

一种基于广义逆的电流互感器励磁特性分析方法

王一清^{1,2}, 阮江军¹, 杨志强²

(1. 武汉大学电气工程学院, 湖北 武汉 430072; 2. 徐州供电公司, 江苏 徐州 221005)

摘要: 电流互感器出厂时提供的伏安曲线大多只覆盖 5~200 mA 这段低励磁电流区间, 难以据此评估大倍数一次电流时的电流传变特性。采取简单指数函数拟合伏安数据, 提出用 Moore-Penrose 逆方法对指数函数进行参数辨识。针对直接辨识产生的较大拟合误差, 将数据取值间隔规律化并用线性或样条插值填充数据的方法对原始数据进行预处理, 可降低辨识过程中非线性因素的影响, 改善拟合精度。以饱和起始点的励磁电压作为参考, 通过归一化处理能降低所需辨识的参数空间的维数, 从而简化计算。根据辨识得到的拟合函数可方便地求出满足 10% 误差要求的电流互感器二次负载的允许上限值曲线, 该曲线可用于检验电流互感器的二次负载是否与其励磁特性相匹配。

关键词: 电流互感器; 伏安曲线; 励磁特性; 广义逆; 10% 误差曲线

A method to analyze the excitation characteristics of current transformer based on Moore-Penrose inverse algorithm

WANG Yi-qing^{1,2}, RUAN Jiang-jun¹, YANG Zhi-qiang²

(1. School of Electrical Engineering, Wuhan University, Wuhan 430072, China;

2. Xuzhou Power Supply Company, Xuzhou 221005, China)

Abstract: Because of the voltage-ampere curve offered by manufacturer, mostly covering the low excitation current area ranging from 5 to 200 mA, it is difficult to assess the working performance of current transformer when its primary current reaches high times of the rated value. This paper takes a simple exponent function to approach the original excitation curve and recognizes the parameters of the exponent function by pseudo-inverse algorithm. But, without data pretreatment, the parameters recognized by Moore-Penrose method will produce a big fitting error. Through regularizing the sampling interval of argument and filling few of dependent variables by linear or spline interpolation to pretreat the raw data, the influence of the nonlinear factor in recognition process is depressed and the fitting accuracy is improved. Then using the starting saturation point of excitation voltage as the reference, the dimension of parameter space which needs to be recognized can be reduced by normalized operation, and the calculation is correspondingly simplified. On the basis of fitting function gotten by recognition, it is easy to draw the limitation curve of secondary load of current transformer under the 10% error desire. The curve is helpful to judge whether the given current transformer's secondary load matches its excitation characteristics.

Key words: current transformer; voltage-ampere curve; excitation characteristics; generalized-inverse; 10% error curve

中图分类号: TM76 文献标识码: A 文章编号: 1674-3415(2011)06-0090-05

0 引言

电流互感器是重要的一次电气设备, 负责将一次系统的大电流按比例转换为可被继电保护装置采样的二次小电流、供监控显示、电能计量和保护判断之用。按照不同的使用目的, 电流互感器(以后简称 CT)分为计量 CT、测控 CT 和保护 CT。不同类型的 CT, 对其测量精度、抗饱和能力均有不同的要求。譬如: 计量 CT 的精度一般为 0.2S 级, 测

控 CT 的精度一般为 0.5 级, 这两种 CT 在一次通过大电流时易于饱和; 而对于保护 CT, 则要求其在规定的大倍数电流情况下、最大相对误差必须 $\leq 5\%$ 或 $\leq 10\%$, 即应该具有很强的抗饱和能力。由于目前的 CT 大多仍采取电磁式结构, 而 CT 铁芯在大励磁电流的情况下将出现磁路饱和, 此时, 有相当一部分磁通不再经由 CT 铁芯构成闭合回路、漏磁现象严重, 励磁阻抗大幅下降, 励磁电流急剧增加, 一次与二次的传变关系不再保持线性关系、而呈现

