

DOI: 10.7667/PSPC151933

基于六项余弦窗四谱线插值 FFT 的高精度谐波检测算法

徐艳春, 刘宇龙, 李振华, 李振兴

(梯级水电站运行与控制湖北省重点实验室(三峡大学), 湖北 宜昌 443002)

摘要: 目前, 在实际电网环境中谐波检测算法的精确度不够高。为此, 分析了一种具有旁瓣峰值低且下降速度快的六项余弦窗并将其应用于 FFT 算法中, 提出了基于六项余弦窗四谱线插值 FFT 的谐波检测算法, 运用多项式拟合 polyfit 函数推导出了简单实用的四谱线校正公式, 简化了运算过程。实验结果表明: 该算法在 21 次复杂谐波环境中, 与四项 Nuttall 窗和四项 Rife-Vincent 窗 FFT 插值相比有更高的精确度, 且在基于相同窗的情况下, 四谱线插值的精确度要高于三谱线插值计算。最后, 在实验中考虑到实际电网中可能遇到的噪声干扰情况, 进行了仿真, 仿真结果验证了该算法具有较高的检测精确度。

关键词: 谐波分析; 非同步采样; 快速傅里叶变换; 四谱线插值; 六项余弦窗

An accurate approach for harmonic detection based on 6-term cosine window and quadruple-spectrum-line interpolation FFT

XU Yanchun, LIU Yulong, LI Zhenhua, LI Zhenxing

(Hubei Key Laboratory of Cascaded Hydropower Stations Operation & Control,
Three Gorges University, Yichang 443002, China)

Abstract: The accuracy of harmonic detection in the real power grid is not high enough at present. So a 6-term cosine window with maximum sidelobe decay which is applied into the FFT algorithm is analyzed, and an improved FFT method for harmonic detection based on 6-term cosine window and quadruple-spectrum-line interpolation is proposed. The applicable rectification formula of the quadruple-spectrum-line interpolation is obtained by using polynomial curve fit functions so that calculating burden is reduced. The simulation results show that in the algorithm the analysis precision is better than 4-term Nuttall window and 4-term Rife-Vincent window interpolated FFT in the 21 orders harmonics. Simultaneously, the precision of quadruple-spectrum-line interpolation is also better than that of triple-spectrum-line interpolation correction algorithm when the same window is used. At last the results of experiment verify that detection accuracy will be kept high when facing the noise interferences that may be encountered in real grid.

This work is supported by The Scientific Research Foundation for the Returned Overseas Chinese Scholars, State Education Ministry (No. KJ2015QT007).

Key words: harmonic analysis; non-coherent sampling; fast Fourier transform; quadruple-spectrum-line interpolation; 6-term cosine window

0 引言

谐波分析作为信号处理中的一个重要部分, 如何提高它的精度一直是国内外研究的重点。首先, 高精度谐波分析可以提高谐波治理水平。电力系统中大量电力电子元器件的投入使用, 造成电网中谐波含量的增加, 严重影响电网的安全运行^[1-2], 如果能够精确地检测到谐波信号, 并对其采取抑制措施,

便能降低谐波对电力系统的影响。其次, 它可以保证高精度仪器的信号提取, 比如电子式电流互感器 (Electric Current Transformer, ECT), 新的测量原理实现了 ECT 的高精度测量基础, 但现在亟待解决的问题是如何在复杂的信号源中提取所需信号参数。

目前, 国内外常用的谐波分析方法有^[3-6]: 牛顿法, 人工神经网络, Taylor 法, 经验模态分解法和快速傅里叶变换法。在这些算法中, 快速傅里叶变换法以其易于嵌入式系统实现和运算效率高的优势被作为谐波分析的主要方法。自从离散傅里叶变换

基金项目: 教育部留学回国人员科研启动基金(KJ2015QT007)

(discrete Fourier transform, DFT)提出以来, 信号分析处理实现了从时域到频率的改变, 其快速算法(fast Fourier transform, FFT)就被广泛应用于电网谐波检测的领域中, 但由于真实电网信号的非平稳性, 很难实现对信号的严格同步采样。在非同步采样的情况下, FFT 算法会出现频谱泄漏和栅栏效应的问题, 严重影响到谐波检测的精确度。为了抑制频谱泄漏和栅栏效应的影响, 大多数文献采用了加窗插值 FFT 算法^[6-11]。通过对采样信号加合适的窗函数以及对离散频谱进行插值校正, 来减小由非同步采样引起的误差。使用广泛的窗函数有: Hanning 窗^[6]、Blackman 窗^[8]、Nuttall 窗^[9-10]和 Rife-Vincent 窗^[11]等, 再结合双谱线或三谱线插值来校正谐波参数估算。但在实际情况中, 存在着基波频率波动、噪声污染和硬件本身带来的误差等干扰, 算法的实际精确度都无法达到理想状态。

为了满足实际复杂谐波检测的要求, 必须在大幅度增加算法复杂程度的基础之上尽可能的提高算法精确度, 以达到算法在受到实际情况影响时精确度也能符合相应要求的目的。因此本文提出了基于六项余弦窗的四谱线插值 FFT 算法, 利用多项式拟合简化运算过程, 该算法可大大提高实际电网中谐波检测的精确度。仿真结果证明了该算法在频率波动和噪声及间谐波的影响中能保持较高的精确度, 而且对于幅值较弱的谐波信号也能准确估算其参数, 具有一定现实意义和参考价值。

