

# 电力系统非线性振荡模态分析

王宇静, 于继来

(哈尔滨工业大学电气工程系, 黑龙江 哈尔滨 150001)

**摘要:** 利用 Carleman 线性化原理研究电力系统非线性振荡稳定性问题, 通过分析得到了二阶及二阶以上电力系统动态方程解析解的表达式。通过 Carleman 线性化分析方法得到了系统的非线性高阶模态, 可以用于研究电力系统的非线性动态特性及大干扰下系统的稳定性, 揭示了非线性模态相关性对系统动态特性的影响。同时将线性模态参与因子的概念扩展到非线性模态中, 定量地衡量各振荡模式之间的非线性相关作用。通过 36 节点系统的仿真计算与 Prony 分析结果进行了对比。通过 Carleman 线性化方法分析电力系统非线性模式之间的相互作用, 可以在小干扰稳定和传统的线性化分析基础上更加深入地理解非线性系统的动态特性, 为分析大干扰和强非线性情况下系统的稳定性和动态特性提供了一种新的手段。

**关键词:** 电力系统; 低频振荡; Carleman 线性化; 非线性振荡; 非线性相关

## Analysis of power system nonlinear oscillation modes

WANG Yu-jing, YU Ji-lai

(School of Electrical Engineering and Automation, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, China)

**Abstract:** The stability of power system with nonlinear oscillations is analyzed by using Carleman linearization theory. The explicit second order and high order solutions of the power system dynamics are obtained. The nonlinear high order modes of the system are calculated by Carleman linearization, which can be used to analyze the stability of the power system with large disturbances, as well as the nonlinear dynamical characteristics. Influences of the nonlinear mode correlations on the dynamical characteristics are studied. The concept of participation factor is extended from linear mode to nonlinear mode, and the interactions between different oscillation modes are evaluated. Epr-36 simulation results, compared with that of the Prony analysis, show the efficiency of the proposed method. By analyzing the interaction between nonlinear modes of power system through Carleman linearization theory, the dynamic characteristic of nonlinear system could be more clearly understood than small signal stability method and conventional linearized analysis. Carleman linearization theory provides a new method for studying the stability and the dynamic behavior under large disturbance and nonlinear condition.

This work is supported by National Natural Science Foundation of China (No.50877014).

**Key words:** power system; low frequency oscillation; Carleman linearization; nonlinear oscillation; nonlinear interaction

中图分类号: TM712 文献标识码: A 文章编号: 1674-3415(2010)20-0001-05

## 0 引言

随着电力系统规模的日益扩大, 互联电网引发的低频振荡问题已成为危害电力系统安全运行、制约电网传输能力的主要瓶颈<sup>[1]</sup>。长期以来, 人们都是通过小扰动分析和线性化处理来研究低频振荡问题, 基于传统线性化方法设计的电力系统稳定器(PSS)得到了广泛的应用<sup>[2]</sup>。线性化特征分析能够得到系统的基本模态, 并给出了振荡模式和相关因

子的概念。然而, 电力系统本质上是一个复杂的非线性系统, 其动态特性由非线性代数微分方程描述, 而线性化稳定性分析方法无法考虑非线性结构特性对系统动态特性和稳定性的影响, 因此本身存在缺陷。对于规模较大的电力系统来说, 即使在小干扰作用下, 系统也会呈现出较强非线性特性, 因此仅采用线性化分析方法会严重影响系统控制器设计的准确性和有效性。而时域仿真方法虽然可以得到系统的非线性信息, 但无法定量分析状态变量及系统参数与扰动之间的关系, 难以揭示系统失稳的根源和制定合理的控制策略。

基金项目: 国家自然科学基金项目(50877014)

为解决上述问题,国内外一些学者采用向量场正规形(normal form)理论来分析非线性系统在大干扰下的动态特性<sup>[3-7]</sup>,并取得一定的研究成果。正规形方法通过数值求解向量场非线性正则变换系数,实现了非线性向量场的正则变换,最终得到电力系统状态方程的二阶解析解,使大干扰下系统稳定性的研究可以在二阶模态空间来完成。

本文应用Carleman线性化方法<sup>[8-10]</sup>分析电力系统受扰动后在平衡点附近的非线性动态特性。通过Carleman线性化计算,原非线性系统可以等效为一个线性系统,通过求解等效后的线性系统可以获得原非线性系统的解析解,并通过等效后的线性系统进行模态分析来揭示原非线性系统的模态间相互作用机理以及小扰动分析无法解释的一些物理特性。在此基础上,进一步研究线性模式与非线性模式以及状态变量间的非线性相关作用,探索小扰动稳定与大干扰稳定之间的联系,以及低频振荡的线性模式在大干扰稳定中充当的角色和作用。并给出非线性相关因子的计算方法和识别主导振荡模式的指标。

