大系统特定模式动态降阶方法的误差分析

李奎奎[1]，王克文[1]，邱 磊[1]，张力淼[2]

（1.郑州大学电气工程学院，河南 郑州 450001；2.河南省电力公司平顶山供电公司，河南 平顶山 467001）

摘要：将大规模电力系统动态降阶方法误差分析扩展到特征根灵敏度，针对特定模式动态降阶的具体模型，结合左右特征向量，推导了降阶后特征值灵敏度的解析表达式，并将由于复特征根所引起的降阶模型复数表达转化为利于编程实现的实数表达形式，以减少数值计算误差。根据所得算式实现了降阶后的特征值灵敏度计算。通过与降阶前特征值灵敏度值的比较，分析了由降阶所引入的灵敏度计算误差。在一 23 机 257 阶算例系统上，比较分析了同一振荡模式在不同降阶规模下的计算误差，为实际应用中降阶规模的选取提供参考。

关键词：动态降阶；特征值灵敏度；机电模式；误差分析；特定模式

Error analysis of the dynamic order reduction approach for specific mode in large-scale systems

LI Kui-kui[1]，WANG Ke-wen[1]，QIU Lei[1]，ZHANG Li-miao[2]

（1. School of Electrical Engineering，Zhengzhou University，Zhengzhou 450001，China；
2. Pingdingshan Power Supply Company，Pingdingshan 467001，China）

Abstract: Error analysis for the dynamic order reduction in large-scale power system is extended to eigenvalue sensitivity. From the specific algorithm of dynamic order reduction with special mode，the analytical expression of eigenvalue sensitivities for reduced-order system is determined with eigenvectors. In order to reduce the computational error，complex equations of reduced-order model caused by the complex eigenvalue are transformed to the real form which is in favor of programming realization. Computation for eigenvalue sensitivities in reduced-order system is achieved by using the derived equations. The computational sensitivity error caused by order reduction is analyzed by comparing with those obtained from the original system. On a 23-machine testing system with 257 eigenvalues，computational errors of an oscillation mode under different order reduction degrees are comparatively analyzed. The achieved results can be used for reference for the selection of order reduction degree in application.

Key words: dynamic order reduction；eigenvalue sensitivity；electromechanical mode；error analysis；special mode

中图分类号： TM71　　文献标识码：A　　文章编号： 1674-3415(2011)01-0067-05

0 引言

随着系统规模的不断扩大，特征值计算方法中收敛性较好的 QR 法出现了“维数灾”[1]。针对大规模电力系统小干扰稳定性分析出现了许多部分特征值分析和降阶方法[2-10]，例如基于系统降阶的选择模式分析法（Selective Modal Analysis）[2]、将特征值问题转化为非线性方程进行求解的 AESOPS[3]算法。S-矩阵法[4]和隐式重启动 Arnoldi[5]之类的变换和处理明显改善了计算特性。文献[6]把系统分成快速和慢速两部分进行降阶处理。文献[7]针对大系统中关心的区域，用反幂法确定初值，进而用牛顿法准确计算特征值和特征向量。文献[8]借助 Cayley 变换，将关键特征值转换为主特征值，用基于稀疏技术的幂法迭代求解。

将特征值计算应用于大系统小干扰稳定性分析时，计算精度与计算速度的问题更为突出。从在线应用的目的出发，关心的临界模式数量有限，可以对每个临界模式建立相应的降阶模型[9]。由于临界振荡模式对应于复特征值，当采用准确降阶表达式时，降阶矩阵为复矩阵；将降阶矩阵的虚部看作实部的修正量，采用改进的 Rayleigh 商逆迭代格式可完成特征值和特征向量的准确修正计算[9]。

已有的降阶方法较多地关注特征根和特征向量，能够保证其计算精度[10]。实际应用中特征值灵敏度也是一项重要指标，并经常应用于阻尼控制器选址和参数调整等方面。为了进一步扩展降阶模型的应用范围，应将特征根灵敏度一并考察。尽管直

观认为降阶保留的电机数越多，误差越小，但仍需给出定量的分析。

特定模式降阶模型使系统矩阵的解析表达复杂化。本文针对特定模式降阶的具体算式，推导了相应特征值灵敏度的解析表达式，将由复特征根引起的复数降阶表达式转换为实数形式，以减小数值计算误差。在一 23 机 257 阶算例系统试算，得到了降阶前后的灵敏度，比较分析了不同降阶阶数对特征值灵敏度计算误差的影响，为实际应用中降阶规模选取提供一定的依据。

