

基于信号子空间跟踪算法的非整数次谐波检测方法

李诚诚, 汪芳宗

(三峡大学 电气信息学院, 湖北 宜昌 443002)

摘要: 运用压缩映射技术将一种基于新的信息准则的信号子空间跟踪算法, 推广为可以直接跟踪信号子空间特征成分的新算法。该算法与 AIC 准则或 MDL 准则相融合, 可以同时跟踪信号子空间及其秩。对所提算法进行了仿真实验研究, 并将其与 PASTd 算法进行了比较。仿真结果表明, 所提算法具有更好的跟踪性能, 非常适合于电力系统间、次谐波的实时检测。

关键词: 谐波分析; 特征值问题; 特征成分分析; 信号子空间跟踪; PASTd; 神经网络

Principal component analysis subspace tracking algorithm for non-integer harmonics detection

LI Cheng-cheng, WANG Fang-zong

(College of Electrical Engineering & Information Technology, China Three Georges University, Yichang 443002, China)

Abstract: In this paper, the algorithm of fast subspace tracking based on the novel information criterion is extended to principal component extraction by means of the deflation technique. Combined with the information theoretic criterion like Akaike Information Criterion or Minimum Description Length criterion, the proposed algorithm can track both signal subspace and rank. The performance of the proposed algorithm is tested and compared to PASTd by numerical simulation. Simulation results show that the proposed algorithm has better tracking ability for both signal subspace and rank, thus is more suitable to actual non-integer harmonics measurement in power systems.

Key words: harmonics analysis; eigenvalue problems; principal component analysis; signal subspace tracking; projection approximation subspace tracking deflation(PASTd); neural network

中图分类号: TM714 文献标识码: A 文章编号: 1674-3415(2009)19-0097-04

0 引言

谐波分析是电力系统电能质量监测及控制的核心基础。近年来, 子空间方法^[1]已广泛应用于电力系统谐波特别是间、次谐波的分析。子空间方法大致可以分为两大类: 一类是基于子空间分解^[2,3], 主要有 MUSIC 类算法^[4,5]和 ESPRIT 类算法^[6]; 另一类是基于子空间更新即跟踪(Subspace Tracking)的方法。按照对信号子空间跟踪结果的不同, 子空间跟踪算法又可以分为两类: 一类是进行基本的子空间分析 PSA (Principal Subspace Analysis), 其跟踪结果为可以张成信号子空间的任意一组正交基底矢量, 例如投影近似子空间跟踪 PAST (Projection Approximation Subspace Tracking)算法^[7]; 另一类是进行特征成分分析 PCA (Principal Component Analysis), 可以直接跟踪信号子空间的各个特征对(特征值和特征向量), 例如压缩投影近似子空间跟踪 PASTd (Projection Approximation Subspace Tracking deflation)算法^[7-10]。

与子空间分解类算法一样, 子空间跟踪类算法

亦涉及到信号的定阶问题。在子空间分解类算法中, 通常采用计算功率谱的方法对信号进行定阶^[5]。此种方法需进行峰值搜索, 不易于具体实现。基于 PCA 的子空间跟踪算法由于可以直接跟踪信号子空间的各个特征对, 因此可以非常方便地与信息论准则 AIC (Akaike Information Criterion) 或最小描述长度 MDL (Minimum Description Length) 准则^[11]相融合, 从而快速估计出信号子空间的秩即信号阶数。因此, 基于 PCA 的子空间跟踪算法比较适合于电力系统谐波的实时检测。

本文将压缩映射技术^[7,8,14]与基于一种新的信息准则 NIC (Novel Information Criterion) 的信号子空间跟踪 PSA 算法^[12]相结合, 提出了基于新的信息准则的信号子空间跟踪 PCA 算法。该方法可同时跟踪信号子空间及信号子空间的秩, 收敛速度快, 稳定性好, 因而非常适合于电力系统中非整数次谐波间、次谐波的检测。

1 基于 NIC 的信号子空间跟踪 PSA 算法

设采样信号可以表示为

$$y(n) = \sum_{i=1}^p A_i \cos(2\pi f_i n T_s + \varphi_i) + e(n), \quad n \in (0, N-1)$$

