

基于 Hanning 自相乘窗的电力谐波 FFT 分析方法

陈坚¹, 汪伟¹, 王少华^{2,3}, 杨世海^{2,3}

(1. 中国计量学院机电工程学院, 浙江 杭州 310018; 2. 国网江苏省电力公司电力科学研究院, 江苏 南京 210013; 3. 国家电网公司电能计量重点实验室, 江苏 南京 210013)

摘要: 目前谐波分析准确度的关键在于窗函数具有优秀的旁瓣特性。提出了 Hanning 窗进行时域自相乘运算, 得到一种新的 Hanning 自相乘窗, 具有旁瓣特性随着相乘次数的增加不断提高的优点。同时提出基于五项余弦组合窗的四谱线插值 FFT 的电力谐波分析方法, 利用曲线拟合函数得到四谱线插值修正公式。对该窗函数与 Hanning 窗, Nuttall4 项 5 阶窗的四谱线插值进行仿真对比, 验证提出的窗函数对幅值、相位、频率具有更高的分析精度。对南京化工园热电二次电流进行谐波分析进一步验证了所提出的窗函数的有效性。

关键词: Hanning 自相乘窗; 五项余弦组合窗; 四谱线插值; 谐波; 曲线拟合

An approach for electrical harmonic FFT analysis based on Hanning self-multiply window

CHEN Jian¹, WANG Wei¹, WANG Shaohua^{2,3}, YANG Shihai^{2,3}

(1. College of Mechanical and Electrical Engineering, China Jiliang University, Hangzhou 310018, China;
2. State Grid Jiangsu Electric Power Company Research Institute, Nanjing 210013, China;
3. State Grid Key Laboratory of Electric Energy Measurement, Nanjing 210013, China)

Abstract: The key of accuracy of current harmonic analysis is the window function with good sidelobe characteristics. This paper proposes Hanning self-multiply window for the first time, which is constructed by the self multiply of Hanning window in time domain, and it has the advantage that its sidelobe characteristics is increasing with the increase of times of self multiply. At the same time, it puts forward four-spectrum-line interpolation FFT power harmonic analysis method based on five terms cosine window, and applicable rectification formulas of four-spectrum-line are obtained by using polynomial curve fit function. Comparison with Hanning window, Nuttall 4 terms 5 order window four-spectrum-line interpolation FFT method is carried out by simulation, which verifies this window function has higher precision of analysis at amplitude, phase and frequency. Harmonic analysis for Nanjing Chemical Industrial Park thermoelectric secondary current further verifies the effectiveness of the proposed window function.

This work is supported by the State Grid Program of China.

Key words: Hanning self-multiply; five terms cosine window; four-spectrum-line interpolation; harmonic; curve fitting

0 引言

由于电力系统中存在着大量的非线性负载, 以及电力电子装置的大量使用, 导致电网中存在大量的谐波。同时由于传统能源的减少, 以及传统能源带来的环境污染问题, 世界各国开始加快新能源发电如风能, 太阳能发电的研究, 但是新能源发电自身不可避免地会带来谐波问题。因此, 随着新能源

发电的大范围推广, 电力系统中谐波问题会更加严重。

对电力系统中谐波含量的准确分析不仅有利于电能质量的评估, 而且可以根据评估结果来采取必要的措施加以治理^[1]。同时谐波对电能计量也会产生很大的误差, 它的准确性直接影响到发电企业、输配电企业和电力用户之间经济利益及交易的公平性^[2]。

目前国内外的谐波分析方法有很多, 例如傅里叶变换算法^[3-4], 小波算法^[5-7], S 变换^[8], 神经网络算法^[9]、混沌理论^[10]等。但是除快速傅里叶变换算法(FFT)外, 其他算法目前还很难得到实际应用。但

是由于实际系统不能做到同步采样, 所以在用 FFT 进行谐波分析的时候会出现频谱泄露和栅栏效应, 从而导致谐波分析的精度不高。选择合适的窗函数和插值算法可以提高谐波分析的精度。最近几年一些新型窗函数被提出, 如六项余弦窗^[11]、八项余弦窗^[12]、十项余弦窗^[13]等。同时对旁瓣性能更加优良的新型窗函数的探索一直是近些年来信号分析的热研究方向。

为了提高谐波分析的准确度, 提出一种新的窗函数, 即 Hanning 自相乘窗, 阐述该窗的构造原理, 并讨论该窗的频谱特性, 分析该窗的时域和频域特性。随着相乘次数的增加, Hanning 自相乘窗的旁瓣特性有较好的提高。给出了 Hanning4 次自相乘后得到的时域表达式的计算方法, 并利用文献[14]提出的新的四谱线插值 FFT 算法, 利用 Matlab 进行曲线拟合推导该窗的实际修正公式。与常用余弦窗一起对含有 21 次谐波信号进行谐波分析并对比, 仿真结果表明在非同步采样和非整数周期截断的条件下, 提出的 5 项余弦窗具有更高谐波检测精度, 最后对南京化工园热电二次电流用提出的 Hanning 自相乘窗进行谐波分析, 验证基于 Hanning 自相乘窗的有效性和准确性。