1　系统状态空间方程

插入式建模技术（Plug-in Modeling Technique，PMT）[11]形成的系统状态空间方程为

$$\begin{cases}\dot{\boldsymbol{X}}=\boldsymbol{AX}+\boldsymbol{BR}+\boldsymbol{E}\dot{\boldsymbol{R}}\\ \boldsymbol{Y}=\boldsymbol{CX}+\boldsymbol{DR}\end{cases} \quad (1)$$

式中：$\boldsymbol{X}$、$\boldsymbol{R}$、$\boldsymbol{Y}$ 分别为状态列向量、输入列向量和输出列向量；$\boldsymbol{A}$，$\boldsymbol{B}$，$\boldsymbol{C}$，$\boldsymbol{D}$，$\boldsymbol{E}$ 为相关系数矩阵。

系统的特征值从系数矩阵 $\boldsymbol{A}$ 计算确定。各系数矩阵的详细表达及形成过程见文献[12-13]。

特征值灵敏度的一般表达为[14]

$$\frac{\partial\lambda_k}{\partial K_m}=\boldsymbol{V}_k^{\mathrm{T}}\frac{\partial\boldsymbol{A}}{\partial K_m}\boldsymbol{U}_k \quad (2)$$

其中：K_m 代表任意参数；$\boldsymbol{A}$ 为状态方程系数矩阵；$\boldsymbol{V}_k$、$\boldsymbol{U}_k$ 分别为 λ_k 的左、右特征向量，且 $\boldsymbol{V}_k^{\mathrm{T}}\boldsymbol{U}_k=1$。

2　特定模式的动态降阶

采用PMT方法可以方便地系统化表达特征值对任意参数的灵敏度，包括控制参数、运行参数和系统结构参数等[14]。当在发电机上装设仅包含单个零增益环节的电力系统稳定器（PSS）时，即 $\boldsymbol{G}_m$=0，对系统没有任何影响，而特征值对 $\boldsymbol{G}_m$ 的灵敏度反映了相应振荡模式与发电机组的相关程度[9]。

2.1 机组参与度的确定

对于第 k 个特征值 $\lambda_k=\alpha_k+\beta_k$，实部 α_k 对第 m 个 PSS 增益 $\boldsymbol{G}_m$ 的灵敏度[3]可表达为如式（3）指标

$$S_{\alpha_{k,m}}=\frac{\partial\alpha_k}{\partial\boldsymbol{G}_m} \quad (3)$$

类似地，阻尼比 $\xi_k=-\alpha_k\big/\sqrt{\alpha_k^2+\beta_k^2}$ 的灵敏度指标[3]为

$$S_{\xi_{k,m}}=\frac{\partial\xi_k}{\partial\boldsymbol{G}_m} \quad (4)$$

本文采用式（4），即阻尼比的灵敏度来确定不同发电机的参与程度，划分降阶中的发电机群。

2.2 方程降阶

假设 λ_k 为 $\boldsymbol{A}$ 阵的一个机电振荡模式，按式（4）的灵敏度指标对 $\boldsymbol{A}$ 阵进行重新排序。把与 λ_k 相关密切的发电机排在前面，状态空间方程重写为

$$\begin{bmatrix}\dot{\boldsymbol{X}}_1\\ \dot{\boldsymbol{X}}_2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{A}_1 & \boldsymbol{A}_2\\ \boldsymbol{A}_3 & \boldsymbol{A}_4\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\boldsymbol{X}_1\\ \boldsymbol{X}_2\end{bmatrix} \quad (4)$$

其中：$\boldsymbol{X}_1$ 是强参与发电机组的状态变量列向量；$\boldsymbol{X}_2$ 为其余状态变量列向量。

对于特定模式 λ_k 有

$$\begin{bmatrix}\lambda_k\boldsymbol{X}_1\\ \lambda_k\boldsymbol{X}_2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{A}_1 & \boldsymbol{A}_2\\ \boldsymbol{A}_3 & \boldsymbol{A}_4\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\boldsymbol{X}_1\\ \boldsymbol{X}_2\end{bmatrix} \quad (5)$$

由式（5）的第二式解出 $\boldsymbol{X}_2$，代入第一式得到

$$\lambda_k\boldsymbol{X}_1=[\boldsymbol{A}_1-\boldsymbol{A}_2(\boldsymbol{A}_4-\lambda_k\boldsymbol{I})^{-1}\boldsymbol{A}_3]\boldsymbol{X}_1 \quad (6)$$

