

基于最小一乘法的GM(1,1)模型及在负荷预测中的应用

周德强

(长江大学信息与数学学院, 湖北 荆州 434023)

摘要: 为克服传统GM(1,1)模型中利用最小二乘法估计参数存在的不足,改善GM(1,1)模型在有突变情况下的中长期负荷预测中的精度,提出了利用最小一乘法估计GM(1,1)模型参数的方法。在GM(1,1)建模过程中,以误差绝对值之和最小为优化目标,针对目标函数不可导的特点,利用线性规划对模型的参数进行估计。对某中长期负荷进行预测,并与传统的GM(1,1)模型进行对比分析。结果表明,所提方法预测精度更高。该方法发挥了最小一乘法受奇异值影响小,稳健性好的优点,避免了利用最小二乘法估计GM(1,1)模型参数存在的不足,是有突变情况下的中长期负荷预测的有效方法。

关键词: 电力系统; 负荷预测; GM(1,1)模型; 最小一乘法; 最小二乘法; 线性规划

GM(1,1) model based on least absolute deviation and its application in the power load forecasting

ZHOU De-qiang

(School of Information and Mathematics, Yangtze University, Jingzhou 434023, China)

Abstract: In order to overcome the defects of parameters estimation in traditional GM(1,1) model by means of least square procedure, and enhance the forecasting accuracy of GM(1,1) model in middle and long term load forecasting under the conditions of load sudden changing, an estimation method of GM(1,1) model parameters based on least absolute deviation is presented. In the GM(1,1) modeling process, this method optimizes the sum of error absolute, and based on object function characteristics of non-differentiability, uses linear programming to estimate the parameters of the model. It is applied to some middle and long term load forecasting and is compared with the traditional GM(1,1) model. The results show that the method has higher forecasting precision. It takes advantages of the benefits of least absolute deviation, which is lightly influenced by singular value and has good robustness. This model avoids the defects of parameters estimation in traditional GM(1,1) model by means of least square procedure, it is an effective method to the middle and long term load forecast under the conditions of load sudden changing.

Key words: power system; power load forecasting; GM(1,1) model; least absolute deviation; least square procedure; linear programming

中图分类号: TM715 文献标识码: A 文章编号: 1674-3415(2011)01-0100-04

0 引言

电力负荷预测是实现电力系统安全生产、经济运行的基础。准确的负荷预测有利于提高电网运行的稳定性与经济性^[1]。众多学者提出了短期和中长期负荷预测的方法^[1-9]。灰色GM(1,1)模型适合处理少数数据、小样本、信息不全的不确定性问题,计算简便,在负荷预测中得到了广泛应用^[1,3-6]。在应用GM(1,1)模型进行负荷预测时,首先要确定模型中的参数,参数估计的好坏直接影响到预测的结果,从而影响到未来新发电机组的安装^[10]。然而,估计传统和改进的灰色GM(1,1)模型中的参数一般都采用的是最小二乘法^[1,4-5],而这种估计方法

一方面基于残差平方和最小寻优,很容易陷入局部最小,对于非线性较强的负荷,应用最小二乘法得到的结果会产生很大的偏差^[3]。另一方面最小二乘法稳健性较差,若中长期负荷存在奇异点,应用最小二乘法会导致异常数据产生过分不恰当的影响,从而影响到GM(1,1)模型的预测精度^[2]。为克服上述缺陷,本文提出基于最小一乘法的原则估计GM(1,1)模型的参数,在参数求解中应用线性规划^[11]对目标函数进行寻优,从理论和方法上克服传统最小二乘法估计GM(1,1)模型参数的缺陷,并将模型应用于中长期负荷预测,验证改进模型的有效性和优越性。

1 GM (1,1) 模型

建立GM (1,1) 模型的一般步骤如下^[1]:

(1) 设 $X^{(0)} = (x_1^{(0)}, x_2^{(0)}, \dots, x_n^{(0)})$ 表示原始数据序列。

(2) 作累加生成。

$$x_k^{(1)} = \sum_{j=1}^k x_j^{(0)}, (k=1, 2, 3, \dots, n), \text{ 得到}$$

$$X^{(1)} = (x_1^{(1)}, x_2^{(1)}, \dots, x_n^{(1)}).$$

(3) 模型建立: $X^{(1)}$ 的白化方程为

$$\frac{dx^{(1)}}{dt} + ax^{(1)} = b \quad (1)$$

其中: a, b 为参数; t 为时间。用原始数据序列 $x_k^{(0)}$

近似代替微分方程中的 $\frac{dx^{(1)}}{dt}$, 并利用

$z_k^{(1)} = 0.5(x_k^{(1)} + x_{k-1}^{(1)}), (k=2, 3, \dots, n)$, 作紧邻

均值生成 $Z^{(1)} = (z_2^{(1)}, z_3^{(1)}, \dots, z_n^{(1)})$, 代换 $x^{(1)}$, 则式

(1) 变为:

