

基于 Hilbert 变换与 Pisarenko 谐波分解的电压闪变参数估计

魏晓璞, 徐永海, 郭春林, 肖湘宁

(华北电力大学电气与电子工程学院, 北京 102206)

摘要: 提出了新的闪变参数估计方法, 该方法在 Hilbert 变换提取闪变包络线的基础上, 用 Pisarenko 谐波分解估计各调制分量的频率和幅值。在估计过程中, 用 FFT 分析得到 Pisarenko 谐波分解所需的调制分量个数, 解决了闪变调制分量个数不确定的问题。在设定噪声条件下, 用所提方法分别对单一频率和多频率调制的闪变进行仿真, 并将所得估计值与 FFT 频谱分析方法所得结果进行了比较, 验证了所提方法可以更准确得到低频调制信号幅值和频率的优点。

关键词: 电压闪变; Hilbert 变换; Pisarenko 谐波分解; FFT 分析

Parameter estimation of voltage flicker based on Hilbert transform and Pisarenko harmonic decomposition

WEI Xiao-pu, XU Yong-hai, GUO Chun-lin, XIAO Xiang-ning

(School of Electrical and Electronic Engineering, North China Electric Power University, Beijing 102206, China)

Abstract: In this paper, a new parameter estimation method for voltage flicker is proposed in which Pisarenko Harmonic Decomposition (PHD) analysis is used to estimate the flicker parameter included in flicker envelope detected by Hilbert transform. The total number of modulation components required in the PHD estimation process is obtained by FFT analysis. Simulations using the proposed method are made based on the single-frequency and multi-frequency modulated flicker respectively as well as using the FFT spectral analysis method under the setting SNR. Through comparison of the estimates resulting from the two parameter estimation methods, it can be concluded that the proposed method is capable of accurate estimation of frequency and magnitude of the modulation components in voltage flicker.

Key words: voltage flicker; Hilbert transform; Pisarenko harmonic decomposition; FFT analysis

中图分类号: TM71 文献标识码: A 文章编号: 1674-3415(2010)06-0026-04

0 引言

各种大功率波动性负荷如轧钢机、炼钢电弧炉等设备的功率因数低, 无功功率变动大且过程迅速, 在实际运行中会造成供电电压的波动与闪变, 影响系统的电能质量。

电压波动与闪变的调幅波检测是估计电网闪变水平及补偿控制的关键环节。目前, 常用的电压波动与闪变检测方法有适用于稳态闪变信号检测的平方解调法、有效值检测法和整流检测法, 适用于分析非平稳信号的小波检测法与 Hilbert 变换检测法等^[1-2], 这些方法都可以提取出电压闪变的调幅波信号。调幅波中的各频率分量参数的精确估算是准确衡量闪变严重度的前提, 因此需要用频谱分析方法准确得到调幅波中的定量信息^[3]。FFT 算法是常用的频谱分析方法, 它能够实现对工频整数倍的谐波的精确定分析和检测, 但是对于非整数次谐波的检

测, 它存在着频谱泄露现象, 所检测出的结果存在较大的误差。

本文提出用基于信号特征空间分解的谐波分解 (Pisarenko Harmonic Decomposition, PHD) 方法来估计闪变参数。PHD 主要用于混有白噪声的正弦信号的频率和幅值估计, 首先通过求得各采样点间的自相关函数值形成自相关矩阵, 然后求解自相关矩阵的特征值及相应的特征向量, 根据信号向量与噪声向量的正交性求解信号各分量的频率, 进而再由自相关函数等式求得信号各分量的幅值。文中先用 Hilbert 变换检测出闪变的调幅波信号, 然后对调幅波信号进行 PHD 分析得出各调制分量的频率和幅值。通过与 FFT 频谱分析法所得结果进行仿真比较, 进一步说明了 PHD 在低频信号参数估计上的准确性。