## 1 Carleman 线性化

### 1.1 Kronecker 积

定义 1<sup>[11]</sup>: 对给定的矩阵  $A \in R^{n \times m}$  和  $B \in R^{s \times t}$ , 它们的 Kronecker 积定义为:

$$A \otimes B = \begin{bmatrix} a_{11}B & a_{12}B & \cdots & a_{1m}B \\ a_{21}B & a_{22}B & \cdots & a_{2m}B \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1}B & a_{n2}B & \cdots & a_{nm}B \end{bmatrix} \in R^{ns \times mt} \quad (1)$$

对于向量  $\mathbf{x} = [x_1, x_2, \dots, x_n]^T$ , 可知:

$$\mathbf{x} \otimes \mathbf{x} = \begin{bmatrix} x_1^2, x_1x_2, x_1x_3, \dots, x_1x_n, \\ \underbrace{x_2x_1, x_2^2, x_2x_3, \dots, x_2x_n}_{n \text{项}}, \\ \underbrace{x_3x_1, x_3x_2, x_3^2, \dots, x_3x_n}_{n \text{项}}, \\ \vdots \\ \underbrace{x_nx_1, x_nx_2, \dots, x_n^2}_{n \text{项}} \end{bmatrix}^T \in R^{n^2} \quad (2)$$

定理 1<sup>[11]</sup>: 设  $\lambda_r$  和  $\mathbf{x}_r$  ( $r=1,2,\dots,m$ ) 分别为  $m$  阶矩阵  $A$  的特征值及对应的特征向量;  $\mu_s$  和  $\mathbf{y}_s$  ( $s=1,2,\dots,n$ ) 分别是  $n$  阶矩阵  $B$  的特征值及对应的特征向量。则  $A \otimes B$  的特征值是  $m \times n$  个值  $\lambda_r \mu_s$ , 其对应的特征向量为  $\mathbf{x}_r \otimes \mathbf{y}_s$ ,  $r=1,2,\dots,m$ ,  $s=1,2,\dots,n$ 。  $A \otimes I_n + I_m \otimes B$  的  $m \times n$  个特征值为

$\lambda_r + \mu_s$ , 其对应的特征向量是  $\mathbf{x}_r \otimes \mathbf{y}_s$ ,  $r=1,2,\dots,m$ ,  $s=1,2,\dots,n$ 。

矩阵  $A \otimes I_n + I_m \otimes B$  称为矩阵  $A$  和  $B$  的 Kronecker 和。

### 1.2 系统模型

对有  $n$  台发电机的电力系统, 其系统数学模型可以表示为式 (3):

$$\dot{\mathbf{X}} = \mathbf{f}(\mathbf{X}) \quad (3)$$

式中:  $\mathbf{X}$  是  $n$  维状态向量;  $\mathbf{f}: R^n \rightarrow R^n$  为一个光滑向量场,  $n$  为该系统的总阶数。

将式 (3) 在扰动后的稳定平衡点附近进行 Taylor 级数展开可以得到式 (4):

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}) = A_1 \mathbf{x} + A_2 [\mathbf{x} \otimes \mathbf{x}] + A_3 [\mathbf{x} \otimes \mathbf{x} \otimes \mathbf{x}] + \cdots + H.O.T. \quad (4)$$

其中:  $A_k \in R^{n \times m_k}$ ;  $\mathbf{x} = \Delta \mathbf{X}$ ;  $m_k \triangleq \binom{n+k-1}{k}$ ,  $k=1,2,\dots$ ;  $A_1$  为系统雅可比矩阵;  $A_2$  为系统海森矩阵;  $H.O.T.$  为高阶项。

令

$$\mathbf{x}^{(k)} = \underbrace{\mathbf{x} \otimes \mathbf{x} \otimes \cdots \otimes \mathbf{x}}_{k \text{项}} \in R^{m_k}$$

则展开后的系统状态方程可以表示为:

$$\dot{\mathbf{x}} = \sum_{k=1}^{\infty} A_k \mathbf{x}^{(k)} \quad (5)$$

只保留式 (5) 的前  $N$  阶项, 得到

$$\dot{\mathbf{x}} = \sum_{k=1}^N A_k \mathbf{x}^{(k)} \quad (6)$$

由 Kronecker 乘积的定义可得

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} [\mathbf{x}^{(2)}] &= \frac{d}{dt} [\mathbf{x} \otimes \mathbf{x}] = \\ &= \frac{d\mathbf{x}}{dt} \otimes \mathbf{x} + \mathbf{x} \otimes \frac{d\mathbf{x}}{dt} = \\ &= \sum_{k=1}^{N-1} [A_k \otimes I_n + I_n \otimes A_k] \mathbf{x}^{(k+1)} \end{aligned} \quad (7)$$