1 基于六项余弦窗的四谱线插值算法

1.1 窗函数特性

在信号分析时, 窗函数性能的好坏直接影响到算法对频谱泄漏和栅栏效应的抑制效果, 因此, 窗函数是提高 FFT 算法精确度的关键因素之一。本文所选择的窗函数是一种六项余弦窗, 它的时域表达式为

$$w(n) = \sum_{m=0}^{m=5} (-1)^m a_m \cos\left(\frac{2\pi m}{N} n\right) \quad (1)$$

式中: $a_0 = 0.24609375$; $a_1 = 0.41015625$; $a_2 = 0.234375$; $a_3 = 0.087890625$; $a_4 = 0.01953125$; $a_5 = 0.001953125$; $n = 0, 1, \dots, N-1$ 。

为了减小频谱泄漏的影响, 窗函数要选择既有较小的旁瓣峰值, 又要有较快的旁瓣衰减速率^[12]。

在表 1 中, 针对本文所选用的窗函数, 与常用的窗函数的旁瓣特性参数进行了对比。可发现六项余弦窗具有旁瓣峰值小且衰减速度快的良好性能, 符合电网复杂谐波检测的要求。

表 1 窗函数旁瓣特性比较

Table 1 Comparison of the windows' sidelobe characteristics			
窗类型	窗长度	旁瓣峰值/dB	旁瓣衰减速率/(dB/oct)
Hanning 窗	N	-31	18
四项 Nuttall 窗	N	-98	6
四项 R-V(I)窗	N	-74	12
本文所选窗	N	-88	66

文献[13]提到了谐波检测的关键问题, 其中之一: 在非同步采样情况下如何抑制频谱泄漏。在非同步采样的情况下, 对比六项余弦窗处理信号得到的频谱图和无加窗操作得到的频谱图, 如图 1 所示。

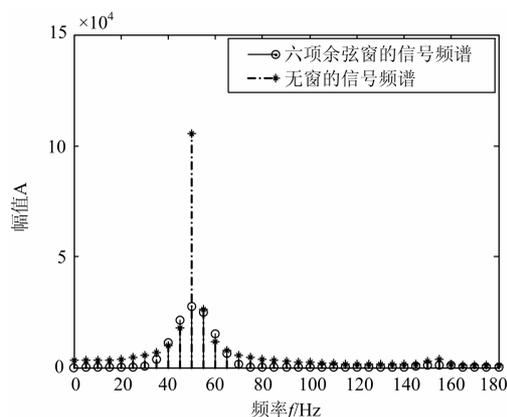


图 1 无窗与加六项余弦窗的信号频谱对比图

Fig. 1 Comparisons of spectrums in non-window and 6-term cosine window

由图 1 可知六项余弦窗有效地抑制了频谱泄漏, 阻止了各次谐波之间的干扰。因此本文选用六项余弦窗函数来处理输入信号。但任何窗函数都无法同时满足主瓣窄, 旁瓣峰值低且衰减速度快的优良特性, 所以本文推导出四谱线插值来减少由栅栏效应引起的检测误差。

1.2 四谱线插值的原理

分析含多次谐波的信号, 并以 f_s 为采样频率对复杂信号进行均匀采样, 得到的离散信号如式(2)所示。

$$x(n) = \sum_{h=1}^H A_h \sin\left(2\pi \frac{f_h}{f_s} \cdot n + \phi_h\right) \quad (2)$$

式中: 信号共含 H 次谐波, A_h 、 f_h 和 ϕ_h 分别是第 h 次谐波的幅值、频率和相角, $n = 0, 1, \dots, N-1$, 共采样 N 个点。

然后对采样离散信号 $x(n)$ 加六项余弦窗, 即 $x_w(n) = x(n)w(n)$, 再进行傅里叶离散变换得到式(3)。

$$X(k) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(n)w(n)e^{-j2\pi n f} = \sum_{h=1}^H \frac{A_h}{2j} [e^{j\phi_h} W(k - \frac{f_h}{\Delta f}) - e^{-j\phi_h} W(k + \frac{f_h}{\Delta f})] \quad (3)$$

$$(k = 0, 1, \dots, N-1)$$

正弦信号为实的奇函数，其傅里叶变换为虚的奇函数，在相应的负倍频率处也会有谱线，所以可以忽略负频点峰值的旁瓣影响，表达式(3)简化为

$$X(k) = \sum_{h=1}^H \frac{A_h}{2j} \cdot e^{j\phi_h} W(k - \frac{f_h}{\Delta f}) \quad (4)$$

$$(k = 0, 1, \dots, N-1)$$

式中 $W(k)$ 为相应窗函数离散傅里叶变换后的形式，表达式为

$$W(k) = \sin(\pi k) e^{j\frac{\pi}{N}k} e^{-j\pi k} \cdot \sum_{m=0}^{M-1} \frac{(-1)^m}{2} \left[\frac{a_m \cdot e^{-j\frac{\pi}{N}m}}{\sin \frac{\pi}{N}(k-m)} + \frac{a_m \cdot e^{j\frac{\pi}{N}m}}{\sin \frac{\pi}{N}(k+m)} \right] \quad (5)$$

为了方便推导出四谱线插值校正公式，可以假设检测第 $h(h \leq H)$ 次的谐波信号参数，忽略其它次谐波对第 h 次谐波的影响，相应谱线表达式为

$$X(k) = \frac{A_h}{2j} e^{j\phi_h} \cdot W\left(k - \frac{f_h}{\Delta f}\right) \quad (6)$$

