

一种基于实时数据误差补偿的傅立叶测频算法

朱旻捷¹, 张君¹, 秦虹², 蔡旭¹

(1. 上海交通大学, 上海 200240; 2. 上海市电力公司闵行供电分公司, 上海 201100)

摘要: 频率是电能质量中的重要指标之一, 通常的傅立叶测频法由于频率泄漏的影响精度不高。对比不同采样周期傅立叶测频算法的精度, 通过分析全周期法的误差, 基于实时数据模型计算并用最小二乘法拟合误差补偿曲线, 修正计算结果, 得到一种新的频率测量方法。由于模型建立后实时计算仅需采样2个周期且不增加算法复杂度, 因此具有计算量小、精度高、实时性好等优点。仿真计算结果表明, 采用该算法得到的频率值具有较高的计算精度。

关键词: 电力系统; 频率测量; 傅立叶测频法; 最小二乘法; 误差补偿

An improved Fourier frequency measurement algorithm based on error compensation by real-time data model

ZHU Min-jie¹, ZHANG Jun¹, QIN Hong², CAI Xu¹

(1. Shanghai Jiaotong University, Shanghai 200240, China; 2. Minhang Power Supply Company, SMEPC, Shanghai 201100, China)

Abstract: Frequency is an important parameter of power quality. The precision of Fourier frequency measurement algorithm is low because of frequency leaking. This paper compares the accuracies of the Fourier frequency measurement algorithm with different sampling periods, selects whole cycle as sampling period to improve the algorithm. It calculates based on the real-time data model and uses the least error squares fitting the error and presents an improved algorithm which is convenient in calculation with high precision. The improved algorithm just needs 2 sampling cycles to calculate after modeling real-time data and does not increase the complexity. The simulation results show the frequency measured by improved algorithm is highly accurate.

Key words: power system; frequency measurement; Fourier frequency measurement algorithm; least squares method; error compensation

中图分类号: TM744 文献标识码: A 文章编号: 1674-3415(2009)22-0044-05

0 引言

在电力系统中频率是一个重要的参数, 是反映电力系统电能质量的重要指标之一。近年来, 随着电力技术的迅速发展, 许多非线性电气设备的投入运行使电网电压、电流波形畸变为非正弦波, 存在着大量的谐波分量。当系统谐波含量达到一定程度时, 对电力系统的正常运行会造成损害, 因此准确地测量电力系统实时运行的频率值对保证电力系统稳定运行具有重要意义。实现电力系统频率测量的算法种类很多^[1,2], 其中过零点算法和 cross 算法受谐波、噪声和电压幅值影响较大^[3], 最小二乘法需要较长的数据窗以提高谐波环境下的计算精度, 效率偏低。基于傅立叶算法的频率测量算法滤波能力强, 然而当采样频率固定, 在信号周期不等于采样周期的整数倍时, 频谱泄漏会造成较大误差^[4]。

本文根据实时信号模型, 通过计算频率泄漏造成的傅立叶算法误差曲线, 采用最小二乘法拟合得到基波频率与计算误差之间的关系式, 再将实时信号用全周期法计算频率值, 代入关系式计算误差补偿量, 进而得到修正后的频率值。实时数据模型建立后, 计算仅需采样2个周期, 没有增加算法复杂度, 同时有效地提高了傅立叶测频法的精确度。

1 傅立叶测频基本算法

假设系统的额定运行频率为 f_0 , 系统实际频率为 f , $f = f_0 + \Delta f$, 仅考虑基频, 则电压信号为:

$$u(t) = U_m \sin(2\pi f t + \phi_0) = U_m \sin(2\pi f_0 t + 2\pi \Delta f t + \phi_0) \quad (1)$$

令 $\phi(t) = 2\pi \Delta f t + \phi_0$, 对时间求导, 则

$$\frac{d\phi(t)}{dt} = 2\pi\Delta f \quad (2)$$

用离散差分代替式(2)的求导, 可得

$$\phi(t) = 2\pi\Delta f t + \phi_0 \quad (3)$$

取时间步长为1个测量周期 T_0 , 则

$$f = f_0 + \Delta f = f_0 + \frac{\Delta\phi}{2\pi T_0} \quad (4)$$

式(4)即为频率测量公式。因此问题转化为求出式(3)中的 $\Delta\phi$ 。

在第一测量周期内, 电压信号的实部和虚部表达式分别为:

$$\begin{cases} U_{R1} = \frac{2}{T_0} \int_0^{T_0} u(t) \cos(2\pi f_0 t) dt \\ U_{I1} = \frac{2}{T_0} \int_0^{T_0} u(t) \sin(2\pi f_0 t) dt \end{cases} \quad (5)$$