由式 (7) 可知,  $\mathbf{x}^{(2)}$  与除  $\mathbf{x}^{(1)}$  外的  $\mathbf{x}^{(2)}, \dots, \mathbf{x}^{(N)}$  之间满足微分关系。依此类推, 继续依次对  $\mathbf{x}^{(j)}$  求导 ( $j=1,2,\dots,N$ ), 可得:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} [\mathbf{x}^{(j)}] &= \frac{d}{dt} \left[ \underbrace{\mathbf{x} \otimes \cdots \otimes \mathbf{x}}_{j \text{项}} \right] = \\ &= \frac{d\mathbf{x}^{(j-1)}}{dt} \otimes \mathbf{x} + \mathbf{x} \otimes \frac{d\mathbf{x}^{(j-1)}}{dt} = \\ &= \sum_{k=1}^{N-j+1} A_{j,k} \mathbf{x}^{(k+j-1)} \end{aligned} \quad (8)$$

其中:  $A_{1,k} = A_k$ , 当  $j > 1$  时,

$$\begin{aligned} A_{j,k} &= A_k \otimes \underbrace{I_n \otimes \cdots \otimes I_n}_{j-1 \text{项}} + I_n \otimes A_k \otimes \\ &= I_n \otimes \cdots \otimes I_n + \cdots + I_n \otimes \cdots \otimes I_n \otimes A_k \end{aligned} \quad (9)$$

定义  $\mathbf{x}^\circ \triangleq [\mathbf{x}, \mathbf{x}^{(2)}, \dots, \mathbf{x}^{(N)}]^\top$ , 其中

$$\dim(\mathbf{x}^\circ) = M = n + m_2 + \dots + m_N$$

我们可以得到一个与原始非线性模型 (4) 相似的有限维线性微分方程

$$\frac{d}{dt}[\mathbf{x}^\circ] = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{11} & \mathbf{A}_{12} & \mathbf{A}_{13} & \dots & \mathbf{A}_{1N} \\ 0 & \mathbf{A}_{21} & \mathbf{A}_{22} & \dots & \mathbf{A}_{2N-1} \\ 0 & 0 & \mathbf{A}_{31} & \dots & \mathbf{A}_{3N-2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 0 & \mathbf{A}_{N1} \end{bmatrix} \mathbf{x}^\circ = \tilde{\mathbf{A}} \mathbf{x}^\circ \quad (10)$$

其中:  $\tilde{\mathbf{A}}$  为变换后的  $M \times M$  维状态矩阵, 具有上三角结构, 其中的元素  $\mathbf{A}_i$  即原非线性系统 (4) 的线性化部分  $\mathbf{A}_i$ , 其余元素则反映了原系统的非线性特征, 式 (10) 称为式 (4) 的截断 Carleman 线性化方程。

## 2 非线性模态分析

下面我们对截断 Carleman 线性化方程 (10) 进行模态分析, 并通过与线性化分析方法结果的对比来认识线性和非线性模态在系统动态行为中究竟起到哪些作用。

首先求取  $\tilde{\mathbf{A}}$  的特征值。由于  $\tilde{\mathbf{A}}$  是上三角矩阵, 于是有

$$|\lambda \mathbf{I} - \tilde{\mathbf{A}}| = |\lambda^N \mathbf{I} - \mathbf{A}_{11}| |\lambda^2 \mathbf{I} - \mathbf{A}_{21}| \dots |\lambda \mathbf{I} - \mathbf{A}_{N1}| = 0 \quad (11)$$

其中:  $\mathbf{A}_{11}$  的特征值  $\lambda^1 = [\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n]$  是线性化系统的特征值, 同时由式 (8) 可知  $\mathbf{A}_{21}$  的特征值满足

$$|\lambda^2 \mathbf{I} - \mathbf{A}_{21}| = |\lambda^2 \mathbf{I} - (\mathbf{A}_{11} \otimes \mathbf{I} + \mathbf{I} \otimes \mathbf{A}_{11})| = 0 \quad (12)$$

