新能源电网中微电源并网控制策略研究

陈汝昌[1]，陈 飞[1]，张 帆[1]，程广清[2]

(1.云南电力调度控制中心，云南 昆明 650041；2.易能(中国)电力科技有限公司，北京 100093)

摘要：为了保证分布式发电安全并网运行，提高微电网的稳定性能，研究了微电源逆变器接口的鲁棒控制问题。该研究基于三相并网逆变器系统，建立了三阶数学模型。考虑到系统的动态模型参数的不确定性，基于 Lyapunov 鲁棒稳定方法设计鲁棒控制器，并将该鲁棒稳定性问题转换为线性矩阵不等式问题，给出保证系统稳定的充分条件。采用线性矩阵不等式的凸优化技术，可求得最小鲁棒性能指标和鲁棒控制器的参数。仿真结果证明了该控制方案的有效性。

关键词：微电网；并网逆变器；鲁棒控制；稳定性；线性矩阵不等式

Control strategies for grid-connected microsource in new energy power systems

CHEN Ruchang[1], CHEN Fei[1], ZHANG Fan[1], CHENG Guangqing[2]

(1. Yunnan Electric Power Dispatching Control Center, Kunming 650041, China; 2. YINENG (CHINA) Power Technology Co., Ltd., Beijing 100093, China)

Abstract: For the purpose of enhancing stabilization performance of three-phase grid-connected inverter, the robust stability control of micro-source inverter interface is studied. Firstly, based on the three-phase grid-connected inverter system, the three-order mathematical model is established. Then, taking into account uncertain parameters in the system dynamic model, a robust controller is designed based on Lyapunov robust stabilization method. Some sufficient conditions for the system stability are presented in terms of linear matrix inequalities (LMI) only dependent on the robust performance index. By using the convex optimization technique of LMI in MATLAB toolbox, the minimum robust performance index and the parameters of the robust controller can be obtained efficiently. The effectiveness of the proposed control scheme is demonstrated through simulation examples.

Key words: microgrid; grid-connected inverter; robust control; sability; LMI

中图分类号： TM711 文献标识码：A 文章编号： 1674-3415(2015)12-0055-06

0 引言

随着全球能源和环境问题的日益严峻，新能源和可再生能源的开发和利用也日益引起关注[1-4]。然而，由于可再生能源具有不确定性和随机性，所以单一的可再生能源很难保证对负荷进行连续可靠的电力供应[5-7]。为了充分发挥新能源和可再生能源的优势，减小其负面影响，在可再生能源发电领域诞生了微电网的概念[8-12]。微电网通常是由小容量的多种微电源，多种储能装置以及一组负荷汇集而成的低压输配电系统，具有并网和孤岛两种工作模式。在并网模式下，微电网可以作为负荷从大电网索取电能，也可以作为电源向大电网输送电能。当异常情况发生时，微电网将与大电网断开，运行在孤岛模式下[13-17]。由于微电网中多数微电源输出功率不是工频 50 Hz，当其连入公共母线上时，需要连接逆变器转换频率。无论是并网还是孤岛运行模式，微电网都应充分利用微电源逆变器进行有功和无功的有效调节进而维护系统的电压和频率。因此，建立一个行之有效的逆变器控制策略能够很大程度提高微电源的功率调节能力，对维护微电网的安全稳定至关重要。鉴于上述原因，本文针对并网逆变器的控制策略进行研究。

针对逆变器接口控制问题，已经有很多研究成果。文献[18]给出了有功功率与频率(P-F)下垂控制和无功功率与电压(Q-V)下垂控制方法，不过方法对下垂斜率敏感，并有稳态误差。文献[19]提出了一种基于极点配置法的多回路控制器，提高了系统的稳定裕度。然而，由于复杂的配置和巨大的维度，降低了方案可行性。文献[20]提出了一种统一电能质量调节器(UPQC)，这种控制行之有效，但瞬态性能差，超调量大。

以上的研究成果均给出创新性方法，但同时也暴露出各种缺点。基于上述原因，为了提高三相并网逆变器稳定性能，本文考虑其模型的不确定性，提出了鲁棒控制策略。在不确定性满足一定范围的条件下，该鲁棒控制方案能够保证系统具有良好的稳定性。

本文基于三相并网逆变器系统，首先建立三阶数学模型。同时考虑到系统的动态模型参数不确定性，利用 Lyapunov 鲁棒稳定性方法[21]设计一个鲁棒控制器，给出保证系统鲁棒稳定的充分条件，并将该鲁棒稳定性问题转换为线性矩阵不等式凸优化问题。采用线性矩阵不等式的凸优化技术，可求得最小鲁棒性能指标和鲁棒控制器的参数。最后，用仿真实例验证所提出的控制方案的有效性。

1 微电源逆变器系统建模

并网逆变器如图 1 所示，这里用恒定的直流电压源来代替直流侧电源，该系统由 IGBT 桥，LCL 滤波器和公用电网组成，其中微电网通过 LCL 滤波器和 PCC(公共连接点)与主网相连接。