由离散傅立叶变换, 得到

$$\begin{cases} U_{R1} = \frac{2}{N} \sum_{i=0}^{N-1} u_i \cos \frac{2\pi i}{N} \\ U_{I1} = \frac{2}{N} \sum_{i=0}^{N-1} u_i \sin \frac{2\pi i}{N} \end{cases} \quad (6)$$

其中: N 为采样点数。则有:

$$\begin{cases} U_1 = \sqrt{U_{R1}^2 + U_{I1}^2} \\ \phi_1 = \arctan \frac{U_{I1}}{U_{R1}} \end{cases} \quad (7)$$

同理, 经过一个周期, 可求得 ϕ_2 , 则

$$\begin{aligned} \Delta\phi &= \phi_1 - \phi_2 = \\ &= \arctan \frac{U_{I1}}{U_{R1}} - \arctan \frac{U_{I2}}{U_{R2}} \end{aligned} \quad (8)$$

代入式(4)可计算得到频率值。

由于 T_0 取值的不同, 傅立叶算法可以分为 $\frac{1}{4}$ 周期(算法①)、 $\frac{1}{2}$ 周期(算法②)和全周期(算法③)等, 其计算精度如表1所示。

从表1得出, 虽然 $\frac{1}{4}$ 周期和 $\frac{1}{2}$ 周期算法在计算耗时上略有优势, 但在计算精度上远不及全周期

法。因此下文基于傅立叶全周期法分析误差的计算和补偿。

表1 不同采样周期傅立叶算法精度比较

Tab.1 Comparison of the accuracy for Fourier algorithm (with different sampling period)

频率 /Hz	相对误差 /(%)		
	算法①	算法②	算法③
49.5	-3.888 8	-0.526 3	0.130 8
49.7	-2.209	-0.114 5	0.058 6
49.9	-0.688 4	0.031 7	0.011 9
50.1	0.636 6	-0.104 1	-0.004 0
50.3	1.749 7	-0.536 3	0.010 5
50.5	2.650 8	-1.273 3	0.049 3

2 改进算法

由于固定采样频率通常不是基波频率的整数倍, 经过一次FFT计算后得到的是泄漏的频谱, 且误差随 Δf 的增大而增大^[5]。通常对傅立叶算法的改进是采用性能较好的窗函数对输入信号进行采样, 如汉宁窗、布莱克曼窗等。由于它们通常主瓣较宽因而需要采样多个周期以上^[6], 实时性不好。修正算法可以有效地改善计算精度^[7], 因此考虑采用矩形窗确保实时性, 通过误差补偿修正计算结果。不妨设傅立叶测频法的误差为 f_e , 得到考虑误差补偿的频率值计算公式:

$$f_{\text{correct}} = f_0 + \Delta f - f_e \quad (9)$$

在电力系统中, 电网电压信号的谐波分量通常以3、5、7次谐波为主。取基频的3、5、7、9、11次谐波分量和直流分量建立数据模型:

$$u(t, f_0) = \sum_{i=1}^6 a_i \sin(2\pi \times (2i-1) f_0 t + \phi_i) + a_0 \quad (10)$$

式(10)中: a_0 为直流分量, f_0 为基波频率, a_i 、 ϕ_i 为对应谐波幅值和相角。设 $[A, B]$ 频段为基波变化范围, 将其分成段, 则每段长度 $\lambda = \frac{B-A}{m}$ 。令

$f_i = A + i\lambda, (i = 0, 1, \dots, m)$, 将 f_i 作为基波频率代入式(9), 得到不同基波频率下的电压序列 $u(t, f_i)$, 以该信号为输入, 经全周期傅立叶测频法计算得到带误差的频率值序列 f_{i1} ,

$$f_{i1} = f_0 + \frac{\Delta\phi}{2\pi T_0} \quad (11)$$

式中

$$\Delta\phi_i = \arctan \frac{\frac{2}{N} \sum_{i=N}^{2N-1} u(i, f_i) \sin \frac{2\pi}{N} i}{\frac{2}{N} \sum_{i=N}^{2N-1} u(i, f_i) \cos \frac{2\pi}{N} i} - \arctan \frac{\frac{2}{N} \sum_{i=0}^{N-1} u(i, f_i) \sin \frac{2\pi}{N} i}{\frac{2}{N} \sum_{i=0}^{N-1} u(i, f_i) \cos \frac{2\pi}{N} i} \quad (12)$$