由定理 1 可知,  $\mathbf{A}_{21} = \mathbf{A}_{11} \otimes \mathbf{I} + \mathbf{I} \otimes \mathbf{A}_{11}$  的特征值为  $\lambda^2 = \lambda_r + \lambda_s$ ,  $r=1, 2, \dots, n$ ,  $s=1, 2, \dots, n$ 。依此类推

$$\mathbf{A}_{N1} = \mathbf{A}_{11} \otimes \underbrace{\mathbf{I}_n \otimes \dots \otimes \mathbf{I}_n}_{j-1 \text{项}} + \mathbf{I}_n \otimes \mathbf{A}_{11} \otimes$$

$$\mathbf{I}_n \otimes \dots \otimes \mathbf{I}_n + \dots + \mathbf{I}_n \otimes \dots \otimes \mathbf{I}_n \otimes \mathbf{A}_{11}$$

的特征值为  $\lambda^N = \lambda_r + \lambda_s + \dots + \lambda_t$ ,  $r=1, 2, \dots, n$ ,  $s=1, 2, \dots, n$ ,  $t=1, 2, \dots, n$ 。因此可得到  $\tilde{\mathbf{A}}$  的特征值为  $\lambda_r$ ,  $\lambda_r + \lambda_s, \dots, \lambda_r + \lambda_s + \dots + \lambda_t$ ,  $r=1, 2, \dots, n$ ,  $s=1, 2, \dots, n$ ,  $t=1, 2, \dots, n$ 。

设  $\tilde{\mathbf{A}}$  的右特征向量为  $\tilde{\mathbf{U}}$ , 左特征向量为  $\tilde{\mathbf{V}} = \tilde{\mathbf{U}}^{-1}$ ,  $\mathbf{A} = \text{diag}(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_N)$ 。在初始条件  $\mathbf{x}^\circ(0)$  已知的情况下, 可以得到变换后系统的自由响应为

$$\mathbf{x}^\circ(t) = \tilde{\mathbf{U}} e^{\mathbf{A}t} \tilde{\mathbf{V}} \mathbf{x}^\circ(0) \quad (13)$$

以及原始系统的高阶解析解

$$\begin{aligned} x_i(t) = & \sum_{j=1}^n \tilde{u}_{ij} c_j^1 e^{\lambda_j^1 t} + \sum_{k=1+n}^{n+n^2} \tilde{u}_{ik} c_k^2 e^{\lambda_k^2 t} + \\ & \sum_{m=1+n+n^2}^{n+n^2+n^3} \tilde{u}_{im} c_m^3 e^{\lambda_m^3 t} + \dots \end{aligned} \quad (14)$$

其中,  $t$  为时间变量。

$$c_j^1 = \sum_{p=1}^{n+n^2+n^3} \tilde{v}_{jp} x_p^\circ(0), \quad j=1, 2, \dots, n \quad (15)$$

$$c_k^2 = \sum_{q=1}^{n+n^2+n^3} \tilde{v}_{kq} x_q^\circ(0), \quad (16)$$

$$k = n+1, n+2, \dots, n+n^2$$

$$c_m^3 = \sum_{r=1}^{n+n^2+n^3} \tilde{v}_{mr} x_r^\circ(0), \quad (17)$$

$$m = n+n^2+1, n+n^2+2, \dots, n+n^2+n^3$$

式 (14) 第一项中  $\lambda_j^1$  代表系统的基本线性模式, 第二项中  $\lambda_k^2 = \lambda_r + \lambda_s$  为二阶复合模式, 第三项中  $\lambda_m^3 = \lambda_r + \lambda_s + \lambda_t$  为三阶复合模式。由此可以得出以下结论: 线性系统受到激励后只显示出本身的固有模式, 而受到激励的非线性系统的输出模式中不仅包含线性模式, 并且包含其他非线性模式, 即固有模式  $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$  间的线性组合模式。

## 3 非线性模式的参与因子

线性参与因子  $p_{ki}$  是模式分析中一个非常重要的概念, 他代表第  $k$  个状态变量对第  $i$  个模式的参与程度。在选择模式法和部分特征值分析方法中, 可以通过参与因子对低频振荡模式进行判别, 在抑制低频振荡问题中, 也根据参与因子  $p_{ki}$  值决定在哪一台机上安装 PSS 以抑制某一个低频振荡模式。其定义为: 当初始状态向量  $\mathbf{x}_0 = \mathbf{e}_k^T$  ( $\mathbf{e}_k$  中除第  $k$  个元素为 1 外, 其他元素为 0) 时, 第  $k$  个状态变量  $x_k$  的大小。可以通过式 (18) 计算得到。

$$p_{ki} = u_{ki} \times v_{ik} \quad (18)$$

则第  $k$  个状态变量可用参与因子表示为:

$$x_k(t) = \sum_{k=1}^n P_{ki} e^{\lambda_i t} \quad (19)$$

同样地, 令  $\mathbf{x}_0 = \mathbf{e}_k^T$ , 则  $\mathbf{x}_0^\circ \triangleq [\mathbf{e}_k, \mathbf{e}_k^{(2)}, \dots, \mathbf{e}_k^{(N)}]^\top$ , 可以扩展线性参与因子的概念, 得到包含非线性高阶项影响的参与因子:

$$\tilde{p}_{ki} = \tilde{u}_{ki} \times (\tilde{v}_{ik} + \tilde{v}_{i, k \times n + k} + \tilde{v}_{i, k \times n^2 + k \times n + k}) \quad (20)$$

