

DOI: 10.7667/PSPC151758

# 基于 Hamilton 理论的广域非线性时滞多机电力系统的稳定与控制

关琳燕, 周洪, 胡文山

(武汉大学动力与机械学院, 湖北 武汉 430072)

**摘要:** 针对非线性时滞多机电力系统, 将局域信号与远程信号都纳入控制器设计中, 根据全局条件下信号时滞的差异性, 建立广域时滞非线性多机电力系统的端口可控 Hamilton (PCH)模型。该模型以汽门开度为控制量, 考虑了扰动给系统带来的影响。以此模型为基础, 针对某个形式的 H 函数给出了含有该 H 函数作为部分能量函数的 Lyapunov 泛函及一系列相应的稳定条件。通过“能量整形”技术, 将一般电力系统的 PCH 模型转化为具有特定形式 H 函数的 PCH 模型, 并应用给出的稳定条件设计相应的全状态反馈控制。最后以 3 机 9 节点系统为例, 以时域仿真的结果验证了扰动下非线性时滞控制器的有效性。

**关键词:** 时滞; 端口可控制 Hamilton 系统; 非线性多机电力系统; 广域测量系统

## Nonlinear wide-area time-delay stabilization and control of multi-machine power system based on Hamilton theory

GUAN Linyan, ZHOU Hong, HU Wenshan

(School of Power and Mechanical Engineering, Wuhan University, Wuhan 430072, China)

**Abstract:** In view of the nonlinear time-delay multi-machine power system, involving the local and remote signals into the controller design and considering the diversity of the signal delays, a port controllable Hamilton model is constructed. The model takes steam valve as control variable and takes into account the influence of the disturbance. Based on the proposed model, aiming at a certain form of H function, the corresponding Lyapunov function with some specific H function as its part energy function is given to derive a delay-dependent stability criterion. By energy-shaping method, the PCH model of a general power system could be transformed into a PCH model with specific H function and the corresponding full-state feedback controller is designed according to the stable criterion. Finally, taking a 3-machine 9-bus power system as an example, the simulation results show that the performance of controller is effective in the nonlinear time-delay system with disturbance.

**Key words:** time-delay; port controllable Hamilton system; nonlinear multi-machine power system; wide-area measurement system

## 0 引言

我国大电网正朝着“西电东送, 南北互供, 大区联网”的方向快速发展, 电网规模及容量也随之猛增。大规模的电网互联在带来巨大的经济效益及社会效益的同时, 也加大了电网的运行复杂度, 对确保安全稳定运行的措施提出了更高的要求。然而, 仅靠本地反馈的局域信息(时延小于 10 ms)已经难以满足控制需求<sup>[1-2]</sup>。在互联大电网的环境下, 解决电网的稳定问题需要从全局入手。近年来, 广域测

系统(WAMS)在电力市场中得到广泛的应用, 电力系统控制研究不再受信息提取技术的限制。作为电力系统动态监测系统, WAMS 可以实现测量系统中各电气量的实时测量, 有助于提高大电网的稳定性<sup>[3-4]</sup>。

在新的电网环境下, 区域间的低频已成为威胁电网稳定运行的一大隐患。区域阻尼控制是抵制区域间低频振荡的重要手段。WAMS 将全网发电机功角及角速度等全局信息引入电力系统控制研究中, 可以有效优化电网控制<sup>[5-7]</sup>。但是, 远方信号的

传输不可避免地引入了通信时延。时延可高达几十甚至上百毫秒,对电力系统稳定控制的影响远已不可忽略<sup>[8]</sup>。

时滞电力系统的研究对象主要分为线性化的系统模型和非线性模型。目前,国内外学者对于线性化模型的研究已经较为深入成熟。最早兴起的频域法由于运算复杂,且应用范围有限而发展停滞。时域上方法是近年来进行时滞系统控制和分析的主流方法。文献[9]针对考虑时延的PID类型的频率负荷控制器的分析与综合问题提出了鲁棒方法,系统在时延扰动下的输出被定义鲁棒性指数(Robust Performance Index, RPI),并由RPI获得控制器增益以及时延裕度。文献[10]充分考虑测量发送端时延抖动的影响,提出了基于功角预测的变时滞自适应广域PSS控制算法,实现被控端的PSS稳定控制。由于凸优化理论的发展及计算软件的进步,基于线性矩阵不等式(LMI)的Lyapunov泛函方法被广泛应用于时滞系统的稳定性控制和分析中。文献[11]运用几何测量法来选定合适的远程信号作为反馈,通过留数法进行相位补偿,并给出了基于LMI的Lyapunov稳定条件及广域阻尼控制器的增益,兼顾了控制效果及时延裕度。文献[12]应用自由权矩阵方法进行稳定性分析,降低的稳定条件的保守性,并通过遗传算法获得控制器的最优增益。文献[13]在保留时延系统重要动态特性的基础上,对模型进行简化并减少待求变量,根据LMI理论提出了更高效的时延稳定判据。以上文献提出的控制方法虽然在计算效率、条件保守性的问题上都有改进,但是一定程度上脱离了实际情况。电力系统是非线性系统,而这些研究的对象及研究理论、研究方法都是基于线性化的模型。

非线性模型是研究时滞电力系统更一般的对象,在这方面的研究尚不成熟。Hamilton系统是非线性系统研究中一类重要系统,将其拓展应用到时滞非线性系统中重大意义。广义Hamilton系统中的H函数可作为广义能量直接作为系统的Lyapunov函数,解决了Lyapunov函数选取困难的问题。国内有学者从电力系统的结构出发,提出了预置反馈和平衡点调整相结合的控制思想,使得广义耗散Hamilton模型成功应用到多机电力系统的研究中。文献[14]研究了多负荷的多机电力系统的鲁棒性,利用电力系统内部结构特点及能量守恒的性质进行变量转换及预置反馈控制,将该系统表达成广义耗散Hamilton形式并通过静止同步串联补偿器(SSSC)加以协调控制。

非线性系统的广义Hamilton实现是将基于能

量的方法应用于非线性时滞系统稳定性研究的难点。同一个系统模型的Hamilton实现不是唯一的,关键在于确定Hamilton能量函数。Hamilton函数的选取会影响到系统的阻尼特性及互联结构。文献[15]为了解决Hamilton能量函数不确定的问题,从发电机的基本动力学理论出发,提出了与实际物理模型相贴合的能量流模型。文中提出了局部多机系统的概念,在一个电厂的多台机组下导出的多机系统Hamilton模型机端参数皆可测得。文献[16]以能量的观点设计了基于转移电导和SVC动态过程的非线性协调控制策略。

