

# 次同步谐振的变尺度全方位扫描 Duffing 振子检测方法

张宇辉<sup>1</sup>, 李哲<sup>1</sup>, 李天云<sup>1</sup>, 段伟润<sup>1</sup>, 汪利君<sup>1</sup>, 赵天智<sup>2</sup>

(1. 东北电力大学电气工程学院, 吉林 吉林 132012; 2. 哈尔滨供电局, 黑龙江 哈尔滨 150006)

**摘要:** 针对传统 Duffing 振子检测方法参数设定繁复、限制条件多的问题, 为了快速、准确地检测出微弱次同步谐振信号, 根据次同步谐振产生原理, 提出了一种变尺度全方位扫描 Duffing 振子次同步谐振信号检测方法。通过引入尺度系数, 实现了对大参数信号的检测; 使用全方位扫描方法, 消除检测的初相位死区。采用不同信噪比次同步谐振信号进行仿真检测, 结果表明所提方法具有检测频率范围广、抗噪性强、对检测微弱信号准确度高的优点。

**关键词:** 次同步谐振; 变尺度 Duffing 振子; 全方位扫描; 信噪比

## Subsynchronous resonance variable scale and comprehensive scanning Duffing oscillator detection method

ZHANG Yu-hui<sup>1</sup>, LI Zhe<sup>1</sup>, LI Tian-yun<sup>1</sup>, DUAN Wei-run<sup>1</sup>, WANG Li-jun<sup>1</sup>, ZHAO Tian-zhi<sup>2</sup>

(1. College of Electrical Engineering, Northeast Dianli University, Jilin 132012, China;

2. Harbin Power Supply Bureau, Harbin 150006, China)

**Abstract:** Traditional Duffing oscillator detection method is set too complicatedly and has many restrictions. In order to detect the weak subsynchronous resonance signal quickly and accurately, based on the basic principle of subsynchronous resonance, this paper presents a varying scale and comprehensive scanning Duffing oscillator subsynchronous resonance detection method. Through the introduction of the coefficient of scale, a large-parameter signal detection is achieved. By using the comprehensive scanning method, the detection dead zone of the initial phase angle is eliminated. The simulations of sub-synchronous resonance detections with different signal-to-noise ratios are conducted. Results show that the method has a wide detection frequency range, good noise immunity and high accuracy of weak signal detection.

**Key words:** subsynchronous resonance; varying scale Duffing oscillator; comprehensive scanning; signal-to-noise ratio

中图分类号: TM714

文献标识码: A

文章编号: 1674-3415(2014)14-0122-06

## 0 引言

随着电力系统发展, 电网安全问题受到人们的关注, 次同步谐振(subsynchronous resonance, SSR)是威胁发电机组安全的重要因素之一, 如果不及时消除, 将导致发电机组轴系疲劳累积甚至断裂<sup>[1-2]</sup>。大容量、远距离串补输电方式在电力系统中被大量使用, 能否避免串补电容所带来的 SSR 问题是电力工作者关注的一个重要课题<sup>[3]</sup>。

目前对 SSR 信号的主要检测方法有神经网络方法<sup>[4]</sup>、prony 算法<sup>[5-6]</sup>、近似熵<sup>[7]</sup>和小波理论<sup>[8]</sup>等方法。神经网络方法计算量过大; prony 算法的拟合结果对噪声敏感; 近似熵方法需一定信息量, 无法进行迅速判断; 小波理论方法存在测量精度和计算量之间的矛盾。

SSR 早期特征信号比较微弱, 常常被系统噪声

所淹没。Duffing 振子检测方法具有对微弱信号检测能力强、参数设定繁琐、限制条件多的特点, 本文在其基础上, 采用变尺度全方位扫描 Duffing 振子检测方法检测 SSR 信号的特征频率。

## 1 Duffing 振子的检测原理

### 1.1 基本原理

Duffing 振子的数学表达式为

$$\ddot{x} + k\dot{x}(t) - x(t) + x^3(t) = A\cos\omega t \quad (1)$$

式中:  $k$  为阻尼比;  $A$  为周期策动力;  $\omega$  为策动力角频率;  $-x(t) + x^3(t)$  为非线性恢复力。

在式 (1) 右端加入检测信号  $s(t)$  和噪声  $n(t)$ , 得

$$\ddot{x} + k\dot{x}(t) - x(t) + x^3(t) = A\cos\omega t + s(t) + n(t) \quad (2)$$

