

# 改进的拉格朗日松弛法求解机组组合问题

何小宇, 张粒子, 谢国辉

(华北电力大学电气工程学院, 北京 102206)

**摘要:** 提出了一种求解机组组合问题的改进拉格朗日松弛算法。与现有此类方法相比, 此算法进行了以下三个方面改进: 基于启发式排序法得到较优的拉格朗日乘子初值; 改进了动态规划求解单机问题时的累计费用以获得更优的机组启停决策; 采用自适应性次梯度法结合集结投影次梯度法的联合优化策略加快算法收敛速度。10机到100机的6个算例表明, 自适应性次梯度法和集结投影次梯度法的联合优化策略更易跳出其单一策略时的振荡现象, 从而加快收敛。

**关键词:** 机组组合; 改进拉格朗日松弛法; 自适应性次梯度; 集结投影次梯度; 动态规划

## Unit commitment using an improved lagrangian relaxation method

HE Xiao-yu, ZHANG Li-zi, XIE Guo-hui

(School of Electrical Engineering, North China Electric Power University, Beijing 102206, China)

**Abstract:** This paper proposes an improved lagrangian relaxation approach for the unit commitment problem. This method has improved the following three aspects: first, a heuristic sorting method is used to get better initial lagrangian multipliers; second, the total cost of solving the single-unit problem by dynamic programming is reduced to achieve a better commitment start stop decision; at last, the optimization strategy of adaptive subgradient combined with aggregative projection subgradient is applied to accelerate the convergence. Simulation examples with the number of generating units in the range of 10 to 100 show that the two strategies used alternately can alleviate the oscillation and speed up convergence.

**Key words:** unit commitment; improved lagrangian relaxation method; adaptive subgradient; aggregative projection subgradient; dynamic programming

中图分类号: TM71 文献标识码: A 文章编号: 1674-3415(2010)17-0016-06

## 0 引言

机组组合问题是一个大规模、非线性、混合整数优化问题, 很难找出理论上的最优解。但由于其显著的经济效益, 人们一直在积极研究, 并提出了许多解决方法<sup>[1]</sup>, 一般可分为三类: 经典算法, 如启发式方法<sup>[2-3]</sup>; 数学优化方法, 如动态规划法<sup>[4]</sup>、整数规划和混合整数规划法<sup>[5-6]</sup>、拉格朗日松弛法<sup>[7]</sup>等; 智能优化类算法<sup>[8-9]</sup>, 如遗传算法、模拟退火算法、粒子群算法等。其中第一类算法简单实用, 速度很快, 但是从数学优化的观点来讲并不严谨, 只能得出较粗糙的次优解; 第二类方法具有严格的数学模型依据, 但动态规划法容易引起“维数灾”问题, 需要采取必要的简化措施, 混合整数规划法在物理模型上很适合求解机组组合问题, 近年来也日益受到人们的关注, 但其算法本身比较复杂, 需要精心构造分支策略和求下界的方法。拉格朗日松弛

法是求解机组组合问题比较理想的方法, 近年来也取得了不少研究成果; 第三类方法从理论上讲是一种全局寻优的计算方法, 但通常计算量比较大, 所需时间较长。

拉格朗日松弛法是一种分解协调算法, 随着问题规模的增大, 其计算量线性增长, 非常适用于机组组合这种大规模的混合整数规划问题; 其拉格朗日乘子也在一定意义上体现了其经济(物理)含义。

但是, 也有一些缺点, 由于其目标函数的非凸性, 用对偶问题求解时, 存在对偶间隙, 需要根据对偶问题的优化解采取一定的措施构造原问题的优化可行解; 拉格朗日松弛法求解机组组合问题, 会受到机组对拉格朗日乘子的灵敏度的影响, 因此, 拉格朗日乘子初值的选取、所采用的乘子的修正策略, 都会对算法的计算效率产生一定的影响; 而算法的迭代过程中容易出现振荡现象, 需要采取措施加快收敛。

针对上述问题, 本文对传统的拉格朗日松弛法进行了改进, 结合拉格朗日乘子的物理意义通过启发式排序法得到较优的初值; 根据拉格朗日松弛法快速收敛到可行解, 振荡收敛到最优解的特点, 在构造可行解时直接采用自适应性次梯度法将对偶问题的解沿优化方向逐步修正为可行解; 获得可行解后, 为了缓解乘子迭代过程中的振荡现象, 采用集结投影次梯度法, 使得迭代过程中能够对历史信息加以利用, 从而加快收敛速度。