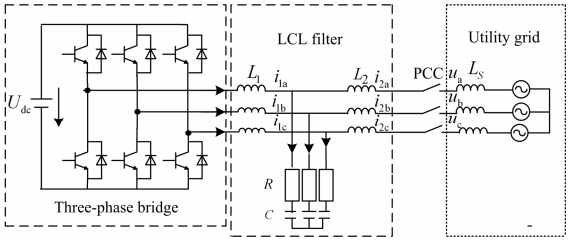

图 1 三相并网逆变器系统

Fig. 1 Three-phase grid-connected inverter system

针对该系统建立三相并网逆变器的模型

$$\begin{cases} L_1\dfrac{\mathrm{d}i_{1a}}{\mathrm{d}t}=(s_a-\dfrac{1}{3}\sum\limits_{k=a,b,c}s_k)U_{dc}-u_{Ca}-R(i_{1a}-i_{2a}) \\ L_1\dfrac{\mathrm{d}i_{1b}}{\mathrm{d}t}=(s_b-\dfrac{1}{3}\sum\limits_{k=a,b,c}s_k)U_{dc}-u_{Cb}-R(i_{1b}-i_{2b}) \\ L_1\dfrac{\mathrm{d}i_{1c}}{\mathrm{d}t}=(s_c-\dfrac{1}{3}\sum\limits_{k=a,b,c}s_k)U_{dc}-u_{Cc}-R(i_{1c}-i_{2c}) \\ L_2\dfrac{\mathrm{d}i_{2a}}{\mathrm{d}t}=u_{Ca}+R(i_{1a}-i_{2a})-u_a \\ L_2\dfrac{\mathrm{d}i_{2b}}{\mathrm{d}t}=u_{Cb}+R(i_{1b}-i_{2b})-u_b \\ L_2\dfrac{\mathrm{d}i_{2c}}{\mathrm{d}t}=u_{Cc}+R(i_{1c}-i_{2c})-u_c \\ C\dfrac{\mathrm{d}u_{Ca}}{\mathrm{d}t}=i_{1a}-i_{2a} \\ C\dfrac{\mathrm{d}u_{Cb}}{\mathrm{d}t}=i_{1b}-i_{2b} \\ C\dfrac{\mathrm{d}u_{Cc}}{\mathrm{d}t}=i_{1c}-i_{2c} \end{cases} \tag{1}$$

式中：电感器 L_1、L_2 的电流为 $i_{1k},i_{2k}(k=a,b,c)$；电容器 C 的电压为 u_{ck}；R 为 LCL 滤波器的阻尼电阻；u_k 为 PCC 的相电压；$s_k(k=a,b,c)$ 为开关函数。在同一时间上下电桥之间的三相并网逆变器的控制信号是不同的。$s_k=1$ 时，上桥臂为“ON”，而下桥臂为“OFF”。所以，开关函数定义为下式：

$$s_k=\begin{cases}1\ The\ above\ bridge\ arm\ is"ON",\\ \quad the\ lower\ bridge\ arm\ is"OFF"\\ 0\ The\ above\ bridge\ arm\ is"OFF"\\ \quad the\ lower\ bridge\ arm\ is"ON"\end{cases}(k=a,b,c)$$

Park 变换后，得到三相并网逆变器的一个新的表达式：

$$\begin{cases} \dfrac{\mathrm{d}i_{1b}}{\mathrm{d}t}=\dfrac{1}{L_1}s_dU_{dc}-\dfrac{1}{L_1}u_{Cd}-\dfrac{R}{L_1}(i_{1d}-i_{2d})+wi_{1q} \\ \dfrac{\mathrm{d}i_{1q}}{\mathrm{d}t}=\dfrac{1}{L_1}s_qU_{dc}-\dfrac{1}{L_1}u_{Cq}-\dfrac{R}{L_1}(i_{1q}-i_{2q})-wi_{1d} \\ \dfrac{\mathrm{d}i_{2b}}{\mathrm{d}t}=\dfrac{1}{L_2}u_{Cd}+\dfrac{R}{L_2}(i_{1d}-i_{2d})-\dfrac{1}{L_2}u_d+wi_{2q} \\ \dfrac{\mathrm{d}i_{2q}}{\mathrm{d}t}=\dfrac{1}{L_2}u_{Cq}+\dfrac{R}{L_2}(i_{1q}-i_{2q})-\dfrac{1}{L_2}u_q-wi_{2d} \\ \dfrac{\mathrm{d}u_{Cd}}{dt}=\dfrac{1}{C}i_{1d}-\dfrac{1}{C}i_{2d}+wu_{Cq} \\ \dfrac{\mathrm{d}u_{Cq}}{\mathrm{d}t}=\dfrac{1}{C}i_{1q}-\dfrac{1}{C}i_{2q}-wu_{Cd} \end{cases} \tag{2}$$

其中 ω 是电压基波的角频率。

将上述方程转化为状态方程为

$$\begin{cases}\dot{\boldsymbol{x}}(t)=\boldsymbol{A}\boldsymbol{x}(t)+\boldsymbol{B}_1\boldsymbol{u}(t)+\boldsymbol{B}_2\boldsymbol{w}(t)\\ \boldsymbol{z}(t)=\boldsymbol{C}\boldsymbol{x}(t)\end{cases} \tag{3}$$

式中：$\boldsymbol{x}(t)$ 为状态变量；$\boldsymbol{u}(t)$ 为控制输入；$\boldsymbol{w}(t)$ 为外部干扰。

$$\boldsymbol{x}(t)=\begin{bmatrix}i_{1d} & i_{1q} & i_{2d} & i_{2q} & u_{Cd} & u_{Cq}\end{bmatrix}^{\mathrm{T}},$$

$$\boldsymbol{u}(t)=\begin{bmatrix}s_dU_{dc} & s_qU_{dc}\end{bmatrix}^{T},\quad \boldsymbol{w}(t)=\begin{bmatrix}u_d & u_q\end{bmatrix}^{\mathrm{T}},$$