1 Hilbert 变换原理

Hilbert 变换是信号分析的重要工具。对于任意一个实信号 $X(t)$, 经 Hilbert 变换可得:

基金项目: “十一五”国家科技支撑计划项目(2007BAA12B03)

$$\hat{X}(t) = HT(X(t)) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{X(\tau)}{t-\tau} d\tau = X(t) * h(t) \quad (1)$$

定义 $Z(t) = X(t) + j\hat{X}(t)$ 为信号 $X(t)$ 的解析信号, 即

$$Z(t) = a(t)e^{j\theta(t)} \quad (2)$$

$$\text{其中: } a(t) = \sqrt{X^2(t) + \hat{X}^2(t)} \quad (3)$$

$$\theta(t) = \arctan[\hat{X}(t)/X(t)] \quad (4)$$

对于离散的时间信号, 可用式 (5) 表示:

$$z(k) = x(k) + j\hat{x}(k) \quad (5)$$

2 Pisarenko 谐波分解 (PHD) 方法^[4-5]

2.1 信号空间与噪声空间的特征分解

自信号分析专家 Pisarenko 于 20 世纪 70 年代初提出 PHD 方法以来, 该方法已在很多领域得到了应用, 如声纳、雷达对目标的定位等。该方法主要用于混有白噪声的正弦信号的频率和幅值估计。

设信号 $x(n)$ 是由 M 个复正弦加白噪声组成, 那么其自相关函数为:

$$r_x(k) = \sum_{i=1}^M A_i \exp(j\omega_i k) + \rho_\omega \delta(k) \quad (6)$$

其中: A_i , ω_i 分别是第 i 个复正弦的功率 (正弦信号幅值的平方) 及频率; k 表示自相关的相对位移; $\delta(k)$ 为单位抽样信号; $\rho_\omega \delta(k)$ 表示白噪声; 其功率为 ρ_ω ; 它与真实信号不相关。在实际应用中, 通常无法预知所有信号的信息, 只能根据有限长度的信号采样序列估计出信号的自相关 $\hat{r}_x(k)$:

$$\hat{r}_x(k) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{M-k} x(n)x^*(n+k), \quad k = 0, 1, \dots, M \quad (7)$$

由 $(p+1)$ 个 $r_x(k)$ 组成自相关矩阵 \mathbf{R}_p 为:

$$\mathbf{R}_p = \begin{bmatrix} r_x(0) & r_x^*(1) & \dots & r_x^*(p) \\ r_x(1) & r_x(0) & \dots & r_x^*(p-1) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ r_x(p) & r_x(p-1) & \dots & r_x(0) \end{bmatrix}_{(p+1) \times (p+1)} \quad (8)$$

定义信号向量 e_i 为:

$$e_i = [1, \exp(j\omega_i), \dots, \exp(j\omega_i p)]^T \quad i = 1, 2, \dots, M \quad (9)$$

那么 $\mathbf{R}_p = \sum_{i=1}^M A_i e_i e_i^H + \rho_\omega \mathbf{I}$, \mathbf{I} 为 $(p+1) \times (p+1)$ 阶单位矩阵。令 $\mathbf{R}_p = \mathbf{S}_p + \mathbf{W}_p$, 其中 $\mathbf{S}_p = \sum_{i=1}^M A_i e_i e_i^H$ 为信号阵, 其秩最大为 M , $\mathbf{W}_p = \rho_\omega \mathbf{I}$ 为噪声阵, 其秩为 $(p+1)$ 。

将 \mathbf{S}_p 和 \mathbf{R}_p 分别作特征值分解, 得

$$\mathbf{S}_p = \sum_{i=1}^{p+1} \lambda_i V_i V_i^H, \quad \mathbf{W}_p = \rho_\omega \sum_{i=1}^{p+1} V_i V_i^H, \quad \text{其中 } V_i \text{ 是对应于特}$$