非线性特征。本文将着重讨论保护 CT 的励磁特性, 利用较少的励磁数据拟合出 CT 的整体励磁曲线, 并给出在不同工作电流情况下与 CT 负载能力相匹配的二次回路阻抗上限。

1 CT 铁芯饱和时的电流传变特性

当 CT 一次侧通过比额定电流大得多的电流时, 铁芯发生饱和, 此时 CT 铁芯内的磁通不再随着一次电流线性变化, 即, 在一次电流的瞬时幅值超过一定的数值后、CT 铁芯内的磁通密度将维持一个饱和的水平, 此时二次侧电流几乎为零。针对这种残缺的非正弦二次电流波形, 根据其畸变特征提出了各种各样的判别方法, 譬如, 磁化曲线补偿法^[1], 基于衰减速度的二次电流下降法^[2]、谐波制动法^[3]、导数法^[4]等, CT 饱和时的电流传变特性如图 1 所示。

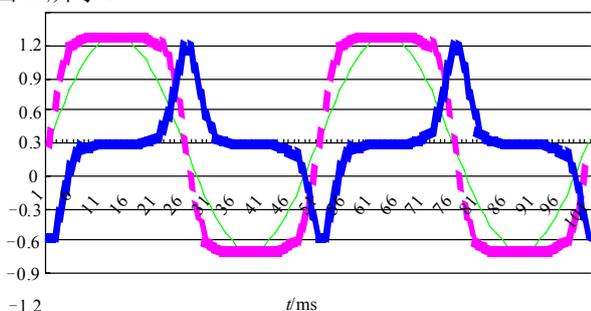


图 1 CT 铁芯饱和时一、二次侧电流波形示意图

Fig.1 Waveforms of the primary and secondary current during current transformer saturation

图中细实线表示一次侧电流、虚线表示铁芯中的磁通、粗实线表示二次侧电流。显然, 当一次电流远超额定电流时, 铁芯发生磁饱和, 磁通表现为平顶波, 期间二次电流出现间断; 一次电流在过零点附近, 铁芯退出饱和状态, CT 重新输出二次电流。深度饱和时, 二次电流每个周期的输出时间很短、只有 3~4 ms, 对应的有效值也大幅下降。对于继电保护装置而言, 应该能有效识别这种过励磁情况、避免保护装置误动。

选择大变比和大容量的电流互感器可以直接增加抗饱和的能力, 而对于既定的一次设备, 如何根据其现有的容量和伏安特性曲线校核二次回路的负载阻抗, 以使 CT 的负载阻抗与 CT 自身励磁特性相匹配、确保 CT 的传变误差控制在预定范围 (一般是 10%) 之内, 是实践中更具有实际意义的做法。理论上, 由给定伏安特性曲线完全能够确定相应励磁电流所对应的励磁阻抗、从而得出二次回路负载阻抗的上限值。遗憾的是, 设备制造厂家提供的 CT