式中,  $A_d$  为振子临界幅值。

当  $s(t)$  中含有频率为  $\omega$  的分量时, 振子相图将由混沌状态变为大尺度周期状态(发生相变), 如图 1 所示。即使  $s(t)$  幅值较小, 振子相图也能够发生相变, 说明 Duffing 振子对微弱信号反映敏感。

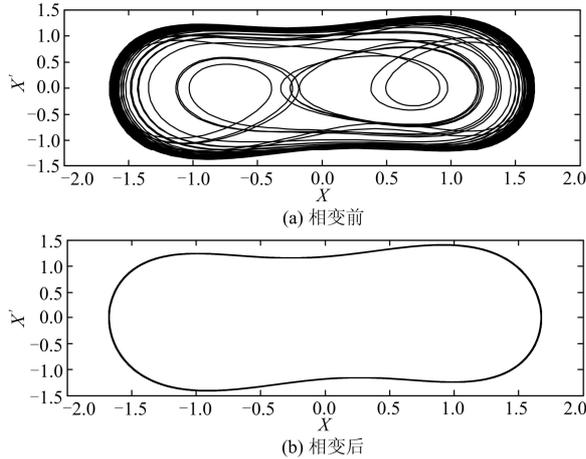


图 1 振子相图发生相变

Fig. 1 Phase transition of the oscillator phase diagram

采用 Duffing 振子检测方法具体的步骤为:

(1) 将式(2)中  $\omega$  值设定为预测值。

(2) 将检测信号输入 Duffing 振子方程, 并画出振子相图。

(3) 如果振子相图发生相变, 则表明在该检测信号中含有频率为  $\omega$  的分量。

## 1.2 Duffing 振子检测存在问题

Duffing 振子应用于实际微弱信号检测时, 存在着以下问题。

(1)  $A_d$  的取值

$A_d$  的取值由振子中的  $k$ 、 $\omega$ 、算法步长等参数和相关的相图来确定。

(2) 小参数限制

如果检测信号频率和幅值过大, 振子的响应特性将会变差甚至不发生相变。所以, 要求检测信号应满足小参数条件。

(3) 初相位的影响

检测信号初相位的不同取值对检测结果产生一定的影响<sup>[9]</sup>。

实际的 SSR 信号一般不满足传统 Duffing 振子检测方法对检测信号的要求, 限制了该方法在实际工程中的应用。

## 2 SSR 与变尺度全方位扫描 Duffing 振子检测方法

### 2.1 SSR 产生机理

为了充分利用电力网络的输电资源, 远距离、

大电源经常采用串补电容输电方式<sup>[10]</sup>。在扰动作用下, 电容与回路中的电感发生谐振, 谐振频率  $f_{er}$  由式 (3) 确定。

$$f_{er} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = f_0 \sqrt{\frac{X_C}{X_L}} = f_0 \sqrt{K_C} \quad (3)$$

式中:  $f_0$  对应的是同步频率;  $X_C$  为线路中串联电容总容抗;  $X_L$  为发电机、变压器、线路及负载的总感抗;  $K_C$  为串联电容器补偿度, 一般情况下  $K_C < 1$ <sup>[11]</sup>。

当发电机组轴系出现频率为  $f_m$  的扰动动时, 将在定子感应出次同步频率 ( $f_0 - f_m$ ) 和超同步频率 ( $f_0 + f_m$ ) 电流信号,  $f_m$  为发电机组轴系某一自然扭振频率。

如果  $f_{er}$  与次同步频率 ( $f_0 - f_m$ ) 相等, 则  $f_{er}$  对轴系中频率为  $f_m$  的振动产生负阻尼转矩。一旦这种负阻尼转矩超过了机械和电磁振荡的各种阻尼和电阻上的功耗时, 轴系将发生增幅性振动, 进而加剧轴系各部分之间的相对运动, 对其造成严重伤害。