$$X^{(0)} + aZ^{(1)} = b \quad (2)$$

(4) 模型求解: 对应 n 个时间序列, 式 (2) 可构成一方程组:

$$Y = B\alpha \quad (3)$$

其中:

$$Y = (x_2^{(0)}, x_3^{(0)}, \dots, x_n^{(0)})^T$$

$$B = \begin{pmatrix} -z_2^{(1)} & -z_3^{(1)} & \dots & -z_n^{(1)} \\ 1 & 1 & \dots & 1 \end{pmatrix}^T$$

对参数 a, b 做最小二乘估计:

$$\min_{a,b} \sum_{k=2}^n [x_k^{(0)} - (-az_k^{(1)} + b)]^2 \quad (4)$$

解得 $(\hat{a}, \hat{b})^T = (B^T B)^{-1} B^T Y$, 解微分方程(1), 并进行累加, 得到预测模型

$$\hat{x}^{(1)}(k+1) = (x_1^{(0)} - \frac{\hat{b}}{\hat{a}})e^{-\hat{a}k} + \frac{\hat{b}}{\hat{a}} \quad (5)$$

$$k=1, 2, \dots, n-1$$

累减还原可得原始数据的拟合值为

$$\hat{x}^{(0)}(k) = (x_1^{(0)} - \frac{\hat{b}}{\hat{a}})(1 - e^{-\hat{a}k}) + \frac{\hat{b}}{\hat{a}} \quad (6)$$

$$k=2, 3, \dots, n$$

2 基于最小一乘法的 GM (1,1) 模型

从式 (4) 可见, 在传统GM (1,1) 模型的参数估计方法中, 最小二乘法利用 $[x_k^{(0)} - (-az_k^{(1)} + b)]^2$ 刻画真实值 $x_k^{(0)}$ 与模型值 $-az_k^{(1)} + b$ 的偏差, 主要考虑到计算简便, 参数估计易于用公式求解, 但当原始数据存在奇异点时, 平方会放大奇异点对可信度的影响, 导致GM (1,1) 模型的预测效果不好, 即最小二乘法的稳健性不好^[3,12]。

在中长期负荷预测中, 经常会出现异常点, 而异常点恰好某些方面反映了一些特殊的信息, 不应随意剔除, 因此利用 GM (1,1) 模型进行中长期负荷预测时, 不宜用最小二乘法估计模型参数。最小一乘法利用 $|x_k^{(0)} - (-az_k^{(1)} + b)|$ 刻画偏差, 由于只考虑偏差的一次方而非平方, 所受异常点的影响就较小, 即最小一乘法比最小二乘法的稳健性好^[3]。根据最小一乘法的这一优点, 以下利用最小一乘法对 GM (1,1) 模型的参数进行估计, 即

$$\min_{a,b} \sum_{k=2}^n |x_k^{(0)} - (-az_k^{(1)} + b)| \quad (7)$$

然后将上述基于最小一乘法所得的参数代入式 (6) 对负荷进行预测。

为叙述方便, 记

$$\varepsilon_k = x_k^{(0)} - (-az_k^{(1)} + b), k=2, 3, \dots, n \quad (8)$$

相对于传统 GM (1,1) 模型, 优化问题 (7) 的目标函数不可导, 不易直接利用拉格朗日乘子法求解, 引入变换^[11]:

$$u_k = \frac{|\varepsilon_k| - \varepsilon_k}{2}, \quad v_k = \frac{|\varepsilon_k| + \varepsilon_k}{2} \quad (9)$$

$$k=2, 3, \dots, n$$

其中: $u_k \geq 0; v_k \geq 0$ 。从而式 (9) 可改写为

$$x_k^{(0)} - (-az_k^{(1)} + b) = v_k - u_k \quad (10)$$

$$k=2, 3, \dots, n$$

估计 GM (1,1) 模型的参数归结为如式 (11) 线性规划问题:

$$\min \sum_{k=2}^n u_k + v_k$$

$$\text{s.t. } -az_k^{(1)} + b + v_k - u_k = x_k^{(0)} \quad (11)$$

$$u_k \geq 0, v_k \geq 0, k=2, 3, \dots, n$$

$$a, b \in \mathbf{R}$$

可利用单纯形法求解上述线性规划问题。

3 实例分析

为了说明本文所提出的改进模型的有效性，以文献[13]中1990年到1997年京津塘历年最大负荷为例进行验证，负荷数据见表1。

根据文献[2]的计算结果，历史负荷的年增长率最大为 10.56%，最小为 1.97%，极差达到 8.59%，而且每一年负荷与上一年相比，波动较大，负荷有奇异值^[2]。将 1990 年到 1996 年的数据作为样本集，对 1997 年的负荷进行预测，不同方法的预测结果见表 1。