通过式(6)就可以简单获得相应谱线的幅值，即

$$|X(k)| = \frac{A_h}{2} \left| W\left(k - \frac{f_h}{\Delta f}\right) \right|$$

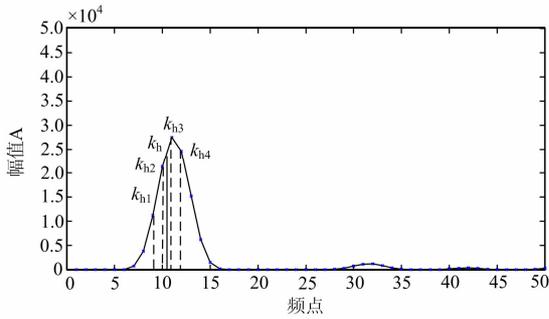


图2 非同步采样后的频谱图

Fig. 2 Spectrum under non-coherent sampling

在FFT计算过程中，非同步采样会引起栅栏效应，检测第 h 次谐波的频率 $k_h \cdot \Delta f$ 很难恰好位于抽样频点上，即 $k_h = f_h / \Delta f$ 一般不是整数。如图2所示，第 h 次谐波的准确频点 k_h 附近的四条谱线分别为 k_{h1} 、 k_{h2} 、 k_{h3} 和 k_{h4} 。由于 k_{h2} 和 k_{h3} 是最接近 k_h ，所以这两条谱线一定大量含有第 h 次谐波的有效信

息。其次就是考虑到 k_{h1} 、 k_{h4} 对应的谱线，因为三谱线插值校正算法^[14,15]的提出有效提高了参数估算的精确度，所以证明了相隔一个谱线的信息也会大量蕴含第 h 次谐波的有效信息。若想更进一步提高谐波参数估算的精度，就应该根据对称性利用左右两条外侧的谱线 k_{h1} 、 k_{h4} 来协助校正谐波参数。

由图2可知四条谱线的关系为： $k_{h1} = k_{h2} - 1$ ， $k_{h2} = k_{h3} - 1$ ， $k_{h3} = k_{h4} - 1$ ，可记 $\delta = k_h - k_{h2} - 0.5$ ，则有 $\delta \in [-0.5, 0.5]$ ，求得 δ 是准确估算谐波参数的关键步骤。分别记四条谱线的幅值为： $y_1 = |X(k_{h1})|$ 、 $y_2 = |X(k_{h2})|$ 、 $y_3 = |X(k_{h3})|$ 和 $y_4 = |X(k_{h4})|$ ，并建立起四条谱线的关系式 α 以便于求解偏移量 δ 。

$$\alpha = \frac{y_3 + y_4 - y_1 - y_2}{y_3 + y_4 + y_1 + y_2} \quad (7)$$

将式(6)代入式(7)中，化简可得：

$$\alpha = \frac{|W(-\delta + 0.5)| + |W(-\delta + 1.5)| - |W(-\delta - 1.5)| - |W(-\delta - 0.5)|}{|W(-\delta + 0.5)| + |W(-\delta + 1.5)| + |W(-\delta - 1.5)| + |W(-\delta - 0.5)|} \quad (8)$$

上式中可把 α 看作是 δ 的函数，即记作 $\alpha = l(\delta)$ ，反函数为 $\delta = l^{-1}(\alpha)$ ，通过求解反函数可得 δ 值。利用 Matlab 的 polyfit 函数对反函数进行多项式拟合，若拟合 $2q+1$ 次，则其逼近式为

$$\delta \approx L(\alpha) = b_1 \cdot \alpha + b_3 \cdot \alpha^3 + \dots + b_{2q+1} \cdot \alpha^{2q+1} \quad (9)$$

通过 $L(\alpha)$ 求得 δ 后，就可以利用式(10)和式(11)估算第 h 次谐波的参数。

$$f_h = k_h \cdot \Delta f = (k_{h2} + \delta + 0.5) \cdot \frac{f_s}{N} \quad (10)$$

$$\phi_h = \arg[X(k_{h2})] + \pi/2 - \arg[X(\delta)] \quad (11)$$

谐波的幅值可以通过这四条谱线的平均加权计算得到，考虑到内侧两条谱线 k_{h2} 、 k_{h3} 更接近于 k_h ，所以给予这两条谱线更大的权重。幅值估算公式为

$$A_h = \frac{2(y_1 + 3y_2 + 3y_3 + y_4)}{|W(-\delta - 1.5)| + 3|W(-\delta - 0.5)| + 3|W(-\delta + 0.5)| + |W(-\delta + 1.5)|} \quad (12)$$

当 N 值较大时 (N 一般取 512、1024)，式(12)可以简化 $A_h = N^{-1}(y_1 + 3y_2 + 3y_3 + y_4)v(\delta)$ ，同样对 $v(\delta)$ 进行多项拟合得到 $U(\delta)$ ，即为

$$A_h \approx N^{-1}(y_1 + 3y_2 + 3y_3 + y_4)U(\delta) \quad (13)$$

1.3 基于六项余弦窗的插值修正公式

考虑到采样过程中采样点 N 一般很大，即 $N \gg 1$ ，所以窗函数的频域表达式(5)可以近似写成：

$$W(k) = \frac{Nk \sin(\pi k)}{\pi} e^{j\frac{\pi}{N}k} e^{-j\pi k} \sum_{m=0}^{M-1} (-1)^m \frac{a_m}{k^2 - m^2} \quad (14)$$

通过公式(14)可简化六项余弦窗的频域表达

式, 其中 $M=6$, 再把相应的系数 a_m 代入。

$$|W(k)| = \frac{N}{\pi} \left| \sin(k\pi) \sum_{m=0}^{m=5} (-1)^m \cdot \frac{a_m k}{k^2 - m^2} \right| \quad (15)$$