将 f_{ri} 与对应输入的基波频率 f_i 相减得到基于该模型的傅立叶全周期法绝对误差 f_e 的序列, 即

$$f_e(i) = f_{ei} = f_{ri} - f_i \quad (13)$$

从整体上考虑误差 f_e 的近似函数 $p(f_{ri})$ 同所给数据点 $(f_{ri}, f_{ei})(i=0, 1, \dots, m)$ 误差 $r_i = p(f_{ri}) - f_{ei}(i=0, 1, \dots, m)$ 的大小, 使其平方和最小, 假设 Φ 为所有次数不超过 n 的多项式构成的函数类, 问题转化为求出 $p_n(f_{ri}) = \sum_{i=0}^n b_i f_{ri}^k \in \Phi$ 使式 (14) 得到满足的。

$$I = \sum_{i=0}^m (\sum_{j=0}^n b_j f_{ri}^j - f_{ei})^2 = \min \quad (14)$$

由多元函数求极值的必要条件, 得:

$$\frac{\partial I}{\partial a_k} = 2 \sum_{i=0}^m (\sum_{j=0}^n b_j f_{ri}^j - f_{ei}) f_i^k = 0, k=0, 1, \dots, n$$

用矩阵表示为:

$$\begin{bmatrix} m+1 & \sum_{i=0}^m f_i & \dots & \sum_{i=0}^m f_i^n \\ \sum_{i=0}^m f_i & \sum_{i=0}^m f_i^2 & \dots & \sum_{i=0}^m f_i^{n+1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sum_{i=0}^m f_i^n & \sum_{i=0}^m f_i^{n+1} & \dots & \sum_{i=0}^m f_i^{2n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_0 \\ b_1 \\ \vdots \\ b_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{i=0}^m f_{ei} \\ \sum_{i=0}^m f_i f_{ei} \\ \vdots \\ \sum_{i=0}^m f_i^n f_{ei} \end{bmatrix}$$

由式 (11)、(12), 可知 f_{ri} 互异。根据最小二乘拟合多项式的存在唯一性, 可以从该矩阵方程中求出 $b_i, i=0, 1, \dots, n$, 进而可以得到 $p_n(f_{ri})$ 的表达式。利用实时数据模型计算得到的 p_n 近似替代式 (9) 中的 f_e , 得到误差补偿后的频率近似值计算公式:

$$f_{correct} = f_0 + \Delta f - p_n \quad (15)$$

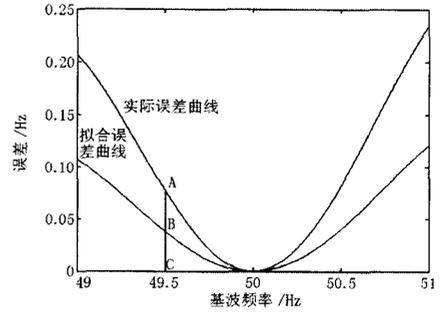


图1 误差补偿对比图

Fig.1 Comparison figure of error compensation

理论上, 计算实时误差曲线并修正误差后可以很大程度上减小频率泄漏造成的误差。实际计算中, 每个采样周期内的误差曲线随各次谐波的幅值和相角变化而变化, 求解系数 $b_i, i=0, 1, \dots, n$ 需要实时代入由式 (7) 算得的每个采样周期内各次谐波幅值和相角, 算法的时间复杂度大幅增加。因此本文在某段时间内拟合实时数据的误差曲线代替该时间段内所有实时误差曲线以提高计算效率。如图 1 所示, 信号模型系数 $b_i, i=0, 1, \dots, n$ 确定后, 当基波频率为 49.5 Hz 时, 补偿前的误差为线段 AC, 线段 AB 为补偿后的误差, 当 AB 长度小于 AC 时, 误差补偿总是能有效地减小傅立叶测频法的误差, 即当且仅当 $|BC| > 2|AC|$ 时误差补偿算法失效。

采用控制变量法观察谐波幅值和相角对整体误差的影响。谐波占有率与整体误差成线性关系, 相角变化对整体误差的影响以 π 为周期在某个幅度内振荡, 且幅度大小与对应谐波占有率成正比关系。图 2 显示其中 3 次谐波占有率发生变化时误差的变化情况。图 3 显示其中 3 次谐波相角在 $[0, 2\pi]$ 范围内变化时误差的变化情况。