其中:  $\tilde{v}_{ik}$ 、 $\tilde{v}_{i, k \times n + k}$ 、 $\tilde{v}_{i, k \times n^2 + k \times n + k}$  和  $\tilde{u}_{ki}$  分别是截断 Carleman 线性化方程状态矩阵  $\tilde{\mathbf{A}}$  的左右特征向量

$\tilde{V}$ 、 $\tilde{U}$  中第  $i$  行第  $k$  列、第  $k \times n + k$  列和第  $k \times n^2 + k \times n + k$  列元素;  $\tilde{p}_{ki}$  的模值不仅能够衡量第  $k$  个状态变量对线性模式的非线性参与程度, 也可以度量状态变量对合成的非线性模式的参与程度。而如果只在系统平衡点利用传统线性化方法进行分析, 这些非线性特征信息是无法得到的。

### 4 仿真分析

本文以中国电力科学研究院综合稳定程序中的 8 机 36 节点系统为仿真算例, 系统结构如图 1 所示, 发电机采用  $E'_q$  恒定的二阶模型, 负荷为恒阻抗, 系统总阶数共 16 阶。仿真一假定故障为 30 号母线 0 s 时刻发生三相瞬时接地短路, 切除时间为 0.2 s。此时, 用 PSASP 稳定程序计算的系统是稳定的。系统小扰动分析的计算结果如表 1 所示, 只选

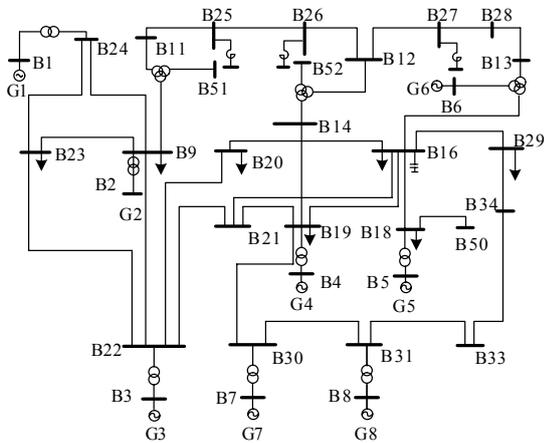


图 1 EPRI-36 节点电网结构图

Fig.1 The single-line diagram of EPRI 36 nodes' system

表 1 系统低频振荡模式

Tab.1 System inertial modes

序号	状态变量	相关因子	特征值	频率 / Hz	阻尼/%
1, 2	$\delta_6, \omega_6$	0.50	$-1.49 \pm 22.94i$	3.66	6.50
3, 4	$\delta_2, \omega_2$	0.44	$-1.69 \pm 10.53i$	1.70	15.90
5, 6	$\delta_7, \omega_7$	0.08	$-0.62 \pm 7.44i$	1.19	8.39
7, 8	$\delta_3, \omega_3$	0.28	$-1.16 \pm 9.65i$	1.55	11.96
9, 10	$\delta_8, \omega_8$	0.13	$-1.07 \pm 9.03i$	1.45	11.84
	$\delta_7, \omega_7$	0.10			
11, 12	$\delta_5, \omega_5$	0.41	$-0.65 \pm 6.49i$	1.03	10.01
	$\delta_1, \omega_1$	0.25			
	$\delta_8, \omega_8$	0.10			
13, 14	$\delta_4, \omega_4$	0.45	$-0.67 \pm 4.96i$	0.79	13.43
	$\delta_7, \omega_7$	0.31			
	$\delta_8, \omega_8$	0.23			

择振荡频率大于 0.1 Hz, 衰减阻尼比小于 20% 的模式输出。此系统是一个典型的具有多个低频振荡模式的系统, 特征根 11~14 反映了典型的区域间振荡模式, 区域振荡频率为 1.04 Hz 和 0.80 Hz。