伏安特性曲线只有 3~6 个数据、且只覆盖低励磁区域的较窄范围, 不能从中得出大励磁电流对应的 CT 励磁阻抗, 也就难以给出二次回路负载的上限。

2 基于 Moore-Panrose 逆的曲线拟合方法

根据电工理论, 电流互感器的一次侧和二次侧之间的电磁耦合过程可以用图 2 的等效电路表示。

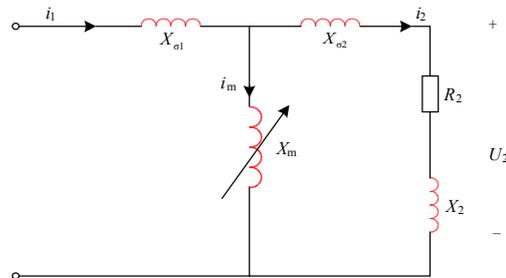


图 2 电流互感器等效电路

Fig.2 Equivalent circuit of the current transformer

图中: $X_{\sigma 1}$ 、 $X_{\sigma 2}$ 和 X_m 分别表示一次漏磁抗、二次漏磁抗和励磁电抗; R_2 和 X_2 为二次回路的阻抗。值得注意的是, 当 CT 铁芯中磁通密度不断增大时, 其励磁阻抗 X_m 不是一个恒定值、而是随着磁密的增大而呈现下降的趋势。若忽略一次漏抗 $X_{\sigma 1}$ 和二次漏抗 $X_{\sigma 2}$, CT 伏安特性就是用电源替代 R_2 和 X_2 支路得到的 CT 励磁曲线、表征了励磁电抗的实际变化情况。

现有苏北某 500 kV 变电站一组 500 kV 电流互感器, 变比为 2×1000/1, 其伏安特性数据如表 1 所示。

表 1 参数为 20 VA、5P30 次级、2000/1A 的 CT 励磁数据
Tab.1 Excitation data of CT with such parameters as 20 VA, 5P30, 2000/1A

励磁电流 i / mA	5	10	30	50	100
励磁电压 u / V	600	1 120	1 220	1 240	1 290

可以看出, CT 的励磁电压 u 随着励磁电流 i 的增大亦呈增加的趋势, 具有起始阶段陡峭、饱和阶段平缓的幂函数特征。针对这种非线性励磁曲线可以采取非线性规划的方法进行拟合, 但是, 拟合结果包含反正切函数^[5], 本文将采取更为简单的幂函数形式进行逼近

$$u = A \cdot i^k \quad (1)$$

式 (1) 中指数 k 为励磁曲线的硬度, k 值越小, 则励磁曲线越陡, 表示铁芯越容易饱和; A 表示 CT 铁芯深度饱和时的励磁电抗两端的励磁电压。

若用式 (1) 拟合表 1 中的数据, 则需要确定系数 k 和 A 的数值。实际上, 式 (1) 不能直接转化

为以 k 和 A 为未知数的线性方程组。另外，表 1 中有 4 组数据，而方程组只有 k 和 A 两个未知数，通常这是一个矛盾方程组，没有符合条件的相容解，只能寻求使误差尽可能小的最优解。求这种最优解可以通过计算这个矛盾方程组的常系数矩阵的广义逆（此处取的广义逆为 Moore-Penrose 逆）得到。

根据矩阵理论，一个复矩阵 A 的 Moore-Penrose 逆定义为：若 $A \in C^{s \times n}$ ， $G \in C^{n \times s}$ ，且满足以下等式

$$\begin{cases} AGA = A \\ GAG = G \\ (AG)^H = AG \\ (GA)^H = GA \end{cases} \quad (2)$$

其中： $(\cdot)^H$ 表示矩阵 (\cdot) 的复共轭转置矩阵；则认为 G 是 A 的广义逆、即 Moore-Penrose 逆（简称 MP 逆），记为 A^+ 。

矩阵 MP 逆的求法。对于上述复矩阵 A ，若 $r(A) = r \geq 1$ ，已经 A 的满秩分解为 $A = BC$ ，其中 B 和 C 分别为 $s \times r$ 和 $r \times n$ 矩阵。则：

$$A = C^H(CC^H)^{-1}(B^H B)^{-1} B^H \quad (3)$$

特别，当 A 是列满秩矩阵，即 $r(A) = n$ ，根据有关矩阵定理^[6]，则存在

$$A^+ = (A^H A)^{-1} A^H \quad (4)$$

考虑到试验数据可能带有一定的测量误差，同时也为了验证本文提供的算法具有良好的抗噪能力，下面通过对一组含白噪声的、具有幂指数特征的数据进行参数辨识，来验证广义逆算法的有效性。具体验算过程借助 Matlab 仿真软件进行。对于式

