

用于直流输电系统谐波精确分析的扩展 Prony 算法

王铁松

(浙江泰鸽安全科技有限公司, 浙江 杭州 310017)

摘要: 介绍了一种更精确的, 适用于直流输电系统谐波分析的扩展 Prony 算法, 该算法应用指数方程线性组合估算信号, 给出了其在直流谐波分析上的应用。同时, 基于 PSCAD 平台, 利用其自定义模型功能构造了采用扩展 Prony 算法的谐波分析元件, 通过对直流系统谐波仿真测试并与 PSCAD 自带傅里叶算法对比, 证明了该方法的有效性和精确性。

关键词: 直流系统; 谐波分析; Prony; PSCAD; FFT

A harmonic analysis algorithm of extended prony with high precision for DC transmission system

WANG Tie-song

(Zhejiang Tager Safe Technology CO.,LTD, Hangzhou 310017, China)

Abstract: An algorithm of extended Prony which is available for harmonic analysis of DC transmission system with high precision is proposed. The algorithm uses a linear combination of exponential functions to imitate signals. The harmonic analysis of DC transmission system is given in detail. In the mean time, a harmonic analysis component based on extended Prony algorithm is set up on the PSCAD platform with the user-defined function, the validity and precision of the proposed algorithm is verified by the test of DC transmission system harmonics and the comparison between the test results of the Prony algorithm and FFT of PSCAD.

Key words: DC transmission system; harmonic analysis; Prony; PSCAD; FFT

中图分类号: TM711 文献标识码: A 文章编号: 1674-3415(2010)04-0045-04

0 引言

随着我国电源与负荷的快速增长, 直流输电在我国有了飞跃发展。由于高压直流输电换流器的非线性特性, 导致在换流站的直流侧和交流侧产生谐波电压和谐波电流。这些谐波严重影响输电效率, 影响设备寿命和安全, 同时线路上的谐波也会对周边通信产生干扰, 对直流系统的谐波治理主要是加装滤波器。

在直流系统滤波器设计时, 准确分析直流系统的谐波成份, 是合理科学配置滤波器参数的基础。同时, 对于有源滤波器的运行, 需要实时获得直流系统相关谐波参数。然而由于实际运行中, 直流系统的谐波是不断变化的, 这给谐波的动态测量增加了很大难度。因此, 谐波的监测仍没有得到很好的改进^[1]。傅里叶分解算法需要一定时间的谐波参数, 且需进行两次变换, 计算量大, 计算时间长, 从而使得检测时间较长, 检测结果实时性较差, 在频域分析和降噪方面, 其精度不是太高。近来许多神经网络模型被推荐用于电力系统谐波估算分析, 文献[2]中

推荐 ANN 算法用于电力谐波分析, 该算法采用 ADALINE 模型和 LMS 学习机制, 该方法可以满足一些用相对较少设备进行的测量工作。文献[3]中推荐了用加权多点插值方法改善多频率信号的幅值估计。

Prony 算法在现代频谱分析中发挥了重要的作用, 然而, 将其用于电力系统信号处理和分析的时间还不长。本文详细介绍了基于扩展 Prony 算法的谐波分析方法, 该方法解决了快速傅里叶分解算法在计算谐波幅值和相角方面的弱点。

1 基于扩展 Prony 算法谐波分析模型

1.1 Prony 算法描述

Prony 算法是由法国数学家提出的, 用指数函数的线性组合来描述间距采样数据的数据模型^[4-5]。形如

$$\hat{f}(n) \approx C_1 e^{a_1 n} + C_2 e^{a_2 n} + \dots + C_n e^{a_n n}$$

或者

$$\hat{f}(n) \approx C_1 \mu_1^n + C_2 \mu_2^n + \dots + C_n \mu_n^n \quad (1)$$

假设 $f(n)$ 由等时间间距 Δt 的 N 点组成, 从 $\hat{f}(0)$ 到 $\hat{f}(N-1)$ 。由式(1)有以下一系列等式成立:

$$\begin{aligned} C_1 + C_2 + \dots + C_n &= \hat{f}(0) \\ C_1\mu_1 + C_2\mu_2 + \dots + C_n\mu_n &= \hat{f}(1) \\ C_1\mu_1^2 + C_2\mu_2^2 + \dots + C_n\mu_n^2 &= \hat{f}(2) \\ &\vdots \\ C_1\mu_1^n + C_2\mu_2^n + \dots + C_n\mu_n^n &= \hat{f}(n) \\ &\vdots \\ C_1\mu_1^{N-1} + C_2\mu_2^{N-1} + \dots + C_n\mu_n^{N-1} &= \hat{f}(N-1) \end{aligned} \tag{2}$$

