基于 Nuttall 窗的三峰插值谐波算法分析

翟瑞淼，英 超，任国臣，张 艳

(辽宁工业大学电气工程学院， 辽宁 锦州 121001)

摘要：针对快速傅里叶变换(FFT)在非同步采样下存在检测精度低的问题，根据 Nuttall 窗的旁瓣特性以及 FFT 后信号的谱线特点，提出一种基于 Nuttall 窗三峰插值的电力系统谐波检测算法。用曲线拟合得到修正公式，并基于修正公式进行了 Matlab 仿真。仿真结果表明，在同等条件下，该算法处理信号的幅值修正相对误差小于 2.44×10^{-5}%，相位修正相对误差小于 0.004%。该算法相对于单峰及双峰插值精度更高，相比于五点、九点算法，所提算法可以提前得到修正公式无需对离散序列重新组合。

关键词：快速傅里叶变换；谐波分析；努塔窗；三峰谱线；曲线拟合

An approach for harmonic analysis based on Nuttall window and triple-spectral-line interpolation

ZHAI Ruimiao, YING Chao, REN Guochen, ZHANG Yan

(School of Electrical Engineering, Liaoning University of Technology, Jinzhou 121001, China)

Abstract: It is difficult to perform accurate harmonic analysis with Fast Fourier Transform (FFT) under the unsynchronized sampling conditions. According to the components of the sidelobe characteristic of the Nuttall window and signal discrete spectrum characteristic by FFT, an approach for power harmonic analysis based on Nuttall window and the triple-spectral-line Nuttall window interpolation is proposed. The modified formula is obtained by using polynomial fitting method and Matlab simulation of the power harmonics is made based on it. The simulation results indicate that under the same condition, the amplitude correction errors are less than 2.44×10^{-5}%, as well as that of the calculation phases no more than 0.004%. It has higher analysis accuracy comparing with single-spectral-line interpolation and double-spectral-line interpolation. Compared to the five points' and the nine points' algorithm, the application rectification formulas is obtained without the need to get the spectral sequence.

Key words: FFT; harmonic analysis; Nuttall window; triple-spectral-line interpolation; polynomial fit

中图分类号： TM935 文献标识码：A 文章编号： 1674-3415(2015)10-0038-06

0 引言

随着现代电力系统的快速发展，直流和交流输电都获得了巨大的进步，大容量的换流及整流设备得到了日益广泛的应用，而由此带来的电力系统谐波问题对电网的安全稳定运行造成了严重的危害。对谐波信号的准确分析为解决谐波污染问题带来了可能。

目前，应用于谐波检测领域的常用方法有快速傅里叶变换(FFT)法、小波变换法[1-2]、瞬时无功功率法[3]等，其中 FFT 依然是谐波分析的最主要工具，它在同步采样和整周期采样时能够精确地测量谐波的相关参数(如幅值、相位、频率)。但是电力系统是个动态系统，在对谐波信号进行采样时，很难做到同步或者整周期采样，这就给检测带来了误差。电力系统谐波检测的误差来源主要有两个：长范围泄漏和短范围泄漏。对于这两个误差的降低目前采取的主要方法是加窗插值算法[4]，窗函数可以有效减少长范围的泄漏，最常用的窗函数有 Hanning 窗[5]、Blackman 窗[6]、Blackman-Harris 窗[7]、Nuttall 窗[8]、Rife-Vincent 窗[9]等窗函数。其中 Hanning 窗、Blackman 窗、Blackman-Harris 窗、Nuttall 窗、Rife-Vincent 窗的旁瓣衰减幅值分别为−32 dB、−52 dB、−92 dB、−82.6 dB、−73.9 dB，在选择窗函数时不仅要考虑其旁瓣衰减特性还要考虑到其渐进衰减频率，其中 Hanning 窗和 Blackman 窗的为 18 dB/oct，Blackman-Harris 窗为 6 dB/oct，Nuttall 窗的则达到了30(dB/oct)。小的旁瓣峰值和较快的旁