将式(15)代入式(8)中, 在 $[-0.5, 0.5]$ 中随机取一组 δ 数据代入, 相应得到一组 α 值, 并且数据量不能太少, 否则会影响拟合精度。通过多项拟合函数 $\text{polyfit}(\alpha, \delta, i)$ 得到多项拟合式 $\delta \approx L(\alpha)$, 其中 i 代表拟合次数 (i 一般取 5 或 7 次)。六项余弦窗对应的 $L(\alpha)$ 为

$$\delta \approx L(\alpha) = 0.2373149 \cdot \alpha^7 + 0.36706276 \cdot \alpha^5 + 0.7392073 \cdot \alpha^3 + 2.97916666 \cdot \alpha \quad (16)$$

同理, 将式(15)代入式(12)中, 取一组范围内的 δ 代入 $v(\delta)$, 通过多项拟合函数 $\text{polyfit}(\delta, v(\delta), i)$ 可得 $U(\delta)$ 的系数。该六项余弦窗的 $U(\delta)$ 为

$$U(\delta) = 0.00065292 \cdot \delta^6 + 0.01226382 \cdot \delta^4 + 0.16424170 \cdot \delta^2 + 10156360758 \quad (17)$$

2 仿真实验分析

2.1 四谱线插值与三谱线插值的比较

为了证明充分利用峰值附近的四条谱线能够提高谐波分析的精确度, 并验证本文推导的四谱线插值校正公式的可靠性, 将加了相同窗的三谱线插值^[14-15]与四谱线插值的结果进行分析对比。

采用文献[15]给出的信号模型来进行对比实验。基波频率 $f_1 = 50.10$ Hz, 谐波信号的具体参数如表 2 所示。

表 2 仿真谐波信号的模型

谐波次数 h	幅值 A_h / V	相角 $\phi_h / (^\circ)$
1	59.920	-43.1
2	1.198	113.6
3	5.982	-19.7
4	0.599	17.4
5	3.996	111.4
6	0	—
7	1.195	-16.8
8	0	—
9	0.798	-68.7

本文选取数据采样个数 $N=1024$, 采样频率 $f_s=5120$ Hz; 在 Matlab_2007b 的环境下进行仿真实验为例(处理器 i3-3240@3.40GHz、内存4GB), 对比四谱线插值和三谱线插值分别加 Hanning 窗、Blackman 窗和六项余弦窗的结果, 它们的幅值误差对比如图 3 所示, 相角误差对比如图 4 所示, 且表 3 给出了相同实验条件下三谱线插值与四谱线插值的平均运算时间, 作为对比算法复杂程度的依据。

通过实验结果图 3、图 4 和表 3 可知, 四谱线插值平均用时分别为 0.0107 s、0.0105 s 和 0.0111 s, 与三谱线插值所用时间近乎相等, 然而却在幅值和相角精度上提高了几个数量级。

表 3 算法运行时间的比较

Table 3 Comparisons of time consumption in different algorithms

窗函数	运行时间/s	
	三谱线	四谱线
Hanning 窗	0.0104	0.0107
Blackman 窗	0.0102	0.0105
六项余弦窗	0.0109	0.0111

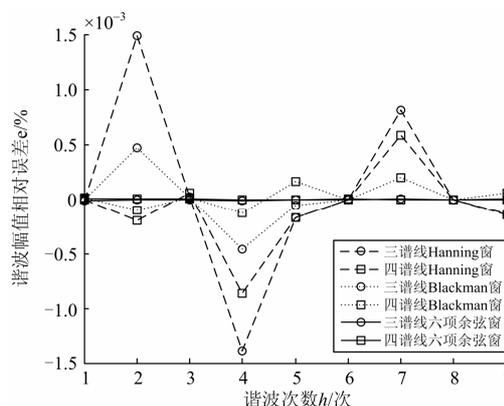


图 3 谐波幅值相对误差比较

Fig. 3 Comparisons of relative errors of harmonic amplitude

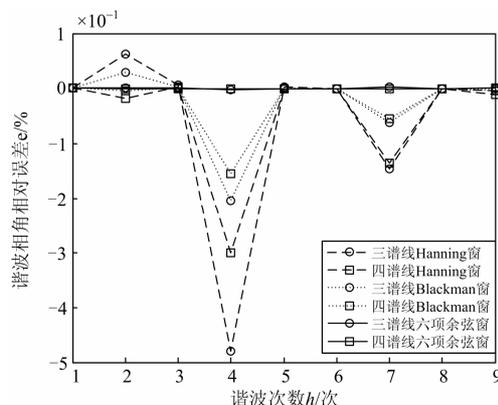


图 4 谐波相角相对误差比较

Fig. 4 Comparisons of relative errors of harmonic phase angle

由于基于六项余弦窗的插值算法测量精度较高, 在误差对比图中无法看到区别, 本文在表 4 给出了两种算法具体的测量数据。随着窗函数性能的提高, 相应算法的精确度也在提高, 但是基于相同窗的四谱线插值测量精度总是优于三谱线插值。仿真结果不仅证明了本文推导出的四谱线插值校正公式具有更高的精确度, 也证明了次近于峰值的两条谱线含有大量的谐波有效信息, 可用来校正参数。

表 4 基于六项余弦窗算法的测量相对误差
Table 4 Relative errors of the algorithm based on 6-term cosine window