### 2.2 变尺度方法

采用变尺度方法能够有效地解决传统 Duffing 振子检测  $A_d$  的取值和小参数限制问题。

对于角频率为  $\omega_s$  的检测信号  $s(t)$ , 采样频率为  $f_s$ , 对应的计算步长为  $1/dt$ , 而引入时间尺度系数  $m$  后, 对应的计算步长变为

$$dt' = m dt = m / f_s \quad (4)$$

信号在时间尺度增大了  $m$  倍后, 其频谱被压缩为原来的  $\frac{1}{m}$ , 如果选择尺度系数  $m = \omega_s$ , 则检测信号的角频率被压缩为 1 rad/s。

改变计算步长后, 只需要确定出式 (2) 在  $\omega = 1$  rad/s 时  $A_d$  的数值, 能够实现利用一组参数对任意频率信号的检测。

如果检测信号的幅值较大, 在估计其强度后, 采用线性压缩的方法将幅值压缩至一定范围。

### 2.3 全方位扫描方法

为了消除初相位对检测的影响, 首先将式 (2) 改写为

$$x'' + kx'(t) - x(t) + x^3(t) = A_d \cos t + [h \cos(t + \varphi) + n(t)] \quad (5)$$

式中:  $\varphi$  为检测信号的初相位;  $h$  为检测信号幅值。对式 (5) 进行简化得到

$$\dot{x} + k\dot{x}(t) - x(t) + x^3(t) = \sqrt{A_d^2 + 2A_d h \cos\varphi + h^2} \times \cos(t + \theta) \quad (6)$$

式中,  $\theta = \arctan[h \sin\varphi / (A_d + h \cos\varphi)]$ , 其取值对 Duffing 系统的临界幅值的确定不产生影响。当  $\sqrt{A_d^2 + 2A_d h \cos\varphi + h^2} > A_d$ , 初相位  $\varphi \in [-\arccos(\frac{-h}{2A_d})^\circ, \arccos(\frac{-h}{2A_d})^\circ]$  时, 振子相图才能发生相变; 如果初相位  $\varphi$  不在此范围内, 振子相图不能发生相变。

将式(5)中右端第二项前+号改为-号, 得到

$$x'' + kx'(t) - x(t) + x^3(t) = A_d \cos t - [h \cos(t + \varphi) + n(t)] \quad (7)$$

此式能够检测信号的初相位范围为  $\varphi \in [-180^\circ, -\arccos(\frac{h}{2A_d})^\circ] \cup [\arccos(\frac{h}{2A_d})^\circ, 180^\circ]$

当  $h \in [0, 2A_d]$  时, 利用式(5)和式(7)实现了在任何初相位检测信号下, Duffing 振子都能做出正确的判断, 消除了初相位死区, 称之为全方位扫描法。

变尺度方法解决了传统 Duffing 振子检测关于  $A_d$  的取值和小参数限制问题, 而全方位扫描法则消除了初相位带来的检测死区。

### 3 变尺度全方位扫描 Duffing 振子的 SSR 检测步骤

(1) 设定时间变换尺度系数  $m = \omega_n$ ,  $\omega_n = 2\pi f_n$ ,  $f_n$  为已知的同步发电机轴系的某一个自然扭振频率。

(2) 提取特征信号, 对信号进行线性压缩, 将其强度降低到允许范围内。

(3) 对特征信号采用变尺度全方位 Duffing 振子检测, 如果振子相图发生相变, 表明发电机组发生了次同步谐振 SSR。

### 4 仿真验证

#### 4.1 仿真实例

采用 IEEE 第二基准 SSR 标准模型<sup>[12]</sup>进行仿真, 如图 2 所示。

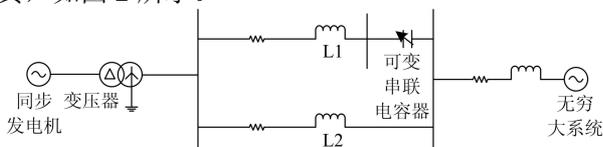


图 2 系统接线图

Fig. 2 System wiring diagram

图 2 中同步发电机轴系模型由多个质量模块构成<sup>[13-14]</sup>, 如图 3 所示。三个质量模块之间的一阶自然扭振频率分别为为 24.6 Hz 和 32.8 Hz, 为检测 24.6 Hz 的频率成分, 电气谐振频率  $f_{er}$  确定为

$$f_{er} = f_0 - f_n = 60 - 24.6 = 35.4 \text{ (Hz)} \quad (8)$$



图 3 发电机轴系模型

Fig. 3 Generator shaft model

利用式(3)计算出补偿度  $K_c \approx 0.59$ 。1 s 时发电机产生功角扰动, 大小为  $5^\circ$ , 持续 0.1 s, 采样频率  $f_s = 10\ 000$  Hz, 转子转速信号为特征信号, 如图 4 所示。