征值 λ_i 的特征向量且特征向量之间是正交的, 若 \mathbf{S}_p 的秩 $\text{rank}(\mathbf{S}_p) = M < p+1$, 那么 \mathbf{S}_p 将有 $(p+1-M)$ 个零特征值, 现将特征值按大小次序排列, 即 $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_M > 0$, 那么 \mathbf{S}_p 的特征分解为

$$\mathbf{S}_p = \sum_{i=1}^M \lambda_i V_i V_i^H, \text{ 即}$$

$$\mathbf{R}_p = \sum_{i=1}^M \lambda_i V_i V_i^H + \rho_\omega \sum_{i=1}^{p+1} V_i V_i^H =$$

$$\sum_{i=1}^M (\lambda_i + \rho_\omega) V_i V_i^H + \sum_{i=M+1}^{p+1} \rho_\omega V_i V_i^H \quad (10)$$

式 (10) 即为相关阵 \mathbf{R}_p 的特征分解。所有特征向量 V_1, \dots, V_{p+1} 形成了一个 $p+1$ 维的正交向量空间, 它可以分为两个子空间, 一个是由特征向量 V_{M+1}, \dots, V_{p+1} 张成的噪声空间, 每个向量的特征值都是 ρ_ω ; 另一个是由特征向量 V_1, \dots, V_M 张成的信号空间, 其特征值分别为 $(\lambda_1 + \rho_\omega)$, $(\lambda_2 + \rho_\omega)$, \dots , $(\lambda_M + \rho_\omega)$, ρ_ω 反映了噪声对信号空间的影响。

2.2 基于噪声子空间的频率估计及功率谱估计

在式(8)相关阵 \mathbf{R}_p 分解时, 若 $p=M$, 则 \mathbf{R}_p 只含有一个噪声向量 V_{M+1} , 它的特征值即为噪声的方差 ρ_ω , 由于 $\lambda_{p+1} = 0$, 所以 ρ_ω 也是 \mathbf{R}_p 的最小特征值, 且 V_{M+1} 和信号向量 e_i ($i=1, 2, \dots, p$) 也是正交的, 即

$$e_i^H V_{M+1} = \sum_{k=0}^M v_{M+1}(k) \exp(-j\omega_i k) = 0 \quad (i=1, 2, \dots, M)$$

令 $z = e^{j\omega_i}$, 上式可写为

$$V(z) = \sum_{k=0}^M v_{M+1}(k) z^{-k} \quad (11)$$

解此多项式, 信号向量 e_i ($i=1, 2, \dots, M$) 的 M 个频率即可估计出来。再由式(6)即可得出正弦信号的幅值。

由式 $r_x(0) = \sum_{i=1}^M A_i + \rho_\omega$ 可以求得所含噪声的方差 (即功率), 即 $\rho_\omega = r_x(0) - \sum_{i=1}^M A_i$, 进而可求得信噪比 SNR 为:

$$\text{SNR} = 10 \lg \left(\sum_{i=1}^M A_i / \rho_\omega \right) \quad (12)$$

3 闪变参数估计

3.1 电压闪变信号的数学模型

电压闪变是由电网电压的幅值波动变化所引起的，通常将电压波动看作是以工频电压为载波，其电压的均方根或峰值受到以电压波动分量作为调幅波的调制。闪变有周期性和非周期性之分，本文主要讨论对人们生产生活影响较大的周期性正弦波调制的闪变，它可看成是对基波电压(可能含有谐波分量)的低频调制，其数学表达式如下：

$$u(t) = U_0[1 + v(t)]\sin\omega_0 t \tag{13}$$

$$v(t) = \sum_{i=1}^n U_i / U_0 \sin(\omega_i t + \varphi_i) = \sum_{i=1}^n m_i \sin(\omega_i t + \varphi_i) \tag{14}$$