式中: N 为采样点个数; T_s 为采样间隔时间; p 为所含谐波个数, 即信号的阶数; $e(n)$ 为均值为 0, 方差为 σ^2 的高斯白噪声; A_i 、 f_i 、 φ_i 分别为第 i 次谐波的幅值、频率及初始相位。定义长度为 m ($m > p$) 的采样序列

$$Y(n) = [y(n), y(n+1), \dots, y(n+m-1)]^T \quad (1)$$

则 $Y(n)$ 的自相关矩阵为

$$R = E[Y(n)Y^T(n)] \quad (2)$$

传统的子空间分解类算法的基本思路, 就是对式(2)即采样序列的自相关矩阵(或互相关矩阵)进行特征值分解。

与子空间分解类算法不同, 子空间跟踪算法是将特征值分解转化为一个无约束最优化问题, 然后通过极小化或极大化目标函数来获得信号子空间的估计。迄今为止, 研究人员已定义了几种不同的目标函数, 并依据不同的目标函数分别提出了几种不同的子空间跟踪算法。文献[12]定义的目标函数为

$$\psi(W) = \frac{1}{2} \{ \text{tr}[\log(W^T R W)] - \text{tr}(W^T W) \} \quad (3)$$

式中: $\text{tr}(\cdot)$ 表示求迹运算, $W \in R^{m \times p}$ 为一权矩阵。由于式(3)与先前已有的目标函数不同, 因此, 文献[12]将式(3)定义为一种新的信息准则(NIC)。该目标函数对变量 W 的梯度为

$$\Delta\psi(W) = RW(W^T RW)^{-1} - W \quad (4)$$

文献[12]已经证明: 当且仅当 $W = U_s P_p Q$ 时, $\psi(W)$ 取得全局最大值, 其中 U_s 为信号子空间(即 U_s 只包含矩阵 R 的 p 个主特征矢量), P_p 为 $p \times p$ 阶的一个置换矩阵, Q 为 $p \times p$ 阶的任意正交阵; 而且, 除该全局最大点以外, 所有其它稳定点($\Delta\psi(W) = 0$)都是鞍点。也就是说, 当 $\psi(W)$ 达到最大值时, W 就等于信号特征矢量。这样就将子空间分解转化为一个优化问题了。

上述优化问题可以用不同的方法进行求解, 最基本的求解算法就是梯度上升规则即算法。文献[12]将梯度上升规则与递归最小二乘法相结合, 提出了一种新的神经网络学习算法。该算法可以概述如下:

- (1) 置迭代次数 $k = 0$;
最大迭代次数 $L = N - m + 1$;
- (2) 假定信号阶数 r ; 初始化 $P(0) = \delta I_{rxr}$;
- (3) 初始化 $\tilde{W}(0) = \theta$; 初始化 $W(0) \in R^{m \times r}$;
- (4) FOR $k = 1, 2, \dots, L$ DO

$$\tilde{Y}(k) = W^T(k-1)Y(k)$$

$$g(k) = \frac{P(k-1)\tilde{Y}(k)}{\beta + \tilde{Y}^T(k)P(k-1)\tilde{Y}(k)}$$

$$P(k) = [P(k-1) - g(k)\tilde{Y}^T(k)P(k-1)]/\beta$$

$$\varepsilon(k) = Y(k) - \tilde{W}(k-1)\tilde{Y}(k)$$

$$\tilde{W}(k) = \tilde{W}(k-1) + \varepsilon(k)g^T(k)$$

$$W(k) = (1-\eta)W(k-1) + \eta\tilde{W}(k)$$

上述算法中, δ 为任意一个小的正数, β 为遗忘因子($0 < \beta < 1$), η 为算法的学习步长。 $W(0)$ 可以取为任意一个较小的矩阵。很显然, 上述迭代过程实际上构造了一个双层线性神经网络的学习算法, 该网络具有 m 个输入节点、 r 个隐含节点和 m 个输出节点; 网络的第 1 层权值是 W , 第 2 层权值是 \tilde{W} 。若学习步长 $\eta = 1$, 则上述算法就成为经典的 PAST 算法^[7]。