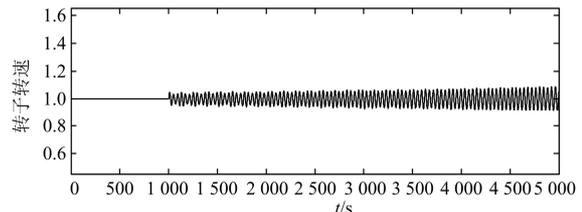


图 4 转子转速时域图

Fig. 4 Rotor speed graph in time domain

图 4 表明, 在发电机发生小扰动后, 发电机组发生了次同步谐振, 转速信号为增幅性振荡, 此时的信号是较为微弱的。

图 4 是在理想条件下测得的转速信号波形。为了模仿实际现场 SSR 早期特征信号, 只提取电机发生扰动后 2 s 内的转速信号, 并加入高斯白噪声。

信噪比定义为

$$SNR = 10 \lg(\psi_s^2 / \psi_n^2) \text{ (dB)} \quad (9)$$

式中,  $\psi_s^2$  和  $\psi_n^2$  分别为待测信号和噪声信号的均方值。

在加入信噪比为  $SNR = -10$  (dB) 的高斯白噪声后, 转子转速如图 5 所示。

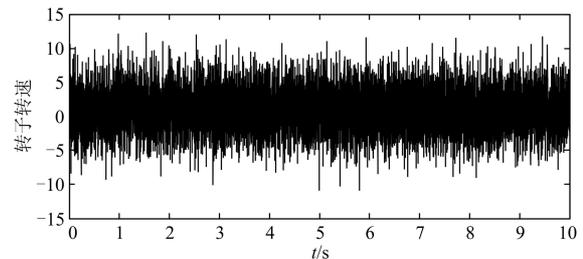


图 5 加入噪声后转子转速

Fig. 5 Rotor speed of adding noise

在强噪声条件下, 直接从特征信号中无法看出发电机组是否发生了 SSR 现象。

按照变尺度全方位扫描 Duffing 振子的检测方法, 得到振子相图如图 6 所示。

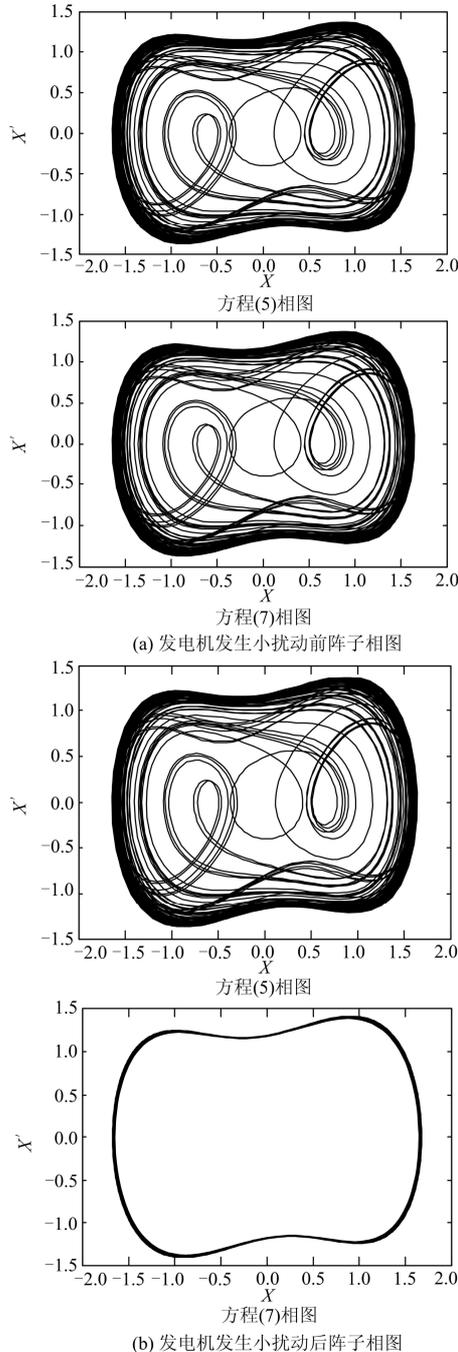


图 6 采用变尺度全方位 Duffing 振子方法得到的相图

Fig. 6 Phase diagram gotten by variable scale and comprehensive scanning Duffing oscillator method

图 6 (b) 中方程 (7) 的相图发生了相变, 验证了变尺度全方位 Duffing 振子检测方法有效地检测出了 SSR 信号。

## 4.2 检测方法的性能研究

### 4.2.1 有效性

分别采用传统 Duffing 振子检测方法、变尺度 Duffing 振子检测方法和变尺度全方位扫描 Duffing 振子检测方法检测信号, 结果如表 1 所示。

表 1 三种方法的检测结果对比

Table 1 Comparative test results of the three methods

检测方法	检测信号性质			能否检测 出信号
	初相位	频率/Hz	幅值	
传统 Duffing 振子检测方 法	0°	1 000	5×10 <sup>-5</sup>	动力学术 能被破 坏, 无法 进行检测
	60°	1 000	5×10 <sup>-5</sup>	
	120°	1 000	5×10 <sup>-5</sup>	
	180°	1 000	5×10 <sup>-5</sup>	
	240°	1 000	5×10 <sup>-5</sup>	
	300°	1 000	5×10 <sup>-5</sup>	