(1) 的幂指数函数，任意指定系数 A 和 b 的值（此处 A 和 b 分别取 7 和 0.328，即， $u = 7 \times i^{0.328}$ ），用 rand（）函数产生在 [0,1] 区间均匀分布的数列、并作去均值处理和幅值调整后作为噪声序列，将两者相加作为含噪数据，然后用 MP 逆算法进行参数辨识。为了能够运用 MP 逆这样的线性代数方法，需要将式 (1) 转化为关于带求参数 A 和 b 的线性方程组。将式 (1) 两边取对数

$$\ln u = \ln(A \cdot i^k) = \ln A + k \cdot \ln i \quad (5)$$

式中， $\ln A$ 和 k 为待求的两个未知数，令 $\ln A = b$ ，并将含噪数据序列带入式 (5) 就得到了一组关于 b 和 k 的线性方程组。在由式 (5) 生成的矩阵方程等式左侧乘以等式右侧的系数矩阵的广义逆即可解出 b 和 k 。参数辨识的结果如图 3 所示。

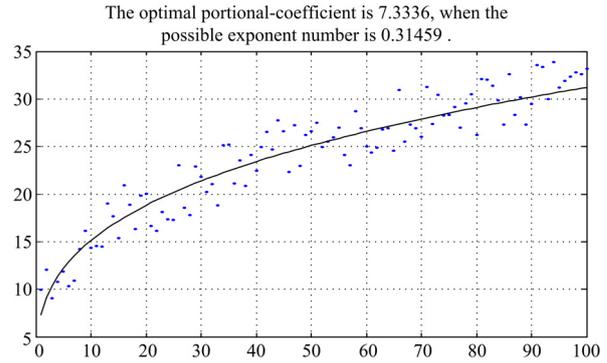


图 3 含严重噪声污染的指数序列参数辨识结果

Fig.3 Recognition for the exponent sequence confused by heavy noise background

图 3 中，参数辨识的结果为 $A = 7.3336$ ， $k = 0.31459$ 。可见，在噪声背景较强的情况下，利用 Moore-Penrose 逆算法得到的参数辨识结果仍然很接近真值。

3 仿真分析

以表 1 所列数据为例。不难看出，当励磁电流 i 达到 10 mA 以后 CT 就开始出现了饱和的迹象，即，励磁电压 u 不再随着励磁电流 i 线性增长，两者之间为强烈的非线性关系。为了能使用广义逆算法，首先需要把问题表达为一组线性方程组。如果采取式 (1) 的函数形式进行拟合（实际上，对于给定的数据集合，可以根据其变化趋势采取不同的函数进行逼近，只是计算过程的简繁和计算结果精度会有所不同），将表 1 中的 5 组数据分别带入式 (5)，得

$$\begin{pmatrix} \ln u_1 \\ \ln u_2 \\ \vdots \\ \ln u_5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & \ln i_1 \\ 1 & \ln i_2 \\ \vdots & \vdots \\ 1 & \ln i_5 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \ln A \\ k \end{pmatrix} \quad (6)$$

记为

$$U = I \cdot C \quad (7)$$

$_{5 \times 1}$ $_{5 \times 2}$ $_{2 \times 1}$

其中

$$U = \begin{pmatrix} \ln u_1 \\ \ln u_2 \\ \vdots \\ \ln u_5 \end{pmatrix}; \quad I = \begin{pmatrix} 1 & \ln i_1 \\ 1 & \ln i_2 \\ \vdots & \vdots \\ 1 & \ln i_5 \end{pmatrix}; \quad C = \begin{pmatrix} \ln A \\ k \end{pmatrix}$$

式 (7) 两边同时乘矩阵 I 的 MP 逆，有

$$I^+ \cdot U = I^+ \cdot I \cdot C = C \quad (8)$$

于是可以得到 $\ln A$ 和 k ，也就求出了形如式 (1) 的拟合函数的系数 A 和 k 。

遗憾的是, 直接采取上述算法的拟合结果并不理想, 如图 4 中虚线所示。文中第 2 部分已经证明了广义逆算法的有效性; 那么, 是什么原因导致了这样的拟合误差呢? 这可以从表 1 所列数据的取值方式得到解释: 因为自变量——励磁电流 i 的取值间隔不等, 原始数据取值间隔的非线性造成了上述线性运算过程不能有效地逼近原始的真实模型。在实际运用中, 可以采取将自变量等间隔化的方法达到是问题线性化的目的。譬如, 可以将本例中励磁电流 i 和励磁电压 u 的取值调整如表 2。

