

# 基于 Faure 序列的电力系统概率潮流计算

宣锐峰, 王亚楠, 万要军, 张新生

(许继集团, 河南 许昌 461000)

**摘要:** 风电场的大规模接入使得在进行电力系统概率潮流计算时需要考虑风电场出力的随机性。传统的蒙特卡洛法计算时间长、占用内存大。提出一种基于 Faure 序列的含风电场电力系统概率潮流计算方法。IEEE30 节点和 IEEE118 节点系统对所提方法的准确性与有效性进行了仿真验证。仿真结果表明: Faure 序列法可以较好地估计输出随机变量的概率分布, 能有效地处理间歇性能源接入系统后的不确定性问题。

**关键词:** Faure 序列; 拟蒙特卡洛法; 概率潮流; 风电场

## Probabilistic power flow calculation based on Faure sequence with wind farms

XUAN Ruifeng, WANG Yanan, WAN Yaojun, ZHANG Xinsheng

(XJ Group Corporation, Xuchang 461000, China)

**Abstract:** With large-scale integration of wind farms into power system, the wind power uncertainty is necessary to be taken into consideration when probabilistic power flow calculation is carried out. Traditional Monte Carlo simulation method requires thousands of stochastic simulation times which needs much time in order to obtain a reasonable simulation result. Faure sequence method which has equidistributed sample values is used to improve the sample values coverage of random variables input space. Then this method is used to the probabilistic power flow calculation of power system including wind farms. The accuracy and validity of proposed method are tested on IEEE 30 bus system and IEEE 118 bus system. The simulation results show that the Faure sequence method has the advantages of fast computation and high accuracy and it can estimate the probability distribution of the output random variables and deal with the uncertainties in power system.

**Key words:** Faure sequence; quasi-Monte Carlo; probabilistic power flow; wind farm

中图分类号: TM74

文章编号: 1674-3415(2015)20-0015-06

## 0 引言

风能作为绿色清洁能源, 不但有利于减少化石燃料的消耗, 而且可以降低碳排放水平, 故其近年来得到快速发展。但因风能具有间歇性和随机性的特点, 使其接入电力系统以后的潮流计算变得复杂。近年来, 我国风电发展迅速, 装机容量迅速增加, 消纳出现困难, 在电力系统规划设计和实际运行中更全面地考虑风电场的出力特性<sup>[1-3]</sup>, 掌握其波动规律, 对提高电力系统的安全性和经济性有重要意义。

由于风电出力具有不确定性, 概率潮流计算变得更为复杂。目前, 考虑随机性影响的潮流计算方法主要包括蒙特卡洛法(Monte Carlo, 后文简称 MC)、点估计法<sup>[4-5]</sup>、累积量法<sup>[6]</sup>等。MC 方法可以很好地研究随机性因素对系统潮流的影响, 但该方法需要成千甚至上万次模拟系统不同运行状态才能得到合理的结果, 计算时间长且占用内存大。在输

入随机变量相互独立的前提下, 累积量法用 Gram-Charlier 或 Cornish-Fisher 展开级数等进行拟合, 得到输出随机变量的概率分布函数, 从而提高了计算效率。点估计法具有相对较快的计算速度, 但其输出随机变量的高阶矩误差较大, 影响计算精度。文献[7]提出了用基于拉丁超立方采样(Latin hypercube sampling, LHS)和 Gram-Schmidt 序列正交化的概率潮流计算方法, 改善了采样值对输入随机变量分布空间的覆盖程度从而提高了计算效率。文献[8-9]提出一种基于拉丁超立方采样并计及新能源随机出力的概率潮流计算方法, 该方法具有精度高和速度快等优点。虽然 LHS 方法在概率潮流计算中得到了一定的应用, 但其采样值的均匀性仍有待提高。

Faure 序列采样属于拟蒙特卡洛法(quasi-Monte Carlo)的一种, 该方法抽样值具有等分布性<sup>[10]</sup>, 因而在数学领域得到广泛的应用<sup>[11-12]</sup>。本文提出一种

基于 Faure 序列的概率潮流计算方法, 由于 Faure 序列采样值具有较好的均匀分布特性, 较少的采样规模就可以得到较精确的结果。和传统的 MC 方法相比, 可以在保证计算精度的同时减少计算时间, 更准确高效地分析风电场出力不确定性对电力系统产生的影响。