1 Hanning 自相乘窗函数

Hanning 窗的表达式为

$$w_N(n) = 0.5 - 0.5 \cos\left(\frac{2\pi n}{N}\right) \quad n = 0, 1, \dots, N-1 \quad (1)$$

Hanning 窗的频谱函数为

$$W_N(\omega) = 0.5W_R(\omega) + 0.25 \left[W_R\left(\omega - \frac{2\pi}{N}m\right) + W_R\left(\omega + \frac{2\pi}{N}m\right) \right] \quad (2)$$

式中, $W_R(\omega)$ 是矩形窗的频谱函数, 表达式为

$$W_R(\omega) = \frac{\sin(\omega N/2)}{\sin(\omega/2)} e^{-j\omega(N-1)/2} \quad (3)$$

定义 p 个 Hanning 窗在时域相乘为 Hanning 自相乘窗, 即

$$w_{N-p}(n) = [w_N(n')]^p \quad (4)$$

式中: $w_N(n')$ 的个数为 p ; $w_N(n')$ 是 Hanning 窗。

Hanning 自相乘窗属于余弦组合窗, 它的通用表达式为

$$w_{N-p}(n) = \sum_{i=0}^{M-1} (-1)^i b_i \cos \frac{2\pi i n}{N}, \quad n = 0, 1, \dots, N-1 \quad (5)$$

其中: M 为窗函数的项数; N 为窗函数的长度; b_i 要满足如式(6)约束条件。

$$\begin{cases} \sum_{i=0}^M b_i = 1 \\ \sum_{i=0}^M (-1)^i b_i = 1 \end{cases} \quad (6)$$

随着 p 的增加, Hanning 自相乘窗的项数也会增加, 同时这也给 Hanning 自相乘窗时域表达式的求解增加了难度。同时由于时域相乘, p 个 Hanning 窗序列做离散相乘得到的长度还是 N 。

2 Hanning 自相乘窗的频域特性

由卷积定理可知, 时域相乘等价于频域卷积, 因此 Hanning 自相乘窗的频域表达式为

$$W_{N-p}(\omega) = \underbrace{W_N(\omega) * W_N(\omega) * \dots * W_N(\omega)}_p \quad (7)$$

由式(5)可知, $W_{N-p}(\omega)$ 的频域表达式为

$$W_{N-p}(\omega) = \sum_{i=0}^{M-1} (-1)^{-i} \frac{b_i}{2} \left[W_R\left(\omega - \frac{2\pi}{N}m\right) + W_R\left(\omega + \frac{2\pi}{N}m\right) \right] \quad (8)$$

2.1 Hanning 自相乘窗的主瓣宽度

要求的主瓣宽度, $|W_{N-p}(\omega)|$ 必须满足以下约束条件:

$$\begin{cases} \frac{N}{2} \left(\omega \pm \frac{2\pi}{N}m \right) = k\pi \\ \frac{1}{2} \left(\omega \pm \frac{2\pi}{N}m \right) \neq k\pi \end{cases} \quad k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (9)$$

由窗函数的主瓣宽度的定义可知, 当 $k = \pm 1$, $|W_{N-p}(\omega)| = 0$, 且为离原点最近, 所以 Hanning 窗的主瓣宽度为

$$B_N = \frac{4\pi(M+1)}{N} \quad (10)$$

式中, $M=p$, 所以式(10)可以表示为

$$B_N = \frac{4\pi(p+1)}{N} \quad (11)$$

所以 Hanning 自相乘窗的主瓣宽度随着 p 的增大而增大。

2.2 Hanning 自相乘窗的旁瓣特性

图 1 给出了 $p=2\sim 5$ 的 Hanning 自相乘窗对应的归一化对数频谱, N 取 128。

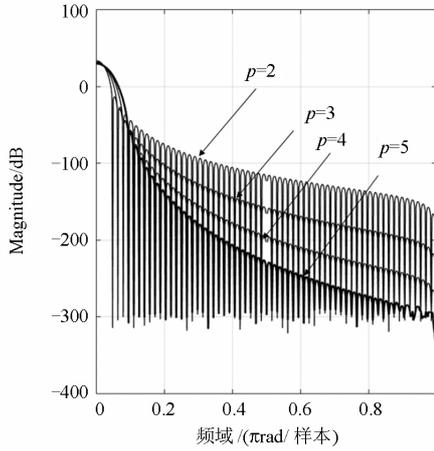


图 1 Hanning 自相乘窗的归一化对数频谱
Fig. 1 Normalized logarithmic spectrum of Hanning self-multiplying windows