式(13)中： U_0 为工频载波电压的幅值，V； ω_0 为工频载波电压的角频率，rad/s； $v(t)$ 为调幅波电压； n 为调幅波分量的个数； U_i 为第*i*个调幅波电压的幅值，V； ω_i 为第*i*个调幅波电压的角频率，rad/s； φ_i 为第*i*个调幅波电压的初相位，rad；式(14)中 m_i 为第*i*个调幅波的调制系数。其中调幅波电压的幅值 U_i 一般小于载波幅值 U_0 的10%，重复变动频率一般为0.05~35 Hz。

3.2 调幅波检测及参数估计

通过选择合适的采样频率，将采样信号经过式

(1)中 Hilbert 滤波器 $h(t)$ 可以较准确地得到包含调制波频率和幅值信息的调幅波信号。用 Hilbert 滤波器得到闪变调幅波以后，可用 PHD 方法从调幅波中估计闪变参数，得出正弦调制信号的频率和幅值。这里各调制信号的频率不随时间变化，噪声项包含直流偏置、电力系统中的各种轻微干扰和测量噪声等^[6-7]。参数估计的具体过程如下：

(1) 对调幅波进行 FFT 分析得出调制信号分量的个数以确定 M 。

(2) 通过 Hilbert 变换将调制信号转换成复频域信号，令 $p = M$ ，信号序列的长度 N 至少为 $M + 1$ ，建议取 $10M$ 以上。

(3) 由式(7)直接估计出前 $p + 1$ 个解析信号序列的自相关，形成如式(8)的自相关矩阵 R_p 。

(4) 对第 3 步所得矩阵 R_p 进行特征值分解，并找出最小特征值 ρ_{ω} 及其所对应的特征向量 V_{M+1} 。

(5) 将 V_{M+1} 代入式(11)，解此特征多项式得到各个频率调制分量的频率。

(6) 将第 5 步所得频率代入式(6)，求得最小二乘解 $A_i (i = 1, \dots, M)$ 后再开方，得到各个频率调

制分量的幅值。

(7) 按式(12)计算信噪比 SNR ，若 SNR 高于 20 dB，说明噪声空间估计准确；若 SNR 过小，说明噪声空间估计不准确，需重新选取采样信号的长度 N 。

4 仿真分析

以下分别对单一频率、多频率调制的闪变进行仿真。首先在原始信号中加入 20 dB 的高斯白噪声，然后由 Hilbert 变换得到调幅波，接着用 FFT 分析得到调幅波中调制分量的个数，最后分别用 FFT 频谱分析和 PHD 两种方法进行调幅波参数估计。仿真中采样频率为 3 200 Hz，采样时间为 1.2 s。

4.1 单一频率调制的闪变

单一频率的调制分量对基波调制所得闪变信号为：

$$u(t) = U_0[1 + m\sin(\Omega t + \varphi_0)]\sin\omega_0 t$$

设定上式中 $U_0 = 7.07$ V， $m = 0.176$ ， $\Omega = 8.8$ Hz， $f_0 = 50$ Hz， $\varphi_0 = 0$ rad。

