

基于奇异值分解的电能质量信号去噪

胡卫红¹, 舒泓², 栾宇光³

(1. 广东电网公司惠州供电局, 广东 惠州 516000; 2. 北京交通大学, 北京 100044;
3. 北京科瑞配电自动化公司, 北京 100090)

摘要: 提出了一种基于奇异值分解的电能质量扰动信号去噪算法。算法重构采集信号时间序列的吸引子轨迹矩阵, 根据轨迹矩阵奇异值的加权能量贡献率 (PCTE) 选择奇异值进行扰动信号重建, 重建信号即为去除噪声后的电能质量扰动信号。仿真试验结果表明奇异值分解能够有效地提高扰动信号的信噪比, 保持原始电能质量信号的扰动特征, 此算法理论基础完善, 易于实现, 有良好的发展前景。

关键词: 去噪; 奇异值分解; 能量贡献率; 电压降落; 信号突变点

Power quality signals' de-noising method based on singular value decomposition (SVD)

HU Wei-hong¹, SHU Hong², LUAN Yu-guang³

(1. Huizhou Power Supply Company, Huizhou 516000, China; 2. Beijing Jiaotong University, Beijing 100044, China;
3. Beijing Creat Auto-distribution Company, Beijing 100090, China)

Abstract: A power quality signals' de-noising method based on singular value decomposition (SVD) is proposed in this paper. A track matrix of attractor is reconstructed based on time series, then according to the singular values' percent of contribution to total energy (PCTE), disturbance signal is reconstructed, which is the de-noised power quality signal. Simulation results indicate that SVD can improve SNR and keep original disturbances' characters. The proposed algorithm's theory foundation is consummate and is easy to be carried out, so it has nice developmental foreground.

Key words: de-noising; singular value decomposition (SVD); percent of contribution to total energy (PCTE); voltage sag; signals' break point

中图分类号: TM71 文献标识码: A 文章编号: 1674-3415(2010)02-0030-04

0 引言

近年来, 随着现代工业技术的发展和城乡居民生活水平的提高, 电网中的谐波, 电压波动和闪变, 三相电压不平衡和电压暂态等电能质量问题越来越受到重视。对电能质量控制和治理的前提是实现电能质量的准确测量, 这就需要从电力系统中提取电力信号, 但由于线路、设备安装位置和干扰等原因, 电力信号中总带有噪声, 而这些噪声的干扰会降低后续信号分析方法的有效性, 甚至会使用它们失效, 因此, 从检测信号中消除噪声, 是电能质量检测的关键环节之一。另一方面, 在消除噪声的同时, 及时准确地保留电能质量扰动信号的扰动特征有利于进一步采取有效措施改善电能质量, 因此设计能够在去噪的同时及时准确地保留各种扰动特征的去噪算法也是电能质量研究的重要问题之一。

目前, 国际上对电能质量扰动问题的分类与辨识已经开展了多方面的研究, 提出了各种去噪算法。但无论是傅立叶变换还是小波变换去噪, 采用的都是去除观测序列的某些频段(主要是噪声集中的频段)成分的方法。比如, 高斯白噪声通常表现为高频信号, 在去噪处理时就通常采用阈值方法去除掉高频成分来去除高斯白噪声。但是现场采集的电能质量观测数据序列往往是具有混沌行为特征的观测序列, 其频谱通常散布在整个频率空间, 无论傅立叶变换还是小波变换都很难把噪声频谱严格地分离出来。这样, 传统的去噪方法在去噪的同时会不可避免地电能质量信号的一些突变信息也去掉了, 用这种方法去噪后的电能质量信号, 必然会影响到进一步的电能质量治理。除此之外, 小波变换实时性差, 硬件实现困难, 难以自动确定适用于不同噪声水平的阈值, 而且当噪声严重时, 滤波方法失

效, 突变信息可能被噪声湮没^[1-3]。基于此, 本文提出了基于奇异值分解的电能质量信号去噪方法^[4], 算法首先重构采集信号时间序列的吸引子轨迹矩阵并进行奇异值分解, 然后根据轨迹矩阵奇异值的加权能量贡献率选择奇异值进行扰动信号重建, 重建信号即为去除噪声后的电能质量扰动信号。仿真试验结果表明奇异值分解能够有效地提高信噪比, 突出原始电能质量信号的扰动特征, 具有良好的发展前景。

1 矩阵奇异值分解原理

奇异值分解(SVD)是一种矩阵分解和变换技术, 通过一系列的线性变换, 把矩阵旋转到一个新的坐标, 奇异值分解去噪利用了信号与噪声的能量可分性, 对于含有噪声的矩阵数据, 通过奇异值分解方法处理后, 可以达到去噪的目的, 同时又能保持原数据的基本特征不变。