谐波次数 h	幅值相对误差/%		相角相对误差/%	
	三谱线	四谱线	三谱线	四谱线
1	-9.50e-6	3.56e-9	1.85e-4	1.30e-6
2	-3.61e-7	2.14e-7	9.92e-5	-3.42e-5
3	-7.10e-6	2.06e-7	1.23e-3	-2.11e-5
4	-1.22e-5	-7.02e-6	-2.61e-3	-6.46e-4
5	-2.74e-6	-1.37e-7	-3.77e-4	-9.58e-6
7	4.52e-6	-1.70e-6	2.95e-3	-3.47e-4
9	5.74e-6	2.87e-6	1.06e-3	1.68e-6

2.2 基于六项余弦窗的四谱线插值在复杂信号中的仿真实验

该算法流程图如图 5 所示。为了验证本文提出的算法在电网谐波复杂的环境中也能精确地提取到信号参数，展开实验仿真研究，尤其针对信号较弱的次谐波进行实验测量，因为在实际电网中幅值小的次谐波往往被临近幅值较大的谐波所淹没，导致无法获得准确信号参数。实验中采用含 21 次复杂谐波信号进行仿真，基波频率 $f_1 = 50.10$ Hz，二次谐波幅值仅为基波幅值的 0.004%，具体谐波参数如表 5 所示。采样频率 $f_s = 5120$ Hz，数据截断长度 $N=1024$ 。

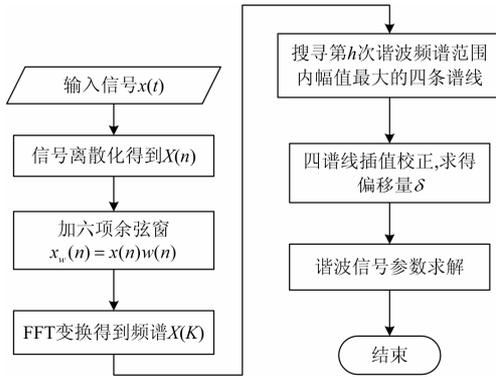


图 5 本文算法的流程图

Fig. 5 Program flow diagram of the proposed algorithm

实验中，对复杂信号加上最常用于高精度谐波检测的几种窗函数(四项 Rife-Vincent 窗、四项 Nuttall 窗)和本文选取的窗函数进行处理，然后经过 FFT 得到频谱，最终同时通过四谱线插值校正得到信号参数，并对结果进行分析对比。

四项 Rife-Vincent 窗的四谱线插值校正公式

$$L_{RV}(\alpha) = 0.1601790 \cdot \alpha^7 + 0.2378958 \cdot \alpha^5 + 0.4845057 \cdot \alpha^3 + 1.9687499 \cdot \alpha \quad (18)$$

$$U_{RV}(\delta) = 0.0004971 \cdot \delta^6 + 0.0124852 \cdot \delta^4 + 0.1642236 \cdot \delta^2 + 1.1516362 \quad (19)$$

四项 Nuttall 窗的四谱线插值校正公式

$$L_{NU}(\alpha) = 0.1612234 \cdot \alpha^7 + 0.2378067 \cdot \alpha^5 + 0.4845079 \cdot \alpha^3 + 1.968499 \cdot \alpha \quad (20)$$

$$U_{NU}(\delta) = 0.0015900 \cdot \delta^6 + 0.0204591 \cdot \delta^4 + 0.192646 \cdot \delta^2 + 0.9664079 \quad (21)$$

表 5 复杂谐波信号的构成

Table 5 Components of the complex harmonic signal

谐波次数	幅值 A_h / V	相角 $\varphi_h / (^\circ)$	谐波次数	幅值 A_h / V	相角 $\varphi_h / (^\circ)$
1	220.00	5.05	12	0.70	40
2	0.01	39	13	0.85	10.5
3	10.00	60.5	14	0.10	115
4	3.00	123	15	1.00	25
5	6.00	-52.7	16	0.06	53.1
6	2.10	146	17	0.40	-132
7	3.20	97	18	0.04	85
8	1.90	56	19	0.03	0.8
9	2.30	43.1	20	0.05	103
10	0.80	-19	21	0.01	22
11	1.10	4.1			

仿真结果如表 6、表 7 所示，其中的 E_{Ah} 、 $E_{\phi h}$ 分别代表第 h 次谐波幅值和相角的相对误差(相对真实参数而言)。

表 6 幅值相对误差比较

Table 6 Comparisons of relative errors of amplitude

幅值相对误差/%	E_{A1}	E_{A2}	E_{A3}	E_{A4}	E_{A5}	E_{A6}	E_{A7}	E_{A8}	E_{A9}	E_{A10}	E_{A11}
四项 R-V 窗	-8.2e-5	-3.7e-5	4.5e-5	4.4e-5	6.6e-5	7.9e-5	3.7e-5	1.3e-5	-1.1e-5	-3.3e-5	-4.4e-5
四项 Nuttall 窗	-1.6e-7	-3.6e-5	1.4e-7	-2.1e-5	-1.7e-7	2.5e-5	8.4e-7	-2.9e-6	-6.8e-6	-9.4e-6	-5.5e-6
本文所选窗函数	3.0e-8	-8.8e-6	-3.6e-8	-3.0e-6	2.5e-7	4.4e-6	-5.7e-7	-2.3e-6	-1.8e-6	-4.1e-6	-2.1e-6
幅值相对误差/%	E_{A12}	E_{A13}	E_{A14}	E_{A15}	E_{A16}	E_{A17}	E_{A18}	E_{A19}	E_{A20}	E_{A21}	
四项 R-V 窗	-5.9e-5	-6.3e-5	-1.8e-5	-4.9e-5	-2.3e-4	-2.9e-5	9.6e-5	-4.9e-6	1.1e-5	4.3e-6	
四项 Nuttall 窗	-1.1e-5	-9.6e-6	3.6e-5	2.2e-8	-1.9e-4	2.8e-6	1.2e-4	1.0e-7	2.2e-6	-1.7e-5	
本文所选窗函数	-4.6e-6	-2.3e-6	7.9e-6	-7.4e-9	-3.7e-5	8.3e-7	3.0e-5	5.6e-7	5.4e-7	-4.7e-6	