在式(2)中: c_i 和 μ_i 都是复数, $c_i = A_i \exp(j\theta_i), \mu_i = \exp[(\alpha_i + j2\pi f_i \Delta t)]$ 。其中 A_i 是幅值; θ_i 是相角; α_i 是衰减因子; f_i 是频率; Δt 是采样间隔; N 是采样点数; $\hat{f}(n)$ 表示 $f(n)$ 的估计值。将式(2)转换成矩阵形式如下:

$$\mu C = \hat{f}(n) \tag{3}$$

其中:

$$\mu = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ \mu_1 & \mu_2 & \dots & \mu_p \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \mu_1^{N-1} & \mu_2^{N-1} & \dots & \mu_p^{N-1} \end{bmatrix}; \quad c = [c_1, c_2, \dots, c_p]^T;$$

$$\hat{f}(n) = [\hat{f}(0), \hat{f}(1), \dots, \hat{f}(N-1)]^T$$

1.2 Prony 模型参数求解

构造一个价值函数如下:

$$\varepsilon = \sum_{n=0}^{N-1} \left| f(n) - \hat{f}(n) \right|^2$$

为了求得参数 $A_i, \theta_i, \alpha_i, f_i$, 需要求解非线性最小二乘方程式。方程组(2)是常系数线性差分方程均匀解, 这也是 Prony 方法的关键。因此, 采用所测数据通过求解差分方程可以得到相关系数。为了推导出线性差分方程, 定义一个特征多项式如下:

$$\psi(\mu) = \prod_{i=1}^p (\mu - \mu_i) = \sum_{i=0}^p \alpha_i \mu^{p-i} \tag{4}$$

其中: $\alpha_0 = 1$ 。

从方程组(2), 可以得到

$$\hat{f}(n-k) = \sum_{i=1}^p c_i \mu_i^{n-k}, \quad 0 \leq n-k \leq N-1$$

将上述等式两边同时乘以 α_k 并求和可得

$$\sum_{k=0}^p \alpha_k \hat{f}(n-k) = \sum_{i=1}^p c_i \sum_{k=0}^p \alpha_k \mu_i^{n-k}$$

考虑 $\mu_i^{n-k} = \mu_i^{n-p} \mu_i^{p-k}$, 可得

$$\sum_{k=0}^p \alpha_k \hat{f}(n-k) = \sum_{i=1}^p c_i \mu_i^{n-p} \sum_{k=0}^p \alpha_k \mu_i^{p-k} = 0 \tag{5}$$

式(5)第二个和项恰好是特征多项式(4)根 μ 的位置, 因此式(5)为 0, 从式(5)可知, $\hat{f}(n-k)$ 满足如下等式:

$$\hat{f}(n) = -\sum_{i=1}^p \alpha_i \hat{f}(n-i), \quad n=0, 1, \dots, N-1 \tag{6}$$

定义 $\sigma(n)$ 为 $\hat{f}(n)$ 的实测与估计值之间的偏差, 则

$$f(n) = \hat{f}(n) + \sigma(n), \quad n=0, 1, \dots, N-1 \tag{7}$$

将式(6)代入式(7)可得

$$f(n) = -\sum_{i=1}^p \alpha_i \hat{f}(n-i) + \sigma(n) = -\sum_{i=1}^p \alpha_i f(n-i) + \sum_{i=0}^p \alpha_i \sigma(n-i), \quad n=0, 1, \dots, N-1 \tag{8}$$

显然, 该模型是特殊的序列协方差矩阵求解过程, 其含有白噪声并带有相同的 AR 和 MA 参数。为了避免求解非线性方程式, 将偏差定义如下:

$$\varepsilon(n) = \sum_{i=1}^p \alpha_i \sigma(n-i), \quad n=0, 1, \dots, N-1$$

式(8)可以变换为

$$f(n) = -\sum_{i=1}^p \alpha_i f(n-i) + \varepsilon(n) \tag{9}$$

显然, 式(9)是个 AR 模型, 采用整体最小二乘方法可以求得使偏差 $\sum_{n=p}^{N-1} |\sigma(n)|^2$ 最小的相应系数 $\alpha_1, \dots, \alpha_p$ 。从而可以求得特征多项方程式 $\psi(\mu_i) = 0$ 的根 μ_1, \dots, μ_p 。将 μ_1, \dots, μ_p 代入式(3), 最小二乘的解是

$$b = (Z^H Z)^{-1} Z^H \hat{f}(n)$$

最后，可以得到谐波参数如下

$$\begin{cases} A_i = |b_i| \\ \theta_i = \tan^{-1}[\text{Im}(b_i)/\text{Re}(b_i)] \\ \alpha_i = \ln|\mu_i|/\Delta t \\ f_i = \tan^{-1}[\text{Im}(\mu_i)/\text{Re}(\mu_i)]/2\pi\Delta t \end{cases} \quad (10)$$