## 1 机组组合数学模型

传统机组组合数学模型为:

1) 目标函数

$$F(P_i^t, U_i^t) = \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^N [f_i(P_i^t) + C_{i,t}(1-U_i^{t-1})]U_i^t \quad (1)$$

2) 系统约束条件

$$\text{功率平衡约束: } P_D^t - \sum_{i=1}^N P_i^t U_i^t = 0 \quad (2)$$

$$\text{备用约束: } P_D^t + R^t - \sum_{i=1}^N \bar{P}_i U_i^t \leq 0 \quad (3)$$

3) 机组运行约束

发电机组输出功率上下限约束:

$$\underline{P}_i U_i^t \leq P_i^t \leq \bar{P}_i U_i^t, \quad i=1, \dots, N \quad (4)$$

最小开停机时间约束:

$$\begin{cases} U_i^t = 1, & \text{若 } T_{i,\text{on}} < T_{i,\text{up}} \\ U_i^t = 0, & \text{若 } T_{i,\text{off}} < T_{i,\text{down}} \\ U_i^t = 0 \text{ 或 } 1, & \text{其他} \end{cases} \quad (5)$$

开机费用约束:

$$\begin{cases} C_{i,t} = HST_i, & \text{若 } T_{i,\text{down}} \leq T_{i,\text{off}} \leq T_{i,\text{cold}} + T_{i,\text{down}} \\ C_{i,t} = CST_i, & \text{若 } T_{i,\text{off}} \geq T_{i,\text{cold}} + T_{i,\text{down}} \end{cases} \quad (6)$$

其中:  $T$  为系统调度期间的时段数;  $N$  表示系统总机组数;  $P_i^t$  表示机组  $i$  在  $t$  时刻的有功出力;  $U_i^t$  表示机组  $i$  在  $t$  时刻的状态,  $U_i^t=0$  表示停机,  $U_i^t=1$  表示开机;  $f_i(P_i^t)$  为机组  $i$  输出功率为  $P_i^t$  时的发电成本,  $f_i(P_i^t) = a_i + b_i P_i^t + c_i (P_i^t)^2$ ;  $C_{i,t}$  表示机组  $i$  在  $t$  时刻的开机费用;  $P_D^t$  为  $t$  时刻系统总负荷;  $R^t$  为  $t$  时刻系统备用需求;  $\bar{P}_i, \underline{P}_i$  分别表示机组  $i$  输出功率上下限;  $T_{i,\text{on}}$  表示机组  $i$  的累计开机时间;  $T_{i,\text{up}}$  表示机组  $i$  的最小开机时间;  $T_{i,\text{off}}$  表示机组  $i$  的累计停机时间;  $T_{i,\text{down}}$  表示机组  $i$  的最小停机时间;  $HST_i$  表示机组  $i$  的热启动费用;  $CST_i$  表示机组  $i$  的冷启动

费用;  $T_{i,\text{cold}}$  表示机组  $i$  的冷启动时间。

## 2 改进的拉格朗日松弛算法

### 2.1 拉格朗日松弛算法原理<sup>[10]</sup>

拉格朗日松弛法求解机组组合问题基于分解协调的思想, 对于式 (1) ~ (6) 所描述的机组组合问题的数学模型, 对系统约束 (2)、(3) 进行松弛, 得到原问题的拉格朗日松弛问题:

$$L(P, U, \lambda, \mu) = F(P_i^t, U_i^t) + \sum_{t=1}^T \lambda^t (P_D^t - \sum_{i=1}^N P_i^t U_i^t) + \sum_{t=1}^T \mu_t (P_D^t + R^t - \sum_{i=1}^N \bar{P}_i U_i^t) \quad (7)$$

式中:  $\lambda^t$  为与  $t$  时刻系统功率平衡约束对应的拉格朗日乘子;  $\mu^t$  为与  $t$  时刻系统备用约束对应的拉格朗日乘子。拉格朗日松弛问题的最优解是原问题的一个可行解, 并且是原问题最优解的一个下界。

