

基于最小二乘支持向量机的励磁特性曲线拟合

尉军军, 全力, 彭桂雪, 胡海斌

(江苏大学电气学院, 江苏 镇江 212013)

摘要: 针对传统支持向量机在电流互感器铁心励磁特性曲线拟合时样本数目较大出现的训练速度慢、占用内存大的问题, 提出了一种新的基于最小二乘支持向量机算法。该算法将实测数据由径向基函数把非线性逼近问题转化为线性逼近问题, 依据最小二乘法思想, 利用 Matlab7.0 求一个线性方程组的解, 得到拟合曲线的近似表达式。实验结果表明, 新算法训练速度快, 误差小、拟合精度高。

关键词: 电流互感器; 最小二乘支持向量机; 非线性; 径向基函数; 曲线拟合

Curve fitting of excitation characteristics based on the least squares support vector machine

WEI Jun-jun, QUAN Li, PENG Gui-xue, HU Hai-bin

(Institute of Electric Engineering, Jiangsu University, Zhenjiang 212013, China)

Abstract: Aimed at the problems of slow training speed and large memory consumption, which occurs when the traditional support vector machine chooses a larger number of training samples in the excitation characteristics curve-fitting of the iron core of the current transformer, a new algorithm is put forward based on the least squares support vector machine. The algorithm makes the nonlinear approximation problem transform into a linear approximation problem with the radial basis function. Based on the least square principle and by using Matlab7.0 to solve linear equations, approximate expressions can be gotten. The experiment result shows that this new algorithm can improve the speed of training and the accuracy of fitting and reduce the error.

Key words: current transformer; LS-SVM; nonlinear; RBF; curve fitting

中图分类号: TM771 文献标识码: A 文章编号: 1674-3415(2010)11-0015-03

0 引言

关于电流互感器 (current transformer, CT) 铁心的磁化曲线拟合问题, 国内外学者提出了多种方法, 较常用的有拉格朗日插值法, 最小二乘拟合法、分段线性插值法。除此之外新兴的方法还包括基于人工神经网络的曲线拟合和支持向量机, 其中人工神经网络又包括 BP 神经网络和径向基函数神经网络, 这两种方法本质上都是利用网络的自学习功能来自动寻找最优的连接权系数, 以达到非线性函数拟合的目的^[1-2]。优点是选取的样本容量越大, 拟合出来的精度越高, 但此种方法所形成的网络结构较复杂, 需要调节的连接权系数较多, 训练过程也较繁琐, 一些重要参数的选择不当甚至会导致整个学习过程陷入局部极值的问题; 并且最后得到的拟合公式也很复杂。而传统支持向量机 (SVM) 虽然没有上述问题, 但其训练问题是一个二次规划问题或凸规划问题, 当样本数目较大时, 其训练速度较慢,

占用内存较大^[3-5]。为此本文提出了一种利用最小二乘支持向量机来实现励磁特性曲线拟合的新算法。该算法不仅具有支持向量机在小样本情况下拟合精度高、泛化能力强的优点, 同时还具有计算简单、求解速度快, 内存需求少的特点。

1 最小二乘支持向量机原理

最小二乘支持向量机^[6] (Least Squares Support Vector Machines, LS-SVM), 是支持向量机的一种改进, 将传统支持向量机中的不等式约束改为等式约束, 同时把误差平方和损失函数作为训练集的经验损失, 将经验风险由偏差的一次方改为二次方, 最终将求解二次规划问题转化为求解线性方程组的问题, 避免了不敏感损失函数, 大大降低了计算复杂度, 提高了求解问题的速度和收敛精度。

1.1 具体算法描述

给定一个有 N 个训练样本的集合 $\{x_k, y_k\}$, $k=1, 2, \dots, N$, 其中训练样本 n 维向量 $x_k \in R^n$, $y_k \in R$ 。

首先用一个非线性映射 $\varphi(\cdot)$ 把原空间样本从 R^n 映射到特征空间 $\varphi(x_i)$ ，这样就把低维空间的非线性逼近问题转化为高维空间的线性化逼近问题，在这个高维特征空间中构造最优决策函数：

$$y(x) = \omega\varphi(x) + b \quad (1)$$

依据结构风险最小化原则，寻找 ω, b 就是最小化：

$$R = \frac{1}{2} \|\omega\|^2 + \gamma R_{\text{emp}} \quad (2)$$

根据统计学理论，函数拟合问题就变为求解如下最优化问题：

$$\min J(\omega, \xi) = \frac{1}{2} \omega^T \omega + \gamma \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \xi^2 \quad (3)$$

$$\text{s.t. } y_i = \omega^T \varphi(x_i) + b + \xi \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (4)$$