变尺度 Duffing 振子 检测方法	0°	1 000	5×10 <sup>-5</sup>	能
	60°	1 000	5×10 <sup>-5</sup>	
	120°	1 000	5×10 <sup>-5</sup>	
	180°	1 000	5×10 <sup>-5</sup>	
	240°	1 000	5×10 <sup>-5</sup>	
	300°	1 000	5×10 <sup>-5</sup>	
变尺度全方 位 Duffing 振 子检测方法	0°	1 000	5×10 <sup>-5</sup>	能
	60°	1 000	5×10 <sup>-5</sup>	
	120°	1 000	5×10 <sup>-5</sup>	
	180°	1 000	5×10 <sup>-5</sup>	
	240°	1 000	5×10 <sup>-5</sup>	
	300°	1 000	5×10 <sup>-5</sup>	

由表 1 可知, 变尺度全方位方法具有对微弱信号的敏感性, 又有效地消除了待测信号频率和初相位对检测结果的影响。

### 4.2.2 抗噪性

不同信噪比条件下分别进行变尺度全方位 Duffing 振子检测, 表 2 为具体的检测结果。

表 2 不同信噪比条件下变尺度全方位 Duffing 振子检测结果

Table 2 Detection results of variable scale and comprehensive scanning Duffing oscillator detection method under different SNR

采样频率/Hz	采样点数	SNR/dB	能否检测出信号
10 000	20 000	0	能
10 000	20 000	-10	能
10 000	20 000	-20	能
10 000	20 000	-30	能
10 000	20 000	-40	能
10 000	20 000	-45	不能

从表 2 可知, 变尺度全方位扫描 Duffing 振子检测方法具有很强的抗噪性能, 当信噪比达到-40 dB 时, 方法依然有效。目前时域方法处理信号的最低信噪比门限只有-10 dB<sup>[15]</sup>。

#### 4.2.3 准确性

最大误差率定义为

$$\text{最大误差率} = \left( \frac{\text{最大测量误差}}{\text{精确值}} \right) \times 100\% \quad (10)$$

变尺度全方位 Duffing 振子方法在不同采样时间内的检测, 精度如表 3 所示。

表 3 变尺度全方位 Duffing 振子方法在不同采样时间内的检测结果

Table 3 Detection results of variable scale and comprehensive scanning Duffing oscillator detection method in different time