由 Hilbert 滤波器得到的闪变包络线及闪变信号如图 1 所示，去除直流分量的调幅波如图 2 所示。

由图 2 可知，用 Hilbert 滤波器可以很准确地得到闪变信号的包络线，且可以大致看出，调制信号的频率接近 8.8 Hz，幅值在 1.2 V 左右。

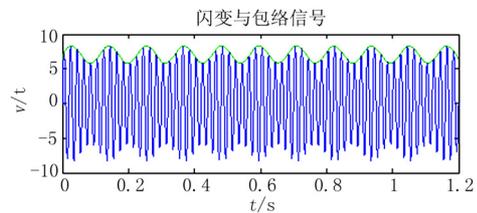


图 1 闪变信号与包络线
Fig.1 Flicker and its envelope

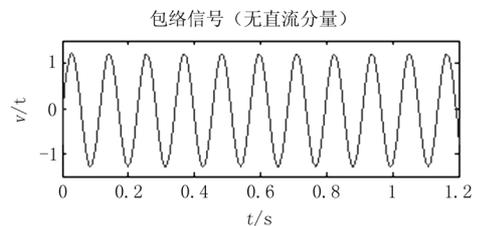


图 2 单一频率的调幅波波形
Fig.2 Envelope with single-frequency component

先用 FFT 频谱分析法对噪声条件下检测到的调幅波进行频率和幅值分析，得到的结果及相对误差如表 1 中估计值 1、误差 1 所示。再用 PHD 方法进行仿真，得到的结果及相对误差如表 1 中估计值 2、误差 2 所示。

表 1 单一频率调制的闪变参数估计值及相对误差
Tab.1 Estimates and relative errors of flicker caused by single-frequency component modulation

参数	Ω /Hz	m	SNR/dB
设定值	8.8	0.176 0	20
估计值 1	9.164 3	0.118 7	
估计值 2	8.775 3	0.175 4	23.712 8
误差 1%	4.140	32.56	
误差 2%	0.280 7	0.340 9	

从表 1 可得, 对单一频率调制的闪变, FFT 频谱分析方法所得调制信号的频率和幅值与设定值的相对误差很大, 而 PHD 方法可以在合适的信噪比条件下得到较准确的估计值。

4.2 多频率调制的闪变

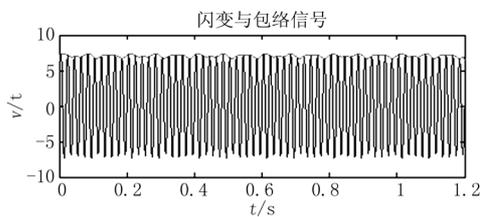


图 3 闪变信号与包络线
Fig.3 Flicker and its envelope

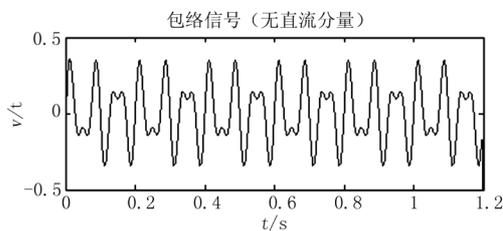


图 4 多频率的调幅波波形
Fig. 4 Envelope with multi-frequency components

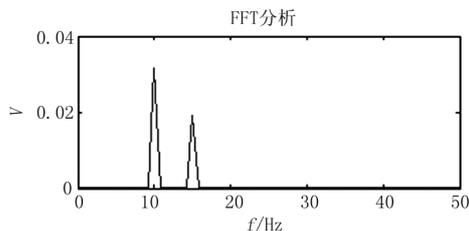


图 5 调幅波的 FFT 分析
Fig. 5 FFT analysis of the envelope

含有两种频率的调制分量调制基波所得闪变信号为:

$$u(t) = U_0 [1 + m_1 \sin(\omega_{f_1} t + \varphi_1) + m_2 \sin(\omega_{f_2} t + \varphi_2)] \sin \omega_{f_0} t$$

设定 $U_0 = 7.07$ V, $f_0 = 50$ Hz, $m_1 = 0.033$, $m_2 = 0.02$, $\varphi_1 = \varphi_2 = 0$ rad, $f_1 = 10$ Hz, $f_2 = 15$ Hz。

由 Hilbert 滤波器得到的闪变包络线及闪变信

号如图 3 所示, 去除直流分量的调幅波如图 4 所示。

从图 4 中不能直接得到各个调制信号的频率和幅值信息, 这就需要通过频谱估计方法估计出各个调制信号的参数。这里要先对在噪声条件下检测到的调幅波进行 FFT 分析以确定 PHD 算法所需的调制分量个数, 分析结果如图 5 所示, 可见调幅波包含有两个调制分量。然后分别用 FFT 频谱分析和 PHD 两种方法对调幅波信号进行频率和幅值估计, 结果如表 2 中估计值 1、估计值 2 所示, 相对误差如表 2 中误差 1、误差 2 所示。