瓣衰减速率可降低谐波检测误差，提高检测精确度。综合考虑这两个因素，Nuttall 窗最为合理，因此本文选择 Nuttall 窗对信号处理。抑制短范围的泄漏一般利用插值的方法，插值方法主要有：单峰插值、双峰插值算法以及对 FFT 离散序列重新组合的五点、九点算法。单峰插值即只利用靠近被测频点的幅值最大的一条谱线得到修正公式，文献[10]提出了一种单峰插值算法，从文中计算结果来看其精度并不是很高。双峰插值是利用被测频点处的两条谱线得到修正公式，由文献[11]看出相对于单峰插值，双峰插值精度得到了较大提高，但是相位计算精度依然较低。而五点、九点算法虽然精度较高，但是其需要对离散序列重新组合[12-13]。

针对上述不足，本文在分析 Nuttall 窗[14]的基础上结合三峰谱线[15]插值算法，推导出了基于 Nuttall 窗的三峰谱线插值计算公式，并将其应用于 21 次谐波检测，仿真结果表明该方法大大提高了谐波检测精度，尤其是对相位的检测精度得到了明显的提高。

1　Nuttall 窗及其特性

Nuttall 窗是一种余弦组合窗，其时域表示形式为

$$w(n)=\sum_{m=0}^{M-1}(-1)^m a_m\cos(2\pi n\cdot m/N) \tag{1}$$

式中：M 为窗函数的项数；n=1,2,…, N−1；a_m 满足约束条件，$\sum_{m=0}^{M}(-1)^m a_m=0$。

Nuttall 窗函数如表 1 所示，其旁瓣特性如表 2 所示。

表 1　Nuttall 窗系数

Table 1 Coefficients of Nuttall windows

系数	4 项 3 阶	4 项 1 阶	3 项最小旁瓣	4 项最小旁瓣
a_0	0.338 946	0.355 768	0.424 380 1	0. 363 581 9
a_1	0.481 973	0.487 396	0.497 340 6	0.489 177 5
a_2	0.161 054	0.144 232	0.078 279 3	0.136 599 5
a_3	0.018 027	0.011 260 4		

表 2　余弦组合窗的旁瓣特性

Table 2 Components of the siddlobe characteristic of the cosine composite windows

窗名称	旁瓣峰值电平/dB	渐进衰减速率/(dB/oct)
4 项 3 阶 Nuttall 窗	−82.6	30
4 项 1 阶 Nuttall 窗	−93.3	18
3 项最小旁瓣 Nuttall 窗	−71.49	6
4 项最小旁瓣 Nuttall 窗	−98.2	6

由表 2 可知，在 Nuttall 窗中 4 项 3 阶 Nuttall 窗的旁瓣峰值电平虽不是最小的但是其渐进衰减速率却是最大的，所以综合考虑到这两个因素本文采用 4 项 3 阶 Nuttall 窗对谐波信号进行处理。

2　三峰谱线算法

设谐波信号以采样频率 f_s 采样，得到的离散时间信号为

$$x(n)=\sum_{m=1}^{h}A_m\cos(2\pi mnf_0/f_s+\theta_m) \tag{2}$$

式中：m 表示谐波次数；A_m 和 θ_m 表示 m 次谐波的幅值和相位；f_0 表示基波频率；N 为采样点数。对式(2)加窗处理，得到 $x_w(n)=x(n)w(n)$，加窗后序列的离散傅里叶变换为

$$X(\lambda)=\sum_{m=1}^{h}\frac{A_m}{2\mathrm{j}}[\mathrm{e}^{\mathrm{j}\theta}\cdot W(\lambda-f_m/\Delta f)-\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\theta}\cdot W(\lambda+f_m/\Delta f)] \tag{3}$$

式中：$\Delta f=f_s/N$；$f_m=mf_0$ 为 m 次谐波频率；λ=1,2,…, N–1。忽略负频点处峰谱的影响，式(3)变为

$$X(\lambda)=\sum_{m=1}^{h}\frac{A_m}{2\mathrm{j}}[\mathrm{e}^{\mathrm{j}\theta}\cdot W(\lambda-f_m/\Delta f)] \tag{4}$$

式中，$W(\lambda)$为窗函数的离散傅里叶变换，表达式为

$$W(\lambda)=\sin(\pi\lambda)\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\pi\lambda}\,\mathrm{e}^{\mathrm{j}\frac{\pi}{N}\lambda}\sum_{m=0}^{M-1}(-1)^m\frac{a_m}{2}\cdot\left[\frac{\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\frac{\pi}{N}m}}{\sin\frac{\pi}{N}(\lambda-m)}+\frac{\mathrm{e}^{\mathrm{j}\frac{\pi}{N}m}}{\sin\frac{\pi}{N}(\lambda+m)}\right] \tag{5}$$