检测信号频率/Hz	采样频率/Hz	采样时间/s	采样点数	最大误差率/%
24.6	10 000	0.5	5 000	6
24.6	10 000	1	10 000	2.4
24.6	10 000	2	20 000	1.2
24.6	10 000	4	40 000	0.45

由表 3 可以看出变尺度全方位 Duffing 振子检测方法根据较短的数据长度便能达到较高精度, 实时性好。

必须指出: 阻尼比  $k$  越大, 表示系统的阻尼特性越强。经过大量仿真确定: 当  $k \in [0, 0.5]$  时, 检测精度会随  $k$  增大。但是当  $k$  大于 0.5 时, 其动力学性能会发生改变, 不适合于信号检测, 故本文取  $k = 0.5$ 。

混沌振子相图发生相变需要一个过程, 如果数据长度过短, 无法准确描绘振子完整的动力学行为, 降低测量精度, 如表 3 所示; 但数据长度的增加会降低检测方法的实时性。本文在兼顾检测精度与实时性考虑时, 选择的采样数据时间窗为 2 s, 即数据长度为 20 000 点。

## 5 结论

(1) 采取时间尺度变换和幅值压缩措施, 克服了传统方法对检测信号频率和幅值的限制, 实现了对大参数信号的检测, 减小了计算量, 提高了检测速度。

(2) 采用全方位扫描方法, 增加 Duffing 振子方程个数, 使检测范围从初相角为  $[-\arccos(\frac{-h}{2A_d})^\circ,$

$\arccos(\frac{-h}{2A_d})^\circ]$  的信号扩大到  $[0^\circ, 360^\circ]$  的信号, 消

除检测信号初始相位的检测死区。

(3) 变尺度全方位 Duffing 振子检测方法抗噪性强, 在信噪比为-40 dB 条件下也能够正确地检测出次同步谐振 SSR 早期特征信号。

(4) 变尺度全方位 Duffing 振子检测方法在发电机发生小扰动时依然具有较好的检测效果, 证明其对微弱信号敏感性强、检测精度较高, 具有一定应用价值。

## 参考文献

- [1] 刘世宇, 谢小荣, 王仲鸿. 我国火电基地串补输电系统的次同步谐振问题[J]. 电网技术, 2008, 32(1): 5-8.  
LIU Shi-yu, XIE Xiao-rong, WANG Zhong-hong. SSR problem in compensated transmission system of thermal power bases in China[J]. Power System Technology, 2008, 32(1): 5-8.
- [2] 李天云, 于海峰, 任慧超, 等. TLS-ESPRIT 算法在次同步谐振在线监测中的应用[J]. 电力系统保护与控制, 2011, 39(12): 37-41.  
LI Tian-yun, YU Hai-feng, REN Hui-chao, et al. TLS-ESPRIT algorithm's application in sub-synchronous resonance on line monitoring[J]. Power System Protection and Control, 2011, 39(12): 37-41.
- [3] ANDERSON P M, FARMER R G. 电力系统串联补偿[M]. 北京: 中国电力出版社, 2008: 158-194.  
ANDERSON P M, FARMER R G. Series compensated power system[M]. Beijing: China Electric Power Press, 2008: 158-194.
- [4] 董青迅, 李兴源, 张淼, 等. 基于人工神经网络的次同步谐振监测方法[J]. 电力系统保护与控制, 2011, 39(9): 21-25.  
DONG Qing-xun, LI Xing-yuan, ZHANG Miao, et al. Monitoring methodology of sub-synchronous resonance Based on artificial neural network[J]. Power System Protection and Control, 2011, 39(9): 21-25.
- [5] 方芳, 杨士元, 侯新国, 等. Zoom-Prony 方法及其在转子断条故障严重程度定量估算中的应用[J]. 电工技术学报, 2009, 24(10): 176-182.  
FANG Fang, YANG Shi-yuan, HOU Xin-guo, et al. Zoom-Prony's method and its application in quantitative evaluation of induction machine rotor broken-bar fault[J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2009, 24(10): 176-182.
- [6] 董青迅, 李兴源, 穆子龙, 等. 基于 Prony 算法的次同步谐振检测方法[J]. 电力系统及其自动化学报, 2012,

