

电力系统无功优化模糊建模研究

涂福荣, 王晓茹

(西南交通大学电气工程学院, 四川 成都 610031)

摘要: 传统无功优化算法的目标函数一般为满足电压限制下的有功网损最小, 未考虑电压的“软约束”特性, 这通常会使得优化后的系统部分母线电压非常接近其合格范围的边界, 成为系统安全运行的隐患。针对无功优化问题的这些特点, 引入模糊规划算法以解决这一问题。建立了带有模糊安全约束的无功优化模型, 并采用非线性原-对偶内点法内嵌二次罚函数法求解。算例的结果表明, 带有模糊安全约束的无功优化模型能够在降低系统网损的同时确保节点电压留有一定的安全裕度。

关键词: 无功优化; 模糊集理论; 模糊建模; 软约束; 原-对偶内点法

Fuzzy modeling for power system reactive power optimization

TU Fu-rong, WANG Xiao-ru

(School of Electrical Engineering, Southwest Jiaotong University, Chengdu 610031, China)

Abstract: Objective function of a traditional reactive power optimization method is usually expressed as that minimizing the active transmission power loss under rigid voltage constraints, but neglecting the soft characteristics of voltage constraints. It can make the voltage of some bus too close to its boundary, thus becoming hidden trouble of system security. To solve this problem the fuzzy programming algorithm is introduced, and then a mathematical model for the reactive power optimization problem with fuzzy operating security constraints is set up using the fuzzy set theory, which is solved by nonlinear primal-dual interior-point method incorporated with penalty function. The calculation result of test system shows that, the proposed model with fuzzy operating security constraints can reduce the decrement of transmission losses and keep security margin of voltage.

Key words: reactive power optimization; fuzzy set theory; fuzzy modeling; soft constraints; primal-dual interior-point algorithm

中图分类号: TM71 文献标识码: A 文章编号: 1674-3415(2010)13-0046-04

0 引言

传统的无功优化算法多为满足电压约束前提下降低系统的有功网损, 很少考虑电压约束的裕度^[1-6]。这通常会使得优化后的系统部分母线电压非常接近其合格范围的边界, 从而导致系统承受负荷波动的能力大为下降, 成为系统安全运行的隐患。

有文献研究在降低网损的同时兼顾有一定的电压裕度。文献[2]采用加权求和的建模方法综合考虑了网损最小和电压水平最好。该方法的主要问题在于如何选择合适的权因子, 如果权因子选择不当则会影响优化效果。若简单地缩小电压的取值范围, 则会使无功优化的解偏向保守, 且缩小的幅度难以确定, 不能随系统运行方式的变化而自动改变^[3]。此外, 发电机的无功出力作为系统重要的无功储备, 能够及时快速地响应无功电压波动, 是系统电压安全的重要保证, 一般也要将发电机无功出力的7%~8%留作正常和事故情况下的备用容量。人们对

电压安全裕度和无功备用容量的期望值往往是一个模糊的概念。由于模糊集理论适合描述这种不确定性的因素, 故可采用模糊的方法将节点电压和发电机无功出力约束表述为模糊约束, 作为“软约束”; 发电机端电压, 变压器变比、可投切电容器和发电机的机端电压等受物理条件的制约, 属于“硬约束”。文献[3]将模糊集理论引入到常规的无功优化模型中, 在降低网损和确保节点电压保留有一定的安全裕度方面, 取得了较好的效果。

目前, 比较经典的数值无功优化算法有简化梯度法、牛顿法、二次规划法和线性规划法^[1]。它们在求解连续变量和离散变量共存的非线性规划问题都存在着一定的局限性。文献[7]基于正曲率二次罚函数提出了一种有效的控制变量离散化处理方案。自内点法提出以来, 其良好的收敛性和鲁棒性, 在电力系统各种优化问题中得到了广泛的应用。文献[8]提出一种非线性原-对偶内点法内嵌罚函数的新算法, 可有效地求解连续变量和离散变量混合的无