表 2 多频率调制的闪变参数估计值及相对误差
Tab.2 Estimates and relative errors of flicker caused by multi-frequency components modulation

参数	f_1 /Hz	m_1	f_2 /Hz	m_2	SNR/dB
设定值	10	0.033	15	0.02	20
估计值 1	9.997 4	0.030 7	14.996 3	0.017 2	
估计值 2	10.002	0.033 5	14.999 4	0.021 3	24.30
误差 1%	0.026 0	6.97	0.024 7	14	
误差 2%	0.02	1.515	0.004	6.50	

从表 2 可得, 相比 4.1 节中单一频率调制的闪变, 对多频率调制的闪变用 FFT 频谱分析法所得频率和幅值的相对误差减小很多, 而用 PHD 方法对多频率调制的闪变分析时 M 值增大, 噪声子空间的个数随之减小, 在同一信噪比和有限长采样数据情况下, PHD 估计值的精确度提高并不明显, 但其相对误差仍然低于 FFT 方法的相对误差, 这表明 PHD 方法能更准确地估计出多频率调制的闪变参数。

5 结论

本文用 Hilbert 变换得到闪变信号的调幅波, 然后用 Pisarenko 谐波分解 (PHD) 方法从调幅波中估计出调制信号的频率和幅值。由于调制信号的频率很低, 很难确定 PHD 算法所需的调制分量个数, 这必然会影响估计结果的准确性。文中采用 FFT 分析得到闪变调制分量的个数, 保证了 PHD 估计结果的准确性。通过与 FFT 频谱分析所得结果进行比较得出, 对单一频率和多频率调制的闪变, PHD 方法能从频率和幅值上都能得到较准确的估计值。

参考文献

- [1] 周林, 徐会亮. 电压波动检测方法的研究进展[J]. 电气应用, 2007, 26(7): 6-10.
ZHOU Lin, XU Hui-liang. The Development of Methods for Measurement of Voltage Fluctuation[J]. Electrical Applications, 2007, 26(7): 6-10.

(下转第 34 页 continued on page 34)

参考文献

[1] Lu Z, Smith J S, Wu Q H. Morphological Lifting Scheme for Current Transformer Saturation Detection and Compensation[J]. IEEE Trans on Circuits and Systems-I: Regular Papers, 2008,55(10): 3349-3357.

[2] 黄子俊, 陈允平. 行波故障定位中小波基的选择[J]. 电力系统自动化, 2006, 30(3): 61-64, 104.
HUANG Zi-jun, CHEN Yun-ping. Selection of Wavelet Bases for Traveling Wave Fault Location [J]. Automation of Electric Power Systems, 2006, 30(3): 61-64, 104.

[3] 覃剑, 彭莉萍, 王和春. 基于小波变换技术的输电线路单端行波故障测距[J]. 电力系统自动化, 2005, 29(19): 62-65, 86.
QIN Jian, PENG Li-ping, WANG He-chun. Single Terminal Methods of Traveling Wave Fault Location in Transmission Line Using Wavelet Transform[J]. Automation of Electric Power Systems, 2005, 29(19): 62-65,86.

[4] Sweldens W. The Lifting Scheme: a Construction of Second Generation Wavelets[J]. SIAM Journal of Mathematical Analysis, 1998(29): 511-546.

[5] 周瑞, 鲍文, 左国华, 等. 基于改进冗余提升方案的汽轮机组振动故障特征提取[J]. 中国电机工程学报, 2008, 28(8): 88-93.
ZHOU Rui, BAO Wen, ZUO Guo-hua, et al. Turbine Vibration Fault Feature Extraction Based on Improved Redundant Lifting Scheme[J]. Proceedings of the CSEE,

2008, 28(8): 88-93.