表 1 最小二乘法与最小一乘法的预测结果

Tab.1 Result of LAD and LSP forecasting

年份	实际值	增长率/%	传统灰色 预测	本文方法 预测
1990	538.99	-	512.10	520.09
1991	548.66	1.79	554.75	559.92
1992	602.21	9.76	600.95	602.79
1993	654.05	8.61	651.01	648.94
1994	723.12	10.56	716.60	698.63
1995	753.84	4.25	763.96	752.13
1996	803.35	6.57	827.59	809.71
1997	877.22	9.20	896.52	871.71

表 1 中负荷在 1994 年的年增长率为 10.56%，然后突降到 1995 年的 4.25%，可以认为 1995 年负荷为奇异点^[2]，从表 1 中数据计算可得，传统方法的相对误差为 1.34%，本文方法的相对误差仅为 -0.18%；对于 1997 年的负荷预测，传统方法的相对误差为 -2.20%，本文方法的相对误差仅为 0.628%。因此无论从奇异点负荷的相对误差作比较，还是从待预测样本的相对误差作比较，本文的方法均优于传统预测方法。

再将本文预测结果与传统方法进行对比分析，按照预测效果评价原则和惯例，采用以下评价指标作为参考，结果见表2。

1) 平均绝对误差

$$MAE = \frac{1}{l} \sum_{i=1}^l |y_i - \hat{y}_i|$$

2) 均方根误差

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{l} \sum_{i=1}^l (y_i - \hat{y}_i)^2}$$

3) 平均绝对百分比误差

$$MAPE = \frac{1}{l} \sum_{i=1}^l \left| \frac{y_i - \hat{y}_i}{y_i} \right|$$

4) 均方根相对误差

$$MSRE = \sqrt{\frac{1}{l} \sum_{i=1}^l \left(\frac{y_i - \hat{y}_i}{y_i} \right)^2}$$

其中： y_i 为真实值； \hat{y}_i 为预测值。

表2 两种方法指标比较

Tab.2 Index of two methods being compared

指标	传统灰色预测	本文方法预测
MAE	12.18	9.24
RMSE	2.33	2.07
MAPE	0.018	0.014
MSRE	0.091	0.083

从表 2 数据可得，若中长期负荷存在奇异点，基于最小一乘法估计 GM (1,1) 模型的参数可以使模型的预测精度相对于传统方法得到显著改善。

4 结论

最小二乘法具有良好的解析性，易于求解，使得该方法在 GM (1,1) 模型中成为普遍采用的参数估计方法，但是它容易陷入局部最小以及稳健性较差的缺陷，使得在处理存在奇异点的预测问题时，不能很好地拟合。对于实际负荷预测而言，经常面临奇异点。本文提出基于最小一乘法估计 GM (1,1) 模型的参数，理论上可以克服最小二乘法估计 GM (1,1) 模型参数的缺陷，利用给出的线性规划法使得基于最小一乘法估计 GM (1,1) 模型的参数在应用中成为可能。对实例进行预测，在负荷有突变的情况下，本文方法的预测精度高于传统模型的推算结果，这进一步说明了其合理性。

参考文献

[1] 俞明生, 冯桂宏, 杨祥. 组合优化灰色模型在中长期电力负荷预测中的应用[J]. 沈阳工业大学学报, 2007, 29 (2): 450-453.
YU Ming-sheng, FENG Gui-hong, YANG Xiang. Application of combined optimum grey model to mid and long term load forecasting[J]. Journal of Shenyang University of Technology, 2007, 29 (2): 450-453.

[2] 苗增强, 李婷, 陈芳, 等. 基于最小一乘法的组合赋权法在中长期负荷预测中的应用[J]. 电力系统保护与控制, 2009, 37 (2): 28-31.
MIAO Zeng-qiang, LI Ting, CHEN Fang, et al. Application of combination determining weights method based on LAD to the power mid-long term load forecasting[J]. Power System Protection and Control, 2009, 37 (2): 28-31.