表 7 相角相对误差比较

Table 7 Comparisons of relative errors of phase

相角相对误差/%	E_{ϕ_1}	E_{ϕ_2}	E_{ϕ_3}	E_{ϕ_4}	E_{ϕ_5}	E_{ϕ_6}	E_{ϕ_7}	E_{ϕ_8}	E_{ϕ_9}	$E_{\phi_{10}}$	$E_{\phi_{11}}$
四项 R-V 窗	-1.1e-6	-5.6e-4	4.1e-6	-3.1e-4	7.5e-5	2.6e-4	1.1e-4	4.4e-4	1.8e-5	-1.5e-3	9.9e-4
四项 Nuttall 窗	2.6e-5	-5.6e-4	5.3e-6	-3.1e-4	7.4e-5	2.6e-4	1.1e-4	4.4e-4	1.9e-5	-1.6e-3	1.0e-3
本文所选窗函数	8.1e-7	-2.9e-5	6.2e-7	-1.0e-4	3.1e-5	7.5e-5	3.3e-5	1.4e-4	1.8e-6	-4.4e-4	6.4e-4
相角相对误差/%	$E_{\phi_{12}}$	$E_{\phi_{13}}$	$E_{\phi_{14}}$	$E_{\phi_{15}}$	$E_{\phi_{16}}$	$E_{\phi_{17}}$	$E_{\phi_{18}}$	$E_{\phi_{19}}$	$E_{\phi_{20}}$	$E_{\phi_{21}}$	
四项 R-V 窗	-7.0e-4	3.9e-4	7.6e-5	-8.8e-3	-4.0e-6	2.2e-3	-7.0e-4	-1.7e-2	-3.0e-6	1.3e-3	
四项 Nuttall 窗	-7.0e-4	3.9e-4	7.8e-5	-8.8e-3	-4.2e-6	2.2e-3	-7.0e-4	-16e-2	2.9e-6	1.3e-3	
本文所选窗函数	-2.5e-5	1.2e-4	2.0e-5	-2.4e-3	3.6e-8	5.1e-4	-2.5e-4	-6.1e-4	9.3e-6	-1.3e-4	

由仿真结果可知, 虽然微弱的二次谐波临近幅值较大的基波信号, 但是四谱线插值算法还可以准确的估算出二次谐波信号参数, 并且本文算法针对二次谐波的幅值相对误差可达 $10^{-6}\%$, 相角相对误差可达 $10^{-5}\%$ 。

本文选取的算法在 21 次复杂谐波实验中幅值修正相对误差 E_{Ah} 小于 $3.7 \times 10^{-5}\%$, 相位修正相对误差 $E_{\phi h}$ 小于 $6.08 \times 10^{-3}\%$ 。精度均高于基于四项 R-V 窗的四谱线插值算法和基于四项 Nuttall 窗的四谱线插值算法。相比而言, 本文提出的算法更能克服复杂谐波环境的干扰, 可以满足高精度复杂谐波检测的要求。

2.3 在实际影响下的仿真实验

在实际环境中, 影响到谐波分析的因素可能有: 频率波动, 白噪声污染等。为了验证该算法在实际测量中的可靠性, 本文分别在上述干扰环境中进行谐波分析。分析后的误差结果与 GB/T 14549—1993《电能质量公用电网谐波》中的要求作比较, GB/T 14549—1993 中指出引入的幅值误差不应大于 5%, 相角误差不大于 5° 。下列仿真实验中依然使用表 5 的信号模型, 以此证明本文算法的实际抗干扰性。

2.3.1 基波频率波动对算法的影响

在实际电网中, 基波的频率是不稳定的^[24], 且是在小范围内的波动。设基波频率的波动范围为 [49.5Hz, 50.5Hz]。图 6 和图 7 给出了在频率波动的情况下, 幅值和相角的相对误差分布。

从图 6 和图 7 可知, 当基波频率波动时, 谐波检测的误差会受到影响, 特别是幅值较弱的谐波。但从整体来看, 该算法在基波频率波动的情况下, 也能准确的检测谐波的参数。各次谐波中最大相对幅值误差为 $6.2 \times 10^{-5}\%$, 最大相对相角误差为 $7.4 \times 10^{-3}\%$, 满足谐波检测标准的要求。

2.3.2 白噪声对算法的影响

在信号含有白噪声的情况下观察本文算法分析效果。首先, 在信噪比(SNR)分别为 50dB 与 70dB

的环境中对比本文算法与文献[15]中的三谱线插值算法的分析效果, 基波及 3、5 次谐波的相对误差对比如表 8、表 9 所示。

相比之下, 本文算法在噪声环境中具有更优的稳定性, 分析精度明显高于文献[15]中的算法。为了进一步观察本文算法在噪声环境下的稳定性, 实验在不同强度的噪声环境中进行仿真。白噪声的变化范围为 [20dB, 120dB], 且变化步长为 10dB。以基波和 3、5 次谐波分析结果为例输出。