将 $\lambda_k\boldsymbol{X}_1$ 重新用 $\dot{\boldsymbol{X}}_1$ 代替，可得

$$\dot{\boldsymbol{X}}_1=\boldsymbol{BX}_1 \quad (7)$$

其中，$\boldsymbol{B}=[\boldsymbol{A}_1-\boldsymbol{A}_2(\boldsymbol{A}_4-\lambda_k\boldsymbol{I})^{-1}\boldsymbol{A}_3]$，为降阶后的矩阵，它只包括与此模式密切相关的发电机，$\boldsymbol{I}$ 为相应维数的单位阵。$\boldsymbol{B}$ 中含有 λ_k，由于实际系统中所关心的模式 λ_k 一般为复数形式，故所得降阶矩阵为复矩阵，记为 $\boldsymbol{B}=\boldsymbol{B}_1+\mathrm{j}\boldsymbol{B}_2$。

2.3 降阶实现

利用 QR 算法求取实部 $\boldsymbol{B}_1$ 的特征值和特征向量，把虚部矩阵 $\boldsymbol{B}_2$ 作为实部 $\boldsymbol{B}_1$ 的修正量，利用改进的 Rayleigh 商逆迭代格式进行计算，迭代算式为[9]：

$$\begin{cases}\Delta\lambda_i^{(m)}=\dfrac{[\boldsymbol{V}_i^{(0)}]^{\mathrm{T}}\mathrm{j}\boldsymbol{B}_2\boldsymbol{U}_i^{(n)}}{[\boldsymbol{V}_i^{(0)}]^{\mathrm{T}}\boldsymbol{U}_i^{(n)}}\\ \lambda_i^{(m)}=\lambda_i^{(0)}+\Delta\lambda_i^{(m)}\end{cases} \quad (8)$$

当仅采用原始的 Rayleigh 商格式计算时，计算精度较低[10]。采用式（8）的改进格式，可以直接得到比较满意的计算精度[9]。

3　特征值灵敏度

在特定模式的不同降阶阶数下，利用式（2）计算特征值灵敏度，从而比较分析降阶给灵敏度计算引入的误差。

特征值灵敏度计算过程中所用左右特征向量为改进Rayleigh商逆迭代法得到的左右特征向量。

3.1 降阶矩阵灵敏度的解析表达式

对于降阶后矩阵，特征值 λ_k 的灵敏度表达式为

$$\frac{\partial\lambda_k}{\partial\boldsymbol{G}_m}=\boldsymbol{V}_r^{\mathrm{T}}\frac{\partial\boldsymbol{B}}{\partial\boldsymbol{G}_m}\boldsymbol{U}_r \quad (9)$$

式中：$\boldsymbol{V}_r$、$\boldsymbol{U}_r$ 为降阶后的左、右特征向量；$\partial \boldsymbol{B} / \partial \boldsymbol{G}_m$ 为降阶后的矩阵对 PSS 增益的偏导数。利用式（6）和式（7）将式（9）中降阶矩阵偏导数的表达式展开可得

$$\frac{\partial \lambda_k}{\partial \boldsymbol{G}_m} = \boldsymbol{V}_r^{\mathrm{T}} \frac{\partial \boldsymbol{A}_1}{\partial \boldsymbol{G}_m} \boldsymbol{U}_r - \boldsymbol{V}_r^{\mathrm{T}} \frac{\partial \boldsymbol{A}_2}{\partial \boldsymbol{G}_m} (\boldsymbol{A}_4 - \lambda_k \boldsymbol{I})^{-1} \boldsymbol{A}_3 \boldsymbol{U}_r + \boldsymbol{V}_r^{\mathrm{T}} \boldsymbol{A}_2 (\boldsymbol{A}_4 - \lambda_k \boldsymbol{I})^{-1} (\frac{\partial \boldsymbol{A}_4}{\partial \boldsymbol{G}_m} - \frac{\partial \lambda_k}{\partial \boldsymbol{G}_m} \boldsymbol{I}) (\boldsymbol{A}_4 - \lambda_k \boldsymbol{I})^{-1} \boldsymbol{A}_3 \boldsymbol{U}_r - \boldsymbol{V}_r^{\mathrm{T}} \boldsymbol{A}_2 (\boldsymbol{A}_4 - \lambda_k \boldsymbol{I})^{-1} \frac{\partial \boldsymbol{A}_3}{\partial \boldsymbol{G}_m} \boldsymbol{U}_r \quad (10)$$

其中，$\boldsymbol{A}_1$、$\boldsymbol{A}_2$、$\boldsymbol{A}_3$ 和 $\boldsymbol{A}_4$ 为由原矩阵所得的分块矩阵。