由上面的 Carleman 线性化分析可知,  $n$  机系统可以得到不止  $2n-1$  个振荡模式, 因为模式之间会合成出新的模式。例如:  $\lambda_{10}$  和  $\lambda_{11}$  之间产生了频率为 0.49 Hz, 阻尼比为 56.07% 的新模式,  $\lambda_{11}$  和  $\lambda_{13}$  之间产生了频率为 1.83 Hz, 阻尼比为 11.45% 的新模式。Carleman 线性化计算得到的模式分布图如图 2 所示。

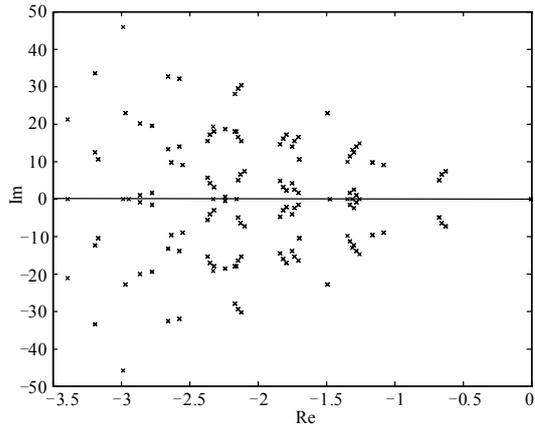


图 2 稳定仿真的模式分布图

Fig.2 Modes distribution of stable simulation

仿真二适当调整图 1 所示发电机参数和负荷, 使之成为一个存在负阻尼的系统。小扰动稳定计算所得特征值为:  $-1.49 \pm 26.93i$ 、 $-1.69 \pm 10.84i$ 、 $-0.15 \pm 5.21i$ 、 $0.39 \pm 6.93i$ 、 $-0.40 \pm 7.34i$ 、 $-1.06 \pm 8.93i$  和  $0.49 \pm 10.36i$ 。PSASP 的时域仿真结果是失稳的。由于模式合成时是实部相加, 因此在小扰动计算稳定的情况下, 非线性部分振荡模式的阻尼比线性模式要强一些。当系统本身存在负阻尼时 (某些特征根实部大于零), 在扰动较大的情况下, 系统将表现出明显的非线性特性, 实部为正的线性模态与其他模态的叠加将会使阻尼状况严重恶化, 导致系统失稳解裂。仿真二中, 由 Carleman 线性化计算得到的模式分布图如图 3 所示。可以看到, 合成的新模态比原有的线性模态更加严重地偏离虚轴, 非线性模态分析的结果显示, 系统的实际稳定状况要比线性分析更加严峻。

设 BUS30 在 0 s 时发生三相短路故障, 0.28 s 时故障消除, 以 BUS19-BUS30 之间的有功功率进行 Prony 分析<sup>[12]</sup>, 其结果见表 2。由表 2 可看出, 当采用 10 阶 Prony 分析时, 其结果已显示主要频率成分中除了有小扰动分析中的 0.79 Hz 和 1.03 Hz 以外, 还出现了一些新的频率成分, 这种现象可以

用模态合成理论给予解释, 说明 Carleman 线性化分析中得到的新的振荡模式的确是存在的, 随着非线性不断增强, 这种趋势将会愈发明显。

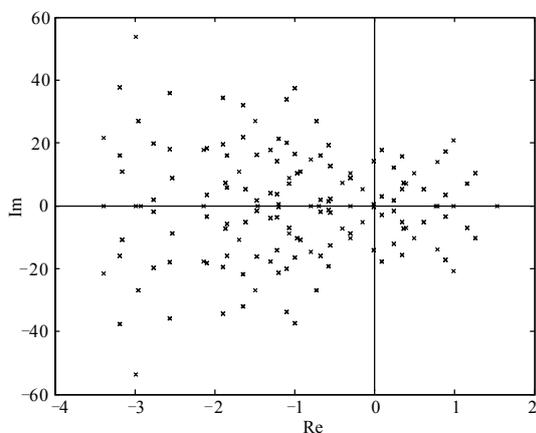


图3 不稳定仿真的模态分布图

Fig.3 Modes distribution of unstable simulation

表2 Prony 分析结果

Tab.2 The results of Prony analysis

振幅	衰减	频率/Hz	阻尼比/%
0.86	-0.81	0.79	16.55
0.80	-0.58	1.03	9.15
0.021	-0.86	2.12	6.49
160.92	-27.51	1.68	93.37
103.52	-24.71	4.88	61.86
1.75	-3.70	1.93	29.22
0.03	-2.71	4.67	9.21
0.01	-1.92	3.49	8.71
0.01	-3.24	4.02	12.70
0.01	-2.81	2.82	15.66