拉格朗日松弛函数 (7) 可写成:

$$L = \sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^T \left\{ [f_i(P_i^t) + C_{i,t}(1-U_i^{t-1})]U_i^t - \lambda^t P_i^t U_i^t - \mu_t \bar{P}_i U_i^t \right\} + \sum_{t=1}^T (\lambda^t P_D^t + \mu^t (P_D^t + R^t)) \quad (8)$$

可以看出, 前一部分只与每个机组自身有关, 第二部分在拉格朗日乘子已知的情况下为定值。因此拉格朗日松弛问题即转化成为单机问题的求解。运用对偶理论, 形成两层的优化问题<sup>[11]</sup>。

底层问题用于求解单机优化问题:

$$\min_{P_i^t, U_i^t} L_i = \sum_{t=1}^T \left\{ [f_i(P_i^t) + C_{i,t}(1-U_i^{t-1})]U_i^t - \lambda^t P_i^t U_i^t - \mu^t \bar{P}_i U_i^t \right\} \quad i=1, 2, \dots, n \quad (9)$$

上层问题优化拉格朗日乘子, 即解对偶问题:

$$\max_{\lambda, \mu} L(\lambda, \mu) = \sum_{i=1}^N L_i^*(\lambda, \mu) + \sum_{t=1}^T [\lambda^t P_D^t + \mu^t R^t] \quad (10)$$

$$\mu^t \geq 0, \quad t=1, 2, \dots, T$$

式中,  $L_i^*(\lambda, \mu)$  为底层问题对于给定的  $\lambda, \mu$  的优化拉格朗日函数值。

### 2.2 初始化

拉格朗日乘子初值的质量具有比较重要的意义, 好的初值能够使迭代尽早收敛, 减少计算时间, 不同的初值也可能产生不同的优化结果。

由于拉格朗日乘子在一定程度上体现了电能价格和备用价格的经济意义。为了能获得一个质量较优的拉格朗日乘子的初始值, 本文借鉴文献[12]方法, 根据机组满负荷平均煤耗  $FL_{\text{avg}}(\bar{P}_i)$  进行排序:

$$FL_{\text{avg}}(\bar{P}_i) = F(\bar{P}_i) / \bar{P}_i$$

每个优化时段，优先选取  $FL_{\text{avg}}(\bar{P}_i)$  最小的机组，直到满足负荷需求为止。以此方法求得一组机组组合，在此基础上通过等耗量微增率原则分配负荷，求得每小时的等耗量微增率，作为功率平衡约束对应的拉格朗日乘子的初值  $\lambda^{(0)}$ 。

利用求得的  $\lambda^{(0)}$ ，结合单机问题的决策式 (9)， $\lambda^t P_i^t + \mu^t \bar{P}_i$  表示机组  $i$  在  $t$  时刻的总购电费，而  $f_i(P_i^t) + C_i(1 - U_{i,t-1})$  则代表机组  $i$  在  $t$  时刻的总成本，因此得到机组  $i$  在  $t$  时刻系统备用所对应的拉格朗日乘子的初值：

$$\mu_i^{(0)} = \max\left[\frac{1}{\bar{P}_i}[f_i(P_i^t) + CST_i - \lambda^{(0)} P_i^t], 0\right] \quad (11)$$

而对于全系统的每个时刻：

$$\mu^{t(0)} = \max[\mu_1^{(0)}, \dots, \mu_m^{(0)}] \quad (12)$$

式中， $m$  为按上述  $FL_{\text{avg}}(\bar{P}_i)$  排序，并满足系统负荷备用要求的边际机组数。

### 2.3 单机问题

本文采用动态规划法求解单机子问题：

$$\min \sum_{t=1}^T [f_i(P_i^t) + C_{i,t}(1 - U_{i,t-1}) - \lambda^t P_i^t - \mu^t \bar{P}_i] \quad (13)$$

动态规划法在处理单机问题时，对于机组启停约束等处理是比较方便的。单机问题求解过程中，若直接以式 (13) 目标函数作为动态规划中用于比较的累积费用，则所计算的开机费用为整体的开机费用，对于那些低运行费用高开机费用的机组，会因为动态规划的择优路径取决于这一个时刻的累计费用而很难被选中，因此本文在动态规划过程中以  $C_{i,t}(1 - U_{i,t-1}) / T_{i,\text{up}}$  替代整体的开机费用来计算用于比较的累积费用，从而避免上述现象的发生。