式（10）为降阶后特征值灵敏度的解析表达式，由于右侧也含有 $\frac{\partial \lambda_k}{\partial \boldsymbol{G}_m}$ 项，可通过相应算法求解，例如迭代计算等。本文重点考察特征值灵敏度的误差，等式右边的 $\frac{\partial \lambda_k}{\partial \boldsymbol{G}_m}$ 用降阶前系统的准确值代替。

3.2 复矩阵求逆

在式（10）右侧，三项中均含有 $(\boldsymbol{A}_4 - \lambda_k \boldsymbol{I})^{-1}$，由于 λ_k 为复数，涉及到复矩阵求逆。

设逆矩阵为 $\boldsymbol{C} + \mathrm{j}\boldsymbol{D}$，则有

$$(\boldsymbol{A}_4 - \alpha_k \boldsymbol{I} - \mathrm{j}\beta_k \boldsymbol{I})(\boldsymbol{C} + \mathrm{j}\boldsymbol{D}) = \boldsymbol{I} + \mathrm{j}0 \quad (11)$$

重新整理可得

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{A}_4 - \alpha_k \boldsymbol{I} & \beta_k \boldsymbol{I} \\ -\beta_k \boldsymbol{I} & \boldsymbol{A}_4 - \alpha_k \boldsymbol{I} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \boldsymbol{C} \\ \boldsymbol{D} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{I} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (12)$$

由于 $\boldsymbol{C}$、$\boldsymbol{D}$ 仍为矩阵，可利用解线性方程组的稀疏技术因子表法快速逐列求解。

3.3 实数表达式

为了减小计算过程的累计误差，将式（9）中的 $\frac{\partial \boldsymbol{B}}{\partial \boldsymbol{G}_m}$ 转化为易于编程实现的实数表达形式。式（9）可以记为

$$\frac{\partial \lambda_k}{\partial \boldsymbol{G}_m} = \boldsymbol{V}_r^{\mathrm{T}} (\frac{\partial \boldsymbol{B}_r}{\partial \boldsymbol{G}_m} + \mathrm{j} \frac{\partial \boldsymbol{B}_i}{\partial \boldsymbol{G}_m}) \boldsymbol{U}_r \quad (13)$$

其中，$\frac{\partial \boldsymbol{B}_r}{\partial \boldsymbol{G}_m}$ 和 $\frac{\partial \boldsymbol{B}_i}{\partial \boldsymbol{G}_m}$ 为降阶后系数矩阵的实部和虚部对 PSS 增益的偏导矩阵。

将 $(\boldsymbol{A}_4 - \lambda_k \boldsymbol{I})^{-1}$ 记为 $\boldsymbol{C}$+ j$\boldsymbol{D}$，式（13）中降阶后系数矩阵的偏导数可由式（10）得到，实部为

$$\frac{\partial \boldsymbol{B}_r}{\partial \boldsymbol{G}_m} = \frac{\partial \boldsymbol{A}_1}{\partial \boldsymbol{G}_m} - \frac{\partial \boldsymbol{A}_2}{\partial \boldsymbol{G}_m} \boldsymbol{C}\boldsymbol{A}_3 + \boldsymbol{A}_2 \boldsymbol{C} (\frac{\partial \boldsymbol{A}_4}{\partial \boldsymbol{G}_m} - \frac{\partial \alpha_k}{\partial \boldsymbol{G}_m} \boldsymbol{I}) \boldsymbol{C}\boldsymbol{A}_3 + \boldsymbol{A}_2 \boldsymbol{D} \frac{\partial \beta_k}{\partial \boldsymbol{G}_m} \boldsymbol{I}\boldsymbol{C}\boldsymbol{A}_3 - \boldsymbol{A}_2 \boldsymbol{D} (\frac{\partial \boldsymbol{A}_4}{\partial \boldsymbol{G}_m} - \frac{\partial \alpha_k}{\partial \boldsymbol{G}_m} \boldsymbol{I}) \boldsymbol{D}\boldsymbol{A}_3 + \boldsymbol{A}_2 \boldsymbol{C} \frac{\partial \beta_k}{\partial \boldsymbol{G}_m} \boldsymbol{I}\boldsymbol{D}\boldsymbol{A}_3 + \boldsymbol{A}_2 \boldsymbol{C} \frac{\partial \boldsymbol{A}_3}{\partial \boldsymbol{G}_m} \quad (14)$$