功优化问题。

本文运用模糊集理论建立了带有模糊安全约束的非线性无功优化模型, 然后, 采用非线性原-对偶内点法内嵌罚函数法进行求解。算例的结果表明, 带有模糊安全约束的非线性规划模型能够在降低网损的同时确保节点电压留有一定的裕度。

1 无功优化的模糊建模

带有模糊安全约束的非线性无功优化模型可以用如下形式表示:

$$\min P_l(\mathbf{x}) \quad (1)$$

$$\text{s.t. } \mathbf{g}(\mathbf{x}) = 0 \quad (2)$$

$$\mathbf{x}_{1\min} \leq \mathbf{x}_1 \leq \mathbf{x}_{1\max} \quad (3)$$

$$\tilde{\mathbf{x}}_{2\min} \leq \tilde{\mathbf{x}}_2 \leq \tilde{\mathbf{x}}_{2\max} \quad (4)$$

式中: $P_l(\mathbf{x})$ 为系统的有功网损; $\mathbf{g}(\mathbf{x}) = 0$ 为潮流方程; $\mathbf{x}_1 = [\mathbf{Q}_C^T, \mathbf{T}_B^T]^T$; \mathbf{Q}_C 为无功补偿装置的无功出力列相量; \mathbf{T}_B 为有载调压变压器的变比列向量; $\mathbf{x}_1 \in \mathbf{R}^{(M)}$, \mathbf{x}_1 为硬约束变量。 $\mathbf{x}_2 = [\mathbf{Q}_G^T, \mathbf{V}_B^T, \mathbf{V}_G^T]^T$, \mathbf{Q}_G 为发电机的无功出力列向量; \mathbf{V}_B 为 PQ 节点电压的列向量; \mathbf{V}_G 为发电机端电压列向量; $\mathbf{x}_2 \in \mathbf{R}^{(N)}$, \mathbf{Q}_G 、 \mathbf{V}_B 为软约束变量。 $\mathbf{x}_3 = [P_{Gn}, \theta_1, \theta_2, \dots, \theta_{n-1}]^T$, 由平衡机的有功出力和除平衡节点以外的节点电压相角构成, $\mathbf{x}_3 \in \mathbf{R}^{(n)}$, n 为系统的节点数。 $\mathbf{x} = [\mathbf{x}_1^T, \mathbf{x}_2^T, \mathbf{x}_3^T]^T$, 符号“ \sim ”表示模糊关系。

将问题模糊化的关键在于隶属函数的确定。本文目标函数和软约束变量的隶属函数采用分段线性函数表示。

有功网损 $P_l(\mathbf{x})$ 的隶属函数采用半梯形分布, 即

$$\mu(P_l(\mathbf{x})) = \begin{cases} 1 & P_l(\mathbf{x}) \leq P_{l0} - d_0 \\ \frac{P_{l0} - P_l(\mathbf{x})}{d_0} & P_{l0} - d_0 < P_l(\mathbf{x}) \leq P_{l0} \\ 0 & P_l(\mathbf{x}) > P_{l0} \end{cases} \quad (5)$$

式中: P_{l0} 为优化前的网损; d_0 为理想的最大网损下降值。

发电机无功出力和节点电压约束的隶属函数均采用梯形分布, 即

$$\mu(\mathbf{x}_{2,i}) = \begin{cases} 1 & \mathbf{x}_{2,i\min} + d_i \leq \mathbf{x}_{2,i} \leq \mathbf{x}_{2,i\max} - d_i \\ \frac{\mathbf{x}_{2,i\max} - \mathbf{x}_{2,i}}{d_i} & \mathbf{x}_{2,i\max} - d_i < \mathbf{x}_{2,i} \leq \mathbf{x}_{2,i\max} \\ \frac{\mathbf{x}_{2,i} - \mathbf{x}_{2,i\min}}{d_i} & \mathbf{x}_{2,i\min} \leq \mathbf{x}_{2,i} < \mathbf{x}_{2,i\min} + d_i \\ 0 & \mathbf{x}_{2,i} < \mathbf{x}_{2,i\min} \text{ 或 } \mathbf{x}_{2,i} > \mathbf{x}_{2,i\max} \end{cases} \quad (6)$$