其中，$W(\lambda)$为窗函数的离散傅里叶变换，由于采样点数满足 N>>1，故式(5)可表示为

$$W(\lambda)=\frac{N\lambda\sin(\lambda\pi)}{\pi}\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\pi\lambda}\mathrm{e}^{\mathrm{j}\frac{\pi}{N}\lambda}\sum_{m=0}^{M-1}(-1)^m\frac{a_m}{\lambda^2-m^2} \tag{6}$$

以某第 m 次谐波进行分析，根据式(4)，令

$$X_m(\lambda)=\frac{A_m}{2\mathrm{j}}[\mathrm{e}^{\mathrm{j}\theta_m}W(\lambda-\frac{f_m}{\Delta f})] \tag{7}$$

式(7)即为第 m 次谐波加窗插值的 FFT 变换。

由于电网的波动性，在对谐波信号进行采样时，很难做到同步或者整周期采样，故 $f_m=\lambda\Delta f$ 很难正好位于采样的频点上，也即 $\lambda=f_m/\Delta f$ 不是整数。图 1 即为对信号非同步采样下的 FFT 图像。

由图 1 可以看出 50 Hz 处没有离散的频点，在 50 Hz 的左右两侧存在三个离散的频点，而这三个离散频点中含有丰富的谐波信息。设峰值点附近的幅值最大谱线为 λ_1，λ_1 左右两边的谱线分别 λ_0 和 λ_2，

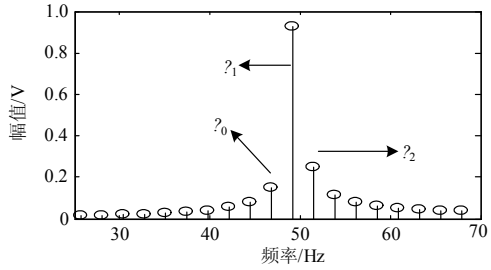

图 1 非同步采样下的 FFT 频谱

Fig. 1 FFT discrete spectrum of non-synchronized sampling

显然 $\lambda_0=\lambda_1-1<\lambda_1<\lambda_2=\lambda_1+1$，如图 1 所示。令 $\delta=\lambda-\lambda_1$，那么 δ 的取值范围是(–0.5, 0.5)，其中 λ_1 可以用峰值搜索来确定，那么现在关键的问题是求解 δ 的值，记三条谱线对应的幅值分别为 $y_0=|X_m(\lambda_0)|$，$y_1=|X_m(\lambda_1)|$和 $y_2=|X_m(\lambda_2)|$，令 $\beta=y_2-y_0/y_1$，$y_0=\lambda_0$，$y_1=\lambda_1$，$y_2=\lambda_2$。则由式(7)得

$$\beta=\frac{|W(\lambda_2-\lambda)|-|W(\lambda_0-\lambda)|}{|W(\lambda_1-\lambda)|}=\frac{|W(1-\delta)|-|W(-1-\delta)|}{|W(-\delta)|} \tag{8}$$

这是一个关于 β 和δ的函数，记 $\beta=u(\delta)$ ，应用多项式拟合逼近，δ可由其反函数$\delta= u^{-1}(\beta)$求得。当窗函数 $w(n)$的系数为实数时，其幅频响应 $W(2\pi f)$为偶函数，所以函数及其反函数都是奇函数，因而$\delta= u^{-1}(\beta)$只含有奇数次项。求得δ后便可得到信号的频率为

$$f_m=(\lambda_1+\delta)\Delta f \tag{9}$$

由于这三条谱线都含有丰富的幅值信息，故可用作幅值修正。考虑到 λ_1 为幅值最大谱线，给予其最大权重 2，则由式(7)有

$$\lambda_0+2\lambda_1+\lambda_2=0.5A_m(|W(-1-\delta)|+2|W(-\delta)|+|W(1-\delta)| \tag{10}$$

则

$$A_m=\frac{2(\lambda_0+2\lambda_1+\lambda_2)}{\left(|W(-1-\delta)|+2|W(-\delta)|+|W(1-\delta)|\right)} \tag{11}$$