### 1 Faure 序列简介

Faure 序列由 Faure 在 1992 年提出, 属于拟蒙特卡洛法, 该方法形成的点列具有良好的均匀分布性质。在相同采样规模下, 比传统的蒙特卡洛法具有更好的仿真精度。

Faure 序列本身为一个  $s$  维序列, 运用大于等于其维数  $s$  的最小素数作为数基  $b$  ( $b \geq s$ )。一维的 Faure 序列即为 Van der Corput 序列, 下面首先对 Van der Corput 序列进行介绍。

对于任意整数  $b \geq 2$ , 令  $Z_b = \{0, 1, \dots, b-1\}$ , 则每个非负整数  $n$  都可以唯一的用  $b$  进制数表示为

$$n = \sum_{j=0}^{\infty} a_j(n) b^j \quad (1)$$

式中,  $a_j(n) \in Z_b$ 。

如下定义函数  $\phi_b$  为

$$\phi_b(n) = \sum_{j=0}^{\infty} a_j(n) b^{-j-1} \quad (2)$$

式中,  $n$  由式(1)得到。

若序列  $x_0, x_1, \dots$  对于所有的  $n \geq 0$  都满足  $x_n = \phi_b(n)$ , 则称  $x_0, x_1, \dots$  为 Van der Corput 序列。

表 1 给出了样本数为 8 的 2 进制 Van der Corput 序列。第一列为 8 个非负整数  $0, 1, \dots, 7$ , 将第一列的 10 进制数转换为 2 进制数, 便得到第二列数; 将第二列数据分别逆序排列, 得到第三列的 2 进制逆序数据; 将第三列 2 进制数根据式(2)转化为 10 进制数, 便得到第四列所示的 Van der Corput 序列。

表 1 样本数为 8 的 Van der Corput 序列

Table 1 A Van der Corput sequence with 8 samples

10 进制数	2 进制数	2 进制数 逆序	Van der Corput 序列
0	000.0	0.000	0.000
1	001.0	0.100	0.500
2	010.0	0.010	0.250
3	011.0	0.110	0.750
4	100.0	0.001	0.125
5	101.0	0.101	0.625
6	110.0	0.011	0.375
7	111.0	0.111	0.875

由表 1 可以看出, 对于任意的  $b^r$  个连续点, 每个点分别落在长度为  $1/b^r$  的区间  $[a \cdot b^{-r}, (a+1) \cdot b^{-r})$  中。  $r$  为非负整数且  $b^r \leq N$ ,  $N$  为样本数,  $a = 0, 1, \dots, b^r - 1$ 。例如, 对于表 1 中任意 4 个连续的点, 每个点分别落在区间  $[a/4, (a+1)/4)$  中, 其中  $a = 0, 1, 2, 3$ 。上述连续点的分布规律体现了 Van der Corput 序列的均匀性。

一维的 Faure 序列就是 Van der Corput 序列, 二维的 Faure 序列的数基为 2, 且二维的 Faure 序列是由一维的 Faure 序列重新排序得到, 依次类推, 其构建方法如下:

(1) 对于任何一个十进制整数  $n$ , 可以唯一表示成与数基  $b$  的形式,  $b$  为大于等于 8 的最小质数, 同式(1)。

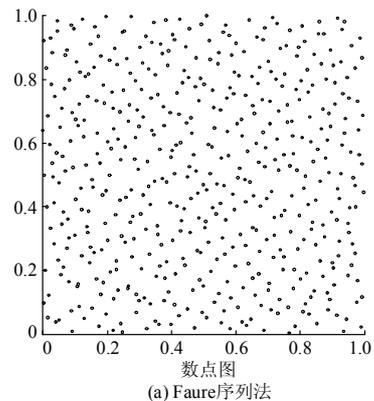
(2) 得到新的序列, 计算公式如下:

$$d_j^i = \left( \sum_{j \geq i} C_i^j (s-1)^{j-i} a_j \right) \bmod b \quad (3)$$