虚部为

$$\frac{\partial \boldsymbol{B}_i}{\partial \boldsymbol{G}_m} = -\frac{\partial \boldsymbol{A}_2}{\partial \boldsymbol{G}_m} \boldsymbol{D}\boldsymbol{A}_3 + \boldsymbol{A}_2 \boldsymbol{C} (\frac{\partial \boldsymbol{A}_4}{\partial \boldsymbol{G}_m} - \frac{\partial \alpha_k}{\partial \boldsymbol{G}_m} \boldsymbol{I}) \boldsymbol{D}\boldsymbol{A}_3 + \boldsymbol{A}_2 \boldsymbol{D} \frac{\partial \beta_k}{\partial \boldsymbol{G}_m} \boldsymbol{I}\boldsymbol{D}\boldsymbol{A}_3 + \boldsymbol{A}_2 \boldsymbol{D} (\frac{\partial \boldsymbol{A}_4}{\partial \boldsymbol{G}_m} - \frac{\partial \alpha_k}{\partial \boldsymbol{G}_m} \boldsymbol{I}) \boldsymbol{C}\boldsymbol{A}_3 - \boldsymbol{A}_2 \boldsymbol{C} \frac{\partial \beta_k}{\partial \boldsymbol{G}_m} \boldsymbol{I}\boldsymbol{C}\boldsymbol{A}_3 + \boldsymbol{A}_2 \boldsymbol{C} \frac{\partial \boldsymbol{A}_3}{\partial \boldsymbol{G}_m} \quad (15)$$

3.4 计算步骤

计算步骤简述如下：

（1）利用 PMT 方法根据式（2）计算降阶前系数矩阵 $\boldsymbol{A}$ 对各 PSS 增益的灵敏度，作为降阶后误差分析的比较依据。

（2）选定特定模式；设定阻尼比门坎值，对发电机分群，按式（4）~式（7）进行系统降阶；用 QR 法求解降阶矩阵实部的特征值；把虚部作为修正量，利用式（8）进行迭代求解，得到准确的特征值 λ_k 及相应的左、右特征向量 $\boldsymbol{V}_r$、$\boldsymbol{U}_r$。

（3）利用式（4）对原始系数矩阵的偏导数矩阵进行分块。

（4）利用式（10）、（14）和式（15）计算降阶后特征值对各 PSS 增益的灵敏度。

调整阻尼比门坎值，可改变发电机的分群情况，实现不同规模的降阶。重复步骤（2）~（4），计算相应灵敏度。

4　具体算例下的误差分析

对完整 $\boldsymbol{A}$ 矩阵的特征值及灵敏度计算，采用已有的 PMT 建模技术和 QR 分解法。对降阶矩阵的特征值灵敏度计算另行编程，并充分采用稀疏技术。所有程序在 Visual Fortran6.5 下实现。

由于选用 QR 法得到的特征值灵敏度作为比较依据，本文从某实际系统中截取一部分，包括 23 台发电机。所有发电机采用 6 阶模型，均配有励磁调节和原动机控制系统，状态矩阵为 257 阶。

根据灵敏度指标对发电机组进行分群，针对特定模式进行降阶处理，迭代计算降阶矩阵的特征值、特征向量和特征值灵敏度。

表 1 为降阶前由 QR 法求出的部分机电振荡模式及阻尼比，表中所列为实部较小接近临界状态的部分机电振荡模式，以下仅取部分较不稳定的机电模式进行比较分析。

表 1 部分机电模式

Tab.1 Part electromechanical modes

模式	α	β	ξ
196	−0.550 191 749	7.687 357 840	0.071 388 375
204	−0.463 988 449	8.098 533 441	0.057 199 097
222	−0.388 977 556	8.001 117 902	0.048 558 053
226	−0.362 500 130	7.181 363 324	0.050 413 712
254	−0.063 385 773	5.197 105 896	0.012 195 453

4.1 λ_{254} 的灵敏度误差比

表 2 为灵敏度值，表 3 和 4 给出了灵敏度误差。

表 2 为不同降阶阶数下特征值 λ_{254} 实部对 PSS 增益的灵敏度。第 1 行为各 PSS 增益求的编号，第 2 行为降阶前 λ_{254} 对 PSS 增益的灵敏度，并作为比较的依据。第 1 列为降阶方案，分别保留

a：4 台　b：8 台

c：14 台　d：17 台

发电机，其中括号内为相应状态矩阵降阶后的阶数；第 2~5 列为不同降阶阶数下，该特征值对第 1 台、第 5 台、第 8 台、第 22 台发电机上 PSS 增益的灵敏度。由于计算值数据较多，以后各表中仅列出灵敏度误差，数据含义可参考表 2。