表 2 调整采样间隔后的伏安特性数据

Tab.2 The voltage-ampere data obtained from adjusting the sampling interval of the excitation current

励磁电流 i / mA	5	10	20	40	80
励磁电压 u / V	600	1 120	1 170	1 230	1 270

表 2 中励磁电压 u 的取值可由表 1 中的数据线性插值得到。再对自变量 i 取自然对数、并通过适当位移使其接近零, 则得到如表 3 的一组数据。

表 3 自变量坐标对数化处理后的 CT 励磁数据

Tab.3 Excitation data of CT with lognormal argument coordination

自变量 $x = \ln i - c$	0.004 4	0.697 6	1.390 7	2.083 9	2.777 0
因变量 $y = u$	600	1 120	1 170	1 230	1 270

其中, 自变量的位移量 c 在本例中取 1.605。

将表 3 中的 x_n 和 y_n 分别替换式 (6) 中的 i_n 和 u_n , $n = 1, 2, \dots, 5$, 可以计算出系数矩阵 C , 进而得出系数 $A = e^{7.0352} \approx 1 136$, $k \approx 0.116 9$ 。则励磁电流 i 和励磁电压 u 的最终关系为

$$u = y = A \cdot x^k = 1136 \times \ln^{0.1169}(\ln i - 1.605) \quad (9)$$

拟合结果如图 4 中的实线所示。

The optimal portional-coefficient is 1135.9428, when the possible exponent number is 0.11694.

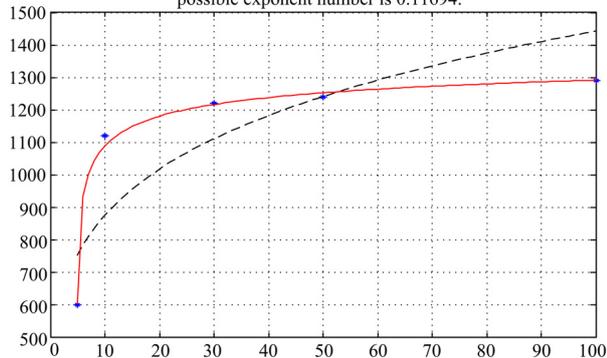


图 4 CT 励磁曲线的直接拟合和间接拟合结果

Fig.4 Both results of direct and indirect fitting for the excitation curve of CT

如果将刚进入饱和态的励磁电压 $u_{饱和} = 1 136$ V 作为参考尺度、对因变量 u 进行单位化处理, 则系数 $A \approx 1$, 此时只需求解 k 即可。式 (6) 就简化为:

$$\begin{pmatrix} \ln u_1 / u_{饱和} \\ \ln u_2 / u_{饱和} \\ \vdots \\ \ln u_5 / u_{饱和} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \ln(\ln i_1 - c) \\ \ln(\ln i_2 - c) \\ \vdots \\ \ln(\ln i_5 - c) \end{pmatrix} \cdot (k) \quad (10)$$

由于 I 从一个矩阵退化一个非零实列向量, 根据式 (4), 有

$$I^+ = \begin{pmatrix} \ln(\ln i_1 - c) \\ \ln(\ln i_2 - c) \\ \vdots \\ \ln(\ln i_5 - c) \end{pmatrix}^+ = \frac{1}{\sum_{n=1}^5 \ln^2(\ln i_n - c)} [\ln(\ln i_1 - c) \ \dots \ \ln(\ln i_5 - c)] \quad (11)$$