由图 1 可知, 随着 p 的增加, Hanning 自相乘窗自相乘窗的旁瓣特性也不断提高。以 $p=4$ 为例子, 对四阶 Hanning 自相乘窗的时域表达计算方法, 旁瓣特性以及基于该窗的四谱线插值算法进行分析。以下统称四阶 Hanning 自相乘窗为五项余弦组合窗。

2.3 五项余弦组合窗

五项余弦组合窗为

$$w(n)_{\text{五项余弦组合窗}} = w_N(n)^4 = \quad (12)$$

$$0.0625 - 0.25x + 0.375x^2 - 0.25x^3 + 0.0625x^4$$

其中 x , x^2 , x^3 , x^4 分别如式(13)一式(16)所示, 且 x^2 , x^4 可用余弦公式得到不予证明, 下面推导 x^3 的来源, 如式(17)、式(18)所示。

$$x = \cos\left(\frac{2\pi n}{N}\right) \quad (13)$$

$$x^2 = \frac{\cos\left(\frac{4\pi n}{N}\right) + 1}{2} \quad (14)$$

$$x^3 = 0.75 \cos\left(\frac{2\pi n}{N}\right) + 0.25 \cos\left(\frac{6\pi n}{N}\right) \quad (15)$$

$$x^4 = \frac{3}{8} + \frac{\cos\left(\frac{4\pi n}{N}\right)}{2} + \frac{\cos\left(\frac{8\pi n}{N}\right)}{8} \quad (16)$$

$$x^3 = \cos^3\left(\frac{2\pi n}{N}\right) = \cos\left(\frac{2\pi n}{N}\right) \left[0.75 + 0.25 \left(1 - 4 \sin^2\left(\frac{2\pi n}{N}\right) \right) \right] =$$

$$0.75 \cos\left(\frac{2\pi n}{N}\right) + 0.25h = 0.75 \cos\left(\frac{2\pi n}{N}\right) + 0.25 \cos\left(\frac{2\pi n + 4\pi n}{N}\right) =$$

$$0.75 \cos\left(\frac{2\pi n}{N}\right) + 0.25 \cos\left(\frac{6\pi n}{N}\right) \quad (17)$$

$$h = \cos\left(\frac{2\pi n}{N}\right) \cos\left(\frac{4\pi n}{N}\right) - \sin\left(\frac{2\pi n}{N}\right) \sin\left(\frac{4\pi n}{N}\right) \quad (18)$$

把式(13)一式(18)代入式(12), 得到 b_i 如式(19)所示。

$$\begin{aligned} b_0 &= 0.2734375; b_1 = 0.4375 \\ b_2 &= 0.21875; b_3 = 0.0625 \\ b_5 &= 0.0078125 \end{aligned} \quad (19)$$

该五项余弦组合窗在 $N=64$ 时的波形图及其对应的归一化对数频谱如图 2 所示。表 1 给出了五项余弦窗和其他余弦窗的旁瓣特性。文献[1]指出选用旁瓣电平小且渐进衰减速率大的窗函数能提高谐波分析的准确度。从表 1 中可以看出, 与其他余弦窗相比, 提出的五项余弦组合窗的具有较高的旁瓣峰值电平和最高的渐进衰减速率。因此采用五项余弦组合窗对谐波进行分析。

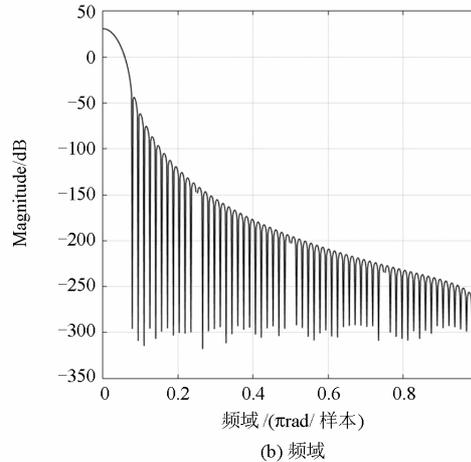
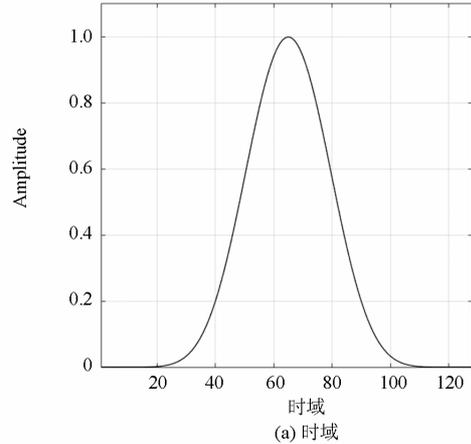