式中,  $C_i^j = \frac{j!}{i!(j-i)!}$ ,  $i = 0, 1, 2, \dots, j, \dots$ 。

(3) 把由步骤(2)得到的序列  $d$  转化为区间  $[0, 1)$  上服从均匀分布的数列, 便可得到 Faure 序列随机数。例如对于  $n = 8$ , 维数  $s = 2$ , 可知数基  $b = 2$ , 则  $n = 8 = 1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 0 \times 2^0$ , 故  $(a_3 a_2 a_1 a_0) = (1000)_2$ ,  $(s-1)^{j-i} = (2-1)^{j-i} = 1$ , 由式(3)计算可得:  $d_4(8) = [d_0 d_1 d_2 d_3]^T = [0001]^T$ , 即二进制数 1000 经过转化, 变为 0.0001, 最后将二进制数转化为十进制数, 有  $\phi(8) = (0.0001)_2 = 0 \times 2^{-1} + 0 \times 2^{-2} + 0 \times 2^{-3} + 1 \times 2^{-4} = 0.0125$ , 从而得到服从  $[0, 1)$  上均匀分布的数列。

图 1 所示为一个 2 维样本数为 500 的采样点分布图。图 1(a)为采用 Faure 序列法生成的采样点, 图 1(b)为采用传统的蒙特卡洛法生成的采样点, 通过两种采样方法的对比可以得出, Faure 序列法生成的采样点具有更好的均匀分布特性。



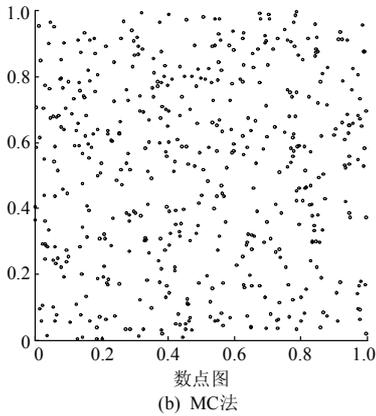


图 1 散点图(纵横坐标均表示概率)

Fig. 1 Scatter diagram

显然, 由 Faure 序列得到的点服从  $[0,1]$  上的均匀分布, 如果所研究的随机输入变量服从其他分布, 则需要根据相应的累积分布函数的逆函数将这些点转换成如威布尔分布等其他分布。

## 2 风电场出力随机模型

本文主要研究采用 Faure 序列进行含有风电场的电力系统概率潮流计算, 故不考虑输电线路的停运和负荷波动, 并假设风电场之间的风速不具有相关性。

某一地区风速可认为服从威布尔分布, 风电场有功功率  $P_w$  的概率密度函数<sup>[13]</sup>可表示为

$$f(P_w) = \frac{k}{k_1 c} \left( \frac{P_w - k_2}{k_1 c} \right)^{k-1} \exp \left[ - \left( \frac{P_w - k_2}{k_1 c} \right)^k \right] \quad (4)$$

式中:  $k$ 、 $c$  分别为威布尔分布的形状参数和尺度参数;  $k_1 = \frac{P_r}{v_r - v_{ci}}$ ,  $k_2 = -k_1 v_{ci}$ ,  $P_r$  为风力机额定功率,  $v_r$ 、 $v_{ci}$  分别为额定风速和切入风速。风力机简化处理为 PQ 节点, 假定潮流计算中风力机功率因数恒定不变。

## 3 基于 Faure 序列的概率潮流计算

采用 Faure 序列求解含风电场的概率潮流步骤如下:

- 1) 读取系统初始数据, 确定采样次数  $N$  及输入随机变量的维数  $s$ 。
- 2) 根据第 1 节所述方法形成 Faure 序列采样点矩阵。
- 3) 对第  $i$  个采样点样本, 采用威布尔分布函数的逆函数将服从均匀分布的样本变换到服从威布尔分布空间的采样样本。
- 4) 建立风电场的随机出力模型, 并作为负的负