结合式 (10) 和式 (11) 有

$$k = \frac{1}{\sum_{n=1}^5 \ln^2(\ln i_n - c)} \cdot \sum_{n=1}^5 [(\ln(\ln i_n - c)) \cdot \ln \frac{u_n}{u_{饱和}}] \quad (12)$$

值得指出的是, 起始饱和电压 $u_{饱和}$ 和位移量 c 的选取对最终的计算精度有影响。当 $u_{饱和}$ 数值愈接近真实的起始饱和电压, 则整体的拟合精度就愈高, 其初值不难通过观察得到; c 可以取线性区中最小励磁电流数据的对数作为初始估计值。 $u_{饱和}$ 和 c 的寻优可以在其初值的领域采取随机搜索法^[7]或其他算法进行优化。

保护用 CT 绕组在正常负荷下的传变精度不如测量级绕组高, 但是, 在系统故障时, 一次通过 n 倍额定电流时, 要求其电流传变最大误差限值不超过 $\pm 10\%$, 电流倍数 n 与互感器二次允许最大负荷阻抗 Z_{21} 的关系 $n = f(Z_{21})$ 就是在继电保护中有着重要运用的 10% 误差曲线。对于表 1 中的 CT 励磁数据, 设一次短路电流 i_1 为 30 倍的额定电流, 理想 CT 的二次侧电流 i_2 应该为 30 A。由图 1 可知, 由于存在励磁电抗支路, 实际得到的二次侧电流 < 30 A。若以铭牌的 5P30 为依据, 则二次侧电流 i_2 应该为 $30 \times (1 - 5\%) = 28.5$ A, 即, 励磁支路的励磁电流应该为 $i_m = 30 - 28.5 = 1.5$ A。然后将 $i_m = 1500$ mA 代入式 (9), 得到 CT 二次绕组出口端电压 u 为 1 413 V。此时 CT 的实际励磁电抗为 $X_m = u / i_m \approx 1413 / 1.5 = 942 \Omega$ 。显然, 在 30 倍额定电流的情况下, 要确保 5% 的电流传变精度, 二次回路的负载阻抗 Z_{load} 应该满足

$$Z_{21} = \sqrt{R_2^2 + X_2^2} \leq \frac{X_m \cdot 5\%}{1 - 5\%} \quad (13)$$

本例中, $Z_{21} \leq 942/19 \approx 49.59 \Omega$ 。可见, 在已知一组伏安特性数据的基础上, 取不同的一次侧电流, 可以利用式(10)~式(13)方便地得到满足5% (或10%) 误差要求的二次回路阻抗限制曲线。这对于校验二次回路与CT特性的匹配性具有很强的实践意义。表1中CT伏安特性对应的其二次回路阻抗应该满足如下的10%误差曲线要求(图5中纵坐标表示CT二次负载的允许上限值, 单位是 Ω)

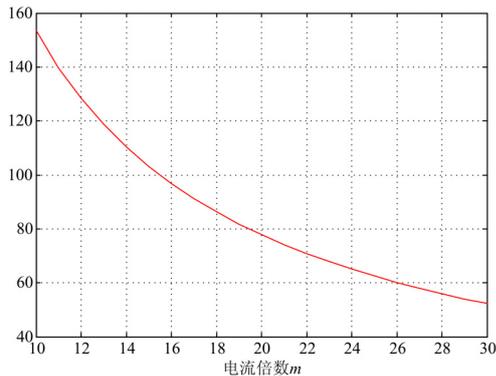


图5 满足10%误差要求的CT二次负载限值曲线

Fig.5 Limitation curve for secondary load of CT under the 10% error desire

图5中曲线给出了满足10%误差限值的二次回路允许阻抗值。需要注意的是, 本文所有的计算结果都是在忽略一次漏抗 $X_{\sigma 1}$ 和二次漏抗 $X_{\sigma 2}$ 的前提下得到的, 如果需要计及, 则在计算励磁电流和励磁电压时代入即可, 拟合过程不变。