理论上,广义Hamilton系统可以在非线性系统的稳定性分析及控制器设计中发挥积极作用。但是在实际的广域测量系统应用中,传输时延影响了Hamilton模型在电力系统稳定控制中的推广。如何处理非线性系统中的时滞是Hamilton系统在电力系统中成功应用的关键。迄今,在这方面能检索到的相关文献及研究报告甚少。文献[17]针对电力系统的时滞非线性模型,采用求偏导方式,本质上仍为微分线性化方法,适用于小扰动的静态稳定性。本文结合WAMS系统及Hamilton系统的特点,通过“能量整形”技术及调节平衡点的方法建立了电力系统的端口可控的Hamilton(PCH)模型,将系统通信时滞及扰动都考虑在内。将PCH的H函数作为Lyapunov函数推导出稳定条件,设计出了广域时延电力系统的一个控制器,适用于电力时滞系统的暂态稳定控制,并通过IEEE3机9节点系统仿真验证了控制方法的有效性。

## 1 时滞非线性PCH系统稳定条件

引理1对 $x_i, i=1, 2, \dots, n$ , 有 $\forall p \geq 1$ 使

$$\left( \sum_{i=1}^n x_i \right)^{\frac{1}{p}} \leq \sum_{i=1}^n |x_i|^{\frac{1}{p}} \leq n^{\frac{p-1}{p}} \left( \sum_{i=1}^n |x_i| \right)^{\frac{1}{p}}$$

引理2对任意标量 $\alpha > 0$ 及适当维数的矩阵 $M_1, M_2, M_3 = M_3^T > 0$ , 有以下不等式:

$$M_1^T M_2 + M_2^T M_1 \leq \alpha M_1^T M_3 M_1 + \alpha^{-1} M_2^T M_3^{-1} M_2$$

引理3 (Shur 补引理)对给定的对称矩阵 $S = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix}$ , 其中 $S_{11}$ 是 $r \times r$ 维的。以下三个条件是等价的:

- 1)  $S < 0$
- 2)  $S_{11} < 0, S_{22} - S_{12}^T S_{11}^{-1} S_{12} < 0$
- 3)  $S_{22} < 0, S_{11} - S_{12} S_{22}^{-1} S_{12}^T < 0$

考虑如下非线性时滞系统的端口可控Hamilton系

统(PCH):

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{R}(\mathbf{x})\nabla_{\mathbf{x}}H(\mathbf{x}) + \mathbf{T}(\mathbf{x})\nabla_{\mathbf{x}_\tau}H(\mathbf{x}_\tau) + \\ \quad \mathbf{G}_1(\mathbf{x})\mathbf{u} + \mathbf{G}_2(\mathbf{x})\mathbf{w} \\ \mathbf{x}(\tau) = \phi(\tau), \forall \tau \in [-2h, 0] \end{cases} \quad (1)$$

其中,  $\mathbf{x}(t) \in \Gamma \subset \mathbb{R}^n$  为系统状态向量,  $\Gamma = \{\mathbf{x} \mid \kappa_i^\top \mathbf{x} \leq 1, i=1, \dots, n\}$ ,  $\mathbf{R}(\mathbf{x}) \in \mathbb{R}^{n \times n}$ ,  $\mathbf{T}(\mathbf{x}) \in \mathbb{R}^{n \times n}$ ,  $\nabla_{\mathbf{x}}H(\mathbf{x})$  是系统 Hamilton 函数  $H(\mathbf{x})$  的梯度向量,  $\mathbf{u} \in \mathbb{R}^m$  是控制端输入, 系统扰动  $\mathbf{w} \in \mathbb{R}^s$ ,  $s < n$ ,  $h$  为时延上限值,  $\phi(\tau)$  为系统初值函数, 满足

$$H(\mathbf{x}(t+d)) \leq H(\mathbf{x}(t)), d \in [-h, 0] \quad (2)$$

对于一般时滞 PCH 系统  $S(\mathbf{x}, \mathbf{x}_\tau)$ , 设其 Hamilton 函数为  $\bar{H}(\mathbf{x})$ 。根据“能量整形”技术可令

$$H(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^n (x_i^2)^{\frac{\kappa}{2\kappa-1}}, \kappa > 1 \quad (3)$$

$$H(\mathbf{x}) = \bar{H}(\mathbf{x}) + H_e(\mathbf{x}) \quad (4)$$

且控制器  $\mathbf{u}$  有如下形式:

$$\mathbf{G}_1(\mathbf{x})\mathbf{u} = \mathbf{R}(\mathbf{x})\nabla_{\mathbf{x}}H_e(\mathbf{x}) + \mathbf{T}(\mathbf{x})\nabla_{\mathbf{x}_\tau}H_e(\mathbf{x}_\tau) + \mathbf{G}_1(\mathbf{x})\mathbf{v} \quad (5)$$

将式(5)代入系统  $S(\mathbf{x}, \mathbf{x}_\tau)$  可将其化为具有式(3)所示的  $H(\mathbf{x})$  函数的 PCH 系统。文中假设系统(1)为经过“能量整形”的 PCH 系统。

假设 1 干扰  $\mathbf{w}$  属于集合

$$\Xi = \{\mathbf{w} \in \mathbb{R}^s \mid \eta^2 \int_0^{+\infty} \mathbf{w}^\top \mathbf{w} dt \leq 1\}, \eta > 0$$

假设 2 对零状态响应为零的闭环 PCH 系统, 满足

$$\int_0^T \|\mathbf{z}(t)\|^2 dt \leq \sigma^2 \int_0^T \|\mathbf{w}(t)\|^2 dt, 0 \leq T < \infty$$

其中,  $\mathbf{z} = \mathbf{Q}(\mathbf{x})\mathbf{G}_1^\top(\mathbf{x})\nabla_{\mathbf{x}}H(\mathbf{x})$  为系统的罚函数,  $\mathbf{Q}(\mathbf{x})$  为权矩阵,  $\sigma > 0$  为抵制水平。

定理 1 在假设 1 的条件下, 对系统(1)可设计  $H_\infty$  控制器。

$$\mathbf{u} = -\frac{1}{2} \left[ \mathbf{Q}^\top(\mathbf{x})\mathbf{Q}(\mathbf{x}) + \frac{\mathbf{I}_m}{\sigma^2} \right] \cdot \mathbf{G}_1(\mathbf{x})\nabla_{\mathbf{x}}H(\mathbf{x}) \quad (6)$$