式中: d_i 为 $\mathbf{x}_{2,i}$ 最大允许偏移量; 发电机端电压列向量 \mathbf{V}_G 属于硬约束, 其最大允许偏移量 $d_i \equiv 0$ 。

根据模糊集理论, 为了在满足约束的同时使目标函数最小, 模糊环境下的决策可定义为目标函数和约束条件的模糊集的交集^[5]。定义总的隶属函数

$$\mu = \min\{\mu(P_l(\mathbf{x})), \mu(\mathbf{x}_{2,1}), \mu(\mathbf{x}_{2,2}), \dots, \mu(\mathbf{x}_{2,N})\} = \mu(P_l(\mathbf{x})) \wedge \mu(\mathbf{x}_{2,1}) \wedge \mu(\mathbf{x}_{2,2}) \wedge \dots \wedge \mu(\mathbf{x}_{2,N}) \quad (7)$$

式中: $\mu \in [0, 1]$, 当 μ 增大, 则解的满意度增加; 用符号 S 表示解的满意度, 那么原无功优化问题可转化为满意度 S 最大优化的问题:

$$\max S = \mu \quad (8)$$

$$\text{s.t. } \mathbf{g}(\mathbf{x}) = 0 \quad (9)$$

$$S \leq \mu(P_l(\mathbf{x})) \quad (10)$$

$$S \leq \mu(\mathbf{x}_{2,i}) \quad (i=1, 2, \dots, N) \quad (11)$$

$$\mathbf{x}_{1\min} \leq \mathbf{x}_1 \leq \mathbf{x}_{1\max} \quad (12)$$

$$0 \leq S \leq 1 \quad (13)$$

将式(5)和式(6)代入式(10)和(11)中, 可把原模糊无功优化问题转化为以下非线性规划问题:

$$\max S \quad (14)$$

$$\text{s.t. } \mathbf{g}(\mathbf{x}) = 0 \quad (15)$$

$$0 \leq P_l(\mathbf{x}) \leq P_{l0} - d_0 S \quad (16)$$

$$\mathbf{x}_{2,i} \geq \mathbf{x}_{2,i\min} + d_i S \quad (i=1, 2, \dots, N) \quad (17)$$

$$\mathbf{x}_{2,i} \leq \mathbf{x}_{2,i\max} - d_i S \quad (i=1, 2, \dots, N) \quad (18)$$

$$\mathbf{x}_{1\min} \leq \mathbf{x}_1 \leq \mathbf{x}_{1\max} \quad (19)$$

$$0 \leq S \leq 1 \quad (20)$$

原无功优化模型等价于:

$$\min f(\mathbf{x}') \quad (21)$$

$$\text{s.t. } \mathbf{g}(\mathbf{x}') = 0 \quad (22)$$

$$\mathbf{x}_{a\min} \leq \mathbf{x}_a \leq \mathbf{x}_{a\max} \quad (23)$$

$$\mathbf{h}_{i\min} + d_i S \leq \mathbf{h}_i(\mathbf{X}') \leq \mathbf{h}_{i\max} - d_i S \quad (i=0, 1, 2, \dots, N) \quad (24)$$

式中: $f(\mathbf{x}') = -S$; $\mathbf{x}_a = [\mathbf{x}_1^T, S]^T$, $\mathbf{x}_a \in \mathbf{R}^{(M+1)}$; $\mathbf{h}(\mathbf{x}') = [P_l(\mathbf{x}), \mathbf{x}_2^T]^T$, $\mathbf{h}(\mathbf{x}') \in \mathbf{R}^{(N+1)}$; $\mathbf{x}' = [\mathbf{x}_a^T, \mathbf{x}_2^T, \mathbf{x}_3^T]^T$ 。