## 5 结论

本文应用 Carleman 线性化方法对电力系统低频振荡进行了稳定性分析。在系统平衡点附近对原非线性系统模型进行高阶泰勒级数展开, 在此基础上通过 Carleman 线性化方法得到了系统响应的高阶解析解。与小扰动分析方法相比, 采用 Carleman 线性化分析方法所得到的结果包含了更多的电力系统非线性动态信息, 更有利于分析、理解电力系统低频振荡的本质。扩展的非线性相关作用系数和非线性模态相关因子的概念, 建立了小扰动稳定和大扰动稳定之间的联系。该方法简便实用并适用于多种复杂电力系统, 可以从另一个角度解释以往的稳定性分析中无法涉及的一些现象, 为电力系统稳定性分析提供了一种新的手段和研究方法, 对非线性

振荡的分析、预防和控制具有重要意义。

## 参考文献

- [1] 王铁强, 贺仁睦, 王卫国, 等. 电力系统低频振荡机理的研究[J]. 中国电机工程学报, 2002, 22 (2): 21-25. WANG Tie-qiang, HE Ren-mu, WANG Wei-guo, et al. The mechanism study of low frequency oscillation in power system[J]. Proceedings of the CSEE, 2002, 22 (2): 21-25.
- [2] 余贻鑫, 王成山. 电力系统稳定性理论与方法[M]. 北京: 北京科学出版社, 1999. YU Yi-xin, WANG Cheng-shan. Theory and method of power system stability[M]. Beijing: Science Press, 1999.
- [3] Vittal V, Kliemann W, Ni Y X, et al. Determination of generator groupings for an islanding scheme in the Manitoba hydro system using the method of normal forms[J]. IEEE Trans on Power Systems, 1998, 13 (4): 1345-1351.
- [4] Vittal V, Bhatia N, Fouad A A. Analysis of the inter-area mode phenomenon in power systems following large disturbances[J]. IEEE Trans on Power Systems, 1991, 6 (4): 1515-1521.
- [5] Thapar J, Vittal V, Kliemann W, et al. Application of the normal form of vector fields to predict interarea separation in power systems[J]. IEEE Trans on Power Systems, 1997, 12 (2): 844-850.
- [6] 张靖, 文劲宇, 程时杰, 等. 基于向量场正规形的电力系统稳定模式相关性理论分析[J]. 中国电机工程学报, 2006, 26 (11): 82-86. ZHANG Jing, WEN Jin-yu, CHENG Shi-jie, et al. Theoretical analysis of the interaction between power system stability mode with the normal form of vector fields[J]. Proceedings of the CSEE, 2006, 26(11): 82-86.
- [7] 邓集祥, 赵丽丽. 主导低频振荡模式二阶非线性相关作用的研究[J]. 中国电机工程学报, 2005, 25 (7): 75-80. DENG Ji-xiang, ZHAO Li-li. Study on the second order nonlinear interaction of the critical inertial modes[J]. Proceedings of the CSEE, 2005, 25 (7): 75-80.
- [8] Steeb W M, Wilhelm F. Nonlinear autonomous systems of differential equations and carleman linearization procedure[J]. Journal of Mathematics and Applications, 1980, 77: 601-611.
- [9] Al-Tuwaim M S, Crisalle O D, Svoronos S A. Discretization of nonlinear models using a modified varleman linearization technique[C]. //The American Automatic Control Council. Proceeding of the 17th American Control Conference. Philadelphia(America): 1998.

(下转第 11 页 continued on page 11)