获得了信号特征矢量 W 后, 信号即谐波参数的估计就很容易了。首先可以利用下式计算信号子空间, 即

$$S = (W_{\downarrow})^+ W_{\uparrow} \quad (5)$$

式中: W_{\downarrow} 表示去掉 W 的最后一行, W_{\uparrow} 表示去掉 W 的第一行, $(\cdot)^+$ 表示求伪逆。定义 $\alpha_i, i \in (1, r)$ 为 S 的特征值, 则待求的信号频率分量为

$$f_i = \text{angle}(\alpha_i) / (2\pi T_s) \quad (6)$$

求得频率分量后, 相应的幅值及相位的计算可以利用非线性最小二乘法^[2], 即

$$B = [a(\alpha_1), \dots, a(\alpha_r)] \quad (7)$$

$$a(\alpha_i) = [1, \alpha_i, \dots, \alpha_i^{m-1}]^T \quad (8)$$

$$b = (B^T B)^{-1} B^T Y(n) \quad (9)$$

$$b = (b_1, b_2, \dots, b_r)^T \quad (10)$$

$$A_i = 2|b_i|, \varphi_i = \text{angle}(b_i) \quad (11)$$

2 一种新的信号跟踪 PCA 算法

与 PAST 算法一样, 上节所述的算法不能解决信号的定阶问题。若 $r < p$, 则计算结果会漏掉一些频率分量; 若 $r > p$, 则会产生虚假频率分量。为解决信号的定阶问题, Yang 在 PAST 算法的基础上, 运用紧缩映射技术^[14]将 PAST 算法改进成为可以直接跟踪信号子空间的特征成分的 PASTd 算法^[8]。经典的 PASTd 算法^[7]的基本思想, 是先利用 $r=1$ 的 PAST 算法更新最主特征对(即最大特征值和对应的特征矢量), 然后从数据矢量中除去现数据矢量在该特征向量上的投影, 如此重复 r 次, 就得到特征对的序列估计。获得了特征对的序列估计后, 就可

以应用 AIC 准则或 MDL 准则来估计出信号子空间的秩, 这就是 Yang 所提出的扩展的 PASTd 算法。有关紧缩映射技术及扩展的 PASTd 算法的详情情况, 可以分别参见文献[12]和文献[7]、文献[8]。

受上述思路的启发, 本文应用紧缩映射技术, 将基于 NIC 的信号跟踪 PSA 算法改造成为可以同时跟踪信号子空间特征向量及其秩的 PCA 算法。

用 w_i, \tilde{w}_i 分别表示 W, \tilde{W} 的第 i 列, 则所提算法可概述如下:

- (1) 置迭代次数 $k=0$;
最大迭代次数 $L=N-m+1$;
- (2) 初始化信号阶数 r_0 ;
初始化 $w_i(0), \tilde{w}_i(0), i \in (1, r_0)$;
- (3) 初始化 $\lambda_i(0)=1, i \in (1, r_0)$; $\lambda_N(0)=1$;
- (4) FOR $k=1, 2, \dots, L$ DO

$$\bar{Y}_1(k) = Y(k)$$

FOR $i=1, 2, \dots, r_{k-1}$ DO

$$\tilde{Y}_i(k) = w_i^T(k-1)\bar{Y}_i(k)$$

$$\lambda_i(k) = \beta\lambda_i(k-1) + \left| \tilde{Y}_i(k) \right|^2$$

$$\varepsilon_i(k) = \bar{Y}_i(k) - \tilde{w}_i(k-1)\tilde{Y}_i(k)$$

$$\tilde{w}_i(k) = \tilde{w}_i(k-1) + \varepsilon_i(k)[\tilde{Y}_i(k)/\lambda_i(k)]$$

$$w_i(k) = (1-\eta)w_i(k-1) + \eta\tilde{w}_i(k)$$

$$\bar{Y}_{i+1}(k) = \bar{Y}_i(k) - w_i(k)\tilde{Y}_i(k)$$

END

$$\lambda_N(k) = \beta\lambda_N(k-1) + \left\| \bar{Y}_{r+1}(k) \right\|^2 / (m - r_{k-1});$$

对特征值序列

$$\{\lambda_1(k), \dots, \lambda_r(k), \lambda_{r+1}(k) = \dots = \lambda_m(k) = \lambda_N(k)\}$$

应用 AIC 准则或 MDL 准则, 估计出信号子空间的秩即信号阶数 $r_s(k)$;

置 $r_k = r_s(k) + 1$;

IF $r_k < r_{k-1}$

删除 $w_i(k), \lambda_i(k), i \in (r_k + 1, r_{k-1})$;