### 2.4 构造可行解

运用拉格朗日松弛法求解机组组合问题时，由于目标函数的非凸性，用对偶问题求解时，存在对偶间隙，需要根据对偶问题的优化解采取一定的措施构造原问题的优化可行解。本文直接通过一种自适应性次梯度法进行拉格朗日乘子的修正，将对偶问题的解拉入可行解的范畴，能够保证此可行解的优越性。

本文中采用的自适应性次梯度法<sup>[12]</sup>，其修正幅度与迭代次数相关，初始时修正幅度较大，随着迭代次数的增加，修正幅度逐渐减小。对于第  $k$  次迭代过程中每一时刻的拉格朗日乘子的值修正如下：

$$\lambda^{(k)} = \max\left[\lambda^{(k-1)} + \frac{pdif^t}{(\alpha + \beta k) \times \text{norm}(pdif)}, 0\right] \quad (14)$$

$$\mu^{t(k)} = \max\left[\mu^{t(k-1)} + \frac{rdif^t}{(\alpha + \beta k) \times \text{norm}(rdif)}, 0\right] \quad (15)$$

$$\text{其中： } pdif^t = P_D^t - \sum_{i=1}^N P_i^t U_i^t \quad (16)$$

$$rdif^t = P_D^t + R^t - \sum_{i=1}^N \bar{P}_i U_i^t \quad (17)$$

分别为各时刻功率平衡约束和系统备用约束的不平衡量，也是对偶问题在各相应拉格朗日乘子处的次梯度。

常参数  $\alpha$  和  $\beta$  的取值分为以下三种情况：

1) 若  $pdif^t \geq 0$  且  $rdif^t \geq 0$ ，同时修正  $\lambda^t$  和  $\mu^t$ ，取  $\alpha=0.02$ ， $\beta=0.05$ ；

2) 若  $pdif^t < 0$  且  $rdif^t < 0$ ，同时修正  $\lambda^t$  和  $\mu^t$ ，取  $\alpha=0.6$ ， $\beta=0.4$ ；

3) 若  $pdif^t < 0$  且  $rdif^t > 0$ ，只修正  $\mu^t$ ，取  $\alpha=0.02$ ， $\beta=0.04$ 。

当发电机组所供给的输出功率小于负荷和旋转备用的需求时，如 1)， $\lambda^t$  和  $\mu^t$  都向其增加的方向进行修正，增加选中机组；当发电机组所供给的输出功率大于负荷和旋转备用的需求时，如 2)， $\lambda^t$  和  $\mu^t$  都向其减小的方向进行修正，减少选中机组；当功率平衡约束满足但备用约束不满足时，如 3)，则只修正  $\mu^t$ ，并向其增大的方向进行，增加选中机组来满足备用约束，这时如果同时修正  $\lambda^t$ ，则必将其减小的方向进行，会使选中机组减少，与  $\mu^t$  的修正目的相矛盾，所以这种情况下只修正  $\mu^t$ 。

上述拉格朗日乘子的修正策略对于各时段都是相同的，这样的修正方式对于各种不平衡程度不加以区别可能会产生计算振荡。在迭代过程中，可判断是否有个别时刻的不平衡量的比例明显高于其他时刻，这时对其区别对待，适当加大它的修正幅度以缓解振荡现象。

如：已知某一时刻  $rdif^t / \text{norm}(rdif) > 0.50$ ，则这一时刻的不平衡程度相对于其他时刻明显较大，应加大这一时刻的修正幅度，若此时  $pdif^t < 0$  且  $rdif^t > 0$  时，只需修正  $\mu^t$ ，可取  $\alpha=0.01$ ， $\beta=0.02$ 。

### 2.5 集结投影次梯度法修正拉格朗日乘子<sup>[13-14]</sup>

传统的次梯度方法直接将次梯度作为搜索方向，在搜索过程中解的振荡现象严重。本文在获得可行解之后，采用集结投影次梯度法对历史次梯度加以利用来修正拉格朗日乘子，迭代方向更加准确，

文献[14]对此算法收敛性进行了理论证明。

集结投影次梯度法是指, 对偶问题的求解过程中, 可以得到  $J^k$  个  $L_{\min}^k$  的  $\varepsilon$  近最优解, 在迭代过程中若能把这些历史信息利用起来, 则所构成的搜索方向更加准确。