$$\boldsymbol{A}=\begin{bmatrix} -\dfrac{R}{L_1} & w & \dfrac{R}{L_1} & 0 & -\dfrac{1}{L_1} & 0 \\ -w & -\dfrac{R}{L_1} & 0 & \dfrac{R}{L_1} & 0 & -\dfrac{1}{L_1} \\ \dfrac{R}{L_2} & 0 & -\dfrac{R}{L_2} & w & \dfrac{1}{L_2} & 0 \\ 0 & \dfrac{R}{L_2} & -w & -\dfrac{R}{L_2} & 0 & \dfrac{1}{L_2} \\ \dfrac{1}{C} & 0 & -\dfrac{1}{C} & 0 & 0 & w \\ 0 & \dfrac{1}{C} & 0 & -\dfrac{1}{C} & -w & 0 \end{bmatrix},\ \boldsymbol{B}_1=\begin{bmatrix}\dfrac{1}{L_1} & 0\\ 0 & \dfrac{1}{L_1}\\ 0 & 0\\ 0 & 0\\ 0 & 0\\ 0 & 0\end{bmatrix},$$

$$\boldsymbol{B}_{20}=\begin{bmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\\ -\dfrac{1}{L_2} & 0\\ 0 & -\dfrac{1}{L_2}\\ 0 & 0\\ 0 & 0\end{bmatrix},\quad \boldsymbol{C}=\begin{bmatrix}1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0\end{bmatrix}.$$

在该系统中，当传输线本身发生故障时，传输线的有效阻抗将在很大程度上改变。该变化可以被视为参数的不确定性。在这里，主要的参数不确定性被认为是在电感 L_1 上发生 ΔL_1 的变化而产生。因此，方程(3)可以写成如下：

$$\begin{cases}\dot{\boldsymbol{x}}(t)=(\boldsymbol{A}+\Delta\boldsymbol{A})\boldsymbol{x}(t)+(\boldsymbol{B}_1+\Delta\boldsymbol{B})\boldsymbol{u}(t)+\boldsymbol{B}_2\boldsymbol{w}(t)\\ \boldsymbol{z}(t)=\boldsymbol{C}\boldsymbol{x}(t)\end{cases}\tag{4}$$

该参数摄动矩阵为

$$\Delta\boldsymbol{A}=\begin{bmatrix}R\delta(t) & 0 & -R\delta(t) & 0 & \delta(t) & 0\\ 0 & R\delta(t) & 0 & -R\delta(t) & 0 & \delta(t)\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\end{bmatrix},$$

$$\Delta\boldsymbol{B}_1=\begin{bmatrix}-\delta(t) & 0\\ 0 & -\delta(t)\\ 0 & 0\\ 0 & 0\\ 0 & 0\\ 0 & 0\end{bmatrix},\ \text{其中}\ \delta(t)=\frac{1}{L_1}-\frac{1}{L_1-\Delta L_1}.$$

假设 1 方程(4)中的参数摄动假定为范数有界，即

$$\begin{bmatrix}\Delta\boldsymbol{A} & \Delta\boldsymbol{B}\end{bmatrix}=\boldsymbol{G}\sum(t)\begin{bmatrix}\boldsymbol{F}_a & \boldsymbol{F}_b\end{bmatrix}\tag{5}$$

式中：$\boldsymbol{G}$，$\boldsymbol{F}_a$ 和 $\boldsymbol{F}_b$ 是已知常数矩阵。$\sum(t)$ 是未知函数矩阵，并满足 $\sum^{\mathrm{T}}(t)\sum(t)\le\boldsymbol{I}$，其中 $\boldsymbol{I}$ 是单位矩阵。

由假设 1，系统参数摄动矩阵的可以分解为

$$\boldsymbol{G}=\begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\\ 0 & 0\\ 0 & 0\\ 0 & 0\\ 0 & 0\end{bmatrix},\quad \sum(t)=\begin{bmatrix}\delta(t) & 0 & \delta(t) & 0 & 0 & 0\\ 0 & \delta(t) & 0 & 0 & 0 & 0\end{bmatrix},$$

$$\boldsymbol{F}_a=\begin{bmatrix}R & 0 & -R & 0 & 1 & 0\\ 0 & R & 0 & -R & 0 & 1\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0\end{bmatrix},\quad \boldsymbol{F}_b=\begin{bmatrix}-1 & 0\\ 0 & -1\\ 0 & 0\\ 0 & 0\\ 0 & 0\\ 0 & 0\end{bmatrix}.$$

2　鲁棒控制器设计

设计状态反馈控制器如下：

$$\boldsymbol{u}(t)=\boldsymbol{K}\boldsymbol{x}(t)\tag{6}$$

将式(5)代入系统式(4)可得到系统模型为

$$\begin{cases}\dot{\boldsymbol{x}}(t)=[\boldsymbol{A}+\boldsymbol{G}\sum(t)\boldsymbol{F}_a+(\boldsymbol{B}_1+\boldsymbol{G}\sum(t)\boldsymbol{F}_b)\boldsymbol{K}]\boldsymbol{x}(t)+\boldsymbol{B}_2\boldsymbol{w}(t)\\ \boldsymbol{z}(t)=\boldsymbol{C}\boldsymbol{x}(t)\end{cases}\tag{7}$$

该控制器是基于 Lyapunov 稳定方法设计，故 Lyapunov 函数选为

$$\boldsymbol{V}(t)=\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{T}\boldsymbol{x}(t)\tag{8}$$

为达到鲁棒稳定的目的，鲁棒控制性能设计为

$$\left\|\boldsymbol{G}(s)\right\|_\infty=\sup_{\|w\|_2\neq0}\frac{\|\boldsymbol{z}\|_2}{\|\boldsymbol{w}\|_2}<\gamma\tag{9}$$

式中：γ 是给定的标量且 $\gamma>0$；$\boldsymbol{G}(s)$ 是从 $\boldsymbol{w}(t)$ 到 $\boldsymbol{z}(t)$ 的传递函数。