令

$$\varphi(\delta)=\frac{2\cdot N}{|W(-1-\delta)|+2|W(-\delta)|+|W(1-\delta)|}$$

通过多项式拟合可以求得$\varphi(\delta)$，其中 $\varphi(\delta)$ 中只含有偶次项。由此可以得到幅值的修正公式为

$$A_m=\frac{(\lambda_0+2\lambda_1+\lambda_2)\varphi(\delta)}{N} \tag{12}$$

由式(7)可得相角的修正公式为

$$\theta_m=angle[X_m(\lambda_0)]-\delta\pi \tag{13}$$

3 Nuttall 窗插值公式的推导

首先选取表 2 中的 4 项 3 阶 Nuttall 窗，即

$$w(n)=0.338946-0.481973\cos\left(\frac{2\pi n}{N}\right)+0.161054\cos\left(\frac{4\pi n}{N}\right)+0.018027\cos\left(\frac{6\pi n}{N}\right) \tag{14}$$

把系数代入式(6)即可得到 4 项 3 阶 Nuttall 窗的离散傅里叶变换 $W(\lambda)$为

$$W(\lambda)=\frac{N\lambda\sin(\lambda\pi)}{\pi}e^{-j\pi\lambda}e^{j\frac{\pi}{N}\lambda}\left[\frac{a_0}{\lambda^2}-\frac{a_1}{\lambda^2-1}+\frac{a_2}{\lambda^2-4}-\frac{a_3}{\lambda^2-9}\right] \tag{15}$$

Nuttall 窗插值公式的推导流程图如图 2 示。

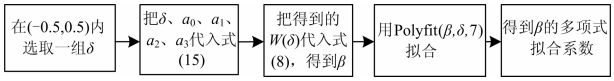

图 2 公式推导流程图

Fig. 2 Program flow diagram of formulas derivation

对于$\varphi(\delta)$ 系数的计算同 δ。由于在实际工程应用时只需提前拟合得到 δ 和$\varphi(\delta)$，然后再用它们编程，所以在拟合时选取的点数的多少对实际应用时的计算速度并没有影响，故拟合时选取的δ应足够多，以保证拟合的精度。

式(16)~式(23)给出了 Nuttall 窗的修正公式中的逼近公式。

1) 4 项 3 阶 Nuttall 窗

$$\delta=1.01467793\beta-0.08516755\beta^3+0.01483490\beta^5-0.00288839\beta^7 \tag{16}$$

$$\phi(\delta)=1.72433859\delta+0.43078270\delta^2+0.05755998\delta^4+0.00569837\delta^6 \tag{17}$$

2) 4 项 1 阶 Nuttall 窗

$$\delta=0.94913382\beta-0.08233608\beta^3+0.01531039\beta^5-0.0031280\beta^7 \tag{18}$$

$$\phi(\delta)=1.66815130\delta+0.44618605\delta^2+0.44618605\delta^4+0.0067389\delta^6 \tag{19}$$

3) 三项最小旁瓣 Nuttall 窗

$$\delta=0.77455105\beta-0.07999873\beta^3+0.01769734\beta^5-0.00389580\beta^7 \tag{20}$$

$$\phi(\delta)=1.48577280\delta+0.49371983\delta^2+0.08891753\delta^4+0.08891753\delta^6 \tag{21}$$

4) 四项最小旁瓣 Nuttall 窗

$$\delta=0.92740085\beta-0.08172266\beta^3+0.01577483\beta^5-0.00331462\beta^7 \tag{22}$$

$$\phi(\delta)=1.64427532\delta+0.45294289\delta^2+0.06655525\delta^4+0.00725097\delta^6 \tag{23}$$

4　Matlab 仿真分析

为了便于分析比较，本文中的信号模型选取了普遍采用的 21 次谐波信号，其模型如式(24)所示。

$$x(t)=\sum_{m=1}^{21}A_m\cos(2\pi mnf_0/f_s+\theta_m) \tag{24}$$

式中：f_0=49.6 Hz 为基波的频率；f_s=2 200 Hz 为采样频率；N=512；A_m 和 θ_m 分别为 m 次谐波的幅值和相位。其具体数值如表 3 所示。