首先, 计算次梯度  $g_j^k$ :

$$\begin{aligned} grad_{\lambda}(t)_j^k &= pdif(t)_j^k = P_D^t - \sum_{i=1}^N P_i(t)_j^k \\ g_{\mu}(t)_j^k &= rdif(t)_j^k = P_D^t + R^t - \sum_{i=1}^N \bar{P}_i U_i(t)_j^k \\ t &= 1, \dots, T, j = 1, \dots, J^k \end{aligned} \quad (18)$$

其次, 定义权重, 认为历史次梯度与当前所得次梯度方向越近, 则其包含的信息越多, 所赋予的权重也越大:

$$\omega_j^k = \bar{\omega}_j^k / \sum_{j=1}^{J^k} \bar{\omega}_j^k \quad (19)$$

$$\bar{\omega}_j^k = \begin{cases} (L_{\min}^k + \varepsilon - L_j^k) / \varepsilon, & \text{若 } L_j^k < L_{\min}^k + \varepsilon \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (20)$$

则所修正的搜索方向为:  $d^k = \sum_{j=1}^{J^k} \omega_j^k g_j^k$

最后, 更新拉格朗日乘子:

$$\lambda^{k+1} = \lambda^k + \alpha_k d_{\lambda}^k; \quad \mu^{k+1} = \mu^k + \alpha_k d_{\mu}^k \quad (21)$$

其中步长:  $\alpha_k = \beta_k (\bar{L} - L) / \|(d_{\lambda}^k)^T d_{\mu}^k\|^2$ 。

式中,  $\bar{L}$  是对原问题最优目标值的上界估计值, 在本文中可以直接取为迭代过程中所得可行解的原问题目标函数。则  $\bar{L} - L$  即可用绝对对偶间隙来代替, 它在每次迭代过程中都是变化的。

## 2.6 收敛准则

在拉格朗日松弛法求解机组组合问题时, 对偶问题的最优解总是小于或等于相应的原优化问题的最优解, 两者之间的差别被称作对偶间隙, 对偶间隙的大小, 直接反映了迭代求解过程中所获得的机组组合方案的优劣程度, 因此可以作为算法是否结束的标准。在上述每次迭代得到可行解后, 求得相对对偶间隙:  $GAP = \frac{F - L}{L}$ 。

当相对对偶间隙满足所要求的精度或迭代达到最大迭代次数时, 算法结束。

本文提出的改进拉格朗日松弛算法计算流程如图 1 所示。

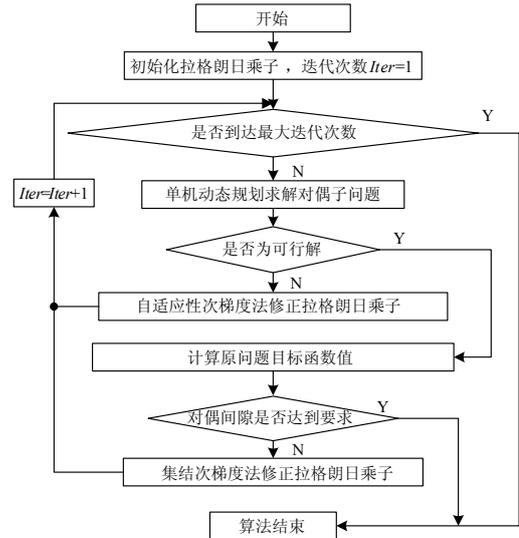


图 1 算法流程图

Fig.1 Flow chart of algorithm

## 3 算例

仿真计算在 Lenovo-PC 机上进行, CPU 为 Celeron-1.86 GHz, 采用 Matlab7.0 计算编程。

以文献[12]的 10、20、40、60、80、100 机的 6 个测试系统进行计算分析, 并与文献[15]中的传统拉格朗日松弛法 LR 及遗传算法 (GA), 文献[16]的进化算法 (EP), 文献[17]的遗传算法与拉格朗日松弛法结合算法 (LRGA), 文献[18]中的基于机组分类的遗传算法 (GAUC) 和文献[12]的基于动态规划的拉格朗日松弛法 (DPLR) 和自适应性拉格朗日松弛法 (ELR) 进行了对比。其中系统负荷备用设为负荷总需求的 10%, 相对对偶间隙的收敛标准设为 0.01, 最大迭代次数设为 100 次。