当: 1) 存在常数矩阵  $\mathbf{M}, \mathbf{N}, \mathbf{P}, \mathbf{S}$  为对称矩阵, 满足

$$\begin{cases} \mathbf{G}_1(\mathbf{x})\mathbf{Q}^\top(\mathbf{x})\mathbf{Q}(\mathbf{x})\mathbf{G}_1^\top(\mathbf{x}) \leq \mathbf{M} \\ \mathbf{R}^\top(\mathbf{x}) + \mathbf{R}(\mathbf{x}) - \frac{\mathbf{G}_1(\mathbf{x})\mathbf{G}_1^\top(\mathbf{x})}{\sigma^2} \leq \mathbf{N} \\ \mathbf{G}_2(\mathbf{x})\mathbf{G}_2^\top(\mathbf{x}) \leq \mathbf{P} \\ \mathbf{T}(\mathbf{x})\mathbf{T}^\top(\mathbf{x}) \leq \mathbf{S}, \mathbf{x} \in \Gamma \end{cases} \quad (7)$$

2) 存在  $\varepsilon, \gamma, \alpha, \beta$ , 使

$$\begin{cases} \varepsilon^{-1} \leq \sigma^2 \\ \mathbf{N} + \gamma\mathbf{P} - \mathbf{M} + \alpha^{-1}\mathbf{S} \leq 0 \\ \lambda_{\max} \left\{ \mathbf{N} + \beta^{-1}\mathbf{S} + \varepsilon\mathbf{P} \right\} + (\beta + \alpha hl)n^{\frac{(\kappa-1)}{\kappa}} + \\ r^{\frac{(2\kappa-2)}{(2\kappa-1)}} \frac{\left( \frac{(2\kappa-1)^2}{2\kappa} \right)^2}{\gamma\eta^2} < 0 \end{cases} \quad (8)$$

其中,  $l = \max \{H(\mathbf{x}) \mid \mathbf{x} \in \Gamma\}$ ,  $r = \max \{\|\mathbf{x}_\tau\| \mid \mathbf{x}_\tau \in \Gamma\}$ 。

证明:

将控制器  $\mathbf{u}$  代入系统(1), 有

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{x}} = \bar{\mathbf{R}}(\mathbf{x})\nabla_{\mathbf{x}}H(\mathbf{x}) + \mathbf{T}(\mathbf{x})\nabla_{\mathbf{x}_\tau}H(\mathbf{x}_\tau) + \mathbf{G}_2(\mathbf{x})\mathbf{w} \\ \mathbf{z} = \mathbf{Q}(\mathbf{x})\mathbf{G}_1^\top(\mathbf{x})\nabla_{\mathbf{x}}H(\mathbf{x}) \end{cases} \quad (9)$$

$$\bar{\mathbf{R}}(\mathbf{x}) = \mathbf{R}(\mathbf{x}) - \frac{1}{2}\mathbf{G}_1(\mathbf{x})\mathbf{Q}^\top(\mathbf{x})\mathbf{Q}(\mathbf{x})\mathbf{G}_1^\top(\mathbf{x}) - \frac{\mathbf{G}_1(\mathbf{x})\mathbf{G}_1^\top(\mathbf{x})}{2\sigma^2}$$

可将 PCH 系统中的 Hamilton 函数作为部分 Lyapunov 函数。

令 Lyapunov 函数为

$$V(t, \mathbf{x}) = V_1(\mathbf{x}) + V_2(t, \mathbf{x})$$

$$V_1(\mathbf{x}) = 2H(\mathbf{x})$$

$$V_2(t, \mathbf{x}) = \int_0^t \left( \|\mathbf{z}(s)\|^2 - \sigma^2 \|\mathbf{w}(s)\|^2 \right) ds$$

沿系统(9)对  $V_1(\mathbf{x})$  求导可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_1(\mathbf{x}) &\leq 2\nabla_{\mathbf{x}}^\top H(\mathbf{x})\bar{\mathbf{R}}(\mathbf{x})\nabla_{\mathbf{x}}H(\mathbf{x}) + \\ &\quad \beta^{-1}\nabla_{\mathbf{x}}^\top H(\mathbf{x})\mathbf{T}(\mathbf{x})\mathbf{T}^\top(\mathbf{x})\nabla_{\mathbf{x}}H(\mathbf{x}) + \\ &\quad \varepsilon\nabla_{\mathbf{x}}^\top H(\mathbf{x})\mathbf{G}_2(\mathbf{x})\mathbf{G}_2^\top(\mathbf{x})\nabla_{\mathbf{x}}^\top H(\mathbf{x}) + \\ &\quad \beta\nabla_{\mathbf{x}_\tau}^\top H(\mathbf{x}_\tau)\nabla_{\mathbf{x}_\tau}H(\mathbf{x}_\tau) + \varepsilon^{-1}\mathbf{w}^\top \mathbf{w} \end{aligned} \quad (10)$$

其中

$$\begin{aligned} 2\nabla_{\mathbf{x}}^\top H(\mathbf{x}) \left[ \mathbf{R}(\mathbf{x}) - \frac{\mathbf{G}_1(\mathbf{x})\mathbf{G}_1^\top(\mathbf{x})}{2\sigma^2} \right] \nabla_{\mathbf{x}}H(\mathbf{x}) - \|\mathbf{z}\|^2 = \\ 2\nabla_{\mathbf{x}}^\top H(\mathbf{x})\bar{\mathbf{R}}(\mathbf{x})\nabla_{\mathbf{x}}H(\mathbf{x}) \end{aligned} \quad (11)$$

$$\varepsilon\nabla_{\mathbf{x}}^\top H(\mathbf{x})\mathbf{G}_2(\mathbf{x})\mathbf{G}_2^\top(\mathbf{x})\nabla_{\mathbf{x}}H(\mathbf{x}) + \quad (12)$$

$$\varepsilon^{-1}\mathbf{w}^\top \mathbf{w} \geq 2\nabla_{\mathbf{x}}^\top H(\mathbf{x})\mathbf{G}_2(\mathbf{x})\mathbf{w}$$

由系统(9)可得

$$\begin{aligned} \int_{t-h}^t \dot{\mathbf{x}}(s) ds = \int_{t-h}^t \left[ \bar{\mathbf{R}}(\mathbf{x}(s))\nabla_{\mathbf{x}}H(\mathbf{x}(s)) + \right. \\ \left. \mathbf{T}(\mathbf{x}(s))\nabla_{\mathbf{x}_\tau}^\top H(\mathbf{x}_\tau(s)) + \mathbf{G}_2(\mathbf{x}(s))\mathbf{w}(s) \right] ds \end{aligned} \quad (13)$$