为了处理不确定性，先给出引理如下：

引理 1 对于对称矩阵 $\boldsymbol{S}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{S}_{11} & \boldsymbol{S}_{12}\\ \boldsymbol{S}_{12}{}^{T} & \boldsymbol{S}_{22}\end{bmatrix}$，下面不等式是等价的：

(1) $\boldsymbol{S}<0$；

(2) $\boldsymbol{S}_{11}<0$ and $\boldsymbol{S}_{22}-\boldsymbol{S}_{12}{}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{S}_{11}{}^{-1}\boldsymbol{S}_{12}<0$；

(3) $\boldsymbol{S}_{22}<0$ and $\boldsymbol{S}_{11}-\boldsymbol{S}_{12}\boldsymbol{S}_{22}{}^{-1}\boldsymbol{S}_{12}{}^{\mathrm{T}}<0$。

引理 2 已知适当维数矩阵 $\boldsymbol{Y}$、$\boldsymbol{D}$、$\boldsymbol{E}$，且 $\boldsymbol{Y}+\boldsymbol{D}\boldsymbol{F}\boldsymbol{E}+\boldsymbol{E}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{F}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{D}<0$，其中 $\boldsymbol{Y}$ 为对称矩阵，对所有满足 $\boldsymbol{F}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{F}\le\boldsymbol{I}$ 的矩阵，当且仅当存在一个常数 $\varepsilon>0$，使得 $\boldsymbol{Y}+\varepsilon\boldsymbol{D}\boldsymbol{D}^{\mathrm{T}}+\varepsilon^{-1}\boldsymbol{E}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{E}<0$。

定理 1 使系统 $\begin{cases}\dot{\boldsymbol{x}}(t)=\boldsymbol{A}\boldsymbol{x}(t)+\boldsymbol{B}\boldsymbol{w}(t)\\ \boldsymbol{z}(t)=\boldsymbol{C}\boldsymbol{x}(t)+\boldsymbol{D}\boldsymbol{u}(t)\end{cases}$ 稳定，且满足 $\left\|\boldsymbol{G}(s)\right\|_\infty<\gamma$ $(\gamma>0)$，当且仅当不等式成立

$$\begin{bmatrix}\boldsymbol{X}\boldsymbol{A}+\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{X} & \boldsymbol{X}\boldsymbol{B} & \boldsymbol{C}^{\mathrm{T}}\\ \boldsymbol{B}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{X} & -\gamma\boldsymbol{I} & \boldsymbol{D}^{\mathrm{T}}\\ \boldsymbol{C} & \boldsymbol{D} & -\gamma\boldsymbol{I}\end{bmatrix}<0\tag{10}$$

充分性证明

由上述不等式和引理 2，则可得

$$\boldsymbol{XA}+\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{X}+\boldsymbol{C}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{C}+(\boldsymbol{B}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{X}+\boldsymbol{D}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{C})^{\mathrm{T}}\boldsymbol{R}_N^{-1}(\boldsymbol{B}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{X}+\boldsymbol{D}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{C})<0 \tag{11}$$

其中 $\boldsymbol{R}_N=\gamma^2\boldsymbol{I}-\boldsymbol{D}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{D}$，上述不等式等价于

$$\begin{aligned}&-\boldsymbol{X}(\mathrm{j}w\boldsymbol{I}-\boldsymbol{A})-(\mathrm{j}w\boldsymbol{I}-\boldsymbol{A})^{*}\boldsymbol{X}+\boldsymbol{C}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{C}+\\&(\boldsymbol{B}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{X}+\boldsymbol{D}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{C})^{\mathrm{T}}\boldsymbol{R}_N^{-1}(\boldsymbol{B}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{X}+\boldsymbol{D}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{C})<0\end{aligned} \tag{12}$$

上述不等式的两侧分别乘以 $\boldsymbol{u}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{B}^{\mathrm{T}}(\mathrm{j}w\boldsymbol{I}-\boldsymbol{A})^{-*}$ 和 $(\mathrm{j}w\boldsymbol{I}-\boldsymbol{A})^{-1}\boldsymbol{B}\boldsymbol{u}$，可得

$$\begin{aligned}&\|C(\mathrm{j}w\boldsymbol{I}-\boldsymbol{A})^{-1}\boldsymbol{B}\boldsymbol{u}\|^2\le\boldsymbol{u}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{B}^{\mathrm{T}}(\mathrm{j}w\boldsymbol{I}-\boldsymbol{A})^{-*}\boldsymbol{X}\boldsymbol{B}\boldsymbol{u}+\\&\boldsymbol{u}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{B}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{X}(\mathrm{j}w\boldsymbol{I}-\boldsymbol{A})^{-1}\boldsymbol{B}-\|R_N^{-1/2}(\boldsymbol{B}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{X}+\\&\boldsymbol{D}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{C})(\mathrm{j}w\boldsymbol{I}-\boldsymbol{A})^{-1}\boldsymbol{B}\boldsymbol{u}\|^2\end{aligned}$$

上述不等式的两侧分别加

$$\boldsymbol{u}^{\mathrm{T}}\left[\boldsymbol{D}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{D}+\boldsymbol{D}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{C}(\mathrm{j}w\boldsymbol{I}-\boldsymbol{A})^{-1}\boldsymbol{B}+\boldsymbol{B}^{\mathrm{T}}(\mathrm{j}w\boldsymbol{I}-\boldsymbol{A})^{-*}\boldsymbol{C}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{D}\right]\boldsymbol{u}$$

其中 $\boldsymbol{D}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{D}=\gamma^2\boldsymbol{I}-\boldsymbol{R}_N$，可得

$$\left\|\boldsymbol{G}(\mathrm{j}w)\boldsymbol{u}\right\|^2\le\gamma^2\left\|\boldsymbol{u}\right\|^2-\left\|\boldsymbol{R}_N^{-1/2}\boldsymbol{W}(\mathrm{j}w)\boldsymbol{u}\right\|^2 \tag{13}$$