其中： $\|\omega\|^2$ 控制模型的复杂度； γ 是正规化参数，控制对超出误差样本的惩罚程度； ω 为权矢量； ξ 为误差变量； b 为偏差量； R_{emp} 为误差控制函数，也即不敏感损失函数。常用损失函数有线性损失函数，二次损失函数，Huber 损失函数，当选取不同的损失函数，可构成不同形式的支持向量机。本文采用的损失函数为误差函数 ξ 的二次项。

用拉格朗日法求解这个优化问题：

$$L(\omega, b, \xi, a) = J(\omega, \xi) - \sum_{i=1}^N a_i (\omega^T \varphi(x_i) + b + \xi - y_i) \quad (5)$$

其中： $a_k, k=1, 2, \dots, N$ 为拉格朗日乘子。根据最优化理论中的 KKT (Karush-Kuhn-Tucker) 条件可得到：

$$\begin{cases} \frac{\partial L}{\partial \omega} = 0 \\ \frac{\partial L}{\partial b} = 0 \\ \frac{\partial L}{\partial \xi_i} = 0 \\ \frac{\partial L}{\partial a_i} = 0 \end{cases} \quad (6)$$

可推得：

$$\begin{cases} \omega = \sum_{i=1}^N a_i \varphi(x_i) \\ \sum_{i=1}^N a_i = 0 \end{cases} \quad (7)$$

其中： $a_i = C \xi_i \omega \varphi(x_i) + b + \xi_i - y_i = 0$ 。

定义核函数 $\varphi(x_i, y_j) = \varphi(x_i) \cdot \varphi(x_j)$ 是满足

条件的对称函数。优化问题转化为求解以下线性方程组解的问题。

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & \varphi(x_1, x_1) + \frac{1}{\gamma} & \dots & \varphi(x_1, x_N) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & \varphi(x_N, x_1) & \dots & \varphi(x_N, x_N) + \frac{1}{\gamma} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b \\ a_1 \\ \vdots \\ a_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ y_1 \\ \vdots \\ y_N \end{bmatrix} \quad (8)$$

根据最小二乘法求出 a 与 b ，得到非线性拟合模型：

$$f(x) = \sum_{i=1}^N a_i \varphi(x, x_i) + b \quad (9)$$

1.2 关于核函数的选取

LS-SVM 的非线性拟合能力都是通过“核映射”的方法来实现的，对于一个具体问题，如果核参数取得不合适，LS-SVM 就无法达到预期的拟合效果（数据子空间的维数决定了线性分类面能达到的最小经验误差），并且，核函数的类型^[7-8]也应根据不同的情况加以正确选择才能达到理想的拟合效果。一般只要满足 Mercer 条件的函数都是核函数，常用的有以下几种：

(1) 多项式函数： $k(x, x_i) = [(x \cdot x_i) + 1]^q$

(2) RBF 函数： $k(x, x_i) = \exp\{-|x - x_i|^2 / 2\delta^2\}$

(3) Sigmoid 函数：

$$k(x, x_i) = \tanh(v(x \cdot x_i) + c)$$

如果选取式 (1)，那么 LS-SVM 实现的是一个多项式的向量机，参数 q 由用户自己取值；式(2)，每个基函数的中心对应于一个支持向量，得到的是径向基函数向量机；式 (3)，实现的是一个两层的多层感知器神经网络。本文采用较常用的径向基函数

作为核函数，其中： $|x - x_i| = \sqrt{\sum_{k=1}^n (x^k - x_i^k)^2}$ ，

δ 为核宽度。

1.3 数据预处理

为了便于后续处理，需要对训练各样本值按式

(10) 进行标准归一化处理

$$\bar{x}_i = \frac{x_i - \min(x_i)}{\max(x_i) - \min(x_i)} \quad (10)$$

归一化后的各样本值的范围在 (0, 1) 之间。

2 具体实现步骤

图 1 中是用 Matlab7.0 编程实现 LS-SVM 的结构框图，括号中是相应用到的函数，详细计算步骤

如下:

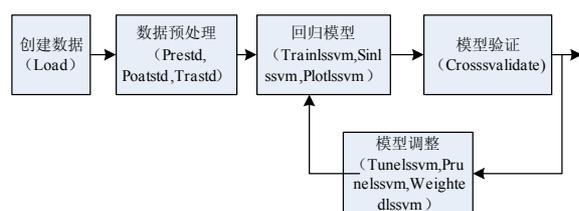


图 1 LS-SVM 实现原理框图

Fig.1 Principle diagram of LS-SVM

(1) 创建输入输出样本, 用 Load 命令加载数据。

(2) 将测得的数据样本按照式 (10) 进行标准归一化处理。

(3) 设定最小二乘支持向量机参数 gam 和相应核函数 sig2, type ; 其中: gam 和 sig2 是最小二乘支持向量机参数, gam 是正则化参数, 决定适应误差的最小化和平滑程度, sig2 是 RBF 函数的参数。Type 中有两种类型: 一类是关于分类的是 `classification`; 另一类是用于函数拟合的是 `function approximation`。