由式(13)和引理 2 可得

$$\begin{aligned} & \int_{t-h}^t \nabla_x^T H(\mathbf{x}(s)) \left\{ \left[ \gamma \mathbf{G}_2(\mathbf{x}(s)) \mathbf{G}_2^T(\mathbf{x}(s)) + 2\bar{\mathbf{R}}(\mathbf{x}(s)) \right] \right. \\ & \quad \left. \nabla_x H(\mathbf{x}(s)) + 2\mathbf{T}(\mathbf{x}(s)) \nabla_{x_\tau}^T H(\mathbf{x}_\tau(s)) \right\} ds + \\ & \quad \gamma^{-1} \int_{t-h}^t \mathbf{w}^T(s) \mathbf{w}(s) ds \geq 2 \int_{t-h}^t \nabla_x^T H(\mathbf{x}(s)) \dot{\mathbf{x}}(s) ds \geq 0 \end{aligned} \quad (14)$$

根据假设 2 可得

$$\begin{aligned} \int_{t-h}^t \mathbf{w}^T \mathbf{x}(s) \mathbf{w}(s) ds & \leq \int_0^t \mathbf{w}^T \mathbf{x}(s) \mathbf{w}(s) ds \leq \\ & \int_0^{+\infty} \mathbf{w}^T(s) \mathbf{w}(s) ds \leq 1/\eta^2 \end{aligned} \quad (15)$$

由式(14)、式(15)及  $H(\mathbf{x}(t))$  非负, 可得到

$$\begin{aligned} & \left\{ \int_{t-h}^t \nabla_x^T H(\mathbf{x}(s)) \left\{ \left[ \gamma \mathbf{G}_2(\mathbf{x}(s)) \mathbf{G}_2^T(\mathbf{x}(s)) + 2\bar{\mathbf{R}}(\mathbf{x}(s)) \right] \right. \right. \\ & \quad \left. \left. \nabla_x H(\mathbf{x}(s)) + 2\mathbf{T}(\mathbf{x}(s)) \nabla_{x_\tau}^T H(\mathbf{x}_\tau(s)) \right\} ds + \frac{1}{\eta^2} \right\} H(\mathbf{x}(t)) \geq 0 \end{aligned} \quad (16)$$

又有

$$H(\mathbf{x}) \leq r^{\frac{2\kappa}{2\kappa-1}} \sum_{i=1}^n \left( \frac{x_i^2}{r^2} \right)^{\frac{1}{2\kappa-1}} = r^{\frac{2\kappa-2}{2\kappa-1}} \left( \frac{2\kappa-1}{2\kappa} \right)^2 \nabla_x^T H(\mathbf{x}) \nabla_x H(\mathbf{x}) \quad (17)$$

将式(17)代入式(16), 可得

$$\begin{aligned} 0 & \leq 2H(\mathbf{x}) \int_{t-h}^t \nabla_x^T H(\mathbf{x}(s)) \left\{ \left[ \frac{1}{2} \gamma \mathbf{G}_2(\mathbf{x}(s)) \mathbf{G}_2^T(\mathbf{x}(s)) + \right. \right. \\ & \quad \left. \left. \bar{\mathbf{R}}(\mathbf{x}(s)) \right] \nabla_x H(\mathbf{x}(s)) + \mathbf{T}(\mathbf{x}(s)) \nabla_{x_\tau} H(\mathbf{x}_\tau(s)) \right\} ds + \\ & \quad \frac{1}{\eta^2} \left[ r^{\frac{2\kappa-2}{2\kappa-1}} \left( \frac{2\kappa-1}{2\kappa} \right)^2 \nabla_x^T H(\mathbf{x}) \nabla_x H(\mathbf{x}) \right] \end{aligned} \quad (18)$$

由引理 1 可得

$$\begin{aligned} 0 & \leq -H(\mathbf{x}(t)) \int_{t-h}^t \alpha \nabla_{x_\tau}^T H(\mathbf{x}_\tau(s)) \nabla_{x_\tau} H(\mathbf{x}_\tau(s)) ds + \\ & \quad \alpha l h n^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \left( \frac{2\kappa}{2\kappa-1} \right)^2 H^{\frac{1}{\kappa}}(\mathbf{x}(t)) \end{aligned} \quad (19)$$

将式(11)、式(18)及式(19)代入式(10), 再结合定理 1 的条件可得

$$\begin{aligned} \dot{V}_1(\mathbf{x}) & \leq \nabla_x^T H(\mathbf{x}) \left[ \mathbf{N} + \beta^{-1} \mathbf{S} + \varepsilon \mathbf{P} + \frac{1}{\beta \sigma^2} \left( r^{\frac{2\kappa-2}{2\kappa-1}} \left( \frac{2\kappa-1}{2\kappa} \right)^2 \mathbf{I}_n \right) \right] \\ & \quad \nabla_x H(\mathbf{x}) + H(\mathbf{x}(t)) \int_{t-h}^t \mathbf{\Psi}^T \mathbf{A} \mathbf{\Psi} ds + \alpha l h n^{\frac{2\kappa}{2\kappa-1}} \left( \frac{2\kappa}{2\kappa-1} \right)^2 \\ & \quad H^{\frac{1}{\kappa}}(\mathbf{x}) - \|\mathbf{z}\|^2 + \varepsilon^{-1} \mathbf{w}^T \mathbf{w} + \beta \left( \frac{2\kappa}{2\kappa-1} \right)^2 \sum_{i=1}^n (x_i^2)^{\frac{1}{2\kappa-1}} \end{aligned} \quad (20)$$

其中,

$$\begin{aligned} \mathbf{\Psi} & = \left[ \nabla_x^T H(\mathbf{x}(s)), \nabla_{x_\tau}^T H(\mathbf{x}_\tau(s)) \right]^T \\ \mathbf{A} & = \begin{bmatrix} \mathbf{N} + \gamma \mathbf{P} - \mathbf{M} & \mathbf{T}(\mathbf{x}(s)) \\ \mathbf{T}^T(\mathbf{x}(s)) & -\alpha \mathbf{I}_n \end{bmatrix} \end{aligned}$$

由定理 1 的条件(2)及引理 3 可知  $\mathbf{A} \leq 0$ 。综上,  $\dot{V}_1(\mathbf{x}, t) \leq 0$  负定。