表 3 仿真参数

Table 3 Simulation parameters

谐波次数	1	2	3	4	5	6	7
幅值/V	220.0	4.5	3.0	3.5	6.0	2.15	2.0
相位/rad	1.1	1.0	0.9	0.8	0.7	0.6	0.5
谐波次数	8	9	10	11	12	13	14
幅值/V	3.25	2.0	1.1	1.5	0.75	0.45	0.9
相位/rad	0.4	0.3	0.2	0.1	1.3	0.23	1.4
谐波次数	15	16	17	18	19	20	21
幅值/V	0.8	0.2	0.4	0.05	0.09	0.03	0.31
相位/rad	1.5	1.9	1.7	1.2	1.8	−0.5	−0.6

仿真的实验流程为：(1) 对输入信号加窗进行 FFT；(2) 在 40~60 Hz 内找出 λ_0、λ_1、λ_2；(3) 计算 β、δ 和 $\varphi(\delta)$，求出基波参数；(4) 在(mf_0−6)~(mf_0+6) Hz 内找出 λ_0、λ_1、λ_2；(5) 计算 β、δ 和 $\varphi(\delta)$，应用公式得到各次谐波参数。

依次用传统的 FFT(即单峰谱线 FFT)、Hanning 窗双峰谱线插值算法、4 项 3 阶 Nuttall 窗双峰谱线插值算法及 4 项 3 阶 Nuttall 窗三峰谱线算法对谐波信号进行处理(双峰谱线插值 Hanning 窗采用文献[11]的修正公式，双峰谱线插值 4 项 3 阶 Nuttall 窗采用文献[16]的修正公式)，仿真结果如表 4、表 5 及图 3、图 4 所示。其中表 4 中数据是基波及各次谐波幅值的修正绝对误差，表中的最后一栏是基波频率的修正绝对误差；表 5 中数据是基波及各次谐波相位的修正绝对误差；图 3 是绘出的各次谐波幅值的修正相对误差曲线。图 4 是绘出的各次谐波相位的修正相对误差曲线。

由表 3、表 4(表中 E−07 表示 10^{-7})仿真结果可以看出，在相同的条件下以本文算法得到的 21 次谐波的幅值修正绝对误差小于 8.55×10^{-7} 也即幅值修正相对误差小于 2.44×10^{-5}%(即 $8.55\times10^{-7}/3.5$)，相位修正相对绝对误差小于 4.3×10^{-5} 即相对误差小于 0.004%，对基波初相位的检测精度达到了 0.00016%；由图 3、图 4 可以很直观地看出较其他三种算法本文算法对谐波的检测精度有明显的改