图 2 五项余弦组合窗及其归一化对数频谱
Fig. 2 Five terms cosine window and normalized logarithmic spectrum

表 1 余弦组合窗的旁瓣特性

Table 1 Components of the side-lobe characteristic of the cosine composite windows

窗函数	旁瓣峰值电平/dB	渐近衰减速率/(dB/oct)
Hanning	-32	18
Blackman	-58	18
Black-Harris	-92	6
4 项 1 阶 Nuttall	-93.3	18
4 项 3 阶 Nuttall	-82.6	30
4 项 5 阶 Nuttall	-61	42
五项余弦组合	-74.6	48

3 五项余弦组合窗的四谱线插值算法

3.1 四谱线插值算法

文献[14]提出了一种基于四谱线的插值 FFT 算法。该方法基于双谱线插值的基础上, 利用双谱线外围的两条对称的谱线, 总共四条谱线的幅值得来的实际幅值和相位。对该方法进行如下简述。

假设一个频率为 f_0 、幅值为 A_0 、初相为 θ 的单一频率信号为 $x(n)$, 采样频率为 f_s , 它的离散表达式为

$$x(n) = A_0 \sin\left(2\pi \frac{f_0}{f_s} n + \theta\right) \quad (20)$$

$$A_0 = \frac{A_1 \left|W\left(\frac{2\pi(k_1 - k_0)}{N}\right)\right| + A_2 \left|W\left(\frac{2\pi(k_2 - k_0)}{N}\right)\right| + A_3 \left|W\left(\frac{2\pi(k_3 - k_0)}{N}\right)\right| + A_4 \left|W\left(\frac{2\pi(k_4 - k_0)}{N}\right)\right|}{\left|W\left(\frac{2\pi(k_1 - k_0)}{N}\right)\right| + \left|W\left(\frac{2\pi(k_2 - k_0)}{N}\right)\right| + \left|W\left(\frac{2\pi(k_3 - k_0)}{N}\right)\right| + \left|W\left(\frac{2\pi(k_4 - k_0)}{N}\right)\right|} = \frac{2(y_1 + 2y_2 + 2y_3 + y_4)}{\left|W\left[2\pi(-\alpha - 1.5)/N\right]\right| + \left|W\left[2\pi(-\alpha - 0.5)/N\right]\right| + \left|W\left[2\pi(-\alpha + 1.5)/N\right]\right| + \left|W\left[2\pi(-\alpha + 0.5)/N\right]\right|} \quad (24)$$

由于 N 比较大, 简化式(24), 可以得到

$$A_0 = N^{-1}(y_1 + 2y_2 + 2y_3 + y_4)v(\alpha) \quad (25)$$

根据式(21)可以推得

$$\varphi_0 = \arg[X(k_i \Delta f)] + \frac{\pi}{2} + \arg[W(2\pi(k_i - k_0)/N)] \quad (26)$$

3.2 五项余弦组合窗的插值公式

根据文献[1]对基于 Nuttall 窗的双谱线的插值方法得到的修正公式, 以及文献[14]所提出的对四谱线插值的修正公式的要求, 可以类似推得基于五项余弦组合窗的四谱线插值的修正公式, 故不再详述。

下面为五项余弦组合窗的插值修正公式:

$$\alpha = 2.984407484\beta + 0.554355773\beta^3 + 0.247005494\beta^5 + 0.144307821\beta^7 + 0.101473253\beta^9 \quad (27)$$

信号 $x(n)$ 经过窗函数 $w(n)$ 处理后, 它的离散傅里叶变换表达式为

$$X(k\Delta f) = \frac{A}{2j} e^{j\varphi_0} W\left[\frac{2\pi(k\Delta f - f_0)}{f_s}\right] \quad (21)$$

其中, $\Delta f = f_s / N$ 。

由于实际情况下很难对信号进行同步采样, 导致峰值频率 $f_0 = k_0 \Delta f$ 与离散频谱点不在同一个位置。假设离峰值点 k_0 最近的四条谱线分别为 k_1, k_2, k_3, k_4 且 $k_1 < k_2 \leq k_0 \leq k_3 < k_4$, $k_2 = k_1 + 1$, $k_3 = k_2 + 1$, $k_4 = k_3 + 1$ 。四条谱线的幅值分别为 $y_1 = |X(k_1 \Delta f)|$, $y_2 = |X(k_2 \Delta f)|$, $y_3 = |X(k_3 \Delta f)|$, $y_4 = |X(k_4 \Delta f)|$ 。

引入参数 $\alpha = y_4 - y_0 - 1.5$, 可以得到 $-1.5 < \alpha < 1.5$ 的取值范围。

假设

$$\beta = \frac{(2y_3 + y_4) - (2y_2 + y_1)}{2y_3 + y_4 + 2y_2 + y_1} \quad (22)$$