表 3 为不同程度降阶阶数下特征值 λ_{254} 实部对 PSS 增益的灵敏度的误差。对比表 3 中每列数据可以看出，对于单个发电机上装设的 PSS，随着降阶保留发电机个数的增加，灵敏度实部的误差逐渐降低，并且最大误差为 10^{-2} 数量级。

表 4 为不同降阶阶数下特定模式 λ_{254} 虚部 PSS 增益的灵敏度的误差。所得结论同表 3。

表 2 不同降阶阶数下 λ_{254} 实部的灵敏度

Tab.2 Sensitivities of real part of λ_{254} under different reduced order numbers

	G_{PSS1}	G_{PSS5}	G_{PSS8}	G_{PSS22}
降阶前	−1.040061681898821E-002	−1.036063527287254E-002	1.37831127109318	19.0060469813919
4 台（48）	−9.739676340769643E-003	−9.644006817209260E-003	1.50933005642011	20.6614277172526
8 台（92）	−1.003867496712614E-002	−9.739652112354622E-003	1.51401988128844	20.5916793731196
14 台（159）	−1.020286602540506E-002	−9.320548188640296E-003	1.41265994549916	19.2155167762192
17 台（192）	−1.023649274373198E-002	−9.780842954178935E-003	1.39129093639889	19.0346832893153

表 3 不同降阶阶数 λ_{254} 下实部对部分 PSS 增益灵敏度的误差

Tab.3 Errors of sensitivities for real part of λ_{254} under different reduced order numbers

	G_{PSS1}	G_{PSS5}	G_{PSS8}	G_{PSS22}
4 台（48）	−6.3548200E-2	−6.9168389E-2	9.5057472E-2	8.7097582E-2
8 台（92）	−3.4800037E-2	−5.9936784E-2	9.8460060E-2	8.3427784E-2
14 台（159）	−1.9013372E-2	−5.7863375E-2	2.4920840E-2	1.1021218E-2
17 台（192）	−1.5780225E-2	−5.5961078E-2	9.4170784E-3	1.5066946E-3

表 4 不同降阶阶数下 λ_{254} 虚部对部分 PSS 增益灵敏度的误差

Tab.4 Errors of sensitivities for imaginary part of λ_{254} under different reduced order numbers

	G_{PSS1}	G_{PSS5}	G_{PSS8}	G_{PSS22}
4 台（48）	−9.6165844E-2	−8.3676832E-2	−5.6929349E-2	−0.1315109024
8 台（92）	−9.9659391E-2	−8.9911631E-2	−5.4239939E-2	−9.7142912E-2
14 台（159）	−2.8809106E-2	−2.2003576E-2	8.9417883E-3	−4.5378910E-2
17 台（192）	−1.1420996E-2	−8.5699972E-3	8.0901295E-3	−2.4731904E-2

4.2 λ_{196} 的灵敏度误差比较

表 5 为不同降阶阶数下 λ_{196} 实部对部分保留发电机 PSS 增益灵敏度的误差。对振荡模式 λ_{196}，分别保留

a：3 台　b：7 台

c：12 台　d：18 台

发电机，计算特征值灵敏度的误差。可以看出，实部误差随保留发电机数的增多逐渐减小，与表 3 观

察的一致。

从表 6 同样可以得出 4.1 节的结论。

表 5 不同降阶阶数下 λ_{196} 实部对部分 PSS 增益灵敏度的误差

Tab.5 Errors of sensitivity for real part of λ_{196} under different reduced orders

	G_{PSS8}	G_{PSS11}	G_{PSS12}
3 台（36）	−5.8733429E-2	7.0697927E-2	−4.2214737E-2
7 台（82）	−5.1626763E-2	7.0057924E-2	−1.4121852E-2
12 台（136）	−3.1180356E-2	4.5829088E-2	−5.0901628E-3
18 台（202）	−2.3840349E-2	1.2798642E-2	−2.2786715E-3

表 6 不同降阶阶数下 λ_{196} 虚部对部分 PSS 增益灵敏度的误差

Tab.6 Errors of sensitivity for imaginary part of λ_{196} under different reduced orders

	G_{PSS8}	G_{PSS11}	G_{PSS12}
3 台（36）	0.364 349 543	4.6331930E-2	0.101 569 66
7 台（82）	0.147 940 107	2.4193264E-2	8.5339819E-2
12 台（136）	3.434 7327E-2	5.9277242E-3	3.3180937E-2
18 台（202）	2.5941790E-2	5.3436062E-3	9.9602337E-3