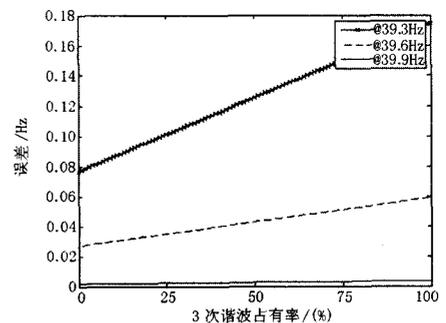


图2 谐波占有率在不同基波频率下对误差的影响

Fig.2 Impact of harmonic share at different frequencies

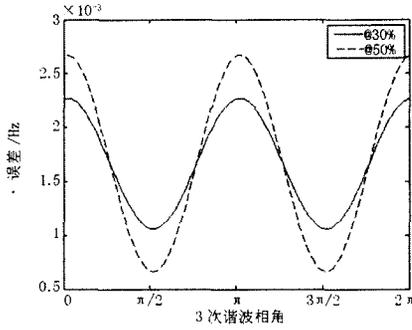


图3 谐波相角在不同谐波占有率下对误差的影响

Fig.3 Impact of harmonic phase at different harmonic share

由此在构建误差补偿曲线时, 先根据式 (7) 求出各次谐波的幅值和相角, 再由式 (16)、(17), 以谐波幅值和相角的平均有效值为系数构建误差曲线, 使改进算法处于有效区域。其时间区段取 3 s 以消除暂态现象的影响。

$$U_n = \sqrt{\frac{1}{m} \sum_{k=1}^m U_{nk}^2} \quad (16)$$

$$\phi_n = \sqrt{\frac{1}{m} \sum_{k=1}^m \phi_{nk}^2} \quad (17)$$

当电力系统运行发生故障时, 各次谐波含量增长, 傅立叶测频法误差增大, 以图 1 为例即 AC 增长而 BC 不变。因此改进算法在故障发生时保持有效。

3 算法仿真及分析

为验证改进算法性能, 仿真计算给出了改进算法与传统算法在不同信号模型各频率值下的测量值比较。取值采用标么值, 采样频率为 12 800 Hz。信号模型 1 中各次谐波占有率在 0~50%内随机取定, 信号模型 2 中各次谐波占有率在 0~15%内随机取定, 均不考虑高斯白噪声影响。相对误差取 500 次随机取样的均方根值。CPU P4 3.06 GHz 环境下 R2007a 版 matlab 仿真中生成误差拟合曲线耗时, 即算法初始化耗时的均方根值为 0.687 5 s。算法初始化后, 每次计算的算法复杂度为 $O(n \log(n))$, n 为每周波采样点数。

由表 2 可以看出改进算法在不同模型和不同频率值下均显著提高了计算精度。

算例 2, 信号模型系数如表 3 所示, 考虑高斯白噪声影响, 电压信噪比取值为 0~70 dB, 电网频率偏移取 0.5 Hz, 对比了不同信噪比下改进算法和

原有算法测量误差。

表 2 改进算法与原始算法在各频率值下的测量误差比较

Tab.2 Comparison of measurement error with improved algorithm and original algorithm

频率/Hz		误差/(%)					
		49.5	49.7	49.9	50.1	50.3	50.5
模型 1	原始算法	0.121 6	0.041 6	0.004 3	0.003 5	0.024 3	0.047 7
	改进算法	0.013 3	0.008 6	0.001 1	0.003 9	0.006 7	0.020 9
模型 2	原始算法	0.038 2	0.013 1	0.001 3	0.001 1	0.008 0	0.016 8
	改进算法	0.002 8	0.001 5	0.000 2	0.000 2	0.002 1	0.006 1

表 3 电压信号参数

Tab.3 Parameters of voltage signal

信号成分	幅值/p. u	初相角/rad
基波	1.00	$\pi/3$
3 次谐波	0.15	$\pi/4$
5 次谐波	0.15	$\pi/5$
7 次谐波	0.10	$\pi/6$
9 次谐波	0.08	$\pi/7$
11 次谐波	0.05	$\pi/8$

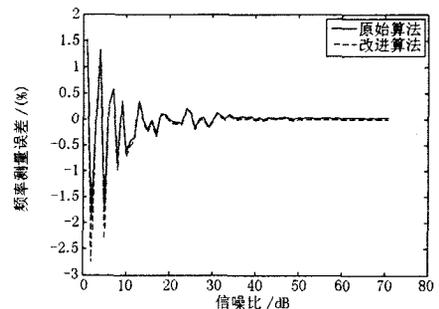


图 4 信噪比和算法测量误差的关系

Fig.4 Relationship between SNR and the measured error with improved algorithm and original algorithm

由图 4 所示, 噪声是测量误差的主要来源之一。当信噪比高于 40 dB, 改进算法性能稳定且优于原始算法。

4 结论

考虑误差补偿的傅立叶测频法,与普通傅立叶算法相比,减小了泄露误差的影响,提高了测量精度。与采用高性能窗的傅立叶测频法相比,由于算法初始化后采样只需2周期,计算的时间复杂度仍为 $O(n\log(n))$,因此实时性更好。

参考文献

[1] Phadke A G, Thorp J S, Adamiak M G. A New Measurement Technique for Tracking Voltage Phasors, Local System Frequency, and Rate of Change of Frequency[J]. Trans TIEE Power Apparatus and Systems, 1983, 102(5): 1025-1034.