2 非线性原-对偶内点算法

引入松弛变量 ($\mathbf{s}_u, \mathbf{s}_l, \mathbf{s}_h, \mathbf{s}_w \geq 0$), 将不等式约束(23)和(24)化为等式约束:

$$\min f(\mathbf{x}') \quad (25)$$

$$\text{s.t. } g(\mathbf{x}') = 0 \quad (26)$$

$$\mathbf{x}_a + \mathbf{s}_u = \mathbf{x}_{a \max} \quad (27)$$

$$\mathbf{x}_a - \mathbf{s}_l = \mathbf{x}_{a \min} \quad (28)$$

$$\mathbf{h}(\mathbf{x}') + \mathbf{s}_h = \mathbf{h}_{\max} - dS \quad (29)$$

$$\mathbf{h}(\mathbf{x}') - \mathbf{s}_w = \mathbf{h}_{\min} + dS \quad (30)$$

式中 $\mathbf{d} = [d_0, d_1, \dots, d_N]^T$ 。

引入对数壁垒函数消去松弛变量的非负性，并对等式约束引入拉格朗日乘子向量 $\mathbf{y}, \mathbf{y}_u, \mathbf{y}_l, \mathbf{y}_h, \mathbf{y}_w$ ，得到拉格朗日函数：

$$\begin{aligned} L = & f(\mathbf{x}') - \mathbf{y}^T g(\mathbf{x}') - \mathbf{y}_u^T (\mathbf{x}_a + \mathbf{s}_u - \mathbf{x}_{a \max}) - \\ & \mathbf{y}_l^T (\mathbf{x}_a - \mathbf{s}_l - \mathbf{x}_{a \min}) - \mathbf{y}_h^T (\mathbf{h}(\mathbf{x}') + \mathbf{s}_h - \mathbf{h}_{\max} + dS) - \\ & \mathbf{y}_w^T (\mathbf{h}(\mathbf{x}') - \mathbf{s}_w - \mathbf{h}_{\min} - dS) - \mu \sum_{j=1}^{M+1} \ln(s_{ij}) - \\ & \mu \sum_{j=1}^{M+1} \ln(s_{ij}) - \mu \sum_{j=1}^{N+1} \ln(s_{wj}) \end{aligned} \quad (31)$$

式中： $\mathbf{y}_l, \mathbf{y}_w \geq 0$ ， $\mathbf{y}_u, \mathbf{y}_h \leq 0$ ； μ 为壁垒参数，且 $\mu \geq 0$ 。

根据 Kuhn-Tucker 最优条件，该问题极小值存

在的必要条件是拉格朗日函数对所有变量及乘子的偏导数为 0。采用非线性原-对偶内点法求解上述模型时，其推导过程和求解步骤可参考文献[8]。

3 算例分析

为了验证带有模糊安全约束裕度的无功优化模型的正确性和有效性，我们以 W&H 6 节点和 IEEE30 节点系统为例对不同条件下的优化结果进行比较分析。

3.1 W&H 6 节点系统优化结果分析

W&H 6 节点系统结构及数据见文献[9]。节点 6 为平衡节点，共装设有两个发电机 G_1 和 G_2 ；两个有载调压变压器 T_1, T_2 。节点 3 和 4 均装设有可投切电容器组 C_1, C_2 。本文以有功网损最小为目标函数， P_{10} 取系统优化前的网损 0.109 8， $d_0 = 0.024 8$ （因不同系统网损的下降空间不同， d_0 需根据实际情况取值）。当发电机无功出力约束裕度取 $8\% Q_{g \max}$ ，电压约束裕度取不同数值时的模糊优化结果列于表 1 中。