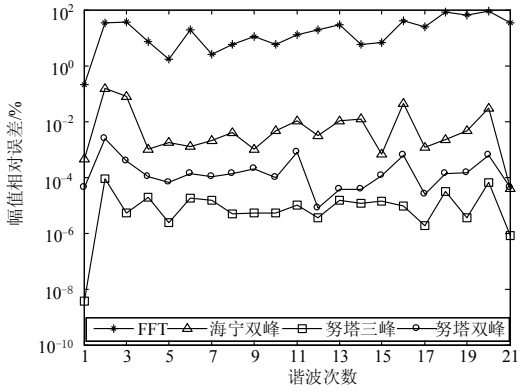

图 3 谐波幅值相对误差

Fig. 3 Relative errors of harmonic amplitude

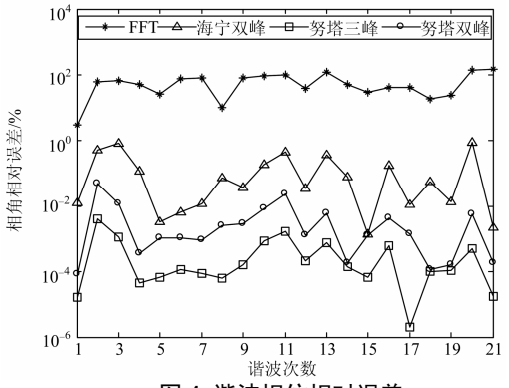

图 4 谐波相位相对误差

Fig. 4 Relative errors of harmonic phase

进。另外由图 3、图 4 可以看到在 2 次谐波处检测结果都出现了跃变，这是由于基波的幅值远大于 2 次谐波的幅值，强信号对弱信号造成了较大的干扰。对于基波频率的检测本文算法的绝对误差为 3.08×10^{-10}，其检测精度明显高于加 Hanning 窗、Nuttall 窗的双峰插值算法。其中文献[12]应用五点算法得到的幅值相对误差低于 4.25×10^{-5}%，相位相对误差低于 0.0084%，本文的算法在幅值检测方面较五点算法虽没有较大提高，但相位检测精度明显高于五点算法，而且本文算法无需对离散序列重新组合。文献[17]运用莱芙文森特窗的三峰插值求出的幅值相对修正误差小于-9.68×10^{-6} %，虽然其幅值误差较本文小，但是其相位的精度为 0.01%，却比本文低一个数量级。而文献[16]对 21 次谐波的幅值相对修正的相对误差小于 0.0009 %，相位相对修正误差小于 0.04%，检测精度明显低于本文；文献[18]对 21 次谐波的幅值相对修正误差小于 0.001%，初相位相对修正误差小于 0.029%。

从以上的比较可以看出由于本文选择的 4 项 3 阶 Nuttall 窗具有比较好的综合特性，另外本文的三峰谱线插值算法相对于单峰谱线插值算法和双峰谱线插值算法提高了修正公式的精确度，故能够明显地提高检测精度。

表 4 幅值绝对误差比较

Table 4 Comparison of absolute errors in calculation amplitude

窗类型	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
单峰 FFT	−0.451 5	0.221 8	0.161 5	0.270 4	0.100 2	0.501 5	0.050 5	0.188 6	0.234 9	0.065 0	0.226 7
双峰 Hanning	9.6E−04	6.9E−03	−2.2E−03	3.5E−05	1.0E−04	2.8E−05	4.0E−05	1.2E−04	1.9E−05	4.9E−05	1.5E−04
双峰 Nuttall	−9.2E−05	−1.1E−04	1.1E−05	3.5E−06	−3.9E−06	−2.7E−06	2.1E−06	4.2E−06	−3.9E−06	1.0E−06	1.2E−06
三峰 Nuttall	7.8E−09	−3.8E-07	−1.61E−07	8.5E−07	1.3E−07	3.8E−07	−2.93E−07	1.6E−07	1.0E−07	5.8E−08	1.5E−07
窗类型	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	f_0 绝对误差
单峰 FFT	0.174 3	0.188 5	0.053 0	0.057 1	0.132 6	0.129 2	0.238 9	0.170 0	0.231 5	0.165 2	0.79
双峰 Hanning	−2.2E−05	−4.6E−05	−1.0E−04	5.4E−06	8.7E−05	−4.7E−06	1.0E−06	4.2E−06	8.6E−06	1.2E−07	1.2E−07
双峰 Nuttall	5.8E−08	7.3E−07	3.4E−07	9.2E−07	−1.2E−06	−9.7E−08	6.5E−08	1.3E−07	−1.8E−07	−1.3E−07	−3.4E−09
三峰 Nuttall	2.6E−08	1.5E−07	1.0E−07	−1.0E−07	1.8E−08	7.3E−09	−1.5E−08	3.2E−09	−1.8E−08	−2.6E−09	3.08E−10

表 5 相位绝对误差比较

Table 5 Comparison of absolute errors in calculation phase

窗类型	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
单峰 FFT	−0.033 1	1.537 7	1.785 8	0.842 6	−0.142 9	1.791 1	2.589 4	0.045 2	1.546 9	2.617 4	2.827 1
双峰 Hanning	1.4E−04	5.3E−03	7.6E−03	9.4E−04	−2.3E−05	−3.8E−05	5.9E−05	3.0E−04	−1.1E−04	3.9E−04	4.5E−04
双峰 Nuttall	9.3E−07	−4.8E−04	6.1E−04	−2.9E−06	−7.3E−06	−6.2E−06	−4.5E−06	1.0E−05	8.6E−06	−1.6E−05	−2.3E−05
三峰 Nuttall	1.8E−07	−4.3E−05	−1.0E−05	3.6E−05	4.6E−07	7.1E−07	−4.4E−07	−2.6E−07	4.8E−07	−1.7E−06	−3.6E−06
窗类型	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	
单峰 FFT	0.862 6	1.145 4	1.358 2	0.623 7	−0.555 9	1.250 5	0.278 4	−0.343 1	1.909 3	1.848 4	
双峰 Hanning	−4.6E−04	−8.8E−04	−1.0E−03	2.0E−05	3.2E−03	−1.9E−04	−6.5E−04	−2.4E−04	−4.5E−03	1.3E−05	
双峰 Nuttall	2.0E−05	1.4E−05	3.0E−04	1.2E−05	−8.2E−05	2.5E−05	1.4E−05	−2.9E−06	2.8E−05	−1.1E−06	
三峰 Nuttall	2.8E−06	−1.5E−05	1.9E−06	−9.8E−07	1.0E−05	−3.5E−08	−1.3E−06	3.6E−06	2.5E−06	1.1E−07	