表 1 给出运用本文方法的 10 机系统 24 时段的优化结果。

本文所采用的改进拉格朗日松弛法 (ILR) 优化所得 10 机系统的发电成本与上述各文献优化算法进行了对比, 如表 2 所示。

可以看出 ILR 算法的 10 机优化成本要小于上述各文献。

图 2、图 3、图 4 分别给出了采用自适应性次梯度法和集结投影次梯度法的单一策略, 以及本文所述的两种方法的联合修正策略三者所对应的迭代过程中相对对偶间隙的变化情况。采用单一策略时, 由于直到迭代达到最大迭代次数 100 次时, 相对对偶间隙仍没有达到精度要求, 所以图 2 和图 3 是 100 次迭代过程中的相对对偶间隙变化图。而采用联合策略时, 经 34 次迭代相对对偶间隙就达到了精度要

求,故图 4 显示的是 34 次迭代过程中的相对对偶间隙变化图。

表 1 10 机 24 时段优化结果

Tab.1 Solution for 10-unit system

| 时段 | 负荷    | 机组 |   |   |   |   |   |   |   |   |    |
|----|-------|----|---|---|---|---|---|---|---|---|----|
|    |       | 1  | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| 1  | 700   | 1  | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0  |
| 2  | 750   | 1  | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0  |
| 3  | 850   | 1  | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0  |
| 4  | 950   | 1  | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0  |
| 5  | 1 000 | 1  | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0  |
| 6  | 1 100 | 1  | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0  |
| 7  | 1 150 | 1  | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0  |
| 8  | 1 200 | 1  | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0  |
| 9  | 1 300 | 1  | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0  |
| 10 | 1 400 | 1  | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0  |
| 11 | 1 450 | 1  | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0  |
| 12 | 1 500 | 1  | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1  |
| 13 | 1 400 | 1  | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0  |
| 14 | 1 300 | 1  | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0  |
| 15 | 1 200 | 1  | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0  |
| 16 | 1 050 | 1  | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0  |
| 17 | 1 000 | 1  | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0  |
| 18 | 1 100 | 1  | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0  |
| 19 | 1 200 | 1  | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0  |
| 20 | 1 400 | 1  | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0  |
| 21 | 1 300 | 1  | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0  |
| 22 | 1 100 | 1  | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0  |
| 23 | 900   | 1  | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0  |
| 24 | 800   | 1  | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0  |

表 2 10 机系统优化成本对比

Tab.2 Comparison of total production costs of 10-unit

|             | LR      | GA      | EP      | LRGA    | GAUC    | DPLR    | ELR     | ILR     |
|-------------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| 购电费<br>用/\$ | 565 825 | 565 825 | 564 551 | 564 800 | 563 977 | 564 049 | 563 977 | 563 478 |