表 1 W&H 6 节点系统电压优化结果

Tab.1 Calculation result of W&H 6 system

	V1	V2	V3	V4	V5	V6	满意度	网损
上限	1.1	1.1	1.1	1.1	1.1	1.15		
下限	1	0.9	0.9	0.9	0.9	1.1		
初始状态	1.100 0	0.881 2	0.936 7	0.939 1	0.913 0	1.050 0		0.109 8
$dv=0$	1.095 9	1.022 0	0.976 9	1.047 4	1.023 8	1.126 5	1	0.084 72
$dv=0.01$	1.095 9	1.021 7	0.976 7	1.047 1	1.023 6	1.126 1	1	0.084 74
$dv=0.03$	1.096 3	1.020 7	0.976 1	1.046 0	1.022 5	1.124 7	1	0.084 79
$dv=0.05$	1.097 6	1.018 2	0.974 8	1.043 1	1.019 9	1.120 8	1	0.084 89

由表 1 可知，当节点电压约束裕度 dv 取值不同时，系统的满意度均为 1，PQ 节点电压 V_i ($i=2,3,4,5$) 的电压值均在相应隶属度函数值为 1 的区域内（当 $dv=0.01$ 时，对应的区域为 0.91~1.09），这使得系统保留有一定的电压安全裕度。可以根据实际需要，通过改变 dv 的取值来获得期望的电压安全裕度。而优化后系统的网损值随 dv 的增大略有增加，这说明系统要牺牲部分网损来保证节点电压保留有相应的安全裕度。

3.2 IEEE30 节点系统优化结果分析

IEEE30 节点系统结构及数据见文献[9]。该系统包含 6 台发电机、4 台有载调压变压器和 2 个无功补偿点。其中，发电机端电压上、下限设为 1~1.1，PQ 节点电压上、下限设为 0.9~1.1。系统优化前的

网损为 0.085 1，取 $d_0 = 0.005 1$ ， $d_i = 0.05$ 。IEEE30 节点系统的无功优化结果见表 2。

由表 2 可知，非模糊方法优化后系统网损由 0.085 1 降至 0.074 1，降幅为 12.93%。较大地降低了系统的网损，但出现大量 PQ 节点电压值大于 1.05，或接近其上界 1.1 的情况。电压太靠近边界将导致系统承受负荷波动的能力大为下降，成为系统安全运行的隐患。而采用模糊优化方法，网损由 0.085 1 降至 0.080 3，降幅为 5.64%。虽然较非模糊方法网损有所增加，但是系统 PQ 节点中除了 30 节点外，电压值都在期望的取值范围 0.95~1.05 之内，满意度为 0.919 8。接近边界的节点电压得以校正，使得电压距离边界保留有一定的安全裕度。

表 2 IEEE30 节点系统优化结果比较
Tab.2 Comparison of calculation result of IEEE30 system

节点号	优化前	非模糊	模糊
1	1.050 0	1.100 0	1.078 9
2	1.045 0	1.090 5	1.057 7
3	1.021 4	1.077 8	1.040 9
4	1.014 3	1.072 0	1.031 8
5	1.010 0	1.066 8	1.024 5
6	1.009 5	1.069 8	1.025 9
7	1.001 9	1.061 3	1.017 6
8	1.010 0	1.074 3	1.024 7
9	1.040 4	1.089 1	1.046 4
10	1.017 1	1.072 3	1.025 9
11	1.050 0	1.100 0	1.067 7
12	1.032 3	1.083 6	1.034 7
13	1.050 0	1.100 0	1.047 0
14	1.0163	1.069 2	1.019 8
15	1.010 3	1.064 4	1.014 9
16	1.018 3	1.071 7	1.023 5
17	1.011 9	1.066 9	1.019 7
18	1.000 2	1.055 3	1.006 3
19	0.997 4	1.053 0	1.004 5
20	1.001 5	1.057 1	1.009 0
21	1.003 2	1.060 0	1.012 4
22	1.003 3	1.060 4	1.012 7
23	0.996 3	1.053 7	1.003 6
24	0.986 3	1.047 8	0.997 1
25	0.963 1	1.034 0	0.980 3
26	0.944 4	1.016 6	0.962 0
27	0.957 9	1.033 8	0.978 8
28	1.008 4	1.069 0	1.023 7
29	0.936 5	1.014 2	0.958 0
30	0.924 2	1.002 9	0.945 9