(4) 用 `trainlssvm` 函数建立回归模型, 根据数据样本的输入输出和上一步预先设置好的训练参数, 对网络进行训练, 得到最小二乘支持向量机的支持向量 `'alpha'` 和相应的阈值 `'b'`。

(5) 读取预估数据的输入, 进行数据预处理, 得到实际波形。

(6) 将各训练后的点进行拟合, 查看拟合情况。

(7) 如果上步中出现的拟合波形与实际励磁特性曲线相比不能满足实际要求, 可利用模型调整部分的函数进行 (3)、(4) 两部分建立好的回归模型的相应参数的调整, 直到符合要求为止。

3 仿真波形验证

表 1 列出了某种硅钢材料励磁曲线 $B-H$ 的部分测量数据值, 共 9 组, 将各数据依据式 (10) 进行标准归一化, 之后将其按照以上介绍输入 Matlab 7.0 中, 经过多次对回归模型参数的调整实验, 最终得到比较理想的拟合波形, 如图 2 所示, 此时 Matlab 7.0 命令窗口中部分命令如下:

```

>>gam=13;
>>sig2=0.2;
>>type='function approximation';
>>[alpha, b]=trainlssvm ({X, Y, type, gam, sig2,

```

```

'RBF_kernel', 'preprocess'}) ;
>>Yt=simlssvm ({X, Y, type, gam, sig2, 'RBF_kernel',
'preprocess'}, {alpha, b}, X) ;

```

表 1 某硅钢材料的 $B-H$ 数据及训练后的样本值

Tab.1 Sample value and data of $B-H$ of the silicon-steel

B	0.12	0.42	0.66	0.79	0.86
H_0	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0
H_1	0.195 6	0.389 8	0.584 3	0.797 3	0.969 9
%	2.2	2.55	2.61	0.42	3.01
B	1.09	1.17	1.23	1.26	
H_0	2.0	3.0	4.0	5.0	
H_1	1.969 0	3.091 3	3.990 7	4.891 9	
%	1.55	3.04	0.23	2.1	

其中: B, H_0 为测量值; H_1 为训练后的样本值; % 为两者之间的相对误差。

图 2 中, 黑点为训练后的各样本点, 实线为实际的励磁特性曲线。从图中可见, 经调整参数训练后的各样本点基本都在实际励磁特性曲线上, 拟合效果较理想。同时从表 1 中列出的训练后的样本值与实际值的偏差程度, 发现二者之间相差甚小, 拟合精度较高, 可以满足实际的需要。

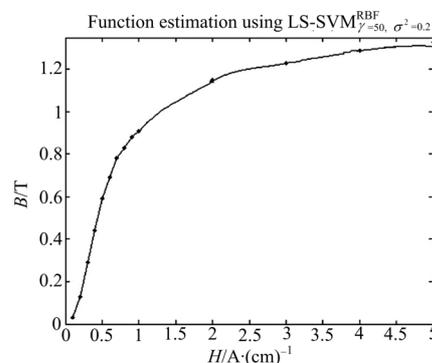


图 2 曲线拟合结果

Fig.2 Result of curve fitting

4 结语

本文提出使用最小二乘支持向量机来拟合电流互感器励磁特性曲线, 为 CT 铁心饱和特性的建立提供了一种新的算法途径。实验仿真波形验证了该算法在铁心非线性逼近方面的有效性和准确性。此外, 该算法除了可以应用于电流互感器的铁心拟合外, 同时还可以进一步推广到其它领域的非线性曲线拟合与回归中。

(下转第 24 页 continued on page 24)