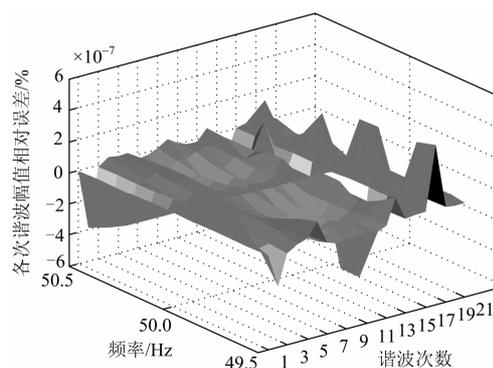


图 6 基波频率波动时幅值相对误差分布

Fig. 6 Relative errors of amplitude with frequency changing of fundamental

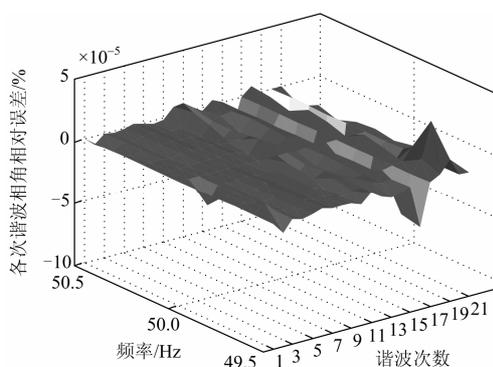


图 7 基波频率波动时相角相对误差分布

Fig. 7 Relative errors of phase with frequency changing of fundamental

表 8 50 dB 噪声环境中的相对误差对比
Table 8 Comparisons of relative errors in 50dB noise environments

谐波次数	幅值误差%		相角误差%	
	本文算法	文献[15]算法	本文算法	文献[15]算法
1	-7.9e-5	-1.2e-3	4.6e-4	1.6e-2
3	-1.2e-3	-3.4e-2	5.8e-3	-4.3e-2
5	1.8e-4	1.9e-2	3.3e-3	1.3e-1

表 9 70 dB 噪声环境中的相对误差对比
Table 9 Comparisons of relative errors in 70dB noise environments

谐波次数	幅值误差%		相角误差%	
	本文算法	文献[15]算法	本文算法	文献[15]算法
1	2.3e-6	-7.9e-6	-1.5e-5	3.1e-5
3	-3.7e-5	-5.3e-4	-1.8e-4	-3.3e-3
5	-1.7e-5	2.0e-3	-3.5e-4	-7.4e-3

白噪声影响下的幅值和相角相对误差分布图如图 8 和图 9。从图 8 和图 9 可知，当噪声强度很大

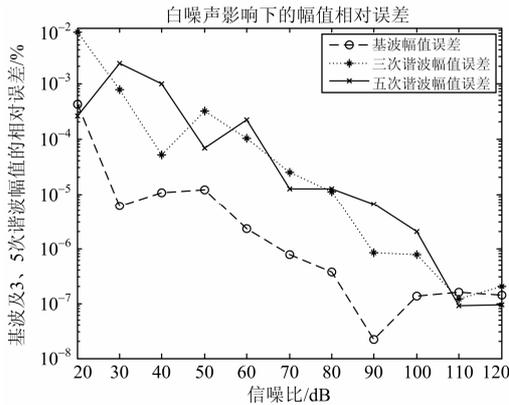


图 8 白噪声影响下的幅值相对误差分布

Fig. 8 Relative error distribution of amplitude under white noise

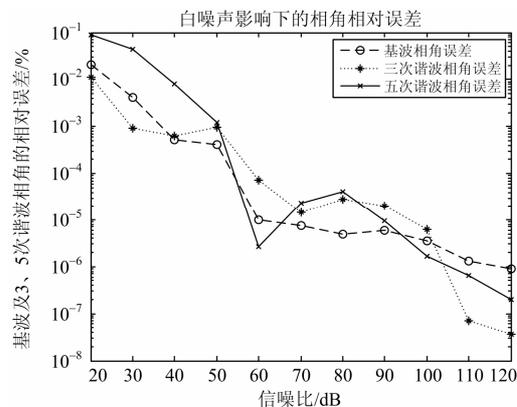


图 9 白噪声影响下的相角相对误差分布

Fig. 9 Relative error distribution of phase under white noise

时(SNR<40 dB)，谐波分析精确度受到一定的影响，但依然可以满足标准要求，基波和第 3、5 次谐波的幅值相对误差均小于 0.001%，相角相对误差均小于 0.01%。当噪声强度较小时(SNR>60 dB)，基波和各次谐波的参数分析精度几乎不受影响，分析精度远远超过谐波检测标准的要求。所以，可知本文算法能有效减少白噪声对谐波检测的干扰。

3 结论

六项余弦窗具有旁瓣最低和最速下降的优良特性，对频谱泄漏有很好的抑制性，同时结合四谱线插值更精准的插值效果，减小了栅栏效应对检测带来的误差。本文针对实际电网中谐波检测的不足，提出了基于六项余弦窗的四谱线插值 FFT 算法，推导出了相应谐波参数计算公式，利用多项式拟合函数求得了简便实用的插值修正式。仿真实验表明：相对于三谱线而言，本文提出的算法具有更高的精确度。同时又可以克服谐波环境复杂、基波频率波动、白噪声污染等实际问题，易于嵌入式系统的运用，所以该算法具有一定的应用价值。