电流互感器的额定容量 S_{N2} 和10%误差曲线是继电保护人员十分关心的两个重要技术参数, 是设备现场试验需要重点关注的内容, 其中 S_{N2} 是设备选型时根据二次电缆长度估算的二次回路阻抗 Z_{N2} 确定的, 10%误差曲线主要由制造工艺决定。在额定电流情况下, 二次绕组的输出容量为 $S_{N2} = I_{N2}^2 \times Z_{N2}$, 而设备的实际带负载能力能否达到这个水平, 就可以通过伏安外特性曲线来验证。因此, 伏安特性数据不仅可以用来估计CT这个电流源的内部参数—励磁阻抗, 还可以验证设备的实际容量。

4 结语

由仿真计算结果可见, 采取广义逆法可以较好地逼近互感器的伏安特性曲线, 可以方便地给出距离已知条件较远处的拟合结果, 具有物理概念清晰、计算简单、均方误差最小等特点, 是一种十分有效的方法。

参考文献

[1] 陈丽, 李佳琦, 贾清泉, 等. 一种电流互感器饱和误差补

偿算法研究[J]. 电力系统保护与控制, 2009, 37(4): 41-44.

CHEN Li, LI Jia-qi, JIA Qing-quan, et al. An error compensation algorithm for saturated current transformer[J]. Power System Protection and Control, 2009, 37(4): 41-44.

[2] 陈丽艳, 何奔腾, 钱国明, 等. 基于二次电流下降的电流互感器饱和判别方法[J]. 电力系统自动化, 2008, 32(14): 59-63.

CHEN Li-yan, HE Ben-teng, QIAN Guo-ming, et al. Detection method for current transformer saturation based on the dropping of the secondary current[J]. Automation of Electric Power Systems, 2008, 32(14): 59-63.

[3] 王志鸿, 郑玉平, 贺家李. 通过计算谐波比计算确定母线保护中电流互感器的饱和[J]. 电力系统及其自动化学报, 2000, 10(5): 19-24.

WANG Zhi-hong, ZHENG Yu-ping, HE Jia-li. An algorithm to distinguish current transformer's saturation by calculating the harmonics ratio of branch current[J]. Proceedings of the CSU-EPSA, 2000, 10(5): 19-24.

[4] 张庆伟, 谭建成. 基于导数法的电流互感器饱和和新判据[J]. 继电器, 2005, 33(3): 21-25.

ZHANG Qing-wei, TAN Jian-cheng. A new derivative method to detect CT saturation point[J]. Relay, 2005, 33(3): 21-25.

[5] 俞国宾. 基于规划求解法的电流互感器仿真[J]. 继电器, 2007, 35(15): 54-58.

YU Guo-bin. Simulation of current transformer based on gauge solution[J]. Relay, 2007, 35(15): 54-58.

[6] 张明淳. 工程矩阵理论[M]. 南京: 东南大学出版社, 1995: 171.

ZHANG Ming-chun. Matrix theory[M]. Nanjing: Southeast University Press, 1995: 171.

[7] 王一清, 黄惟一, 宋爱国. 基于随机搜索策略确定介质间边界的非线性规划方法[J]. 电子测量与仪器学报, 2005, 19(1): 61-65.

WANG Yi-qing, HUANG Wei-yi, SONG Ai-guo. Nonlinear linear planning algorithm used in boundary determination based on stochastic seeking strategy[J]. Journal of Electronic Measurement and Instrument, 2005, 19(1): 61-65.

收稿日期: 2010-03-26; 修回日期: 2010-04-16

作者简介:

王一清(1973-), 男, 高级工程师, 博士, 研究方向为电力系统继电保护及安全控制算法; E-mail: StopAtBest@yahoo.com.cn

阮江军(1968-), 男, 教授, 博导, 博士, 研究方向为电磁场数值计算及电工新理论;

杨志强(1974-), 男, 高级工程师, 本科, 研究方向为电力系统继电保护及自动装置。