零注入功率节点 10 以及其邻

接的 3 个节点分析, 其中已经有两个节点不可观, 方案同样失效。

将本文计算结果代入向量 X 中, 有 $AX \geq 1$, 所以本文结果能够满足全局可观, 同时, 说明在 10 机 39 节点系统当中, 零注入功率节点不能够帮助减少 PMU 配置数量。

5 结论

在应用 IEEE14 节点母线优化计算发现, $N-1$ 情况下, 理论计算的结果与其他方法一致, 能满足全局可观性。在应用 IEEE39 节点母线优化计算发现, 相对于其他启发式算法能够给出正确解, 同时所给的配置方案使用较少的 PMU。在 IEEE14 节点的 $N-1$ 配置过程中比最小生成树法更节省 1 个 PMU, 体现了本文算法的优越性。

在完善 0-1 整数规划的条件函数后, 就能够将确定性算法相对于启发式算法的优越性能体现出来。本文方法所给出的条件函数全面考虑了包含零注入功率节点全局可观情况以及 $N-1$ 情况, 并考虑了零注入功率节点集合经过已知潮流支路与集合外节点相连的情况。同时, 本文条件函数皆为线性函数, 满足 0-1 规划的线性要求, 而同时条件函数能够很好地与 $N-1$ 情况统一起来。

参考文献

- [1] PHADKE A G. Synchronized phasor measurements in power systems[J]. Computer Applications in Power, IEEE, 1993, 6(2): 10-15.
- [2] 季坤, 王克英, 蔡泽祥. 广域测量系统中 PMU 的通信方案[J]. 电力系统自动化, 2005, 29(3): 77-80. JI Kun, WANG Keying, CAI Zexiang. Communication scheme of phasor measurement unit in WAMS[J]. Automation of Electric Power Systems, 2005, 29(3): 77-80.
- [3] KASHYAP N, WERNER S, HUANG Y F, et al. Power system state estimation under incomplete PMU observability — a reduced-order approach[J]. IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing, 2014, 8: 1051-1062.
- [4] PHADKE A G. Synchronized phasor measurements in power systems[J]. Computer Applications in Power, IEEE, 1993, 6(2): 10-15.
- [5] 李强, 于尔铿, 吕世超, 等. 一种改进的相量测量装置最优配置方法[J]. 电网技术, 2005, 29(12): 57-61. LI Qiang, YU Erkeng, LÜ Shichao, et al. An improved optimal phasor measurement unit placement algorithm[J]. Power System Technology, 2005, 29(12): 57-61.
- [6] 蔡田田, 艾芊. 电力系统中 PMU 最优配置的研究[J]. 电网技术, 2006, 30(13): 32-37.

CAI Tiantian, AI Qian. Research on optimal PMU placement in power systems[J]. Power System Technology, 2006, 30(13): 32-37.

[7] CHO K S, SHIN J R, HYUN S H. Optimal placement of phasor measurement units with GPS receiver[C] // Power Engineering Society Winter Meeting, 2001: IEEE. IEEE, 2001, 1: 258-262.

[8] MARIN F J, GARCIA-LAGOS F, JOYA G, et al. Genetic algorithms for optimal placement of phasor measurement units in electrical networks[J]. Electronics Letters, 2003, 39(19): 1403-1405.

[9] 罗毅, 赵冬梅. 电力系统 PMU 最优配置数字规划算法[J]. 电力系统自动化, 2006, 30(9): 20-24.

LUO Yi, ZHAO Dongmei. Optimal PMU placement in power system using numerical formulation[J]. Automation of Electric Power Systems, 2006, 30(9): 20-24.

[10] XU B, ABUR A. Observability analysis and measurement placement for systems with PMUs[C] // IEEE PES Power Systems Conference and Exposition, 2004, 2: 943-946.

[11] 蒋正威. 基于线性整数规划模型的高适应性 PMU 配置算法[J]. 电网技术, 2009, 33(1): 42-47.

JIANG Zhengwei. Optimal PMU placement algorithm with high adaptability based on linear integer planning model[J]. Power System Technology, 2009, 33(1): 42-47.

[12] GOU B. Optimal placement of PMUs by integer linear programming[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2008, 23(3): 1525-1526.