- 及自组织临界性分析[J]. 电力系统自动化, 2007, 31 (1): 9-13.
- WANG Gang, MEI Sheng-wei, HU Wei. Blackout model with reactive power and voltage and its self-organized criticality[J]. Automation of Electric Power Systems, 2007, 31 (1): 9-13.
- [11] 易俊, 周孝信, 肖逾男. 用连锁故障搜索算法判别系统的自组织临界状态[J]. 中国电机工程学报, 2007, 27 (25): 1-5.
- YI Jun, ZHOU Xiao-xin, XIAO Yu-nan. Determining the self-organized criticality of power systems by the cascading failures searching method[J]. Proceedings of the CSEE, 2007, 27 (25): 1-5.
- [12] 梅生伟, 翁晓峰, 薛安成, 等. 基于最优潮流的停电模型及自组织临界性分析[J]. 电力系统自动化, 2006, 30 (13): 1-5.
- MEI Sheng-wei, WENG Xiao-feng, XUE An-cheng, et al. Blackout model based on OPF and its self-organized criticality[J]. Automation of Electric Power Systems, 2006, 30 (13): 1-5.
- [13] CARRERASBA, NEWMANDE, DOBSONI, et al. Initial evidence for self-organized criticality in electric power blackouts[EB/OL]. <http://eceserv0.ece.wisc.edu/~dobson/PAPERS/carrerasHICSS00.pdf>.
- [14] 丁明, 韩平平. 基于复杂系统理论的电网连锁故障研究[J]. 合肥工业大学学报: 自然科学版, 2005, 28 (9): 1047-1052.
- DING Ming, HAN Ping-ping. Research on power system cascading failure with complex system theory[J]. Journal of Hefei University of Technology: Science Natural, 2005, 28 (9): 1047-1052.
- [15] 曹一家, 江全元, 丁理杰. 电力系统大停电的自组织临界现象[J]. 电网技术, 2005, 29 (15): 1-5.
- CAO Yi-jia, JIANG Quan-yuan, DING Li-jie. Self-organized criticality phenomenon for power system blackouts[J]. Power System Technology, 2005, 29 (15): 1-5.
- [16] 李远富, 姚令侃, 邓域才. 单面坡沙堆模型 SOC 研究[J]. 西南交通大学学报, 2000, 35 (2): 121-125.
- LI Yuan-fu, YAO Ling-kan, DENG Yu-cai. Experimental study on the self-organized criticality of sand pile model with one-grade slop[J]. Journal of Southwest Jiaotong University, 2000, 35 (2): 121-125.
- [17] 韦方强, 何易平, 胡凯衡, 等. 溜砂坡遥感解译标志与方法[J]. 自然灾害学报, 2002, 11 (4): 124-128.
- WEI Fang-qiang, HE Yi-ping, HU Kai-heng, et al. Remote sensing interpretation of sliding sand slope[J]. Journal of Natural Disasters, 2002, 11 (4): 124-128.
- [18] 孟仲伟, 鲁宗相, 宋靖雁. 中美电网的小世界拓扑模型比较分析[J]. 电力系统自动化, 2004, 28(15): 21-24.
- MENG Zhong-wei, LU Zong-xiang, SONG Jing-yan. Comparison analysis of the small-world topological model of Chinese and American power grids[J]. Automation of Electric Power Systems, 2004, 28(15): 21-24.
- [19] 王西明. 从熵、信息熵到自组织[J]. 现代物理知识, 2008, 15 (4): 6-7.
- WANG Xi-ming. From entropy, information entropy to self-organized[J]. Modern Physics, 2008, 15 (4): 6-7.
- [20] 易俊, 周孝信, 肖逾男. 电力系统自组织临界特性分析与仿真模型[J]. 电网技术, 2008, 32 (3): 7-12.
- YI Jun, ZHOU Xiao-xin, XIAO Yu-nan. Analysis on power system self-organized criticality and its simulation model[J]. Power System Technology, 2008, 32 (3): 7-12.

收稿日期: 2009-11-05; 修回日期: 2010-04-07

#### 作者简介:

梁才(1986-), 男, 硕士研究生, 主要研究方向为电力系统分析、运行与控制; E-mail: liangcai00168@163.com

刘文颖(1955-), 女, 教授, 博士生导师, 主要研究方向为电力系统分析、运行与控制及电力系统智能调度。

(上接第 5 页 continued from page 5)

- [10] Arroyo J, Barocio E, Betancourt R, et al. A bilinear analysis technique for detection and quantification of nonlinear modal interaction in power systems[C]. //IEEE Power Engineering Society. Proceeding of IEEE Power Engineering Society General Meeting. Montreal (Canada): 2006.
- [11] 史荣昌. 矩阵分析[M]. 北京: 北京理工大学出版社, 2005.
- SHI Rong-chang. Matrix analysis[M]. Beijing: Beijing Institute of Technology Press, 2005.
- [12] 肖晋宇, 谢小荣, 胡志祥, 等. 电力系统低频振荡在线辨识的改进 Prony 算法[J]. 清华大学学报: 自然科学版, 2004, 44 (7): 883-887.
- XIAO Jin-yu, XIE Xiao-rong, HU Zhi-xiang, et al. Improved Prony method for online identification of low-frequency oscillations in power system[J]. Journal of Tsinghua University: Sci&Tech, 2004, 44 (7): 883-887.

收稿日期: 2009-11-01; 修回日期: 2009-12-01

#### 作者简介:

王宇静(1978-), 女, 博士研究生, 主要从事基于广域测量的电力系统稳定与控制方面的研究; E-mail: wyjhit@gmail.com

于继来(1965-), 男, 博士, 教授, 博士生导师, 主要从事电力系统分析与控制方面的研究。