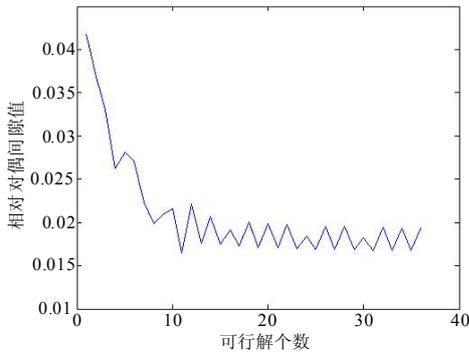


图 2 自适应性次梯度法相对对偶间隙变化图

Fig.2 Relative duality gap variation of adaptive subgradient

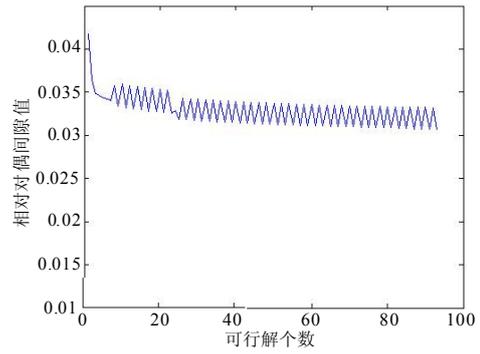


图 3 集结投影次梯度法相对对偶间隙变化图

Fig.3 Relative duality gap variation of aggregative projection subgradient

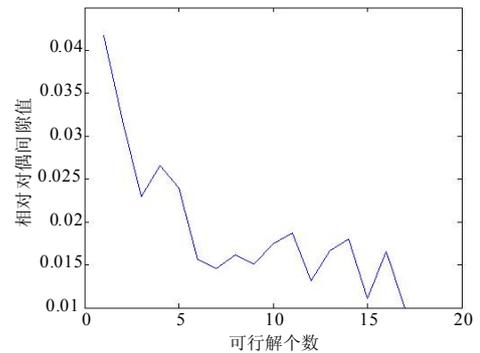


图 4 本文两种次梯度协调算法相对对偶间隙变化图

Fig.4 Relative duality gap variation of the combined strategy

两种单一策略在达到精度要求之前就开始出现振荡现象。而联合策略中,迭代次数达到 34 次时,对偶间隙即达到精度要求。因此这种交替迭代的思想更易跳出单一策略时的振荡现象,加速收敛。

同理对 20、40、60、80、100 机系统进行测试,表 3 对其优化的运行成本与其他几种算法进行了对比。

表 3 10-100 机总成本对比

Tab.3 Comparison of total production costs

| 机组   | 购电费用/\$ |           |           |           |           |           |
|------|---------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
|      | 10      | 20        | 40        | 60        | 80        | 100       |
| LR   | 565 825 | 1 130 660 | 2 258 503 | 3 394 066 | 4 526 022 | 5 657 277 |
| GA   | 565 825 | 1 126 243 | 2 251 911 | 3 376 625 | 4 504 933 | 5 627 437 |
| EP   | 564 551 | 1 125 494 | 2 249 093 | 3 371 611 | 4 498 479 | 5 623 885 |
| LRGA | 564 800 | 1 122 622 | 2 242 178 | 3 375 065 | 4 501 844 | 5 613 127 |
| GAUC | 563 977 | 1 128 098 | 2 249 790 | 3 384 293 | 4 505 614 | 5 626 514 |
| ILR  | 563 478 | 1 128 192 | 2 257 828 | 3 391 593 | 4 522 711 | 5 651 151 |

表 4 列出了本算法六个算例的 CPU 计算时间。

表 3、表 4 所示各种规模下,本文改进拉格朗日松弛法与其他五种方法的计算结果相比,本算法

相对于文献[15]传统拉格朗日松弛法节省了发电运行成本, 相对于其他全局寻优的算法, 可以在较短的时间内得到一个质量较好的近似最优解。本方法的计算速度较快, 计算时间随系统规模线性增长。

表 4 CPU 计算时间

Tab.4 Comparison of CPU times

|        | 10 机 | 20 机 | 40 机  | 60 机  | 80 机   | 100 机  |
|--------|------|------|-------|-------|--------|--------|
| 计算时间/s | 1.29 | 3.95 | 17.05 | 42.14 | 121.07 | 266.25 |

通过算例对比, 本算法的优化成本小于传统的拉格朗日松弛法, 同时具有速度优势, 能在很短的时间内得到比较满意的近似最优解, 可用于大规模系统的机组组合的运算。为了与上述算例进行统一对比, 本文并未考虑爬坡约束, 在今后的研究中, 可以将爬坡约束加入到考虑范围。

#### 4 结论

本文提出一种改进拉格朗日松弛法算法, 以求解机组组合问题。通过自适应次梯度法与集结次梯度法两种策略的交替使用来缓解计算中的振荡现象, 加速收敛。仿真结果表明, 本算法总运行成本的优化结果优于传统的拉格朗日松弛法, 且具有速度优势。其计算时间随系统规模线性增长, 可用于大规模电力系统。本算法以后可以将爬坡和网络约束等纳入考虑范畴, 运用到安全约束机组组合中, 加以完善。