5 实现方法

DSP 以其强大的数据分析能力，在电力系统中得到了广泛的应用，本文设计了以 DSP 为核心 CPU 的电力系统谐波分析平台，其结构如图 5 所示。其中 A/D 用于对信号的采样，锁相环(可以省略)保证采样的同步，DSP 对采样序列加窗处理并计算各项参数，显示设备用于显示计算结果，此系统还可以和 PC 机保持实时通信功能。依靠 TI 提供的 CCS 平台编写本文的算法程序，然后下载到 DSP 中即可实现本文的算法。

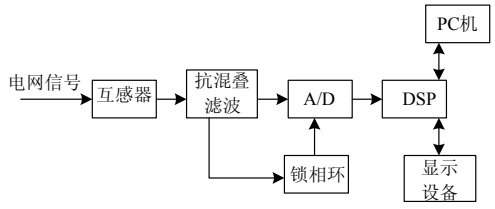

图 5 硬件结构

Fig. 5 Diagram of hardware structure

6 结论

本文依据 Nuttall 窗的衰减特性，结合电力系统谐波检测，通过 Nuttall 窗三峰插值算法，应用多项式逼近，导出了谐波幅值、频率、相位的高精度修正公式，并以程序流程图的方式说明了如何计算逼近公式。仿真对比结果表明，Nuttall 窗三谱线插值算法在非同步采样时的谐波检测中能够得到较高精度的结果，可以有效地抑制长范围和短范围的泄漏，尤其是相位精度得到了明显提高，具有较高的实用价值。

参考文献

[1] 曾瑞江, 杨震斌, 柳慧超. 基于小波变换的电力系统谐波检修方法研究[J]. 电力系统保护与控制, 2012, 40(15): 35-39.
ZENG Ruijiang, YANG Zhenbin, LIU Huichao. A method of power system harmonic detection based on wavelet transform[J]. Power System Protection and Control, 2012, 40(15): 35-39.

[2] 李春兰, 杜松怀, 苏娟, 等. 一种新的基于小波变换和混沌理论的触电信号检测方法[J]. 电力系统保护与控制, 2011, 39(10): 47-52.
LI Chunlan, DU Songhuai, SU Juan, et al. A novel detecting method of electric shock signal based on

wavelet transform and chaotic theory[J]. Power System Protection and Control, 2011, 39(10): 47-52.

[3] 刘传林, 刘安培. 基于新型变步长算法的自适应三相电路谐波检测[J]. 电力系统保护与控制, 2013, 41(7): 123-128.
LIN Chuanlin, LIU Anpei. Adaptive harmonic detection of 3-phase circuits based on a novel variable step-size algorithm[J]. Power System Protection and Control, 2013, 41(7): 123-128.

[4] 张伏生, 耿中行, 葛耀中. 电力系统谐波分析的高精度FFT算法[J]. 中国电机工程学报, 1999, l9(3): 63-66.
ZHANG Fusheng, GENG Zhongxing, GE Yaozhong. FFT algorithm with high accuracy for harmonic analysis in power system[J]. Proceedings of the CSEE, 1999, l9(3): 63-66.

[5] TOMAS G. Interpolation algorithms for discrete Fourier transform of weighted signals[J]. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 1983, 32(2): 350-355.

[6] HARRIS F J. On the use of windows for harmonic analysis with the discrete Fourier transform[J]. Proceedings of the IEEE, 1978, 66(1): 51-83.

[7] 潘文, 钱俞寿, 周鹗. 基于加窗插值FFT的电力谐波测量理论(Ⅱ)双插值FFT理论[J]. 电工技术学报, 1994, 9(2): 53-56.
PAN Wen, QIAN Yushou, ZHOU E. Power harmonics measurement based on windows and interpolated FFT(Ⅱ) dual interpolated FFT algorithms[J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 1994, 9(2): 53-56.