荷接入 PQ 节点。

5) 进行潮流计算并记录相应的输出变量。

6) 当  $N$  个采样点样本全部计算完毕后, 得到相应输出变量的概率统计信息。

计算流程如图 2 所示。

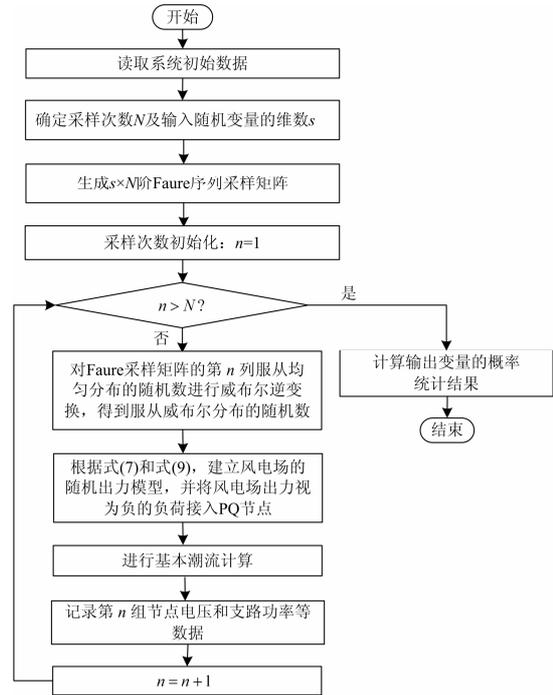


图 2 计算流程图

Fig. 2 Calculation flow chart

## 4 算例分析

算例假设 30 000 次蒙特卡洛计算得到的结果为准准确值, 输出变量的期望值和标准差分别用  $\mu_b$  和  $\delta_b$  表示。类似地, 较少采样次数的 MC 法、LHS 法和 Faure 序列法得到的输出随机变量的期望值和标准差用  $\mu_s$  和  $\delta_s$  表示。通过对比输出随机变量期望值和标准差与准确值的相对误差来衡量本文所提方法的准确程度<sup>[14]</sup>:

$$\varepsilon_\mu = \left| \frac{\mu_b - \mu_s}{\mu_b} \right| \times 100\% \quad (5)$$

$$\varepsilon_\sigma = \left| \frac{\sigma_b - \sigma_s}{\sigma_b} \right| \times 100\% \quad (6)$$

由于在概率潮流计算中每一类输出随机变量的数量不止一个, 故本文采用每一类输出随机变量相对误差  $\varepsilon_\mu$  和  $\varepsilon_\sigma$  的平均值  $\bar{\varepsilon}_\mu$  和  $\bar{\varepsilon}_\sigma$  来表示每一类随机变量的误差收敛情况。

由于计算过程具有随机性, 为准确评估两种不同采样方法进行概率潮流计算的收敛特性, 对每种

方法在确定的采样规模下均进行 100 次仿真, 将 100 次计算结果  $\bar{\varepsilon}_\mu$ 、 $\bar{\varepsilon}_\sigma$  的平均值  $\bar{\varepsilon}_{\mu,100\text{mean}}$ 、 $\bar{\varepsilon}_{\sigma,100\text{mean}}$  以及最大值  $\bar{\varepsilon}_{\mu,100\text{max}}$ 、 $\bar{\varepsilon}_{\sigma,100\text{max}}$  作为衡量算法收敛特性的依据。

#### 4.1 算例 1

算例 1 采用改进的 IEEE30 节点测试系统, 详细参数见文献[15]。在节点 4、7 接入两个装机容量均为 30 MW 的风电场, 切入风速、额定风速和切出风速分别取 4 m/s、13 m/s、25 m/s, 威布尔参数由历史风速通过矩估计法计算得出。分别用 MC 法、LHS 法和 Faure 序列三种方法在相同采样规模下进行概率潮流计算, 得到支路功率和节点电压的误差结果分别如表 2 和表 3 所示(每种方法均进行 100 次计算)。