SVD 在信号处理中的应用主要体现在反卷积、信号的最小平方估计、去噪、ARMA 模型求解及参数模型阶次的估计等方面。

式(1)中矩阵 X 为 $M \times N$ 矩阵

$$X = \begin{bmatrix} x_{11} & x_{12} & \cdots & x_{1N} \\ x_{21} & x_{22} & \cdots & x_{2N} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ x_{M1} & x_{M2} & \cdots & x_{MN} \end{bmatrix} \quad (1)$$

X 的奇异值分解为

$$X = UDV^T = \sum_{i=1}^r \sigma_i u_i v_i^T \quad (2)$$

式中: U , V 均为单位正交矩阵; $U = [u_1, u_2, \dots, u_M] \in R^{M \times M}$; $V = [v_1, v_2, \dots, v_N] \in R^{N \times N}$; $D = \text{diag}(\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_r, 0, \dots, 0)$; ($\sigma_1 > \sigma_2 > \dots > \sigma_r \geq 0$ 为矩阵 X 的奇异值)。

由式(2)的奇异值分解可知矩阵 X 可看作是奇异向量作外积后的加权和, 权重即非零的奇异值。权重越大, 相应的特征向量在重建 X 中所占的比重越大。

2 基于奇异值分解的电能质量信号去噪

2.1 电能质量信号的相空间重构

设电能质量信号的采样序列为 $\{x_i, i=1, 2, 3, \dots, N\}$, 若要重构 n 维相空间具体步骤为:

(1) 从原始时间序列中抽取子序列 $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ 作为 n 维相空间的第一个向量 y_1 ;

(2) 向右移动一个步长, 抽取 $\{x_2, x_3, \dots, x_{n+1}\}$ 作为 n 维相空间的第二个向量 y_2 ;

(3) 依此类推, 可以得到一组列向量 $\{y_1, y_2, \dots, y_m\}$;

(4) 每一个向量对应重构相空间中的一个点, 所有向量构成 $m \times n$ 维的矩阵

$$D_m = \begin{bmatrix} x_1 & x_2 & \cdots & x_n \\ x_2 & x_3 & \cdots & x_{n+1} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ x_m & x_{m+1} & \cdots & x_{n+m-1} \end{bmatrix} \quad (3)$$

式中: D_m 即为重构的相空间, 为Hankel矩阵。

若测取的电能质量信号中包含有一定的噪声或突变的信息, 则 D_m 可以写做 $D_m = D + W$, 其中 D 为对应于信号平滑部分在重构相空间中的轨迹矩阵, W 为对应于噪声的轨迹矩阵, 且 W 可以认为是 D 矩阵的一个扰动。

对 D_m 矩阵做奇异值分解, $D_m = USV^T$, U 和 V 分别为 $m \times m$ 和 $n \times n$ 正交矩阵, S 是 $m \times n$ 的对角矩阵, 对角线元素为 $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3, \dots, \sigma_p$; $p = \min(m, n)$, $\sigma_1 > \sigma_2 > \dots > \sigma_p \geq 0$; $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3, \dots, \sigma_p$ 称为 D_m 的奇异值, U 和 V 分别表示左右奇异阵。

研究表明光滑信号对应的重构相空间中的吸引子轨迹矩阵是奇异的, 即其秩 $r < \min(m, n)$, 一般取 $n \leq m$ 。由于噪声的存在, 轨迹矩阵 W 必定是列满秩矩阵, 即它的秩 $k = n$ 。同理, 由含有噪声或突变信息的电能质量信号重构的吸引子轨迹矩阵 D_m 也必是列满秩矩阵。假定 D 的秩为 k ($k < n$), 根据奇异值分解理论及Frobenious 范数意义下矩阵最佳逼近定理可以得出, 如果保留 D_m 的前 k 个奇异值而其它奇异值置0, 然后再利用奇异值分解的逆过程得到一个矩阵, 记作 D_m' , 那么矩阵 D_m' 是 D_m 的秩为 k ($k < n$) 的最佳逼近矩阵。

2.2 基于奇异值加权能量贡献率 (PCTE) 的降噪阶次选取

在奇异值重建的过程中, 保留那些由光滑信号所产生的奇异值, 而将由噪声引起的奇异值置零, 再经过奇异值分解的反变换, 就能够得到去除噪声的原信号的最优估计。在不同的奇异值选取即降噪阶次选取条件下, 所得的信号降噪效果明显不同^[5]。当所选奇异值数目较少, 降噪阶次较低时, 降噪信号包含的信息不完整, 甚至有信号波形畸变现象发生, 难以对原信号的有效信息特征做出准确反映; 而当所选奇异值数目较多, 降噪阶次较高时, 在降噪后的信号中仍保留了一部分噪声信息, 又无法达到信号充分降噪的目的。为了选择最优的降噪阶次, 从信号能量的角度出发, 本文提出了基于奇异值加