[8] NUTTALL A H. Some windows with a very good sidelobe behavior[J]. IEEE Transactions on Acoustics Speech and Signal Processing, 1981, 29(1): 84-91.

[9] RIFE D C, VINCENT G A. Use of the discrete Fourier transform in the measurement of frequencies and levels of tones[J]. The Bell System Technical Journal, 1970, 49(2): 197-228.

[10] 祁才君, 陈陇道, 王小海. 应用插值 FFT算法精确估计电网谐波参数[J]. 浙江大学学报: 工学版, 2003, 37(1): 112-116.
QI Caijun, CHEN Longdao, WANG Xiaohai. High accuracy estimation of electrical harmonic parameters by using the interpolated FFT algorithm[J]. Journal of Zhejiang University: Engineering Science, 2003, 37(1): 112-116.

[11] 庞浩, 李东霞, 俎云霄, 等. 应用FFT进行电力系统谐波分析的改进算法[J]. 中国电机工程学报, 2003, 23(6): 50-54.
PANG Hao, LI Dongxia, ZU Yunxiao, et a1. An improved algorithm for harmonic analysis of power system using FFT Technique[J]. Proceedings of the CSEE, 2003, 23(6): 50-54.

[12] 王刘旺, 黄建才, 孙建新, 等. 基于加汉宁窗的 FFT高精度谐波检测改进算法[J]. 电力系统保护与控制, 2012, 40(24): 28-33.
WANG Liuwang, HUANG Jiancai, SUN Jianxin, et a1. An improved precise algorithm for harmonic analysis based on Hanning-windowed FFT[J]. Power System Protection and Control, 2012, 40(24): 28-33.

[13] 张红瑛, 滕召胜, 温和, 等. 九点变换改进FFT高精度谐波分析方法[J]. 电力系统及其自动化学报, 2010, 22(6): 39-43.
ZHANG Hongying, TENG Zhaosheng, WEN He, et al. Nine points' polynomial transform improved FFT for high precise harmonic analysis[J]. Proceedings of the CSU-EPSA, 2010, 22(6): 39-43.

[14] NUTTALL A H. Some windows with very good sidelobe behavior[J]. IEEE Transactions on Acoustics Speech Signal Processing,1981, 29(1): 84-91.

[15] 牛胜锁, 梁志瑞, 张建华, 等. 基于三谱线插值 FFT的电力谐波分析算法[J]. 中国电机工程学报, 2012, 32(16): 130-136.
NIU Shengsuo, LIANG Zhirui, ZHANG Jianhua, et al. An algorithm for electrical harmonic analysis based on triple-spectrum-line interpolation FFT[J]. Proceedings of the CSEE, 2012, 32(16): 130-136.

[16] 卿柏元, 滕召胜, 高云鹏, 等. 基于 Nuttall 窗双谱线插值 FFT 的电力谐波分析方法[J]. 中国电机工程学报, 2008, 28(25): 153-158.
QING Baiyuan, TENG Zhaosheng, GAO Yunpeng, et al. An approach for electrical harmonic analysis based onNuttall window double-spectrum-line interpolation FFT[J]. Proceedings of the CSEE, 2008, 28(25): 153-158.

[17] 黄冬梅, 龚仁喜, 焦凤昌, 等. 莱夫-文森特窗三谱线插值的电力谐波分析[J]. 电力系统保护与控制, 2014, 42(2): 130-136.
HUANG Dongmei, GONG Renxi, JIAO Fengchang, et a1. Power harmonic analysis based on Rife-Vincent window and triple-spectral-line interpolation[J]. Power System Protection and Control, 2014, 42(2): 130-136.

[18] 周福林, 李群湛, 解绍峰, 等. 无锁相环单相无功谐波电流实时检测方法[J]. 电工技术学报, 2010, 25(1): 178-182.
ZHOU Fulin, LI Qunzhan, XIE Shaofeng, et al. Method for single-phase reactive and harmonics currents detection without PLL[J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2010, 25(1): 178-182.

收稿日期：2014-06-11；　修回日期：2014-07-08

作者简介：

翟瑞淼(1989-)，女，硕士研究生，研究方向为电力系统继电保护；E-mail: miaohappyandhappy@163.com

英　超(1987-)，男，硕士研究生，研究方向为电力系统继电保护；

任国臣(1966-)，男，副教授，硕士研究生导师，研究方向为电力系统继电保护。

(编辑　周金梅)