- [3] 安德洪, 韩文秀, 岳毅宏. 组合预测法的改进及其在负荷预测中的应用[J]. 系统工程与电子技术, 2006, 26 (6) : 842-844.
AN De-hong, HAN Wen-xiu, YUE Yi-hong. Improved combination forecast method and its application in short-term load forecasting of a power system[J]. Systems Engineering and Electrons, 2006, 26 (6) : 842-844.
- [4] 牛东晓, 贾建荣. 改进 GM (1, 1) 模型在电力负荷预测中的应用[J]. 电力科学与工程, 2008, 24 (4): 28-30.
NIU Dong-xiao, JIA Jian-rong. Application of improved GM (1, 1) model in load forecasting[J]. Electric Power Science and Engineering, 2008, 24 (4): 28-30.
- [5] 王成山, 杨军, 张崇见. 灰色系统理论在城市年用电量预测中的应用——不同预测方法的分析比较[J]. 电网技术, 1999, 23 (2): 15-18.
WANG Cheng-shan, YANG Jun, ZHANG Chong-jian. Application of grey system theory in city electricity demand forecasting[J]. Power System Technology, 1999, 23 (2) : 15-18.
- [6] 王吉权, 赵玉林. 组合预测法在电力预测中的应用[J]. 电力自动化设备, 2004, 24 (8) : 92-94.
WANG Ji-quan, ZHAO Yu-lin. Application of combination forecasting method in power load forecast[J]. Electric Power Automation Equipment, 2004, 24 (8) : 92-94.
- [7] 李元诚, 方廷健, 于尔铿. 短期负荷预测的支持向量机方法研究[J]. 中国电机工程学报, 2003, 23 (6) : 55-59.
LI Yuan-cheng, FANG Ting-jian, YU Er-keng. Study of support vector machines for short-term load forecasting[J]. Proceedings of the CSEE, 2003, 23 (6) : 55-59.
- [8] 张伏生, 刘芳, 赵文彬, 等. 灰色 Verhulst 模型在中长期负荷预测中的应用[J]. 电网技术, 2003, 27 (5): 37-39.
ZHANG Fu-sheng, LIU Fang, ZHAO Wen-bin, et al. Application of grey verhulst model in middle and long term load forecasting[J]. Power System Technology, 2003, 27 (5) : 37-39.
- [9] 吴景龙, 杨淑霞, 刘承水. 基于遗传算法优化参数的支持向量机短期负荷预测方法[J]. 中南大学学报: 自然科学版, 2009, 40 (1) : 180-184.
WU Jing-long, YANG Shu-xia, LIU Cheng-shui. Parameter selection for support vector machines based on genetic algorithms to short-term power load forecasting[J]. Journal of Central South University: Science and Technology, 2009, 40 (1): 180-184.
- [10] 牛东晓. 电力负荷预测技术及其应用[M]. 北京: 中国电力出版社, 1998.
NIU Dong-xiao. Power load forecasting technology and its applications[M]. Beijing: China Electric Power Press, 1998.
- [11] 杨桂元. 残差绝对值之和最小准则下回归方程的求解[J]. 运筹与管理, 2001, 10 (1) : 20-23.
YANG Gui-yuan. Solution to regression equations on the rule of minimum sum of absolute errors[J]. Operations Research and Management Science, 2001, 10 (1) : 20-23.
- [12] Denning P J. Genetic algorithms[J]. Journal of Parallel and Computing, 1992, 80 (1) : 354-360.
- [13] 康重庆, 夏青, 沈瑜, 等. 电力系统负荷预测的综合模型[J]. 清华大学学报: 自然科学版, 1999, 39 (1) : 8-11.
KANG Chong-qing, XIA Qing, SHEN Yu, et al. Integrated model of power system load forecasting[J]. Tsinghua Univ: Sci & Tech, 1999, 39 (1) : 8-11.

收稿日期: 2010-01-04; 修回日期: 2010-04-06

作者简介:

周德强 (1974-), 男, 硕士, 讲师, 现主要从事机器学习、模式识别、系统工程理论方面的研究。E-mail: zdqmfk@yahoo.com.cn

(上接第 86 页 continued from page 86)

Lü Gan-yun, CHENG Hao-zhong, ZHENG Jin-ju, et al. Power quality disturbances detection and identification based on S-transform and multi-layer SVMs[J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2006, 21(1): 121-126.

收稿日期: 2010-01-13

作者简介:

覃思师 (1987-), 男, 硕士研究生, 主要研究方向为电能质量分析; E-mail: jas7442003@163.com
刘前进 (1967-), 男, 副教授, 主要研究方向为继电保护、电能质量分析。