其中 $\boldsymbol{W}(s)=\begin{bmatrix}\boldsymbol{A}&-\boldsymbol{B}\\\boldsymbol{B}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{X}+\boldsymbol{D}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{C}&\boldsymbol{R}_N\end{bmatrix}$，因此 $\left\|\boldsymbol{G}(s)\right\|_\infty<\gamma$。

必要性证明

定义哈密顿矩阵为

$$\boldsymbol{H}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{A}+\boldsymbol{B}\boldsymbol{R}_N^{-1}\boldsymbol{D}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{C}&\boldsymbol{B}\boldsymbol{R}_N^{-1}\boldsymbol{B}^{\mathrm{T}}\\-\boldsymbol{C}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{I}+\boldsymbol{D}\boldsymbol{R}_N^{-1}\boldsymbol{D}^{\mathrm{T}})\boldsymbol{C}&-(\boldsymbol{A}+\boldsymbol{B}\boldsymbol{R}_N^{-1}\boldsymbol{D}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{C})^{\mathrm{T}}\end{bmatrix}$$

其中，$\boldsymbol{R}_N=\gamma^2\boldsymbol{I}-\boldsymbol{D}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{D}>0$

可以得到 Riccati 方程为

$$\begin{aligned}&\boldsymbol{T}(\boldsymbol{A}+\boldsymbol{B}\boldsymbol{R}^{-1}\boldsymbol{D}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{C})+(\boldsymbol{A}+\boldsymbol{B}\boldsymbol{R}^{-1}\boldsymbol{D}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{C})^{\mathrm{T}}\boldsymbol{T}+\\&\boldsymbol{T}\boldsymbol{B}\boldsymbol{R}^{-1}\boldsymbol{B}\boldsymbol{T}+\boldsymbol{C}^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{I}+\boldsymbol{D}\boldsymbol{R}^{-1}\boldsymbol{D}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{C})=0\end{aligned} \tag{14}$$

其中有一个实对称解 $\boldsymbol{T}$。

定义 $\hat{\boldsymbol{G}}(s)=\begin{bmatrix}\boldsymbol{A}&\boldsymbol{B}&\varepsilon\boldsymbol{I}\\\boldsymbol{C}&\boldsymbol{D}&0\\\varepsilon\boldsymbol{I}&0&0\end{bmatrix}$，其中 $\varepsilon>0$ 足够小。

由 $\left\|\boldsymbol{G}(s)\right\|_\infty<\gamma$，可知 $\left\|\hat{\boldsymbol{G}}(s)\right\|_\infty<\gamma$。

所以存在 $\boldsymbol{X}_1\ge0$ 并满足：

$$\begin{aligned}&\boldsymbol{X}_1\boldsymbol{A}+\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{X}_1+\boldsymbol{C}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{C}+(\boldsymbol{B}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{X}_1+\boldsymbol{D}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{C})^{\mathrm{T}}R_N^{-1}(\boldsymbol{B}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{X}_1+\\&\boldsymbol{D}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{C})=-\varepsilon^2\gamma^{-2}\boldsymbol{X}_1^2-\varepsilon^2\boldsymbol{I}<0\end{aligned} \tag{15}$$

根据引理 3.1，上述不等式等价于式(16)。

$$\begin{aligned}&\begin{bmatrix}\boldsymbol{X}_1\boldsymbol{A}+\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{X}_1+\boldsymbol{C}^{\mathrm{T}}C&\boldsymbol{X}_1\boldsymbol{B}+\boldsymbol{C}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{D}\\\boldsymbol{B}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{X}_1+\boldsymbol{D}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{C}&\boldsymbol{D}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{D}-\gamma^2I\end{bmatrix}=\\&\begin{bmatrix}\boldsymbol{X}_1\boldsymbol{A}+\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{X}_1&\boldsymbol{X}_1\boldsymbol{B}\\\boldsymbol{B}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{X}_1&-\gamma^2\boldsymbol{I}\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}\boldsymbol{C}^{\mathrm{T}}\\\boldsymbol{D}^{\mathrm{T}}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\boldsymbol{C}&\boldsymbol{D}\end{bmatrix}<0\end{aligned} \tag{16}$$

定义 $\boldsymbol{X}=\boldsymbol{X}_1/\gamma>0$，可得

$$\begin{bmatrix}\boldsymbol{X}\boldsymbol{A}+\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{X}&\boldsymbol{X}\boldsymbol{B}\\\boldsymbol{B}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{X}&-\gamma^2\boldsymbol{I}\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}\boldsymbol{C}^{\mathrm{T}}\\\boldsymbol{D}^{\mathrm{T}}\end{bmatrix}(\gamma\boldsymbol{I})^{-1}\begin{bmatrix}\boldsymbol{C}&\boldsymbol{D}\end{bmatrix}<0 \tag{17}$$

根据引理 1，上述不等式可转化为不等式(10)。证毕。

定理 2 当 $\boldsymbol{X}$、$\boldsymbol{Y}$ 是正定对称矩阵及常数 $\varepsilon>0$，且 满足下述矩阵不等式

$$\begin{bmatrix}\boldsymbol{\Xi}+\varepsilon\boldsymbol{G}\boldsymbol{G}^{\mathrm{T}}&\boldsymbol{B}_2&(\boldsymbol{C}\boldsymbol{X})^{\mathrm{T}}&(\boldsymbol{F}_a\boldsymbol{X}+\boldsymbol{F}_b\boldsymbol{Y})^{\mathrm{T}}\\\boldsymbol{B}_2^{\mathrm{T}}&-1&0&0\\\boldsymbol{C}\boldsymbol{X}&0&-\gamma^2&0\\\boldsymbol{F}_a\boldsymbol{X}+\boldsymbol{F}_b\boldsymbol{Y}&0&0&-\varepsilon\boldsymbol{I}\end{bmatrix}<0 \tag{18}$$