- 24(2): 1-4.  
DONG Qing-xun, LI Xing-yuan, MU Zi-long, et al. New method for detection of subsynchronous resonance based on Prony algorithm[J]. Proceedings of the CSU-EPSA, 2012, 24(2): 1-4.
- [7] 董青迅, 李兴源, 穆子龙, 等. 基于近似熵的次同步谐振检测方法[J]. 电网技术, 2011, 35(11): 103-106.  
DONG Qing-xun, LI Xing-yuan, MU Zi-long, et al. A new approximate entropy-based method to detect subsynchronous resonance[J]. Power System Technology, 2011, 35(11): 103-106.
- [8] 张昊, 石铁洪, 刘沛. 基于双正交小波和复小波的次同步谐振检测方法[J]. 中国电机工程学报, 2001, 21(3): 12-15.  
ZHANG Hao, SHI Tie-hong, LIU Pei. The detection of torsional oscillation based on the bi-orthogonal wavelet and complex wavelet[J]. Proceedings of the CSEE, 2001, 21(3): 12-15.
- [9] 赖志慧, 冷永刚, 孙建桥, 等. 基于 Duffing 振子的变尺度微弱特征信号检测方法研究[J]. 物理学报, 2012, 61(5): 1-9.  
LAI Zhi-hui, LENG Yong-gang, SUN Jian-qiao, et al. Variable metric based on Duffing oscillator weak characteristic signal detection method research[J]. Acta Physica Sinica, 2012, 61(5): 1-9.
- [10] 高本锋, 肖湘宁, 赵成勇, 等. 混合串联补偿装置抑制次同步谐振的研究[J]. 电工技术学报, 2010, 25(11): 142-147.  
GAO Ben-feng, XIAO Xiang-ning, ZHAO Cheng-yong, et al. Study of hybrid series compensator on sub-synchronous resonance damping[J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2010, 25(11): 142-147.
- [11] 向玲, 杨世锡, 唐贵基. 次同步谐振下机组轴系弯扭振动信号分析[J]. 振动、测试与诊断, 2011, 31(2): 233-236.  
XIANG Ling, YANG Shi-xi, TANG Gui-ji. Subsynchronous resonance vibration signal analysis of shafting bending and twisting under unit[J]. Journal of Vibration, the Measurement and Diagnosis, 2011, 31(2): 233-236.
- [12] IEEE subsynchronous resonance working group of the dynamic system performance subcommittee power system engineering committee. second benchmark model for computer simulation of subsynchronous resonance[J]. IEEE Trans on Power Apparatus and Systems, 1985, 104(5): 1057-1066.
- [13] 李伟, 肖湘宁, 赵洋. 无功发生源抑制次同步振荡的机理分析[J]. 电工技术学报, 2011, 26(4): 168-174.  
LI Wei, XIAO Xiang-ning, ZHAO Yang. Mechanism analysis of static var source depressing subsynchronous oscillations[J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2011, 26(4): 168-174.
- [14] 和鹏, 白菲菲, 张鹏, 等. 电力系统次同步振荡轴系模型研究[J]. 电力系统保护与控制, 2012, 40(4): 107-112.  
HE Peng, BAI Fei-fei, ZHANG Peng, et al. Shaft models of subsynchronous oscillation in power system[J]. Power System Protection and Control, 2012, 40(4): 107-112.
- [15] 聂春燕, 石要武. 基于互相关检测和混沌理论的弱信号检测方法研究[J]. 仪器仪表学报, 2001, 21(1): 32-35.  
NIE Chun-yan, SHI Yao-wu. The reaserch of weak signal detection based on cross-orrelation and chaos theory[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2001, 21(1): 32-35.

收稿日期: 2013-10-13; 修回日期: 2013-12-04

作者简介:

张宇辉(1962-), 男, 副教授, 硕士生导师, 从事自动控制理论和信号处理在电力系统中的教学研究工作;

李哲(1988-), 男, 通信作者, 硕士研究生, 研究方向为信号处理在电力系统中的应用; E-mail: 827913467@qq.com

李天云(1945-), 男, 教授, 硕士生导师, 主要研究方向为自动控制理论、信号处理和非线性理论在电力系统中的应用。