[6] Zhang J F, Smith J S, Wu Q H. Morphological Undecimated Wavelet Decomposition for Fault Location on Power Transmission Lines[J]. IEEE Trans on Circuits and Systems-I: Regular Papers, 2006, 53(6): 1395-1402.

[7] Heijmans H J A M, Goutsias J. Constructing Morphological Wavelets with the Lifting Scheme [A]. in: Proceedings of the Fifth International Conference on Pattern Recognition and Information Processing (PRIP'99)[C]. Minsk(Belarus): 1999. 65-72.

[8] Goutsias J, Heijmans H J A M. Nonlinear Multiresolution Signal Decomposition Schemes-Part I: Morphological Pyramids[J]. IEEE Trans on Image Processing, 2000, 9(11): 1862-1876.

[9] Heijmans H J A M, Goutsias J. Nonlinear Multiresolution Signal Decomposition Schemes-Part II: Morphological Wavelets[J]. IEEE Trans on Image Processing, 2000, 9(11): 1897-1913.

[10] Ji T Y, Lu Z, Wu Q H. Detection of Power Disturbances using Morphological Gradient Wavelet[J]. Signal Processing, 2008, 88(2): 255-267.

收稿日期: 2009-04-27; 修回日期: 2009-05-16

作者简介:

成乐祥 (1984-), 男, 硕士研究生, 研究方向为电力运行与控制; E-mail:clxxt@yahoo.com.cn

李扬 (1961-), 男, 教授, 从事电力系统及其自动化方面的教学与研究工作。

(上接第 29 页 continued from page 29)

[2] 肖冰, 梁军, 等. Hilbert变换在电压闪变检测中的应用[J]. 继电器, 2005, 33(15): 62-65.
XIAO Bing, LIANG Jun, et al. Application of Hilbert Transform in Voltage Flicker Detection[J]. Relay, 2005, 33(15): 62-65.

[3] 丁屹峰, 程浩忠, 等. 基于 Prony 算法的谐波和间谐波频谱估计[J]. 电工技术学报, 2005, 20(10): 94-97.
DING Yi-feng, CHENG Hao-zhong, et al. Spectrum Estimation of Harmonics and Inter-Harmonics Based on Prony Algorithm[J]. Journal of Electro-technical, 2005, 20(10): 94-97.

[4] 胡广书. 数字信号处理——理论、算法与实现[M]. 北京:清华大学出版社, 1997.
HU Guang-shu. Digital Signal Processing——Theory, Algorithm and Implement[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 1997.

[5] Petre Stoica. On Spatial Power Spectrum and Signal Estimation Using the Pisarenko Framework[J]. IEEE Trans on Signal Processing, 2008, 56(10): 5109-5119.

[6] 王志群, 朱守真, 等. Hilbert 变换求取电压闪变有关参

数[J]. 电力系统自动化, 2004, 28(5): 34-37.
WANG Zhi-qun, ZHU Shou-zhen, et al. Parameter Estimation of Voltage Flicker Through Hilbert Transform[J]. Automation of Electric Power Systems, 2004, 28(5): 34-37.

[7] 王志群, 朱守真, 等. 基于Pisarenko谐波分解的间谐波估算方法[J]. 电网技术, 2004, 28(15): 72-77.
WANG Zhi-qun, ZHU Shou-zhen, et al. Estimation Method of Harmonics and Interharmonics Based on Pisarenko Harmonic Decomposition[J]. Power System Technology, 2004,28(15): 72-77.

收稿日期: 2009-04-20; 修回日期: 2009-05-07

作者简介:

魏晓璞 (1986-), 女, 硕士研究生, 研究方向为电能质量分析与控制; Email:xiaopuwei0201@163.com

徐永海 (1966-), 男, 教授, 主要研究方向为电力系统谐波分析、电能质量控制技术;

郭春林 (1975-), 男, 讲师, 主要研究方向为电力系统、电力电子技术在电能质量控制中的应用。