ELSE IF $r_k > r_{k-1}$

$$w_{r_k}(k) = \bar{Y}_{r_{k-1}+1} / \left\| \bar{Y}_{r_{k-1}+1} \right\|$$

$$\lambda_{r_k}(k) = \lambda_N(k)$$

END

(5) $W = [w_1, \dots, w_r]$;

计算 $S = (W_\perp)^+ W_\perp$, 并计算其特征值。

上述算法中, λ_i 为对应信号子空间的特征值的指数加权估计, λ_N 为对应噪声子空间的特征值的指数加权估计。有关应用 AIC 准则或 MDL 准则的计

算公式可以参见文献[8]或文献[11]。

3 仿真结果及分析

为验证所提算法的有效性, 以一个仿真信号为例, 本文对所提算法的频率分辨特性、收敛性等进行详细的仿真测试, 并与(扩展)PASTd 算法进行了比较。

所用仿真信号的表达式为

$$y(t) = 20\cos 2\pi \times 43t + 100\cos 2\pi \times 51t + 30\cos(2\pi \times 57t + \pi/3) + e(t)$$

即包含了 51、43、57 Hz 共 3 个频率成分的信号。 $e(t)$ 为高斯白噪声项, 信噪比设定为 $SNR = 30$ dB。仿真计算参数设定为: 采样间隔 $T_s = 4$ ms, 即 $f_s = 250$ Hz, 采样点数 $N = 150$, 数据窗长度 $m = 100$, 遗忘因子 $\beta = 0.95$, 学习步长 $\eta = 0.9$ 。信号定阶方法统一选用 AIC 准则。

表 1 是在预先假定不同的信号阶数的情况下, 利用(扩展的)PASTd 算法进行实验所得到的结果; 表 2 是利用本文所提算法进行实验所得到的结果。对比表 1 和表 2 可以看出: 本文所提方法与 PASTd 算法相比具有更好的跟踪性能即更好的收敛性。

表 1 PASTd 算法性能测试结果

Tab.1 Simulation results of signal parameter estimation by PASTd algorithm

设定 r_0	频率估计值/Hz	信号阶数估计	迭代次数
1	43.010 51 / 51.013 21 / 57.023 33	3	18
2	42.783 29 / 51.004 74 / 56.945 74	3	45
3	43.080 71 / 51.000 74 / 57.001 95	3	47
4	42.979 95 / 51.002 36 / 56.964 90	3	48
5	43.061 53 / 50.998 68 / 56.984 19	3	50

表 2 本文所提算法性能测试结果

Tab.2 Simulation results of signal parameter estimation by proposed algorithm

设定 r_0	频率估计值/Hz	信号阶数估计	迭代次数
1	42.891 40 / 51.019 51 / 57.170 99	3	15
2	42.978 73 / 51.015 85 / 57.072 66	3	18
3	42.961 25 / 51.021 39 / 57.050 69	3	18
4	42.970 31 / 51.015 61 / 57.091 92	3	20
5	42.931 08 / 50.997 74 / 57.030 63	3	20

图 1 是本文所提算法对信号子空间的秩(即信号阶数)的跟踪情况。

通过仿真实验结果可以看出：本文所提算法在各种情况下均能很好地跟踪信号子空间以及信号子空间的秩。

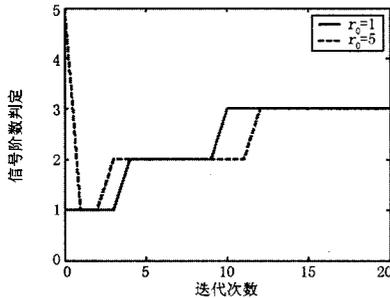


图1 本文所提算法对信号子空间秩的跟踪情况
Fig.1 The rank tracking of signal subspace by proposed algorithm

4 结论

基于 PCA 的子空间跟踪算法可以方便地与信息论准则相融合，从而同时估计出信号子空间及其秩。因此，基于 PCA 的子空间跟踪算法非常适合于电力系统间、次谐波检测。

本文将子空间跟踪算法引入电力系统间、次谐波分析领域。借助于压缩映射技术，将一种基于新的信息准则的信号子空间跟踪 PSA 算法，推广为可以同时跟踪信号子空间及其秩的 PCA 算法。该算法的迭代过程可用双层线性神经网络实现，而且比 PASTd 算法具有更好的跟踪能力即更好的收敛性。因此，与子空间分解类算法相比，本文所提算法更适合于电力系统间、次谐波的实时检测。