表 2 支路功率误差比较

Table 2 Relative error of branch active flow

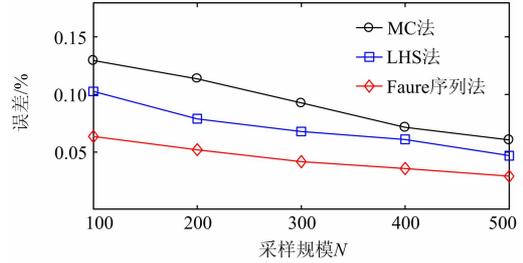
方法	采样规模	$\varepsilon_\mu^{\text{Pline}} / \%$		$\varepsilon_\delta^{\text{Pline}} / \%$	
		平均值	最大值	平均值	最大值
MC	100	1.229 3	2.825 7	5.276 3	12.461 8
	200	0.836 4	2.178 2	4.637 1	9.325 2
	300	0.597 1	1.372 5	2.639 4	5.394 0
	400	0.386 7	0.943 8	1.419 5	3.719 4
LHS	100	0.490 6	0.863 0	3.192 4	4.412 7
	200	0.281 4	0.512 6	2.724 1	3.672 2
	300	0.142 7	0.392 8	1.819 0	2.759 3
	400	0.091 5	0.172 7	1.294 6	2.143 6
Faure 序列	100	0.251 9	0.473 2	2.493 7	3.403 2
	200	0.162 4	0.325 7	1.817 2	2.763 0
	300	0.081 2	0.183 0	1.245 3	1.936 5
	400	0.037 9	0.113 5	0.967 4	1.387 1

表 3 节点电压幅值误差比较

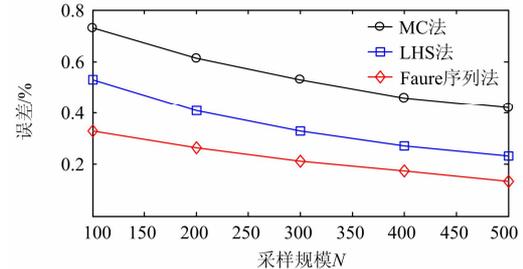
Table 3 Relative error of voltage amplitude

方法	采样规模	$\varepsilon_\mu^V / \%$		$\varepsilon_\delta^V / \%$	
		平均值	最大值	平均值	最大值
MC	100	0.052 7	0.174 3	7.792 1	16.637 2
	200	0.036 5	0.121 8	5.316 4	12.813 5
	300	0.023 8	0.079 4	3.295 7	8.163 2
	400	0.014 7	0.050 7	2.092 8	5.694 0
LHS	100	0.023 6	0.083 2	3.654 8	8.167 3
	200	0.012 4	0.042 9	2.286 5	5.943 7
	300	0.009 3	0.026 3	1.728 6	4.738 1
	400	0.007 1	0.019 0	1.294 3	3.483 6
Faure 序列	100	0.015 9	0.063 9	2.257 3	5.908 7
	200	0.008 4	0.033 8	1.467 0	3.285 6
	300	0.006 3	0.013 0	1.132 9	2.354 2
	400	0.004 5	0.009 2	0.096 1	1.394 6

以风电场节点7为例, 运用三种采样方法得到节点电压相角的期望和标准差比较, 分别如图3和图4所示。



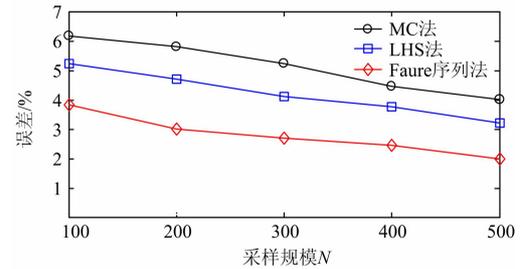
(a) 100次计算期望值误差的平均值  $\bar{\varepsilon}_{\mu,100\text{mean}}^\theta$



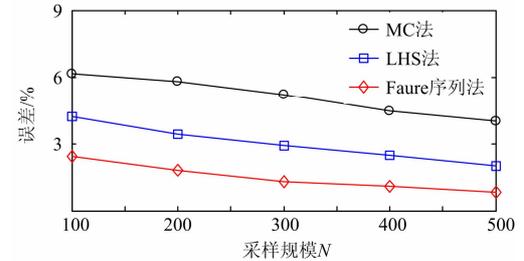
(b) 100次计算期望值误差的最大值  $\bar{\varepsilon}_{\mu,100\text{max}}^\theta$

图3 节点7电压相角期望值误差比较

Fig. 3  $\bar{\varepsilon}_{\mu,100\text{mean}}^\theta$  and  $\bar{\varepsilon}_{\mu,100\text{max}}^\theta$  error comparisons