算例的结果表明, 带有模糊安全约束的非线性规划模型能够在降低网损的同时保证节点电压留有一定的安全裕度。

4 结论

本文应用模糊集理论建立了以网损最小为目标的无功优化模型。考虑了发电机无功出力 and 节点电压的软约束特性, 并采用非线性原-对偶内点法内嵌二次罚函数的算法求解这一非线性混合整数规划问题。算例的结果表明, 优化后的网损较目标函数只考虑降低网损时有所增加, 但节点电压距离边界保留有一定的安全裕度。

参考文献

- [1] 许文超, 郭伟. 电力系统无功优化的模型及算法综述[J]. 电力系统及其自动化学报, 2003, 15(1): 100-104.
XU Wen-chao, GUO Wei. Summarize of reactive power

- optimization model and algorithm in electric power system[J]. Proceedings of the EPSA, 2003, 15(1): 100-104.
- [2] 许诺, 黄民翔. 原对偶内点法与定界法在无功优化中的应用[J]. 电力系统及其自动化学报, 2002, 12(3): 26-30.
XU Nuo, HUANG Min-xiang. Application of primal-dual interior point method and branch-bound method in reactive power optimization[J]. Proceedings of the EPSA, 2002, 12(3): 26-30.
- [3] 李亚男, 张粒子, 等. 考虑电压约束裕度的无功优化及其内点解法[J]. 中国电机工程学报, 2001, 21(9): 1-4.
LI Ya-nan, ZHANG Li-zi, et al. Reactive power optimization under voltage constraints margin[J]. Proceedings of the CSEE, 2001, 21(9): 1-4.
- [4] 宋军英, 刘涤尘, 陈允平. 电力系统模糊无功优化的建模及算法[J]. 电网技术, 2001, 25(3): 22-25.
SONG Jun-ying, LIU Di-chen, CHEN Yun-ping. A fuzzy model and approach for power system reactive power optimization[J]. Power System Technology, 2001, 25(3): 22-25.
- [5] 袁辉, 徐贵光, 周京阳. 基于模糊线性规划的无功电压优化[J]. 电网技术, 2003, 27(12): 42-45.
YUNAN Hui, XU Gui-guang, ZHOU Jing-yang. A reactive power/voltage optimization based on fuzzy linear programming[J]. Power System Technology, 2003, 27(12): 42-45.
- [6] Abdul-rahman K H, Shahidepour S M. Application of fuzzy sets to optimal reactive power planning with security constraints[J]. IEEE Trans on Power Apparatus and Systems, 1994, 9(2): 589-597.
- [7] 赵晋泉, 侯志俭, 吴际舜. 牛顿最优潮流算法中离散控制量的新处理方法[J]. 电力系统自动化, 1999, 23(23): 37-40.
ZHAO Jun-quan, HOU Zhi-jian, WU Ji-shun. A novel quadratic penalty function based discretization algorithm for Newton optimal power flow[J]. Automation of Electric Power Systems, 1999, 23(23): 37-40.
- [8] 程莹, 刘明波. 含离散控制变量的大规模电力系统无功优化[J]. 中国电机工程学报, 2002, 22(5): 54-60.
CHENG Ying, LIU Ming-bo. Reactive-power optimization of large-scale power systems with discrete control variables[J]. Proceedings of the CSEE, 2002, 22(5): 54-60.
- [9] 陈勇. 基于原对偶内点法的大规模电网的无功优化软件开发(硕士学位论文)[D]. 北京: 华北电力大学, 2005.

收稿日期: 2009-08-16; 修回日期: 2010-04-13

作者简介:

涂福荣(1984-), 男, 硕士研究生, 主要从事电力系统无功优化方面的研究; E-mail: tfr06@163.com

王晓茹(1962-), 女, 博士, 教授, 博士生导师, 研究领域为电力系统保护和安全稳定控制。