## 2 控制器设计

在广域电力系统中, 扰动给系统的稳定性带来更大的威胁。仅考虑系统的汽门发电机调速汽门的控制, 在电力系统产生扰动时调节汽门来瞬时改变原动机的出力, 以调整机械输出功率与电力功率之间不平衡带来的功角摆动及转子加速度。对采用全局状态量反馈的电力系统, 有如式(21)所示动态方程。

$$\begin{cases} \frac{d\delta_i(t)}{dt} = \omega_{i0} \omega_i(t) - \omega_{i0} \\ \frac{d\omega_i(t, t-d)}{dt} = \frac{1}{T_{ji}} (P_{m_i}(t, t-d) - P_{e_i}(t, t-d)) - \frac{D_i}{T_{ji}} (\omega_i - 1) \end{cases} \quad (21)$$

式中:  $\omega_i$  是第  $i$  台机组的角速度,  $\omega_{i0}$  是同步转速;  $\delta_i$  为发电机功角; 输入的机械功率为  $P_{m_i}$ ;  $D_i$  为发电机的阻尼系统数;  $d$  为远程信号的时延,  $E_{q_i}$  为  $q$  轴暂态电动势, 发电机的输出电磁功率为  $P_{e_i} = E_{q_i}^2 G_{ii} + E_{q_i} \sum_{j=1, j \neq i}^n E_{q_j} (G_{ij} \cos \delta_{ij}(t, t-d) + B_{ij} \sin \delta_{ij}(t, t-d))$ ,  $\delta_{ij}(t, t-d) = \delta_i(t) - \delta_j(t-d)$ ,  $i=1, 2, \dots, n$ 。

图 1 反映了有时滞的  $N$  机  $M$  节点电力系统中, WAMS 的信号来自本地信号及远程的全局信号。基于本地反馈信号的局域控制中, 时延通常可以不予以考虑。但在电力系统的广域控制中, 由于时延可高达数十乃至数百毫秒, 对控制效果造成的影响不可忽略。WAMS 中, 信号由底层的 PMU 传输至数据处理中心的过程中, 时滞产生的相关因素主要有传感器延迟、信号处理时间、数据封闭时间以及通讯网络的传输时间<sup>[18-19]</sup>。电力系统的广域反馈信号时延  $\tau$  表示为

$$\tau = \tau_f + L/R + \tau_p + \theta \quad (22)$$

式(22)描述了总通信延迟  $\tau$  来源。  $\tau_f$  是数据采集、处理、转换带来的延时。  $L$  是传输的数据量,  $R$  是网络基本传输速率。在一定的网络结构和测量技

术下,  $\tau_f$  和  $L/R$  值可以确定, 是恒定延时。  $\tau_p$  是信号在网络中传递的延时, 其值取决于网络的传输介质及传输距离。  $\theta$  是随机时延, 和  $\tau_p$  都是变化时延。

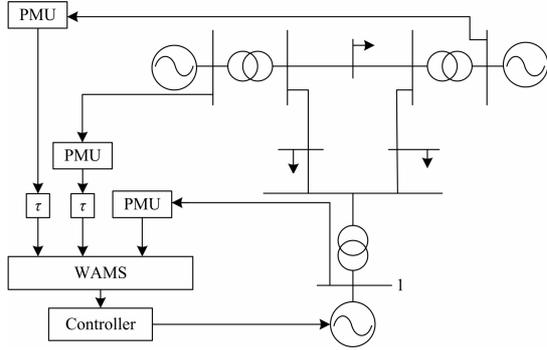


图 1 广域时滞多机电力系统方框图

Fig. 1 Wide-area multi-machine power system scheme with time delay

令  $\bar{\omega}_i = \omega_i - 1$ ,  $m_i = D_i/T_i$ ,  $P_{m_i}$  为控制量  $u_i$ , 对广域  $N$  机  $M$  节点系统的第  $i$  台机组有如下动态方程组:

$$\begin{cases} \dot{\delta}_i(t) = \omega_{i0} \bar{\omega}_i(t) \\ \dot{\bar{\omega}}_i(t) = \frac{1}{T_i} \left\{ u_i - \left[ E_{qi}^2 G_{ii} + \sum_{j=1, j \neq i}^N E_{qi} E_{qj} (B_{ij} \sin \delta_{ij}(t, t-d) + G_{ij} \cos \delta_{ij}(t, t-d)) \right] - m_i \bar{\omega}_i(t) \right\} \end{cases} \quad (23)$$

令  $x_{i1} = \delta_i$ ,  $x_{i2} = \omega_i$ ,  $EB_{ij} = E_i E_j B_{ij}$ ,  $EG_{ij} = E_i E_j G_{ij}$ ,

$\mathbf{x} = [x_{11}, x_{12}, \dots, x_{n1}, x_{n2}, \dots, x_{n1}, x_{n2}]$ ,  $H = \sum_{i=1}^N (\sin x_{i1} + x_{i2}^2)$ ,

则可将有时滞的非线性系统(23)表达为 PCH 的形式, 其中

$$\mathbf{R} = \text{diag}(\mathbf{R}_1, \mathbf{R}_2, \dots, \mathbf{R}_n)$$

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} \mathbf{T}_{11} & \mathbf{T}_{12} & \dots & \mathbf{T}_{1N} \\ \mathbf{T}_{21} & \mathbf{T}_{22} & \dots & \mathbf{T}_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{T}_{N1} & \mathbf{T}_{N2} & \dots & \mathbf{T}_{NN} \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{R}_i = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_{i0}/2 \\ \sum_{j=1, j \neq i}^N EB_{ij} \sin x_{j1} & -m_i/2 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{G}_1 = \text{diag}[\bar{\mathbf{G}}_1, \bar{\mathbf{G}}_1, \bar{\mathbf{G}}_1]$$

$$\begin{cases} \mathbf{T}_{ij} = - \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ EB_{ij} \sin x_{i1} + EG_{ij} \cos x_{i1} & 0 \end{bmatrix}, i \neq j \\ \mathbf{T}_{ij} = \mathbf{0}_{4 \times 4}, i = j \end{cases}$$

$$\bar{\mathbf{G}}_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

扰动项  $\mathbf{G}_2$  视具体情况而定。根据“能量整形”技术, 令  $\bar{H} = \sum_{i=1}^n (x_{i1}^2 + x_{i2}^2)$ , 则  $H_e = \bar{H} - H = \sum_{i=1}^n (x_{i1}^2 - \sin x_{i1})$ 。有