- Systems, 1995, 19 (12): 11-15.
- [7] 薛禹胜, 徐泰山, 刘兵. 暂态电压稳定性及电压跌落可接受性[J]. 电力系统自动化, 1999, 23 (14): 4-8. XUE Yu-sheng, XU Tai-shan, LIU Bing. Quantitative assessments for transient voltage security[J]. Automation of Electric Power Systems, 1999, 23 (14): 4-8.
- [8] 薛禹胜, 王正风. 暂态电压安全预防控制的优化[J]. 电力系统自动化, 2006, 30 (9): 1-4. XUE Yu-sheng, WANG Zheng-feng. Optimization of preventive control for transient voltage security[J]. Automation of Electric Power Systems, 2006, 30 (9): 1-4.
- [9] 徐泰山, 牟宏, 邱夕兆, 等. 山东电网暂态低电压切负荷紧急控制的量化分析[J]. 电力系统自动化, 1999, 23 (21): 9-11. XU Tai-shan, MOU Hong, QIU Xi-zhao, et al. Quantitative analysis of under voltage load shedding system for Shandong power grid[J]. Automation of Electric Power Systems, 1999, 23 (21): 9-11.
- [10] Enrico De Tuglie, Maria Dicorato, Massimo La Scala, et al. A corrective control for angle and voltage stability enhancement on the transient time-scale[J]. IEEE Trans on Power Systems, 2000, 15 (4): 1345-1353.
- [11] 西安交通大学, 清华大学, 浙江大学, 等. 电子数字计算机的应用——电力系统计算[M]. 北京: 水利电力出版社, 1978.
- [12] de Mello F P, Feltes J W. Voltage oscillatory instability caused by induction motor loads[J]. IEEE Trans on Power Systems, 1996, 11 (3): 1279-1285.
- [13] Stefan Arnborg, Goran Andersson, Hill D J, et al. On influence of load modeling for undervoltage load shedding studies[J]. IEEE Trans on Power Systems, 1998, 13 (2): 395-40.
- [14] Pal M P. Assessment of corrective measures for voltage stability considering load dynamics[J]. Electrical Power & Energy Systems, 1995, 17 (5): 325-334.
- [15] Karisson D, Hill D J. Modelling and identification of nonlinear dynamic loads in power systems[J]. IEEE Trans on Power Systems, 1994, 9 (1): 157-166.
- [16] 林舜江, 李欣然, 刘杨华, 等. 考虑负荷动态模型的暂态电压稳定快速判断方法[J]. 中国电机工程学报, 2009, 29 (4): 14-20. LIN Shun-jiang, LI Xin-ran, LIU Yang-hua, et al. Method for transient voltage stability quick judgment considering load dynamic model[J]. Proceedings of the CSEE, 2009, 29 (4): 14-20.
- [17] 马世英, 印永华, 汤涌, 等. 短期和中长期电压稳定仿真及评价[J]. 电网技术, 2006, 30 (19): 14-20. MA Shi-ying, YIN Yong-hua, TANG Yong, et al. Simulation and evaluation for short term and mid/long term voltage stability[J]. Power System Technology, 2006, 30 (19): 14-20.
- [18] Hiskens I A, Pai M A. Trajectory sensitivity analysis of hybrid systems[J]. IEEE Trans on Circuits and Systems—Part I: Fundamental Theory and Applications, 2000, 47 (2): 204-220.
- [19] 周双喜, 朱凌志, 郭锡玖, 等. 电力系统电压稳定性及其控制[M]. 北京: 中国电力出版社, 2004.

收稿日期: 2009-10-12; 修回日期: 2009-12-07

作者简介:

林舜江(1980-), 男, 在站博士后研究人员, 主要研究方向为电力系统优化、运行与控制; E-mail: lsj19800918@yahoo.com.cn

刘明波(1964-), 男, 教授, 博士生导师, 主要研究方向为电力系统优化、运行与控制。

(上接第 17 页 continued from page 17)

参考文献

- [1] 施晓秋. BP 网络与 CMAC 用于非线性曲线拟合[J]. 温州大学学报, 2001(1): 46-49.
- [2] 李贵存, 刘万顺. 用于磁化曲线拟合的高精度混合型径向基函数神经网络[J]. 电网技术, 2001, 25(12).
- [3] Vapnik V N. The Nature of Statistical Learning Theory [M]. New York: Springer, 1995.
- [4] Drucker H, Burges C J C, Kaufman L. Support vector regression machines[C]//Advances in Neural Information Processing Systems. Cambridge: MIT Press, 1997: 155-161.
- [5] 赵春晖, 陈万海, 郭春燕. 多类支持向量机方法的研究现状与分析[J]. 智能系统学报, 2007, 2 (4): 11-17. ZHAO Chun-hui, CHEN Wan-hai, GUO Chun-yan. Research and analysis of methods formulticlass support vector machines[J]. CAAI Transa on Intellient Systems 2007, 2 (4): 11-17.
- [6] 阎威武, 邵惠鹤. 支持向量机和最小二乘支持向量机的比较及应用研究[J]. 控制与决策, 2003, 18 (3): 358-360.
- [7] 郑小霞, 钱锋. 高斯核支持向量机分类和模型参数选择研究[J]. 计算机工程与应用, 2006, 42 (1): 77-79.
- [8] Chapell O, Vapniketal V. Choseing multiple parameters for support vector machines[J]. Machine Learning, 2002, 46: 131-160.

收稿日期: 2009-07-27; 修回日期: 2009-08-25

作者简介:

尉军军(1984-), 男, 硕士研究生, 主要从事高压电能检测及计量的现场校验方法关键技术研究。E-mail: weijunjun3902@yahoo.com.cn