4.3 小结

（1）本文分析比较了特定模式降阶模型下特征值灵敏度的误差情况。不同程度的降阶模型下，所得灵敏度误差呈现一定的规律，即降阶保留的发电机数越多，特征值灵敏度的误差越小，大约在 10^{-2}～10^{-3} 数量级。

（2）几乎所有降阶方法都存在计算误差。本文所用模型误差较小，应该不大于其他方法，故主要误差为计算舍入误差。

5　结论

本文针对大型电力系统特定模式动态降阶的具体模型，确定了降阶后特征值灵敏度的解析表达式。计算了降阶后的特征值灵敏度，实现了降阶引起的灵敏度累计误差的计算。在一具体算例上比较分析了同一振荡模式下不同降阶阶数灵敏度的计算误差，为实际应用中降阶模型选取提供一定的依据。

参考文献

[1] Watkins D S. Forward stability and transmission of shifts in the QR algorithm[J]. SIAM，1995，16（2）：469-487.

[2] Perez-Arriaga I J，Verghese G C，Schweppe F C. Selective modal analysis with applications to electric power systems （Part 1，Part 2）[J]. IEEE Trans on PAS，1982，101（9）：3117-3134.

[3] Byerly R T，Bennon R J，Sherman D E. Eigenvalue analysis of synchronizing power flow oscillations in large electric power systems[J]. IEEE Trans on PAS，1982，101（1）：235-243.

[4] Uchida N，Gao T. A new eigen-analysis of steady state stability studies for large power systems S：matrix method[J]. IEEE Trans on Power Systems, 1998，3（2）：706-714.

[5] 郑伟, 王克文. 基于精化 Arnoldi 方法的小信号稳定性关键特征值计算[J]. 继电器, 2007, 35(4): 40-43.
ZHENG Wei, WANG Ke-wen. Application of the refined Arnoldi method to the calculation of critical eigenvalues in small signal stability analysis[J]. Relay, 2007, 35(4): 40-43.

[6] Durie Milenko，Radojevie Zoran，Turkovie Emilja. A practical approach to the order reduction of a power system model for small stability analysis[J]. Electric Power System Research，1997，41：13-18.

[7] Semlyen Adam，Wang Lei. Sequential computation of the complete eigensystem for the study zone in small stability analysis of large power systems[J]. IEEE Transaction on Power Systems，1988，3（2）：715-725.

[8] 杜正春，刘伟，方万良，等. 小干扰稳定性分析中关键特征值计算的稀疏实现[J]. 中国电机工程学报，2005，25（2）：17-21.
DU Zheng-chun，LIU Wei，FANG Wan-liang，et al. A sparse method for the calculation of critical eigenvalue in small signal stability analysis[J]. Proceedings of the CSEE，2005，25（2）：17-21.

[9] 和萍，王克文，谢志棠. 利用改进 Rayleigh 商逆迭代法进行大系统特定模式降阶[J]. 电工技术学报，2007，22 （4）：130-135.
HE Ping，WANG Ke-wen，XIE Zhi-tang. Order reduction of large power systems for special modes using the improved Rayleigh quotient inverse iteration[J]. Transactions of China Electrotechnical Society，2007，22（4）：130-135.

[10] 王锡凡，方万良，杜正春. 现代电力系统分析[M]. 北京：科学出版社，2003.

[11] 李强，袁越，周海强. 浅淡电力系统低频振荡的产生机理、分析方法和抑制措施[J]. 继电器，2005，33（9）：78-84.
LI Qiang，YUAN Yue，ZHOU Hai-qiang. A brief review on the causes analysis methods and restraining measures of low frequency oscillation in power system[J]. Relay，2005，33（9）：78-84.

[12] 胡金磊, 王克文, 谢志棠, 等. 运行条件变化对机电振荡模式的影响分析[J]. 继电器, 2004, 32(22): 20-24.
HU Jin-lei, WANG Ke-wen, XIE Zhi-tang, et al. Studies of the effect of operating condition variation on power system electromechanic oscillation modes[J]. Relay, 2004, 32(22): 20-24.

（下转第 77 页　continued on page 77）

underfrequency load shedding in power system[J]. Automation of Electric Power Systems, 1998, 22(10): 23-25.

[7] 蔡泽祥, 徐志勇, 申洪. 电力系统频率稳定分析的直接法[J]. 电力系统及其自动化学报，1999, 11(5-6): 13-17.
CAI Ze-xiang, XU Zhi-yong, SHEN Hong. A direct method for frequency stability analysis of power system[J]. Proceedings of the CSU-EPSA, 1999, 11(5-6): 13-17.