记式(22)的反函数为 $\alpha = h^{-1}(\beta)$ 。 α 可由 β 得到, 它的频率修正公式为

$$f_0 = (\alpha + k_1 + 0.5)\Delta f \quad (23)$$

幅值修正公式为

幅值修正公式为

$$A_0 = \frac{(2y_3 + y_4 + 2y_2 + y_1)}{N} \left(0.733137023 + 0.112716499\alpha^2 + 0.009278635\alpha^4 + 0.000556524\alpha^6 \right) \quad (28)$$

相位修正公式为

$$\varphi_0 = \arg[X(k_i \Delta f)] - \pi\alpha \quad (29)$$

4 仿真结果及误差分析

为了验证提出的五项余弦窗函数四谱线插值 FFT 算法的有效性, 将该算法与 nuttall4 项 5 阶窗和 Hanning 窗分别对含有 21 次谐波的信号进行 Matlab 仿真对比研究。

本文模拟的信号数学模型为

$$x(n) = \sum_{i=1}^{21} A_i \sin(2\pi f_0 i n / f_s + \theta_i) \quad (30)$$

信号基波与各次谐波对应的幅值 A_i 和初相位 θ_i 如表 2 所示。该信号的基波频率为 50.4 Hz, 采样频率 10 kHz。

仿真过程如下, 首先对输入信号分别用 Hanning 窗、nuttall4 项 5 阶窗和提出的五项余弦组合窗进行加窗处理, 其中, 三个窗函数的长度均为 2 048 点, 然后对加窗后的信号进行 FFT 运算得到离散频谱, 最后根据以上三种窗的四谱线修正公式分别计算得到基波以及各次谐波的幅值、初相位和频率。由于四谱线插值方法是新提出的方法, 文献 [14] 并未给出 nuttall4 项 5 阶的四谱线插值修正公式, 故给出插值修正公式如式(31)一式(33)。

$$\alpha = 2.375\ 409\ 836\beta + 0.434\ 785\ 832\beta^3 + 0.191\ 342\ 274\beta^5 + 0.110\ 290\ 527\beta^7 + 0.079\ 078\ 206\beta^9 \quad (31)$$

幅值修正公式为

$$A_0 = \frac{(2y_3 + y_4 + 2y_2 + y_1)}{N} (0.672\ 283\ 752 + 0.121\ 023\alpha^2 + 0.011\ 894\ 412\alpha^4 + 0.000\ 869\ 6\alpha^6) \quad (32)$$

相位修正公式为

$$\varphi_0 = \arg[X(k_i \Delta f)] - \pi\alpha \quad (33)$$

Hanning 窗的四谱线插值修正公式文献[14]已给, 故不再给出, 五项余弦组合窗采用上文给出的插值修正公式, 仿真结果如表 3—表 5 所示。

根据表 3—表 5 幅值、相位、频率误差仿真结果可看出提出五项余弦组合窗在幅值上与 Nuttall4 项 5 阶窗相比有较高的提升, 五项余弦组合窗和 Nuttall4 项 5 阶窗的幅值平均误差分别 0.000055%和 0.00019%, 频率平均误差分别为 0.0015%和 0.036%, 相位平均误差分别为 0.0041%和 0.017%, 可以得出五项余弦组合窗在幅值, 频率和相位上的精度都高出一个数量级, 且比构成该窗的母窗函数 Hanning 窗的精度更高。由于 Hanning 窗的准确度明显低于其他两个窗, 所以在图 3—图 5 中不予显示。

从图 3 中可以看出, 五项余弦组合窗在 10 次谐波以前的幅值精度明显高于 Nuttall 4 项 5 阶窗。从图 4 中可以看出, 五项余弦组合窗的相位精度相比 Nuttall 4 项 5 阶窗具有更明显的优势, 在多个小范围内的精度更高。从图 5 可以看出五项余弦组合窗在频率上的精度高于 Nuttall 4 项 5 阶窗, 尤其是在 16 次谐波处。

表 2 输入信号的基波与谐波的参数

Table 2 Parameters of input harmonic signals

谐波次数	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
幅值/V	220	0.5	25	0.4	6	0.3	4	0.002	2	0.01	0.003
相位/(°)	60	60	30	60	60	60	60	60	60	45	36
谐波次数	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	
幅值/V	0.005	0.01	0.08	0.9	0.001	0.003	0.001	0.008	0.003	0.1	
相位/(°)	30	25.714	22.5	20	18	-60	-90	-60	-45	-36	