权能量贡献率的降噪阶次选取方法。

首先介绍一下PCTE的定义，阶次为*i*的奇异值 σ_i 的PCTE如式(4)所示：

$$PCTE_{\sigma_i} = (1 - \frac{\sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \dots + \sigma_{i-1}^2 + \sigma_{i+1}^2 + \dots + \sigma_p^2}}{\|D_m\|_F}) \times 100\% \quad (4)$$

其中： $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3, \dots, \sigma_p$ 为 D_m 的奇异值； $\|D_m\|_F$ 为重构矩阵 D_m 的Frobenious范数，

$$\|D_m\|_F = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \dots + \sigma_{i-1}^2 + \sigma_i^2 + \sigma_{i+1}^2 + \dots + \sigma_p^2}。$$

研究发现，重构矩阵奇异值分解得到的奇异值中，噪声信号的奇异值较小，相应的PCTE也较小，光滑信号的奇异值较大，相应的PCTE也较大。所以，选择较大的PCTE对应的奇异值，而将较小的PCTE对应的奇异值置零，能够保证信号的特征信息的基本完整，且能达到去除噪声的目的。将选取的奇异值及其特征向量经过奇异值分解的反变换，就能够得到滤除噪声后的电能质量信号。

3 仿真算例

电压凹陷是目前电力系统中最严重的电能质量问题之一。电压凹陷是指在系统频率时电压有效值 (RMS) 瞬时减小到额定值的10% ~ 90%的范围内，持续时间从半个工频周期到几秒钟。引起电压凹陷的原因有短路故障、大型电动机启动和再加速等。随着控制和自动化过程中对电压凹陷敏感的电力电子设备的激增，电压凹陷导致生产过程中断的范围不断扩大，给工业用户带来了巨大的经济损失。目前在工业化国家，电压凹陷已经上升为最重要的电能质量问题。

基于此，本文重点给出电压暂降电能质量信号去噪的实验结果，其他电能质量信号的处理结果不再赘述。

本文利用 Matlab 生成单相电压暂降信号，仿真中设定系统电压为 220 V，频率为 50 Hz，暂降持续时间为 3 个周波，暂降深度为 75%，暂降期间的电压为正弦波，采样频率为 6.4 kHz。

暂降信号加入高斯白噪声作为仿真噪声。高斯白噪声均值为 0，方差为 0.04。原始信号及其加噪后的信号如图 1 所示。

电压暂降信号相空间重构后进行奇异值分解，分解得到的吸引子轨迹矩阵特征值的 PCTE 曲线如图 2 所示。

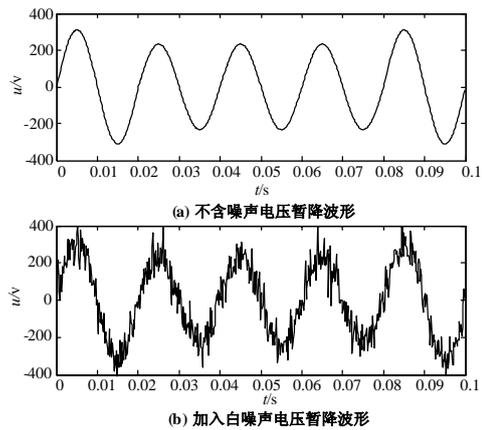


图 1 电压暂降及其加噪信号

Fig.1 Voltage sag and noise injection

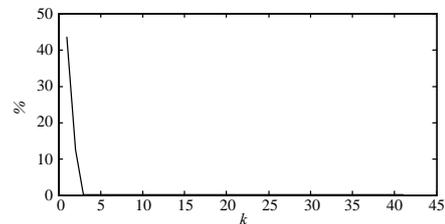


图 2 奇异值的 PCTE 曲线 (重构维数 41)

Fig.2 PCTE curve of singular with reconstruction dimension 41

从图 2 的 PCTE 曲线可以看出，阶次大于 3 的奇异值的 PCTE 接近于零，也就是说，原电压暂降信号 (不含噪声) 产生三个“非零”奇异值，其它的奇异值都是由噪声引起的。因此，选择阶次 1~3 的奇异值进行奇异值重构。奇异值重构得到的电压暂降波形如图 3 所示。

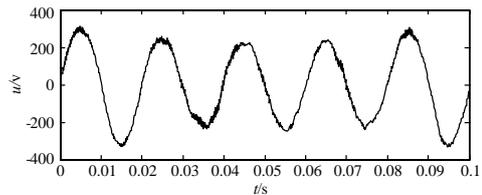


图 3 重构后电压暂降信号 (重构维数 41)