2 仿真实例与结果分析

为了验证 Prony 算法在直流谐波测量方面的有效性和精确性，本文采用 PSCAD 自带的直流输电模型作为测试对象，该模型采用单 12 脉动换流器作为交直流转换装置，用 T 型线路模型来近似表示直流线路。该模型中不含直流滤波器，这样更易于测试直流线路谐波特性。具体电路图如图 1。

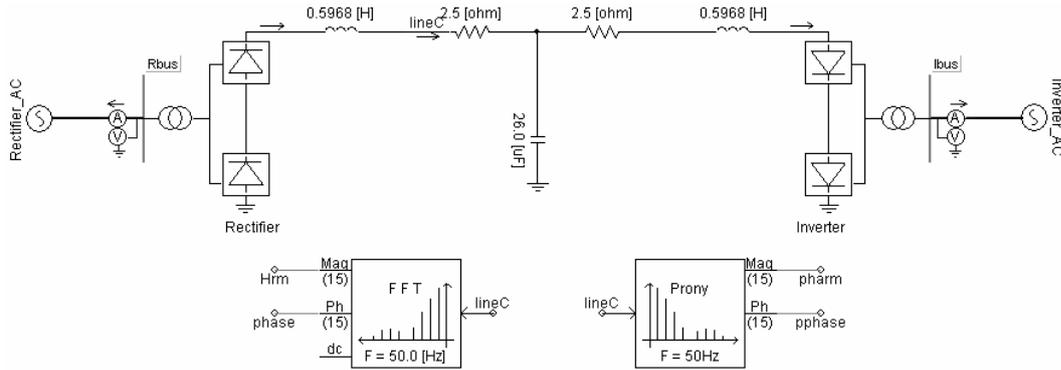


图 1 Prony 算法仿真电路模型

Fig.1 Simulation circuit model of Prony algorithm

图 2 给出了仿真结果直流线路谐波录波图，表 1 给出了分别采用 FFT 算法和扩展 Prony 算法对直流线路谐波测量结果对比表。由于直流线路谐波主要是 3 倍次谐波，表中只给出了 3 倍次谐波的对比结果。由于本文所采用的直流输电模型是简化的直流输电模型，未考虑背景谐波等不确定因素的影响，表 1 中所给出的直流线路谐波电流理论幅值和相角是通过理论公式计算所得^[6-7]。

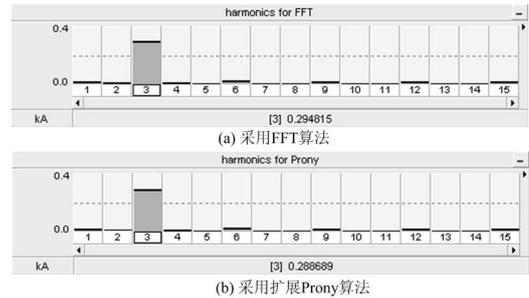


图 2 直流线路谐波电流波形图

Fig.2 Simulation curve of capacitor current

表 1 谐波电流估计值结果对比表

Tab.1 Comparison of simulation result

谐波	理论值	扩展 Prony 算法	偏差/%	FFT 算法	偏差/%	
3 次	幅值/kA	0.285 9	0.288 7	0.97	0.294 8	3.12
	相角/(°)	-161.798 9	-164.371 5	1.59	-173.95	7.51
6 次	幅值/kA	0.017 7	0.017 9	1.31	0.018 4	4.21
	相角/(°)	-48.358 5	-49.025 8	1.38	-52.29	8.13
9 次	幅值/kA	0.011 7	0.011 9	1.67	0.012 2	4.53
	相角/(°)	-56.092 5	-56.978 8	1.58	-61.225	9.15
12 次	幅值/kA	0.010 6	0.010 8	2.42	0.011 1	4.85
	相角/(°)	-159.587 6	-163.290 0	2.32	-176.44	10.56
15 次	幅值/kA	0.009 9	0.010 2	3.43	0.010 4	5.57
	相角/(°)	149.520 3	157.923 3	5.62	168.3	12.56

由表 1 的对比结果可知，扩展 Prony 算法在直流谐波测量上精度高于傅里叶分解算法，尤其在相

角的估计测量上，其精度高的优势更加明显。

3 结论

扩展 Prony 算法以最小二乘法为基础，采用指数矩阵线性组合可以直接求解信号幅值、相角、阻尼比和频率，具有较高的实时性和精确度。本文通过理论分析和仿真测试对比，证明了扩展 Prony 算法应用在直流谐波测量方面是有效的，并且具有更高的精度。扩展 Prony 算法的这一特点为直流输电谐波分析提供了更好的测量工具。

参考文献

[1] Arrillaga J, Bradley D A, Bodger P S. Power System Harmonics[M]. New York: John Wiley & Sons, 1985.