表 3 幅值误差比较

Table 3 Comparisons of errors in calculating amplitude

窗函数	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Hanning	6.64E-5	-0.018 5	2.068E-4	7.245E-5	4.572E-5	1.318E-5	-1.57E-5	-8.60E-4	-1.36E-6	-1.53E-5	4.5E-7
Nuttall	-1.2E-7	3.575E-5	2.3E-8	1.14E-6	7E-8	1.29E-6	-1E-8	5.7E-7	0	9E-8	0
五项	1.1E-7	-1.04E-5	-2E-8	-3.2E-7	-1E-8	-3.1E-7	1E-8	-1.7E-7	0	3E-8	0
窗函数	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	
Hanning	4.91E-6	2.36E-6	6.97E-6	5.18E-6	-4.06E-5	-6.7E-7	-1.24E-6	9.8E-7	7.5E-7	3.4E-7	
Nuttall	0	2E-8	8E-8	2E-8	-4E-8	0	0	0	1E-8	0	
五项	0	1E-8	2E-8	0	1E-8	0	0	0	0	0	

表 4 频率误差比较

Table 4 Comparisons of errors in calculating frequency

窗函数	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Hanning	-5.11E-5	3.958E-1	1.752E-4	6.149E-2	3.345E-4	2.374E-2	1.95E-4	1.533	5.3E-6	-2.45E-2	5.982E-2
Nuttall	-2E-8	3.468E-4	4E-8	-1.22E-5	5E-8	2.349E-5	0	1.134E-2	-2E-8	-9.85E-5	2.19E-6
五项	0	7.818E-4	2E-8	-3.79E-6	1E-8	9.45E-6	0	2.099E-4	0	-2.2E-7	2.8E-7
窗函数	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	
Hanning	2.536E-2	-4.11E-5	-1.8E-5	1.136E-4	-4.41E-1	-2.26E-2	-1.28E-2	-3.56E-2	-1.27E-2	-1.1E-4	
Nuttall	1.84E-6	-6.66E-6	-6.2E-6	7E-8	-5.41E-3	4.23E-4	4.5E-7	2.01E-6	-1.68E-4	0	
五项	2.7E-7	-3.24E-6	-6.9E-7	4E-8	6.7E-6	1.5E-7	1.74E-6	1E-7	-2.53E-6	1E-8	

表 5 初相位误差比较

Table 5 Comparisons of errors in calculating phase

窗函数	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Hanning	3.03E-4	-7.12E-1	2.463E-2	-2.48E-1	-7.3E-2	-2.81E-1	-1.2E-2	32.514	1.053E-2	-3.97E-1	-3.066
Nuttall	3.6E-7	2.161E-2	5.27E-6	5.449E-4	2.96E-6	1.265E-2	-1.6E-6	9.194E-2	1.58E-6	5.525E-4	-1.8E-5
五项	0	-9.78E-3	-1.07E-6	1.356E-4	-1.36E-6	-8.19E-4	2.6E-7	-3.38E-2	-1.1E-7	5.784E-4	-4E-5
窗函数	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	
Hanning	-6.09E-1	1.463E-1	1.346E-1	-1.35E-1	6.477	3.791E-1	-8.73E-1	1.786E-1	6.947E-1	-0.859	
Nuttall	-4.62E-5	6.002E-4	4.6E-4	7.16E-6	-6E-2	1.11E-2	-7.26E-6	-8.03E-5	1.164E-2	2.7E-7	
五项	-1.85E-5	6.178E-5	-9.5E-6	-3.4E-6	4.474E-3	-3.32E-6	-8.39E-5	1.22E-6	-7.85E-5	-9.5E-7	