[2] Sachdev M S, Giray M M. A Least Error Squares Technique for Determining Power System Frequency[J]. IEEE Trans on PAS, 1985, 104(2):437-443.

[3] 杜永忠, 牛金才. 一种基于 CROSS 原始算法的频率测量法[J]. 电气传动自动化, 2001, 23(3):34-35.
DU Yong-zhong, NIU Jin-cai. A Method of Frequency Measurement Based on CROSS Algorithm[J]. Electrical Drive Automation, 2001, 23(3):34-35.

[4] 贺建闵, 黄治清. 基于相位差校正的电网频率高精度测量[J]. 继电器, 2005, 33(14):43-47.
HE Jian-min, HUANG Zhi-qing. Power System Frequency High-precision Measurement Based on Phase Different Correction Method[J]. Relay, 2005, 33(14):43-47.

(上接第 43 页 continued from page 43)

SU Peng-sheng, WANG Huan. Discussion of the Short-window Morlet Complex Wavelet Algorithm on the Power System Signal Process[J]. Automation of Electric Power Systems, 2004, 28(9):36-42.

[7] 程伟, 徐国卿, 牟龙华. 基于 Morlet 复小波的牵引网故障相量估算法研究[J]. 电工技术学报, 2006, 21(2): 108-113.
CHENG Wei, XU Guo-qing, MU Long-hua. Study of Morlet Complex Wavelet Based Phasor Estimation Algorithm for Traction Line[J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2006, 21(2):108-113.

[8] 李中伟. 供配电线路自适应保护系统的算法与通信研究(博士学位论文)[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2006.

[9] 袁兆强, 牛祖衡. 自适应电流速断保护中实时计算系统

[5] 磨少清, 李啸骢. 一种高精度的改进傅里叶测频算法. 电力系统自动化, 2003, 27(12):48-49.
MO Shao-qing, LI Xiao-cong. An Improved High-accuracy Algorithm for Frequency Measurement Based on Fourier Transform[J]. Automation of Electric Power Systems, 2003, 27(12):48-49.

[6] 王绍辉, 柯献辉, 许珉. 考虑负频分量影响的 FFT 插值算法[J]. 继电器, 2008, 36(11):33-36.
WANG Shao-hui, KE Xian-hui, XU Min. FFT Interpolation Algorithm Considering the Effect of Negative Frequency Component[J]. Relay, 2008, 36(11):33-36.

[7] 刘益青, 袁文广. 一种用于频率偏移时有效值计算的修正方法[J]. 电力系统自动化, 2008, 32(2):81-83
LIU Yi-qing, YUAN Wen-guang. Modified Method for Virtual Value Measurement with Frequency Deviation[J]. Automation of Electric Power Systems, 2008, 32(2):81-83.

收稿日期: 2008-11-26; 修回日期: 2009-01-08

作者简介:

朱旻捷(1983-), 男, 硕士研究生, 主要研究方向为电力设备在线监测、电能质量; E-mail:zmjie@sytu.edu.cn

张君(1976-), 男, 博士研究生, 讲师, 上海电机工程学会、IEEE 会员, 主要研究方向为配电自动化与保护、电力设备在线监测与故障诊断;

秦虹(1978-), 女, 本科, 工程师, 从事继电保护远动技术管理工作。

参数算法研究[J]. 电力自动化设备, 2004, 24(9): 21-23, 34.

YUAN Zhao-qiang, NIU Zu-heng. Algorithm Study of Real-time Calculating System Parameters for Adaptive Current Fast-tripping Protection[J]. Electric Power Automation Equipment, 2004, 24(9): 21-23, 34.

收稿日期: 2008-11-12

作者简介:

揭林玲(1982-), 女, 硕士研究生, 研究方向为电力系统继电保护及自动化; E-mail: jielinling@126.com

唐昆明(1959-), 男, 副研究员, 主要研究方向为电力系统继电保护及自动化;

张太勤(1966-), 男, 高级工程师, 主要从事电力系统继电保护及自动化产品研发工作。