[8] 张薇, 王晓茹, 廖国栋. 基于广域量测数据的电力系统自动切负荷紧急控制算法[J]. 电网技术, 2009, 33(3): 69-73.
ZHANG Wei, WANG Xiao-ru, LIAO Guo-dong. Automatic load shedding emergency control algorithm of power system based on wide-area measurement data[J]. Power System Technology, 2009, 33(3): 69-73.

[9] 王晓茹, 阮铮, 刘克天. 电力系统扰动后稳态频率预测直接法改进[J]. 电力系统及其自动化学报，2010, 22(4): 1-5.
WANG Xiao-ru, RUAN Zheng, LIU Ke-tian. Improvement of direct predictive algorithm of power system steady frequency after disturbances[J]. Proceedings of the CSU-EPSA, 2010, 22(4): 1-5.

[10] 常乃超, 兰洲, 甘德强, 等. 广域测量系统在电力系统分析及控制中的应用综述[J]. 电网技术, 2005, 29(10): 46-52.
CHANG Nai-chao, LAN Zhou, GAN De-qiang, et al. A survey on applications of wide-are measurement system in power system analysis and control[J]. Power System Technology, 2005, 29(10): 46-52.

[11] 薛禹胜, 徐伟, 万秋兰,等. 关于广域测量系统及广域控制保护系统的评述[J]. 电力系统自动化，2007, 31(15): 1-5.
XUE YU-sheng, XU Wei, WANG Qiu-lan, et al. A review of wide area measurement system and wide area control system[J]. Automation of Electric Power Systems, 2007, 31(15): 1-5.

[12] 丁剑, 白晓民, 王文平, 等. 电力系统中基于PMU同步数据的应用研究综述[J]. 继电器, 2006, 34(6): 78-84.
DING Jian, BAI Xiao-min, WANG Wen-ping, et al. Overview of application researches based on synchronous data measured by PMUs in power System[J]. Relay, 2006, 34(6): 78-84.

[13] Larsson M, Christian R. Predictive frequency stability control based on wide-area phasor measurements[C]. //IEEE Power Engineering Society Summer Meeting. Chicago(USA): 2002.

[14] Anderson P M, Fouad A A. Power system control and stability[M]. Piscataway, N J IEEE Press: Wiley-Interscience, 2003.

[15] 程浩忠. 电力系统直角坐标潮流二次方程新的表达型式[J]. 中国电机工程学报, 1996, 16(3): 211-213.
CHENG Hao-zhong. A novel quadratic formulation of load flow equations in rectangular coordinates[J]. Proceedings of the CSEE, 1996, 16(3): 211-213.

[16] 张伯明, 陈寿孙, 严正. 高等电力网络分析[M]. 北京：清华大学出版社, 2007.
ZHANG Bo-ming, CHEN Shou-sun, YAN Zheng. Advanced power system analysis[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2007.

[17] Fishman G. Monte Carlo: concepts, algorithms, and applications[M]. Springer, 1999.

[18] Thorp J S, Wang X R, Hopkinson K M, et al. Agent technology applied to the protection of power systems, chapter 7 of the book: autonomous systems and intelligent agents in power system control and operation[M]. Christian R, edited. Springer, 2003.

收稿日期：2010-01-13；　　修回日期：2010-04-09

作者简介：

赵茜茜（1986-），女，硕士研究生，研究方向为电力系统安全稳定控制；E-mail: zhaoqq_0921@163.com

王晓茹（1962-），女，教授，博士生导师，主要从事电力系统保护和安全稳定控制、变电站自动化技术方面的教学与研究工作。

（上接第 71 页　continued from page 71）

[13] Chung C Y，Wang K W，Cheng C K，et al. Machine and load modeling in large scale power industries[J]. IEEE Industry Applications Society, 1998：7-15.

[14] Wang K W, Chung C Y, Tse C T, et al. Multi-machine eigenvalue sensitivities of power system parameters[J]. IEEE Transactions on Power Systems，2000，15（2）：741-747.

收稿日期：2010-01-08；　　修回日期：2010-04-06

作者简介：

李奎奎（1984-），男，硕士研究生，主要研究方向为电力系统稳定分析与控制；E-mail: lexiao2008@163.com

王克文（1964-），男，博士，教授，硕士生导师，主要研究方向为电力系统稳定分析与控制；

邱　磊（1984-），男，硕士研究生，主要研究方向为电力系统稳定分析与控制。