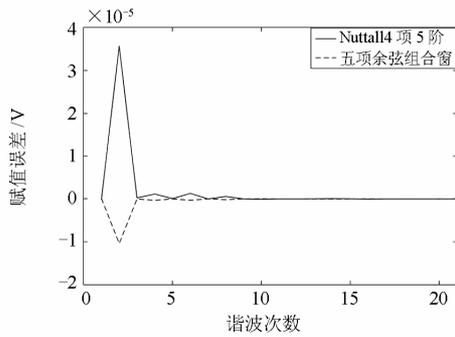


图 3 幅值误差比较图

Fig. 3 Comparisons of errors in calculating amplitude

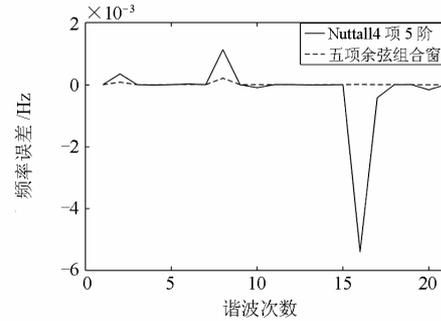


图 5 频率误差比较图

Fig. 5 Comparisons of errors in calculating frequency

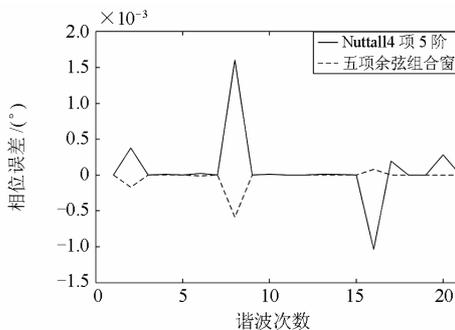


图 4 相位误差比较图

Fig. 4 Comparisons of errors in calculating phase

5 实验研究

通过电能表现场校验仪采集南京化工园热电二次电流, 得到表 6 的各次谐波参数, 由于篇幅有限, 10 次以上谐波未列出, 以这些参数为标准值, 代入式(30), 表 6 中的各次幅值作为参数 A_i 的值, 各次相位作为参数 θ_i 的值, 默认基波频率 f_0 为 50 Hz, 并以此函数作为 Matlab 输入信号的数学模型, 因为是现场校验仪采样得到谐波实际参数, 且该现场校验仪为德国 ZERAMT320 型号, 精度为 0.05 级, 精度很高, 因此通过该现场校验仪得到的参数重新模

拟生成的谐波可以认为是实际现场的谐波一个很好的近似,再用五项余弦组合窗插值算法在 Matlab 环境下进行谐波分析,并与标准值进行比较,得到表 7 的各次谐波参数误差比较表,由表 7 可以得出,所提算法能够准确分析出由南京化工园热电二次电流参数模拟出来的近似谐波,对实际应用该算法提供了一定的保证。同时在二次电流的各次谐波幅值

非常小,对其进行傅里叶分析时,弱幅值谐波分量可能被频谱泄漏量所湮没,文献[15]指出具有较好的旁瓣性能的窗函数可以有效抑制频谱泄漏对弱幅值谐波分量的影响,而本文所提的窗函数具有相对其他常用窗而言较好的旁瓣性能,同时表 7 的幅值误差结果几乎都为 0,因此从实际应用层面说,提出的算法对弱幅值谐波也有较强的检测精度。

表 6 南京化工园热电二次电流参数

Table 6 Secondary current parameters of Nanjing Chemical Industrial Park

谐波次数	1	2	3	4	5	6	7	8	9
幅值/A	0.14	4.2E-5	3.36E-4	5.6E-5	2.38E-4	9.8E-5	1.4E-5	4.2E-5	8.4E-5
相位/(°)	0	154.61	36.93	38.34	27.16	7.43	12.08	0.03	32.44

表 7 参数误差比较

Table 7 Comparison of parameter errors

谐波次数	1	2	3	4	5	6	7	8	9
幅值/A	0	1E-8	0	0	0	0	0	0	0
相位/(°)	-1E-8	3.3516E-2	-1.316E-5	-2.375E-4	1.1E-6	-1.673E-4	-3.73E-6	-1.08E-4	9.15E-5

6 结论

本文提出并建立了 Hanning 自相乘窗,分析了 Hanning 自相乘窗的频域特性, Hanning 自相乘窗旁瓣特性随着相乘阶数的增加,性能会不断提升。在此基础上,计算得到五项余弦组合窗的时域表达式,该窗函数相比目前常用的窗函数具有更佳的旁瓣特性,并推导了五项余弦组合窗的四谱线插值算法,利用 Matlab 的拟合函数求出插值修正公式。仿真和实验结果表明,提出的五项余弦组合窗与经典窗函数相比,具有更高的谐波检测精度,适合于电力谐波的精确测量。

参考文献

[1] 卿柏元,滕召胜,高云鹏,等. 基于 Nuttall 窗双谱线插值 FFT 的电力谐波分析方法[J]. 中国电机工程学报, 2008, 28(25): 153-158.
 QING Baiyuan, TENG Zhaosheng, GAO Yunpeng, et al. An approach for electrical harmonic analysis based on Nuttall window double-spectrum-line interpolation FFT[J]. Proceedings of the CSEE, 2008, 28(25): 153-158.

[2] 郭捷. 谐波对电流互感器的传变特性及电能计量影响研究[D]. 重庆: 重庆大学, 2014.
 GUO Jie. Impact of harmonics on current transformer characterization and energy measurement[D]. Chongqing: Chongqing University, 2014.

[3] 庞浩,李东霞,俎云霄,等. 应用 FFT 进行电力系统谐波分析的改进算法[J]. 中国电机工程学报, 2003, 23(6): 50-54.

PANG Hao, LI Dongxia, ZU Yunxiao, et al. An improved algorithm for harmonic analysis of power system using FFT technique[J]. Proceedings of the CSEE, 2003, 23(6): 50-54.

[4] 孙鹏,杨永越. 五点加权 FFT 介质损耗角测量算法的研究[J]. 高压电器, 2015, 51(3): 88-92.
 SUN Peng, YANG Yongyue. Five-point weighted FFT algorithm for measurement of dielectric loss angle[J]. High Voltage Apparatus, 2015, 51(3): 88-92.