$$\mathbf{u} = \mathbf{v}_1 + \mathbf{v}_2 + \mathbf{v}_3 + \mathbf{v}_4$$

$$\mathbf{v}_1 = \mathbf{R}(\mathbf{x}_\tau) \nabla_{\mathbf{x}} H_e(\mathbf{x}) + \mathbf{T}(\mathbf{x}) \nabla_{\mathbf{x}_\tau} H_e(\mathbf{x}_\tau)$$

$$x_{i1} = \delta_i, x_{i2} = \omega_i, EB_{ij} = E_i E_j B_{ij}, EG_{ij} = E_i E_j G_{ij}$$

$$\mathbf{v}_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ \sum_{j=2}^N EG_{1j} \sin x_{11} \sin x_{j1_\tau} + E_{q1} G_{11} / T_1 \\ \vdots \\ 0 \\ \sum_{j=1, j \neq i}^N EG_{ij} \sin x_{i1} \sin x_{j1_\tau} + E_{qi} G_{ii} / T_i \\ \vdots \\ 0 \\ \sum_{j=1}^{N-1} EG_{Nj} \sin x_{N1} \sin x_{j1_\tau} + E_{qN} G_{NN} / T_N \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{v}_4 = \begin{bmatrix} 0 \\ k_{11} x_{11} + k_{12} x_{12} + k_{13} \\ \vdots \\ 0 \\ k_{i1} x_{i1} + k_{i2} x_{i2} + k_{i3} \\ \vdots \\ 0 \\ k_{N1} x_{N1} + k_{N2} x_{N2} + k_{NN} \end{bmatrix}$$

其中:  $\mathbf{v}_1$ 、 $\mathbf{v}_2$  项是符合时滞依赖稳定条件的 PCH 控制;  $\mathbf{v}_3$  使系统具有 Hamilton 实现;  $\mathbf{v}_4$  使系统的平衡点不变。设  $\mathbf{x}^{(0)}$  为系统的平衡点, 满足  $\mathbf{v}_1 + \mathbf{v}_2 + \mathbf{v}_3(\mathbf{x}^{(0)}) + \mathbf{v}_4(\mathbf{x}^{(0)}) = \mathbf{0}$ 。

本文在有时滞的 3 机 9 节点系统中应用该方法以验证其有效性, 并在 2 号机组添加扰动。

### 3 仿真结果与分析

汽门开度控制和励磁系统都可以控制电力系统的稳定。汽门开度调节通过控制原动机的水力或蒸汽力来维持汽轮机产生功率与发电机输出功率的平衡。WAMS 系统在电力系统中的应用除了带来更全

面的反馈信息外,也引入了网络时延。基于状态反馈精确线性化的仿射非线性控制方法的控制效果由于时延的存在也大为减弱。

以一号机组的功角为例,图2可以看出,在二号机组受到扰动为20%及50%的情况下,仿射非线性控制效果随着时延的增大而下降。时延为0时,一号机组的功角几乎不受影响。但在时延增大后,分别为100 ms及200 ms时,稳定时间在8~10 s之间,振荡幅度也增加了20%~40%,可见由于时延的引进,抗干扰能力削弱了。不难看出,仿射非线性控制方法在没有时延时能取得较好的控制效果,但在引入时延后,其性能难以满足稳定需求。

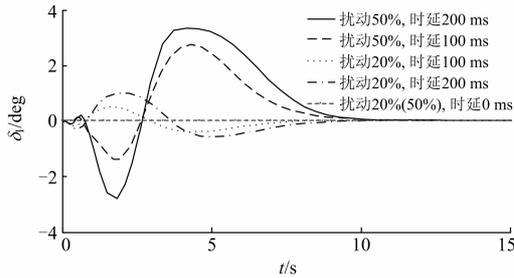


图2 仿射非线性方法对时滞多机电力控制曲线

Fig. 2 Dynamic response of the time-delay system with affine nonlinear control

本文中的控制器参数,通过 Matlab 软件中的 feasp 函数及 gevp 函数可求解得到。控制器具体如下:

$$\mathbf{u} = (u_1, u_2, u_3, u_4, u_5, u_6)^T$$

$$u_1 = u_3 = u_5 = -\sum_{i=1}^n \omega_i, n = 3$$

$$u_2 = 157.9 \sin \delta_1 + 20.85 \cos \delta_1 + 1.579 \sin \tilde{\delta}_2 + 0.299 \sin \delta_1 \sin \tilde{\delta}_2 + 0.219 5 \sin \delta_1 \sin \tilde{\delta}_3 - 0.299 (2\tilde{\delta}_2 - \cos \tilde{\delta}_2) \cos \delta_1 + 0.219 5 (2\tilde{\delta}_3 - \cos \tilde{\delta}_3) \cdot \sin \delta_1 + 1.323 (2\delta_1 - \cos \delta_1) \sin \tilde{\delta}_3 - (378.28 \omega_1 + \tilde{\omega}_2 + \tilde{\omega}_3) - 30\delta_1 + 0.189$$

$$u_4 = 157.9 \sin \delta_2 + 20.85 \cos \delta_2 + 1.579 \sin \tilde{\delta}_1 + 0.299 \sin \delta_2 \sin \tilde{\delta}_1 + 0.208 5 \sin \delta_2 \sin \tilde{\delta}_3 - 0.299 (2\tilde{\delta}_1 - \cos \tilde{\delta}_1) \cos \delta_2 + 1.064 9 (2\tilde{\delta}_3 - \cos \tilde{\delta}_3) \cdot \sin \delta_2 + 1.065 (2\delta_2 - \cos \delta_2) \sin \tilde{\delta}_3 - (260.092 \omega_2 + \tilde{\omega}_1 + \tilde{\omega}_3) - 20\delta_2 + 0.032 4$$

$$u_6 = 132.3 \sin \delta_3 + 20.85 \cos \delta_3 + 1.323 \sin \tilde{\delta}_1 + 0.219 \sin \delta_3 \sin \tilde{\delta}_1 + 0.208 5 \sin \delta_3 \sin \tilde{\delta}_2 - 0.219 (2\tilde{\delta}_1 - \cos \tilde{\delta}_1) \cos \delta_3 + 1.064 9 (2\tilde{\delta}_2 - \cos \tilde{\delta}_2) \cdot \sin \delta_3 + 1.065 (2\delta_3 - \cos \delta_3) \sin \tilde{\delta}_2 - (200.082 \omega_3 + \tilde{\omega}_1 + \tilde{\omega}_2) - 30\delta_3 + 0.045$$