[13] LI Q, CUI T, WENG Y, et al. An information-theoretic approach to PMU placement in electric power systems[J]. IEEE Transactions on Smart Grid, 2012, 4(1): 446-456.

[14] 彭疆南, 孙元章, 王海风. 考虑系统完全可观测性的 PMU 最优配置方法[J]. 电力系统自动化, 2003, 27(4): 10-16.

PENG Jiangnan, SUN Yuanzhang, WANG Haifeng. An optimal PMU placement algorithm for full network observability[J]. Automation of Electric Power Systems, 2003, 27(4): 10-16.

[15] 贾宏杰, 吕英辉, 曾沅, 等. PMU 在电力系统中的优化配置方法[J]. 电力科学与技术学报, 2010, 25(1): 54-59, 66.

JIA Hongjie, LÜ Yinghui, ZENG Yuan, et al. Optimal PMU placement in power system[J]. Journal of Electric Power Science and Technology, 2010, 25(1): 54-59, 66.

[16] 陈晓刚, 陶佳, 江全元, 等. 考虑高风险连锁故障的 PMU 配置方法[J]. 电力系统自动化, 2008, 32(4): 11-14, 76.

CHEN Xiaogang, TAO Jia, JIANG Quanyuan, et al. Design and implementation of modeling tool based on IEC 61850[J]. Automation of Electric Power Systems, 2008, 32(4): 11-14, 76.

[17] 戴则梅, 陆进军, 闪鑫, 等. PMU 数据在控制中心的集成应用[J]. 江苏电机工程, 2012, 31(2): 8-11.

DAI Zemei, LU Jinjun, SHAN Xin, et al. Integrated application of PMU data in control center[J]. Jiangsu Electrical Engineering, 2012, 31(2): 8-11.

[18] 张洪喜. 基于 PMU 的支路电压稳定指标研究[J]. 江苏电机工程, 2012, 31(2): 59-61, 64.

ZHANG Hongxi. Investigation of the analysis methods for arc grounding over voltage[J]. Jiangsu Electrical Engineering, 2012, 31(2): 59-61, 64.

[19] 张维莉, 张蕾, 卢仁军, 等. 基于 PMU 同步测量量的电压稳定性分析实用算法[J]. 江苏电机工程, 2008, 27(4): 40-43.

ZHANG Weili, ZHANG Lei, LU Renjun, et al. Practical algorithm of voltage stability analysis based on PMU synchronized measurement[J]. Jiangsu Electrical Engineering, 2008, 27(4): 40-43.

[20] 何昆仑, 张庆超, 郑明忠. 模拟通道数最小的 PMU 优化配置方法[J]. 电力系统保护与控制, 2015, 43(24): 14-18.

HE Kunlun, ZHANG Qingchao, ZHENG Mingzhong. Optimal PMU placement with minimum analog channels[J]. Power System Protection and Control, 2015, 43(24): 14-18.

[21] 徐岩, 鄧静. 基于改进自适应遗传算法的 PMU 优化配置[J]. 电力系统保护与控制, 2015, 43(2): 55-62.

XU Yan, ZHI Jing. Optimal PMU configuration based on improved adaptive genetic algorithm[J]. Power System Protection and Control, 2015, 43(2): 55-62.

[22] 董雷, 张昭, 蒲天骄, 等. 基于 PMU 量测信息的电压稳定在线评估指标[J]. 电力系统保护与控制, 2015, 43(11): 1-6.

DONG Lei, ZHANG Zhao, PU Tianjiao, et al. An online voltage stability index based on measuring information of phasor measurement unit[J]. Power System Protection and Control, 2015, 43(11): 1-6.

收稿日期: 2016-06-14; 修回日期: 2016-11-10

作者简介:

郑明忠(1989—), 男, 工程师, 研究方向为 PMU 优化配置等; E-mail: mingzhongz@tju.edu.cn

张道农(1961—), 男, 硕士, 教授级高级工程师/设计总工程师, 主要从事继电保护及安全自动装置的设计与研究以及大型工程项目的项目管理工作; E-mail: zhangdn@ncepe.com.cn

张小易(1978—), 男, 硕士, 高级工程师, 从事调度自动化及智能变电站技术研究工作。

(编辑 姜新丽)