(a) 100次计算标准差误差的平均值  $\bar{\varepsilon}_{\sigma,100\text{mean}}^\theta$



(b) 100次计算标准差误差的最大值  $\bar{\varepsilon}_{\sigma,100\text{max}}^\theta$

图4 节点7电压相角标准差误差比较

Fig. 4  $\bar{\varepsilon}_{\sigma,100\text{mean}}^\theta$  and  $\bar{\varepsilon}_{\sigma,100\text{max}}^\theta$  error comparisons

#### 4.2 算例 2

算例2采用改进的IEEE118节点测试系统, 详细参数见文献[15]。本算例直接运用采样规模为500次的Faure序列法进行概率潮流计算, 得到系统接入风电场后的潮流概率统计特性, 如表4和表5所示, 其

中 $V$ 表示节点电压幅值。

表 4 节点电压幅值误差比较( $N = 500$ )

Table 4 Relative error of voltage amplitude( $N = 500$ )

采样方法	$\varepsilon_{\mu}^V / \%$		$\varepsilon_{\sigma}^V / \%$	
	平均值	最大值	平均值	最大值
MC	0.010 5	0.043 7	1.791 5	2.864 2
LHS	0.006 4	0.016 2	1.037 1	2.907 3
Faure 序列	0.003 8	0.007 6	0.084 1	1.267 0

表 5 支路功率误差比较( $N = 500$ )

Table 5 Relative error of branch power( $N = 500$ )

采样方法	$\varepsilon_{\mu}^{\text{Pline}} / \%$		$\varepsilon_{\sigma}^{\text{Pline}} / \%$	
	平均值	最大值	平均值	最大值
MC	0.302 9	0.834 1	1.284 3	3.183 4
LHS	0.072 5	0.121 6	0.841 0	1.795 2
Faure 序列	0.014 9	0.096 7	0.759 0	1.078 6

采用MC法和Faure序列法都可以得到相应输出变量的概率分布。图5给出了用采样规模为500次的Faure序列法和采样30 000次的MC法得到的支路4~11有功潮流概率分布。显然,运用500次Faure序列法可以较准确地得到支路功率概率密度分布。

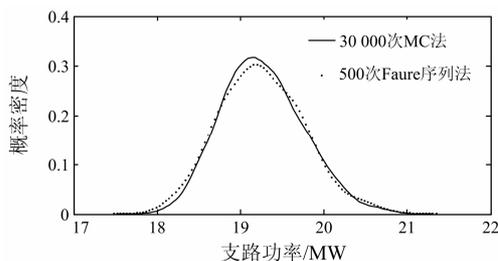


图 5 支路功率概率分布

Fig. 5 Probability density distribution of branch flow

表 6 对比分析了本算例中采用 30 000 次 MC 法和 500 次 Faure 序列法的仿真计算时间。可以看出,在计算结果精确度接近的情况下,30 000 次 MC 法仿真计算时间远高于 500 次 Faure 序列法的时间,体现了 Faure 序列法计算的快速性。

表 6 两种方法仿真计算时间对比

Table 6 Simulation time comparison between two algorithms

方法	计算时间/s
30 000 次 MC	419.2
500 次 Faure 序列	12.6

### 4.3 计算结果分析

由两个算例的仿真结果分析可知,在采样规模相同的情况下,Faure序列法在计算精度和误差收敛

稳定性方面均比 MC 方法有明显的优势,且优于 LHS 法。图 5 的支路功率概率分布图表明,较少仿真次数的 Faure 序列法便可以得到较准确的相关输出变量的概率统计信息。

## 5 结论

本文提出一种基于 Faure 序列的拟蒙特卡洛法,并将其用于含有风电场的概率潮流计算中。Faure 序列采样值具有良好的均匀分布特性,较小的采样规模便可以得到精确的仿真结果。IEEE30 节点和 IEEE118 节点仿真结果表明:采用 Faure 序列法进行概率潮流计算,准确性高、仿真次数少,得到的概率统计信息能全面地反应电力系统的运行状况,能有效地处理间歇性能源接入系统后的不确定性问题,具有较好的工程实用价值。