参考文献

- [1] 杨帆, 李晓明, 郑秀玉. 电力系统分数次谐波的产生机理、危害与特征[J]. 高电压技术, 2007, 33(12): 153-156.
YANG Fan, LI Xiaoming, ZHENG Xiuyu. The research of representative character and emergence mechanism and their harms for fraction-harmonics[J]. High Voltage Engineering, 2007, 33(12): 153-156.
- [2] 王成山, 武震, 李鹏. 微电网关键技术研究[J]. 电工技术学报, 2014, 29(2): 1-12.
WANG Chengshan, WU Zhen, LI Peng. Research on key technologies of microgrid[J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2014, 29(2): 1-12.
- [3] 孙曙光, 庞毅, 王景芹, 等. 一种基于新型小波阈值去噪预处理的 EEMD 谐波检测方法[J]. 电力系统保护与控制, 2016, 44(2): 42-48.
SUN Shuguang, PANG Yi, WANG Jingqin, et al. EEMD harmonic detection method based on the new wavelet threshold denoising pretreatment[J]. Power System Protection and Control, 2016, 44(2): 42-48.
- [4] PLATAS-GARZA M A, DE LA O SERNA J A. Polynomial implementation of the Taylor-Fourier transform for harmonic analysis[J]. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 2014, 63(12): 2846-2854.
- [5] JAIN S K, SINGH S N. Low-order dominant harmonic

- estimation using adaptive wavelet neural network[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2014, 61(1): 428-435.
- [6] 庞浩, 李东霞, 俎云霄, 等. 应用 FFT 进行电力系统谐波分析的改进算法[J]. 中国电机工程学报, 2003, 23(6): 50-54.
PANG Hao, LI Dongxia, ZU Yunxiao, et al. An improved algorithm for harmonic analysis of power system using FFT technique[J]. Proceedings of the CSEE, 2003, 23(6): 50-54.
- [7] 许珉, 刘玮. 加 8 项余弦窗插值 FFT 算法[J]. 电力系统保护与控制, 2015, 43(11): 27-32.
XU Min, LIU Wei. An interpolation FFT algorithm based on 8-term cosine window[J]. Power System Protection and Control, 2015, 43(11): 27-32.
- [8] 周俊, 王小海, 祁才君. 基于 Blackman 窗函数的插值 FFT 在电网谐波信号分析中的应用[J]. 浙江大学学报(理学版), 2006, 33(6): 650-653.
ZHOU Jun, WANG Xiaohai, QI Caijun. Estimation of electrical harmonic parameters by using the Interpolated FFT algorithm based on Blackman window[J]. Journal of Zhejiang University (Science Edition), 2006, 33(6): 650-653.
- [9] 翟瑞森, 英超, 任国臣, 等. 基于 Nuttall 窗的三峰插值谐波算法分析[J]. 电力系统保护与控制, 2015, 43(10): 38-43.
ZHAI Ruimiao, YING Chao, REN Guochen, et al. An approach for harmonic analysis based on Nuttall window and triple-spectral-line interpolation[J]. Power System Protection and Control, 2015, 43(10): 38-43.
- [10] 曾博, 唐求, 卿柏元, 等. 基于 Nuttall 自卷积窗的改进 FFT 谱分析方法[J]. 电工技术学报, 2014, 29(7): 59-65.
ZENG Bo, TANG Qiu, QING Baiyuan, et al. Spectral analysis method based on improved FFT by Nuttall self-convolution window[J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2014, 29(7): 59-65.
- [11] 曾博, 滕召胜, 温和, 等. 莱夫-文森特窗插值 FFT 谐波分析方法[J]. 中国电机工程学报, 2009, 29(10): 115-120.
ZENG Bo, TENG Zhaosheng, WEN He, et al. An approach for harmonic analysis based on Rife-Vincent window interpolation FFT[J]. Proceedings of the CSEE, 2009, 29(10): 115-120.
- [12] 温和. 新型窗函数与改进 FFT 谐波分析方法及应用研究[D]. 长沙: 湖南大学, 2009.
WEN He. Study on new windows and improved FFT-based harmonic analysis methods and applications[D]. Changsha: Hunan University, 2009.
- [13] 杨洪耕, 惠锦, 侯鹏. 电力系统谐波和间谐波检测方法综述[J]. 电力系统及其自动化学报, 2010, 22(2): 65-69.
YANG Honggeng, HUI Jin, HOU Peng. Detection methods of harmonics and inter-harmonics in power system[J]. Proceedings of the CSU-EPSSA, 2010, 22(2): 65-69.
- [14] 蔡晓峰, 张鸿博, 鲁改凤. 应用三谱线插值 FFT 分析电力谐波的改进算法[J]. 电力系统保护与控制, 2015, 43(2): 33-39.
CAI Xiaofeng, ZHANG Hongbo, LU Gaifeng. Improvement algorithm for harmonic analysis of power system using triple-spectrum-line interpolation algorithm based on window FFT[J]. Power System Protection and Control, 2015, 43(2): 33-39.
- [15] 牛胜锁, 梁志瑞, 张建华, 等. 基于三谱线插值 FFT 的电力谐波分析算法[J]. 中国电机工程学报, 2012, 32(16): 130-136.
NIU Shengsuo, LIANG Zhirui, ZHANG Jianhua, et al. An algorithm for electrical harmonic analysis based on triple-spectrum-line interpolation FFT[J]. Proceedings of the CSEE, 2012, 32(16): 130-136.

收稿日期: 2015-11-02; 修回日期: 2016-03-10

作者简介:

徐艳春(1974-), 女, 博士, 通信作者, 副教授, 主要从事微弱信号检测与继电保护研究工作; Email: xyc7309@163.com

刘宇龙(1992-), 男, 在读硕士研究生, 研究方向为电气信号检测技术;

李振华(1986-), 男, 博士, 讲师, 主要从事数字化变电站方面的研究。

(编辑 张爱琴)