参考文献

- [1] 王永良, 陈辉, 彭应宁, 等. 空间谱估计理论与算法[M]. 北京: 清华大学出版社, 2004.
- [2] 李晶, 裴亮, 郁道银, 等. 一种用于电力系统谐波与间谐波分析的超分辨率算法[J]. 中国电机工程学报, 2006, 26(15): 35-39.
LI Jing, PEI Liang, YU Dao-yin, et al. A Super-resolution Algorithm for Harmonic and Inter-harmonic Analysis in Power System[J]. Proceedings of the CSEE, 2006, 26(15): 35-39.
- [3] 沈睿佼, 杨洪耕. 基于特征空间求根法的非整数次谐波估计方法[J]. 中国电机工程学报, 2006, 26(24): 72-76.
SHEN Rui-jiao, YANG Hong-geng. A New Method for Non-integer Harmonic Measurement Based on Root-eigenspace Method[J]. Proceedings of the CSEE, 2006, 26(24): 72-76.
- [4] Schmidt R O. Multiple Emitter Location and Signal Parameter Estimates[J]. IEEE Trans on Antennas Propagation, 1986, 34(3): 276-280.
- [5] 石敏, 吴正国, 尹为民. 基于多信号分类法和普罗尼法的间谐波参数估计[J]. 电网技术, 2005, 29(15): 81-84.
SHI Min, WU Zheng-guo, YIN Wei-min. Inter-harmonic Parameter Estimation Based on Multi-signal Classification and Prony Method[J]. Power System Technology, 2005, 29(15): 81-84.
- [6] Roy R, Kailath T. ESPRIT—Estimation of Signal Parameter Via Rotational Invariance Techniques[J]. IEEE Trans on Acoustics, Speech and Signal Processing, 1989, 37(7): 984-995.
- [7] Yang B. Projection Approximation Subspace Tracking[J]. IEEE Trans on Signal Processing, 1995, 43(1): 95-107.
- [8] Yang B. An Extension of the PASTd Algorithm to Both Rank and Subspace Tracking[J]. IEEE Signal Processing Letters, 1995, 2(9): 179-182.
- [9] 蔡国权, 宋国文, 于大鹏. 投影近似子空间跟踪算法及其在盲线性多用户检测中的应用[J]. 信号处理, 2000, 16(2): 163-169.
CAI Guo-quan, SONG Guo-wen, YU Da-peng. A New Algorithm of Projection Approximation Subspace Tracking for Blind Linear Multiuser Detection[J]. Signal Processing, 2000, 16(2): 163-169.
- [10] 隋丹, 葛临东. 一种新的基于改进PASTd的中频信号盲信噪比估计算法[J]. 电子与信息学报, 2007, 29(7): 1657-1661.
SUI Dan, GE Lin-dong. A Novel Blind SNR Estimator Based on the Modified PASTd Algorithm for IF Signals[J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2007, 29(7): 1657-1661.
- [11] Wax M, Kailath T. Detection of Signals by Information Theoretic Criteria[J]. IEEE Trans on Acoustics, Speech and Signal Processing, 1985, 33(2): 387-392.
- [12] Miao Y F, Hua Y B. Fast Subspace Tracking and Neural Network Learning by a Novel Information Criterion[J]. IEEE Trans on Signal Processing, 1998, 46(7): 1967-1979.
- [13] Bannour S, Azimi-Sadjadi M R. Principal Component Extraction Using Recursive Least Squares Learning[J]. IEEE Trans on Neural Networks, 1995, 6(2): 1457-469.
- [14] Kung S Y, Diamantaras K I, Taur J S. Adaptive Principal Component Extraction (APEX) and Applications[J]. IEEE Trans on Signal Processing, 1994, 42(5): 1202-1217.

收稿日期: 2008-10-24; 修回日期: 2009-02-14

作者简介:

李诚诚(1985-), 女, 硕士研究生, 主要从事数字信号处理的研究工作; E-mail: sheila_lcc@hotmail.com

汪芳宗(1966-), 男, 博士, 教授, 主要从事电力系统分析及电工新技术的研究工作。