Fig.3 Reconstructed voltage signal with reconstruction dimension 41

从图 3 与图 1(b)的对比可知，奇异值重构得到的电压暂降信号已经被滤除掉了大部分噪声，同时，暂降的特征得到了很好的保留。

为了进一步验证基于奇异值分解的滤波方法的效果，特选取不同噪声背景下的电压暂降信号进行滤波，并与 FFT 滤波，小波变换滤波方法进行了比较。仿真比较结果如表 1 所示。

表1 不同噪声背景下信噪比比较

原始信号	SVD滤波	FFT滤波	小波变换
16.45	23.88	23.65	22.72
16.83	24.65	24.55	23.18
17.57	24.96	24.78	22.30

4 结论

本文根据电能质量扰动信号的特点提出了基于奇异值分解的电能质量信号去噪方法, 通过奇异值加权能量贡献率选择降噪阶次。仿真实验证明该方法能够有效地保留原始扰动特征, 同时滤除有害噪声的干扰。

参考文献

- [1] Yang Hong-Tzer, Liao Chiung-Chou. A De-noising Scheme for Enhancing Wavelet-Based Power Quality Monitoring System[J]. IEEE Trans on Power Delivery, 2001, 16 (3): 353-360.
- [2] 王继东, 王成山. 基于改进软阈值法的电能质量扰动信号去噪[J]. 电工电能新技术, 2006, 25 (2): 34-38. WANG Ji-dong, WANG Cheng-shan. Power Quality Disturbance Signals De-noising Based on Improved Soft-threshold Method [J]. Advanced Technology of Electrical Engineering and Energy, 2006, 25 (2): 34-38.
- [3] 王红燕, 邵玉槐, 张海, 等. 基于小波阈值方法的电

能质量扰动去噪分析[J]. 太原理工大学学报, 2006, 37 (2): 184-187.

- WANG Hong-yan, SHAO Yu-huai, ZHANG Hai, et al. De-noising Analysis of Power Quality Disturbance Based on Wavelet Threshold [J]. Journal of Taiyuan University of Technology, 2006, 37 (2): 184-187.
- [4] 吕志民, 张武军, 徐金梧, 等. 基于奇异谱的降噪方法及其在故障诊断技术中的应用[J]. 机械工程学报, 1999, 35 (3): 85-88. Lü Zhi-min, ZHANG Wu-jun, XU Jin-wu, et al. A Noise Reduction Method Based on Singular Spectrum and its Application in Machine Fault Diagnosis [J]. Chinese Journal of Mechanical Engineering, 1999, 35 (3): 85-88.
- [5] 王太勇, 王正英, 胥永刚, 等. 基于SVD降噪的经验模式分解及其工程应用[J]. 振动与冲击, 2005, 24(4): 96-98. WANG Tai-yong, WANG Zheng-ying, XU Yong-gang, et al. Empirical Mode Decomposition and its Engineering Applications Based on SVD Denoising [J]. Journal of Vibration and Shock, 2005, 24 (4): 96-98.

收稿日期: 2009-05-19; 修回日期: 2009-08-30

作者简介:

胡卫红(1971-), 男, 工学硕士, 工程师, 从事电力系统自动生产技术工作。E-mail: hu2816@sina.com

(上接第 11 页 continued from page 11)

- [9] Everenosoglu C Y, Abur A. Traveling Wave Based Fault Location for Teed Circuits[J]. IEEE Trans on PWRD, 2005, 20(2): 1115-1121.
- [10] Mognago F H, Abur A. Fault Location Using Wavelets[J]. IEEE Trans on PWRD, 1998, 13(4): 1475-1480.
- [11] Aggarwal R K, Courgy D V, Johns A T, et al. A Practical Approach to Accurate Fault Location on Extra High Voltage Teed Feeders[J]. IEEE Trans PWRD, 1993, 8(3): 874- 833.
- [12] Girgis A A, Hart D G, Peterson W L. A New Fault Location Technique for Two-and Three-Terminal Lines[J]. IEEE Trans PW RD, 1992, 7(1): 98-107.

- [13] Jiang F, et al. A New Directional Comparison Scheme for Power Line Protection Using Wavelet Transformation[A]. in: IPEC[C]. 1999.
- [14] Thomas D W P, de Lima F R F, Christodoulous C. A Traveling-Wave Relay for the Protection of EHV Transmission-Lines with Teed Feeds[J]. IEEE: 232-235.

收稿日期: 2009-06-30; 修回日期: 2009-09-28

作者简介:

周鑫(1984-), 男, 硕士研究生, 从事电力系统继电保护研究; E-mail: johnmann@163.com

吕飞鹏(1968-), 男, 博士, 教授, 从事电力系统继电保护和故障信息处理智能系统研究。