[2] 金明, 刘远龙. 用于电力系统谐波分析的 ANN 算法[J]. 电网技术, 1997, 21(5): 52-54.
JIN Ming, LIU Yuan-long. A New ANN Harmonic Analysis Algorithm For Power System[J]. Power System Technology, 1997, 21(5): 52-54.

[3] Dusan Agrez. Weighted Multipoint Interpolated DFT to Improve Amplitude Estimation of Multi-frequency Signal[J]. IEEE Trans on Instrumentation and Measurement, 2002, 51(2): 287-291.

[4] Hildedrand F B. Introduction to Numerical Analysis[M]. New York: McGraw-Hill, 1956.

[5] 张贤达. 现代信号处理[M]. 北京: 清华大学出版社, 1995.
ZHANG Xian-da. Modern Signal Processing[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 1995.

[6] 王峰, 游广增, 黄莹, 等. 高压直流输电 3 脉动谐波电压源计算[J]. 高电压技术, 2009, 35(10): 264-268.
WANG Feng, YOU Guang-zeng, HUANG Ying, et al. Calculation of Three-pulse Harmonic Voltage Source for HVDC Transmission[J]. High Voltage Engineering, 2009, 35(10): 264-268.

[7] 王峰, 朱光友, 游广增, 等. 高压直流输电直流侧谐波电流计算[J]. 高电压技术, 2009, 35(9): 229-233.
WANG Feng, ZHU Guang-you, YOU Guang-zeng, et al. Calculation of DC Side Harmonic Currents for HVDC Transmission[J]. High Voltage Engineering, 2009, 35(9): 229-233.

收稿日期: 2010-01-11; 修回日期: 2010-01-18

作者简介:

王铁松 (1965-), 男, 工程师, 主要从事机电设计研究与电气安全评价工作。E-mail: tiesong85374689@sina.com

(上接第 38 页 continued from page 38)

[2] Kakimoto Naoto, Ohnogi Yukio, Matsuda Hisao, et al. Low Frequency Oscillation and Field Tests on Power System Stabilizer[A]. in: Electrical Engineering in Japan[C]. 1987. 27-35.

[3] Amano M, Watanabe M, Banjo M. Self-testing and Self-tuning of Power System Stabilizers Using Prony Analysis[A]. in: IEEE Engineering Society, Winter Meeting[C]. 1999. 655-660.

[4] 肖晋宇, 谢小荣, 胡志祥, 等. 电力系统低频振荡在线辨识的改进 Prony 算法[J]. 清华大学学报: 自然科学版, 2004, 44(7): 883-887.

[5] Pierre J W, Trudnowski D J, Donnelly M K. Initial Results in Electromechanical Mode Identification from Ambient Data[J]. IEEE Trans on Power Systems, 1997, 12(3): 1245-1250.

[6] Wies R W, Pierre J W, Trudnowski D J. Use of ARMA block Processing for Estimating Stationary Low-frequency Electromechanical Modes of Power Systems[J]. IEEE Trans on Power Systems, 2003, 18(1): 167-173.

[7] 边肇祺. 模式识别[M]. 北京: 清华大学出版社, 1988.

[8] 王娟, 慈林林, 姚康泽. 特征选择方法综述[J]. 计算机

工程与科学, 2005, 27(12): 68-71.

WANG Juan, CI Lin-lin, YAO Kang-ze. A Survey of Feature Selection[J]. Computer Engineering & Science, 2005, 27(12): 68-71.

[9] Duin R P W, Juszczak P, Paclik P, et al. A Matlab Toolbox for Pattern Recognition[J]. Delft University of Technology, 2007.

[10] Kohavi, Ron. A Study of Cross-validation and Bootstrap for Accuracy Estimation and Model Selection[A]. in: Proceeding of the 14th International Joint Conference on Artificial Intelligence[C]. 1995. 1137- 1143.

[11] 张葛祥, 金炜东, 胡来招. 满意特征选择及其应用[J]. 控制理论与应用, 2006, 23(1): 19-24.
ZHANG Ge-xiang, JIN Wei-dong, HU Lai-zhao. Satisfactory Feature Selection and Its Applications[J]. Control Theory & Applications, 2006, 23(1): 19-24.

收稿日期: 2009-09-25

作者简介:

陆超 (1977-), 男, 博士, 副教授, 主要研究方向为电力系统分析与稳定控制。E-mail: luchao@mail.tsinghua.edu.cn