#### 参考文献

- [1] 陈皓勇, 王锡凡. 机组组合问题的优化方法综述[J]. 电力系统自动化, 1999, 23 (5): 51-56. CHEN Hao-yong, WANG Xi-fan. A survey of optimization-based method for unit commitment[J]. Automation of Electric Power Systems, 1999, 23 (5): 51-56.
- [2] Shoults R R, Chang S K, Helmick S, et al. A practical approach to unit commitment, economic dispatch, and savings allocation for multiple-area pool operation with import/export constraint[J]. IEEE Trans on Power Systems, 1980, 99 (2).
- [3] Sen jyu T, Shimabukuro K, Uezato K, et al. A fast technique for unit commitment problem by extended priority list[J]. IEEE Trans on Power Systems, 2003, 18 (2): 882-888.
- [4] Lowery P G. Generating unit commitment by dynamic programming[J]. IEEE Trans on Power Systems, 1971 (90).
- [5] Cohen A I, Miki Yoshimura. A branch-and-bound algorithm for unit commitment[J]. IEEE Trans on Power Systems, 1983, 102 (2): 444-451.
- [6] Muckstadt J A, Wilson R C. An application of mixed-Integer programming duality to scheduling thermal generating systems[J]. IEEE Trans on Power

- Systems, 1968, 87 (12): 1968-1978.
- [7] Merlin A, Sandrin P. A new method for unit commitment at electricite de france[J]. IEEE Trans on Power Systems, 1983, 102 (5): 1218-1225.
- [8] 李鹏飞, 都洪基, 郭亮, 等. 基于免疫算法的火电厂机组优化组合[J]. 继电器, 2007, 35 (增刊): 365-368. LI Peng-fei, DU Hong-ji, GUO Liang, et al. Combinatorial optimization section of the thermal power plant based on immune algorithm[J]. Relay, 2007, 35 (S): 365-368.
- [9] 蒋秀洁, 吴永华, 杨敏. 基于 PSO-GA 算法的电力系统机组组合研究[J]. 继电器, 2006, 34 (5): 34-38. JIANG Xiu-jie, WU Yong-hua, YANG Min. PSO-GA algorithms for unit commitment of power system[J]. Relay, 2006, 34 (5): 34-38.
- [10] 邢文训, 谢金星. 现代优化计算方法[M]. 北京: 清华大学出版社, 2005.
- [11] 王锡凡, 王秀丽, 陈皓勇. 电力市场基础[M]. 西安: 西安交通大学大学出版社, 2003.
- [12] Weerakorn Ongsakul, Nit Petcharak. Unit commitment by enhanced adaptive lagrangian relaxation[M]. IEEE Trans on Power Systems, 2004, 19 (1): 620-628.
- [13] 苗青, 曹广益, 朱新坚. 基于集结投影次梯度的机组组合算法研究[J]. 计算机仿真, 2008, 25 (2): 245-247. MIAO Qing, CAO Guang-yi, ZHU Xin-jian. A new algorithm for unit commitment based on aggregative projection subgradient method[J]. Simulation, 2008, 25 (2): 245-247.
- [14] 周威, 金以慧. 利用模糊次梯度算法求解拉格朗日松弛对偶问题[J]. 控制与决策, 2004, 19(11): 1213-1217. ZHOU Wei, JIN Yi-hui. Fuzzy subgradient algorithm for solving lagrangian relaxation dual problem[J]. Control and Decision, 2004, 19 (11): 1213-1217.
- [15] Kazarlis S A, Bakirtzis A G, Petridis V. A genetic algorithm solution to the unit commitment problem[J]. IEEE Trans on Power Systems, 1996, 11 (1): 83-92.
- [16] Juste K A, Kita H, Tanaka E, et al. An evolutionary programming solution to the unit commitment[J]. IEEE Trans on Power Systems, 1999, 14 (4): 1452-1459.
- [17] Chang C P, Liu C W. Unit commitment by lagrangian relaxation and genetic algorithms[J]. IEEE Trans on Power Systems, 2000, 15 (2): 707-714.
- [18] Senjyu T, Yamashiro H, Uezato K, et al. A unit commitment problem by using genetic algorithm based on characteristic classification[C]. // IEEE Power Eng Soc Winter Meeting. 2002: 58-62.

收稿日期: 2009-09-21; 修回日期: 2009-11-05

作者简介:

何小宇 (1985-), 女, 硕士研究生, 主要研究方向为电力系统分析、电力市场; E-mail: hexiaoyu323@126.com

张粒子 (1963-), 女, 教授, 博士生导师, 主要研究方向为电力市场、电力系统分析相关理论及其应用;

谢国辉 (1981-), 男, 博士研究生, 主要研究方向为电力系统调度运行与电力系统分析。