## 参考文献

- [1] 何世恩,董新洲.大规模风电机组脱网原因分析及对策[J].电力系统保护与控制,2012,40(1):131-137.  
HE Shien, DONG Xinzhou. Cause analysis on large-scale wind turbine tripping and its countermeasures[J]. Power System Protection and Control, 2012, 40(1): 131-137.
- [2] 张龙,黄家栋,王莉莉.风速相关性对电力系统暂态稳定的影响[J].电力系统保护与控制,2014,42(6):77-83.  
ZHANG Long, HUANG Jiadong, WANG Lili. Impact of wind speed correlation on transient stability of power system[J]. Power System Protection and Control, 2014, 42(6): 77-83.
- [3] 田春笋,李琼林,宋晓凯.风电场建模及其对接入电网稳定性的影响分析[J].电力系统保护与控制,2009,37(19):46-51.  
TIAN Chunzheng, LI Qionglin, SONG Xiaokai. Modeling and analysis of the stability for the power system considering the integration of the wind farms[J]. Power System Protection and Control, 2009, 37(19): 46-51.
- [4] VERBIC G, CAÑIZARES C A. Probabilistic optimal power flow in electricity markets based on a two-point estimate method[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2006, 21(4): 1883-1893.
- [5] 潘炜,刘文颖,杨以涵.概率最优潮流的点估计算法[J].中国电机工程学报,2008,28(16):28-33.  
PAN Wei, LIU Wenyong, YANG Yihan. Point estimate method for probabilistically optimal power flow computation[J]. Proceedings of the CSEE, 2008, 28(16): 28-33.
- [6] SCHELLENBERG A, ROSEHART W, AGUADO J. Cumulant-based probabilistic optimal power flow

- (P-OPF) with Gaussian and gamma distributions[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2005, 20(2): 773-781.
- [7] 于晗, 钟志勇, 黄杰波, 等. 采用拉丁超立方采样的电力系统概率潮流计算方法[J]. 电力系统自动化, 2009, 33(21): 32-35.  
YU Han, ZHONG Zhiyong, HUANG Jiebo, et al. A probabilistic load flow calculation method with latin hypercube sampling[J]. Automation of Electric Power Systems, 2009, 33(21): 32-35.
- [8] 陈雁, 文劲宇, 程时杰. 考虑输入变量相关性的概率潮流计算方法[J]. 中国电机工程学报, 2011, 31(22): 80-87.  
CHEN Yan, WEN Jinyu, CHENG Shijie. Probabilistic load flow analysis considering dependencies among input random variables[J]. Proceedings of the CSEE, 2011, 31(22): 80-87.
- [9] 蔡德福, 石东源, 陈金富. 基于多项式正态变换和拉丁超立方采样的概率潮流计算方法[J]. 中国电机工程学报, 2013, 30(25): 17-22.  
CAI Defu, SHI Dongyuan, CHEN Jinfu. Probabilistic evaluation of static voltage stability taking account of distributed generation[J]. Proceedings of the CSEE, 2013, 30(25): 17-22.
- [10] NIEDERREITER H. Random number generation and quasi-Monte Carlo methods[M]. Philadelphia: SIAM, 1992.
- [11] FAURE H. Good permutations for extreme discrepancy[J]. Journal of Number Theory, 1992, 42(1): 47-56.
- [12] OWEN A B. Quasi-monte carlo sampling[J]. Monte Carlo Ray Tracing: Siggraph, 2003: 69-88.
- [13] 王敏, 丁明. 考虑分布式电源的静态电压稳定概率评估[J]. 中国电机工程学报, 2010, 30(25): 17-22.  
WANG Min, DING Ming. Probabilistic evaluation of static voltage stability taking account of distributed generation[J]. Proceedings of the CSEE, 2010, 30(25): 17-22.
- [14] MORALES J M, PEREZ-RUIZ J. Point estimate schemes to solve the probabilistic power flow[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2007, 22(4): 1594-1601.
- [15] ZIMMERMAN R D, GAN D. Matpower: a MATLAB power system simulation package[CP/OL]. [2005-02-14]. <http://www.Pserc.cornell.edu/matpower>.

收稿日期: 2015-01-21; 修回日期: 2015-04-01

#### 作者简介:

宣锐峰(1988-), 男, 大学本科, 主要从事电力系统分析计算、新能源发电理论研究及规划设计等方面的工作;  
E-mail: 15188515065@163.com

王亚楠(1988-), 女, 大学本科, 主要研究方向为电力系统自动化控制, 计算机在电力系统的应用。

(编辑 魏小丽)