则系统(6)是具有渐近稳定性及满足式(9)的鲁棒性能。其中 $\boldsymbol{\Xi}=(\boldsymbol{A}\boldsymbol{X}+\boldsymbol{B}_1\boldsymbol{Y})+(\boldsymbol{A}\boldsymbol{X}+\boldsymbol{B}_1\boldsymbol{Y})^{\mathrm{T}}$。

证明

根据定理 1，系统(6)能渐进稳定且满足式(9)的性能指标，仅当满足 $\boldsymbol{T}=\boldsymbol{T}^{\mathrm{T}}>0$，且满足

$$\begin{bmatrix}(\hat{\boldsymbol{A}}+\hat{\boldsymbol{B}}\boldsymbol{K})^{\mathrm{T}}\boldsymbol{T}+\boldsymbol{T}(\hat{\boldsymbol{A}}+\hat{\boldsymbol{B}}\boldsymbol{K})&\boldsymbol{T}\boldsymbol{B}_2&\boldsymbol{C}^{\mathrm{T}}\\\boldsymbol{B}_2^{\mathrm{T}}\boldsymbol{T}&-\gamma&0\\\boldsymbol{C}&0&-\gamma\end{bmatrix}<0 \tag{19}$$

其中，$\hat{\boldsymbol{A}}=\boldsymbol{A}+\boldsymbol{G}\sum(t)\boldsymbol{F}_a$；$\hat{\boldsymbol{B}}=\boldsymbol{B}_1+\boldsymbol{G}\sum(t)\boldsymbol{F}_b$。

上述不等式通过左乘和右乘 $\mathrm{diag}(\gamma^{-1/2}\boldsymbol{I},\gamma^{-1/2}\boldsymbol{I},\gamma^{1/2}\boldsymbol{I})$，并定义 $\bar{\boldsymbol{T}}=\gamma^{-1}\boldsymbol{T}$，则可以得到

$$\begin{bmatrix}(\hat{\boldsymbol{A}}+\hat{\boldsymbol{B}}\boldsymbol{K})^{\mathrm{T}}\bar{\boldsymbol{T}}+\bar{\boldsymbol{T}}(\hat{\boldsymbol{A}}+\hat{\boldsymbol{B}}\boldsymbol{K})&\bar{\boldsymbol{T}}\boldsymbol{B}_2&\boldsymbol{C}^{\mathrm{T}}\\\boldsymbol{B}_2^{\mathrm{T}}\bar{\boldsymbol{T}}&-1&0\\\boldsymbol{C}&0&-\gamma^2\end{bmatrix}<0 \tag{20}$$

上述不等式再次通过左乘和右乘 $\mathrm{diag}(\bar{\boldsymbol{T}}^{-1},\boldsymbol{I},\boldsymbol{I})$，则可以得到

$$\begin{bmatrix}\hat{\boldsymbol{A}}\bar{\boldsymbol{T}}^{-1}+\hat{\boldsymbol{B}}\boldsymbol{K}\bar{\boldsymbol{T}}^{-1}+(\hat{\boldsymbol{A}}\bar{\boldsymbol{T}}^{-1}+\hat{\boldsymbol{B}}\boldsymbol{K}\bar{\boldsymbol{T}}^{-1})^{\mathrm{T}}&\boldsymbol{B}_2&(\boldsymbol{C}\bar{\boldsymbol{T}}^{-1})^{\mathrm{T}}\\\boldsymbol{B}_2^{\mathrm{T}}&-1&0\\\boldsymbol{C}\bar{\boldsymbol{T}}^{-1}&0&-\gamma^2\end{bmatrix}<0 \tag{21}$$

定义 $\boldsymbol{X}=\bar{\boldsymbol{T}}^{-1},\boldsymbol{Y}=\boldsymbol{K}\boldsymbol{X}$，上面的不等式等价于下面的不等式

$$\begin{bmatrix}\hat{\boldsymbol{A}}\boldsymbol{X}+\hat{\boldsymbol{B}}\boldsymbol{Y}+(\hat{\boldsymbol{A}}\boldsymbol{X}+\hat{\boldsymbol{B}}\boldsymbol{Y})^{\mathrm{T}}&\boldsymbol{B}_2&(\boldsymbol{C}\boldsymbol{X})^{\mathrm{T}}\\\boldsymbol{B}_2^{\mathrm{T}}&-1&0\\\boldsymbol{C}\boldsymbol{X}&0&-\gamma^2\end{bmatrix}<0 \tag{22}$$

定义 $\boldsymbol{\Xi}=\boldsymbol{A}\boldsymbol{X}+\boldsymbol{B}_1\boldsymbol{Y}+(\boldsymbol{A}\boldsymbol{X}+\boldsymbol{B}_1\boldsymbol{Y})^{\mathrm{T}}$，并根据

$$\hat{\boldsymbol{A}}\boldsymbol{X}+\hat{\boldsymbol{B}}\boldsymbol{Y}+(\hat{\boldsymbol{A}}\boldsymbol{X}+\hat{\boldsymbol{B}}\boldsymbol{Y})^{\mathrm{T}}=\boldsymbol{\Xi}+\boldsymbol{G}\Sigma(t)(F_a\boldsymbol{X}+F_b\boldsymbol{Y})+(\boldsymbol{F}_a\boldsymbol{X}+\boldsymbol{F}_b\boldsymbol{Y})^{\mathrm{T}}\Sigma^{\mathrm{T}}(t)\boldsymbol{G}^{\mathrm{T}}$$