图3显示了在二号机组受到10%及50%的干扰下,一号机组在无时延及100 ms和200 ms时延下的仿真功角曲线。稳定时间都在1 s左右,且控制效果不会由于时延的增大而减弱。对于同时延下的不同扰动,其抗干扰能力基本不变。三号机组的仿真结果与一号机组相似。

从图2和图3的对比上可以发现,尽管采用仿射非线性方法控制得到的仿真曲线峰值较低,但是在稳定时间上存在明显劣势。该仿真结果显示,使功角达到稳定需要长达10 s的时间。并且随着时延的增加,其振荡幅度也在增加。图3中采用本文控制方法得到的仿真曲线尽管最大震幅较大,但迅速衰减至与图2中曲线震幅相近,且达到稳定耗费的时间仅为1.2 s左右。在实际工程中时延是普遍存在的,显然本文的控制方法更能适应现实情况。

200 ms左右的时延是电力系统较为普遍存在的时延,但也会存在其他较大的时延。图4为二号机组在受到20%扰动的情况下,时延分别为0.8 s, 1.6 s及3.6 s时的控制效果。在0.5 s左右,二号机组的功角基本都稳定了。只是在不同时延下,如0.8 s, 1.6 s及3.6 s处出现轻微波动。当时延小于0.5 s,即时延出现在功角稳定前,不会出现后面的波动,曲线与图中的基本一致。图5是二号机组对应的角速度,类似的其收敛时间为0.5 s,在对应的时延处出现轻微波动。

从图3和图4的对比中可以发现,在时延存在的情况下,直接受干扰影响的机组与间接受干扰的机组有不同的表现。虽然图4中直接受干扰影响的2号机组的功角曲线振荡幅度略小于1号机组,然而其受到干扰的影响更持久,持久程度与时延时间相关。1号机组的功角曲线呈衰减振荡,而2号机组存在“伪稳定”现象。比如时延为0.8 s,看似在0.6 s左右已经稳定,但实际上在0.9 s左右又出现轻微波动后才真正稳定。在时延为1.6 s和3.6 s时也有类似情况出现。

图6中选择出现概率较高的300 ms作为参考时延,在这个时延下,比较了二号机组功角在承受10%、30%及50%的干扰下的控制效果。由图可以

看出, 在三个不同大小的干扰下, 其稳定时间基本一致, 都在 0.5 s 左右收敛。但是, 随着干扰的增大, 波动减弱的速度放缓, 在有限时间内波动略大。

从上面的分析可以看出, 时滞对于电力系统的稳定控制的影响不可忽视。特别地, 在存在扰动时, 时滞会使扰动给系统带来的负面影响增强。不仅受到扰动干扰的点产生波动, 其他与之关联的机组也会受到较大影响。基于 Hamilton 函数的非线性控制方法在时滞系统中, 受到扰动的机组能较快地稳定下来, 且不同大小的扰动产生的消极影响相差不大, 对于其他机组的影响也较小, 能较好地实现稳定控制。

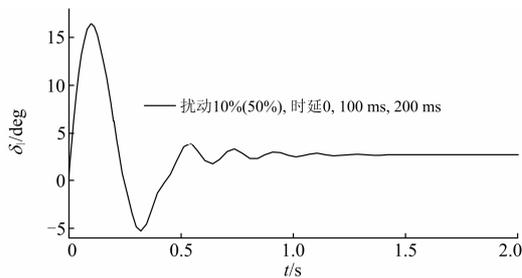


图 3 不同时延下 1 号机组功角曲线  
Fig. 3 Dynamic response of angle of the No. 1 machine with different time delays

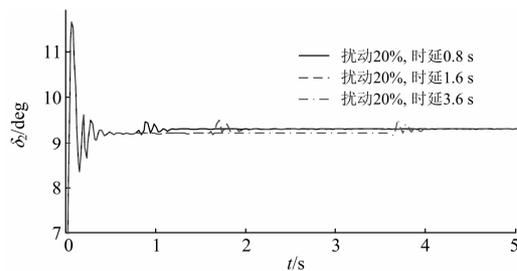


图 4 不同时延下 2 号机组功角曲线  
Fig. 4 Dynamic response of angle of the No. 2 machine with different time delays

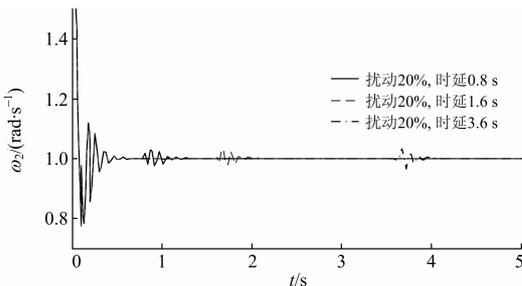


图 5 不同时延下 2 号机组角速度曲线  
Fig. 5 Dynamic response of angular velocity of No. 2 machine with different time delays

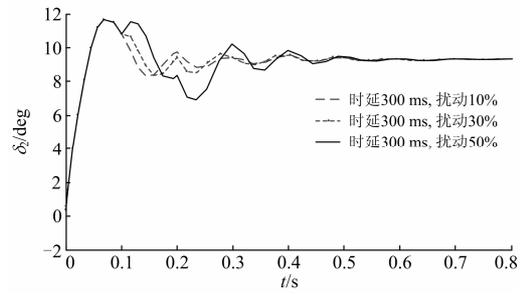


图 6 不同扰动下 2 号机组功角曲线  
Fig. 6 Dynamic response of angle of the No. 2 machine to different disturbances

## 4 总结

规模不断扩张的电力系统机组间耦合加强, 联系更为复杂。电力系统的稳定性不仅要靠本地信息控制, 还需要远程信息进行协调控制。但是广域信号的时滞会大幅降低系统的稳定性, 削弱系统的抗干扰能力。本文采用 PCH 模型进行广域时滞电力系统的研究, 考虑了小干扰下时滞与系统稳定的关系。通过“能量整形”技术, 一般的电力系统的 PCH 模型被转化为具有特定 H 函数的模型并设计了相应的控制器。与全局仿射非线性控制对比可以看出, 仿射非线性系统对于无时滞的情况下抗扰动效果良好, 但是一旦存在时滞, 系统的稳定时间明显变长。但是本文提出的时滞控制器在一定的扰动下, 对不同时滞的控制效果基本一致, 对常见的时滞情况收敛时间都在 1 s 以内。