[5] 陈欢,何怡刚,肖建平,等. 基于 CWT 和 DWT 相结合的谐波检测[J]. 电力系统保护与控制, 2015, 43(20): 71-75.
 CHEN Huan, HE Yigang, XIAO Jianping, et al. Harmonics detection based on a combination of continuous wavelet transform and discrete wavelet transform[J]. Power System Protection and Control, 2015, 43(20): 71-75.

[6] 张淑清,马跃,李盼,等. 基于改进的广义谐波小波包分解和混沌振子的小电流接地系统故障选线[J]. 电工技术学报, 2015, 30(3): 13-20.
 ZHANG Shuqing, MA Yue, LI Pan, et al. Application of improved generalized harmonic wavelet packet decomposition and chaos oscillator to fault line detection in small current grounding system[J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2015, 30(3): 13-20.

[7] 唐炬,樊雷,张晓星,等. 用谐波小波包变换法提取 GIS 局部放电信号多尺度特征参数[J]. 电工技术学报, 2015, 30(3): 250-257.

- TANG Ju, FAN Lei, ZHANG Xiaoxing, et al. Multi-scale feature parameters extraction of GIS partial discharge signal with harmonic wavelet packet transform[J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2015, 30(3): 250-257.
- [8] 肖助力, 龚仁喜, 陈双, 等. 基于改进 S 变换的电力系统谐波检测方法[J]. 电力系统保护与控制, 2015, 43(3): 84-90.
- XIAO Zhuli, GONG Renxi, CHEN Shuang, et al. Detection of harmonics in power system based on modified S-transform[J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2015, 43(3): 84-90.
- [9] 王凯亮, 曾江, 王克英. 一种基于 BP 神经网络的谐波检测方案[J]. 电力系统保护与控制, 2013, 41(17): 44-48.
- WANG Kailiang, ZENG Jiang, WANG Keying. A harmonic detecting scheme based on BP neural network [J]. Power System Protection and Control, 2013, 41(17): 44-48.
- [10] 李兆昞, 刘崇新, 燕并男. 基于混沌理论的电力系统谐波检测[J]. 电网与清洁能源, 2015, 31(3): 18-23.
- LI Zhaoyang, LIU Chongxin, YAN Bingnan. Power system harmonic detection based on chaotic theory[J]. Power System and Clean Energy, 2015, 31(3): 18-23.
- [11] 周琍. 基于六项余弦窗函数插值 FFT 的谐波分析方法[J]. 机电工程, 2011, 28(8): 1015-1018.
- ZHOU Li. Harmonic analysis algorithm based on six-term cosine window interpolation FFT[J]. Journal of Mechanical & Electrical Engineering, 2011, 28(8): 1015-1018.
- [12] 许珉, 刘玮. 加 8 项余弦窗插值 FFT 算法[J]. 电力系统保护与控制, 2015, 43(11): 27-32.
- XU Min, LIU Wei. An interpolation FFT algorithm based on 8-term cosine window[J]. Power System Protection and Control, 2015, 43(11): 27-32.
- [13] 胡治国, 徐晓贝, 郑征, 等. 基于十项余弦窗插值 FFT 的谐波相量算法[J]. 河南理工大学学报(自然科学版), 2014, 33(4): 543-548.
- HU Zhiguo, XU Xiaobei, ZHENG Zheng, et al. Harmonic phasor calculation based on ten terms cosine window and interpolated FFT[J]. Journal of Henan polytechnic University (Natural Science), 2014, 33(4): 543-548.
- [14] 郝柱, 顾伟, 褚建新, 等. 基于四谱线插值 FFT 的电网谐波检测方法[J]. 电力系统保护与控制, 2014, 42(19): 107-113.
- HAO Zhu, GU Wei, CHU Jianxin, et al. A power network harmonic detection method based on the four-spectrum-line interpolation FFT[J]. Power System Protection and Control, 2014, 42(19): 107-113.
- [15] 曾博, 唐求, 卿柏元, 等. 基于 Nuttall 自卷积窗的改进 FFT 谱分析方法[J]. 电工技术学报, 2014, 29(7): 59-65.
- ZENG Bo, TANG Qiu, QING Boyuan, et al. Spectral analysis method based on improved FFT Nuttall self-convolution window[J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2014, 29(7): 59-65.

收稿日期: 2015-10-15; 修回日期: 2016-03-01

作者简介:

陈 坚(1992-), 男, 硕士研究生, 主要研究方向为检测技术与自动化装置; E-mail: henry1992914@163.com

汪 伟(1964-), 男, 硕士, 教授, 主要研究方向为电气测量与控制; E-mail: wangwei@cjlu.edu.cn

王少华(1980-), 男, 本科, 主要研究方向为电能计量。E-mail: c16960695@163.com

(编辑 周金梅)