得不等式(22)等价于下面的不等式

$$\bar{\boldsymbol{Y}}+\begin{bmatrix}G\\0\\0\end{bmatrix}\Sigma(t)\begin{bmatrix}F_a\boldsymbol{X}+F_b\boldsymbol{Y} & 0 & 0\end{bmatrix}+$$

$$\begin{bmatrix}F_a\boldsymbol{X}+F_b\boldsymbol{Y} & 0 & 0\end{bmatrix}^{\mathrm{T}}\Sigma^{\mathrm{T}}(t)\begin{bmatrix}\boldsymbol{G}\\0\\0\end{bmatrix}^{\mathrm{T}}<0$$

其中 $\bar{\boldsymbol{Y}}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{\Xi} & \boldsymbol{B}_2 & (\boldsymbol{CX})^{\mathrm{T}}\\ \boldsymbol{B}_2^{\mathrm{T}} & -1 & 0\\ \boldsymbol{CX} & 0 & -\gamma^2\end{bmatrix}$

根据引理 2，上述不等式等价于下面不等式

$$\bar{\boldsymbol{Y}}+\varepsilon\begin{bmatrix}\boldsymbol{G}\\0\\0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\boldsymbol{G}^{\mathrm{T}} & 0 & 0\end{bmatrix}+\varepsilon^{-1}\begin{bmatrix}(\boldsymbol{F}_a\boldsymbol{X}+\boldsymbol{F}_b\boldsymbol{Y})^{\mathrm{T}}\\0\\0\end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix}\boldsymbol{F}_a\boldsymbol{X}+\boldsymbol{F}_b\boldsymbol{Y} & 0 & 0\end{bmatrix}<0$$

由引理 1 知，上述不等式等价于不等式(18)。证毕

为获得更好的鲁棒性，上述控制问题可以表述为下面的最小化问题，使得 H_∞ 性能尽可能小地降低。

$$\min\gamma$$

st：不等式(18)

该最小化问题可以转化为 LMI 凸优化问题。通过使用 Matlab 工具箱中 LMI 的凸优化技术，可以有效获得最小化的鲁棒性能指标以及鲁棒控制器参数。

3　仿真研究

鲁棒控制的主要目的通过控制逆变器来调节电网接口处的电压和电流以及电压和电流之间的相位(即为有功和无功)进而维持频率和电压的稳定性。因此，在仿真研究中，借助电网电流、电压以及电压和电流之间的相位来验证鲁棒控制方案的有效性。系统参数列于表 1 中。

表 1　系统参数

Table 1 System parameters

DC 电压 u_{dc}	700 V
电感器 L_1	1 mH
电感器 L_2	4 mH
电容器 C	30 μF
工频 f	50 Hz

图 2~图 4 显示鲁棒控制器作用下的电流和电压波形。从图 2 和 3 可以看出，在鲁棒控制器作用下，三相并网电流和电压在很短时间内趋向稳定，图 4 显示出 A 相的输入电压和电流的波形具有相同的相位。该结果证明了控制策略能保证系统良好的电压稳定性和频率性能。

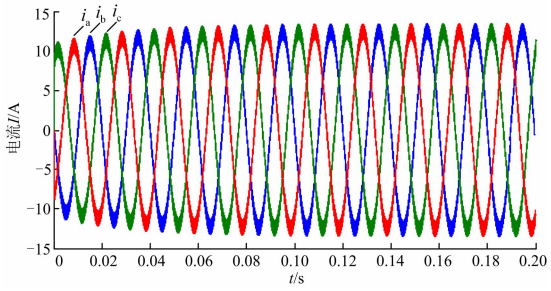

图 2　并网电流波形

Fig. 2 Grid-connected current

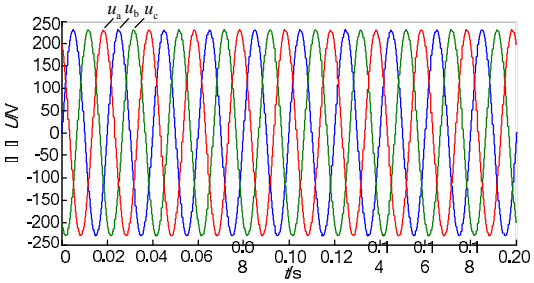

图 3　并网电压波形

Fig. 3 Grid-connected voltage

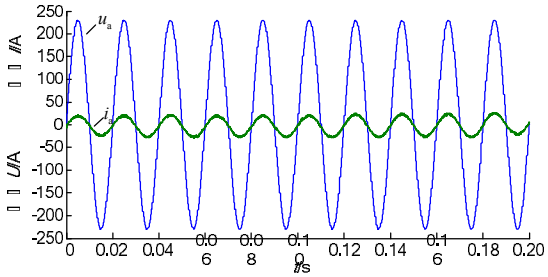

图 4　A 相并网电流与其对应的电压波形

Fig. 4 Voltage corresponding to A-phase current

4　结论

针对三相并网逆变器参数不确定问题，本文提出了一种鲁棒控制策略，给出一整套鲁棒控制器设计方案，无论是从理论论证上还是从仿真结果上，均可证明该方案能有效提高了微电网和大电网连接处电压和频率的稳定性能。由于该控制问题能有效地转换为线性不等式的求解问题，借助 Matlab 工具箱很容易求得控制器参数，所以此方案也便于应用于工程实际中。

参考文献

[1]　钱科军，袁野，周承科．分布式发电对配电网可靠性的影响研究[J]．电网技术, 2008, 32(11): 74-78.

QIAN Kejun, YUAN Ye, ZHOU Chengke. Study on impact of distributed generation on distribution system reliability[J]. Power System Technology, 2008, 32(11): 74-78.