## 参考文献

- [1] KAHROBAEIAN A, IBRAHIM MOHAMED Y A R. Networked-based hybrid distributed power sharing and control for islanded microgrid systems[J]. IEEE Transactions on Power Electronics, 2015, 30(2): 603-617.
- [2] 李鹏, 刘成斌, 姜涛, 等. 智能电网下的电网安全性与稳定性[J]. 电网与清洁能源, 2013, 29(2): 33-37, 42. LI Peng, LIU Chengbin, JIANG Tao, et al. Power system security and stability in smart grid[J]. Power System and Clean Energy, 2013, 29(2): 33-37, 42.
- [3] 厉文秀. 随机时滞电力系统稳定性分析[J]. 电网与清洁能源, 2015, 31(3): 29-34. LI Wenxiu. Analysis of stability of stochastic time delay power systems[J]. Power System and Clean Energy, 2015, 31(3): 29-34.
- [4] 黄弘扬, 徐政, 华文, 等. 基于广域测量系统的发电机强迫励磁控制方案[J]. 电力系统保护与控制, 2013, 41(6): 49-56. HUANG Hongyang, XU Zheng, HUA Wen, et al. Forced excitation control scheme based on wide-area measurement

- system[J]. Power System Protection and Control, 2013, 41(6): 49-56.
- [5] BOBBA R B, DAGLE J, HEINE E, et al. Enhancing grid measurements: wide area measurement systems, NASPInet, and security[J]. IEEE Power and Energy Magazine, 2012, 10(1): 67-73.
- [6] 程云峰, 张欣然, 陆超, 等. 广域测量技术在电力系统中的应用研究进展[J]. 电力系统保护与控制, 2014, 42(4): 145-153.
- CHENG Yunfeng, ZHANG Xinran, LU Chao, et al. Research progress of the application of wide area measurement technology in power system[J]. Power System Protection and Control, 2014, 42(4): 145-153.
- [7] 邵雅宁, 唐飞, 刘涤尘, 等. 一种适用于 WAMS 量测数据的系统暂态功角稳定评估方法[J]. 电力系统保护与控制, 2015, 43(6): 33-39.
- SHAO Yaning, TANG Fei, LIU Dichen, et al. An approach of transient angle stability assessment in power system for WAMS measured data[J]. Power System Protection and Control, 2015, 43(6): 33-39.
- [8] 张恒旭, 靳宗帅, 刘玉田, 等. 轻型广域测量系统及其在中国的应用[J]. 电力系统自动化, 2014, 38(22): 85-90.
- ZHANG Hengxu, JIN Zongshuai, LIU Yutian, et al. Wide-area measurement system light and its application in China[J]. Automation of Electric Power Systems, 2014, 38(22): 85-90.
- [9] ZHANG C K, JIANG L, WU Q H, et al. Delay-dependent robust load frequency control for time delay power systems[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2013, 28(3): 2192-2201.
- [10] 刘志雄, 黎雄, 孙元章, 等. 广域 PSS 闭环控制工程中可变时滞及其处理[J]. 电力系统自动化, 2013, 37(10): 54-59.
- LIU Zhixiong, LI Xiong, SUN Yuanzhang, et al. Variable delay and its treatment in wide-area PSS closed-loop control engineering[J]. Automation of Electric Power Systems, 2013, 37(10): 54-59.
- [11] YAO W, JIANG L, WEN J, et al. Wide-area damping controller of FACTS devices for inter-area oscillations considering communication time delays[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2014, 29(1): 318-329.
- [12] 黄柳强, 郭剑波, 孙华东, 等. 多 FACTS 广域抗时滞协调控制[J]. 电力自动化设备, 2014, 34(1): 37-42.
- HUANG Liuqiang, GUO Jianbo, SUN Huadong, et al. Wide-area anti-delay coordinated control among FACTS controllers[J]. Electric Power Automation Equipment, 2014, 34(1): 37-42.
- [13] 姜懿郎, 贾宏杰, 姜涛, 等. 电力系统单时滞稳定裕度求解模型简化方法[J]. 电力系统自动化, 2014, 38(2): 46-52.
- JIANG Yilang, JIA Hongjie, JIANG Tao, et al. A model simplification method for solving stability margin of power system with single time-delay[J]. Automation of Electric Power Systems, 2014, 38(2): 46-52.
- [14] LEI B, FEI S. A brand new nonlinear robust control design of SSSC for transient stability and damping improvement of multi-machine power systems via pseudo-generalized Hamiltonian theory[J]. Control Engineering Practice, 2014, 29(6): 147-157.
- [15] 曾云, 张立翔, 钱晶, 等. 电站局部多机条件下五阶发电机哈密顿模型[J]. 中国电机工程学报, 2014, 34(3): 415-422.
- ZENG Yun, ZHANG Lixiang, QIAN Jing, et al. Fifth order generator hamiltonian model under local multi-machine condition of a power station[J]. Proceedings of the CSEE, 2014, 34(3): 415-422.
- [16] 石访, 王杰, 薛贵挺. 基于 Hamilton 理论改善多机系统暂态稳定性的励磁与 SVC 协调控制[J]. 电力自动化设备, 2012, 32(10): 48-52.
- SHI Fang, WANG Jie, XUE Guiting. Coordinated excitation and SVC control based on Hamilton theory for improving transient stability of multi-machine power system[J]. Electric Power Automation Equipment, 2012, 32(10): 48-52.
- [17] 古丽扎提·海拉提, 王杰. 广义 Hamilton 多机电力系统的广域时滞阻尼控制[J]. 中国电机工程学报, 2014, 34(34): 6199-6208.
- GULIZHATI Hailati, WANG Jie. Wide-area time-delay damping control of generalized Hamilton multi-machine power system[J]. Proceedings of the CSEE, 2014, 34(34): 6199-6208.
- [18] MAZEC F, MALISOFF M, NICULESCU S. Reduction model approach for linear time-varying systems with delays[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2014, 59(8): 2068-2082.
- [19] MAZENC F, NORMAND-CYROT D. Reduction model approach for linear systems with sampled delayed inputs[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2013, 58(5): 1263-1268.

收稿日期: 2015-09-30; 修回日期: 2016-03-02

作者简介:

关琳燕(1990-), 女, 硕士研究生, 主要研究方向为电力系统分析与控制; E-mail: guanliny@foxmail.com

周洪(1962-), 男, 博士, 教授, 主要研究方向为多变量过程控制系统、发电厂电网控制系统、网络控制理论与系统、智能建筑控制系统等;

胡文山(1980-), 男, 博士, 副教授, 主要研究方向为网络控制系统, 智能电网等。

(编辑 魏小丽)