[2] 王成山, 王守相. 分布式发电供能系统若干问题研究[J]. 电力系统自动化, 2009, 32(20): 1-4.
WANG Chengshan, WANG Shouxiang. Study on some key problems related to distributed generation systems[J]. Automation of Electric Power Systems, 2009, 32(20): 1-4.

[3] THORNTON A, MONROY C R. distributed power generation in the united states[J]. Renewable and Sustainable Energy Reviews, 2011, 15(9): 4809-4817.

[4] TAN W S, HASSAN M Y, MAJID M S, et al. Optimal distributed renewable generation planning： A review of different approaches[J]. Renewable and Sustainable Energy Reviews, 2013, 18: 626-630.

[5] 张丽, 徐玉琴, 王增平, 等. 包含分布式电源的配电网无功优化[J]. 电工技术学报, 2011, 26(3): 168-174.
ZHANG Li, XU Yuqin, WANG Zengping, et al. Reactive power optimization for distribution system with distributed generators[J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2011, 26(3): 168-174.

[6] 唐志军, 邹贵彬, 高厚磊, 等. 含分布式电源的智能配电网保护控制方案. 电力系统保护与控制, 2014, 42(8): 10-14.
TANG Zhijun, ZOU Guibin, GAO Houlei, et al. Protection and control scheme for smart distribution grid with distributed resource[J]. Power System Protection and Control, 2014, 42(8): 10-14.

[7] 王旭强, 刘广一, 曾沅, 等. 分布式电源接入下配电网电压无功控制效果分析[J]. 电力系统保护与控制, 2014, 42(1): 47-53.
WANG Xuqiang, LIU Guangyi, ZENG Yuan, et al. Analysis on effects of volt/var control method considering distributed generation[J]. Power System Protection and Control, 2014, 42(1): 47-53.

[8] LASSETER R H. Microgrids and distributed generation [J]. Journal of Energy Engineering, 2007, 133(3): 144-149.

[9] KROPOSKI B, LASSETER R, ISE T, et al. Making microgrids work[J]. IEEE Power and Energy Magazine, 2008, 6(3): 40-53.

[10] LU Zongxiang, WANG Caixia, MIN Yong. Overview on microgrid research[J]. Automation of Electric Power Systems, 2007, 31(19): 100-107.

[11] 王成山, 李鹏. 分布式发电、微网与智能配电网的发展与挑战[J]. 电力系统自动化, 2010, 34(2): 10-14.
WANG Chengshan, LI Peng. Development and challenges of distributed generation, the microgrid and smart distributionsystem[J]. Automation of Electric Power Systems, 2010, 34(2): 10-14.

[12] GUERRERO J M, VASQUEZ J C, MATAS J, et al. Control strategy for flexible microgrid based on parallel line-interactive UPS systems[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2009, 56(3): 726-736.

[13] 陈达威, 朱桂萍. 低压微电网中的功率传输特性[J]. 电工技术学报, 2010, 25(7): 117-122.
CHEN Dawei, ZHU Guiping. Power transmission characteristics of low voltage microgrids[J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2010, 25(7): 117-122.

[14] 王成山, 武震, 李鹏. 微电网关键技术研究[J]. 电工技术学报, 2014, 29(2): 1-12.
WANG Chengshan, WU Zhen, LI Peng. Research on key technologies of microgrid[J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2014, 29(2): 1-12.

[15] 刘文, 杨慧霞, 祝斌. 微电网关键技术研究综述. 电力系统保护与控制, 2012, 40(14): 152-155.
LIU Wen, YANG Huixia, ZHU Bin. Survey on key technologies of microgrid[J]. Power System Protection and Control, 2012, 40(14): 152-155.

[16] 沈沉, 吴翔宇, 王志文, 等. 微电网实践与发展思考[J]. 电力系统保护与控制, 2014, 42(5): 1-11.
SHEN Chen, WU Xiangyu, WANG Zhiwen, et al. Practice and rethinking of microgrids[J]. Power System Protection and Control, 2014, 42(5): 1-11.

[17] 霍群海, 李宁宁. 微电网中微源逆变器带混合负载控制[J]. 电工技术, 2013, 28(2): 270-277.
HUO Qunhai, LI Ningning. Research on control strategy of micro-source inverter with mixed load in micro-grid[J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2013, 28(2): 270-277.

[18] IYER S V, BELUR M N, CHANDORKAR M C. A generalized computational method to determine stability of a multi-inverter microgrid[J]. IEEE Transactions on Power Electronics 2010, 25(9): 2420-2432.

[19] LEI Q, PENG F Z, YANG S T. Multiloop control method for high-performance microgrid inverter through load voltage and current decoupling with only output voltage feedback[J]. IEEE Transactions on Power Electronics, 2011, 26(3): 953-960.

[20] ZHU P, LI X, KANG Y, et al. Study of control strategy for a unified power quality conditioner[J]. Proceedings of the CSEE, 2004, 24(8): 67-73.

[21] 毛维杰, 孙优贤. 不确定线性系统的输出反馈鲁棒控制[J]. 信息与控制, 1997, 26(3): 174-179.
MAO Weijie, SUN Youxian. Robust control for uncertain linear systems using output feedback[J]. Information and Control, 1997, 26(3): 174-179.

收稿日期：2014-09-08

作者简介：

陈汝昌(1985-)，男，本科，工程师，研究方向为调度运行控制；E-mial: chenruchang@yn.csg.cn

陈 飞(1982-)，男，硕士，工程师，研究方向为调度信息自动化技术；

张 帆(1984-)，男，硕士，工程师，研究方向为调度自动化系统，调度运行控制。

(编辑 张爱琴)