

# 全概率公式在发电系统可靠性评估中的应用

王晶<sup>1</sup>, 王昉<sup>1</sup>, 潘杰<sup>2</sup>, 王梓任<sup>3</sup>

(1. 海军航空工程学院控制工程系, 山东 烟台 264001; 2. 山东师范大学物理与电子科学学院, 山东 济南 250014; 3. 烟台广电网信息有限公司, 山东 烟台 264001)

**摘要:** 针对电力系统可靠性评估中蒙特卡罗方法抽样容量大、效率低的问题, 提出应用全概率公式和蒙特卡罗模拟法相结合的算法来缩短发电系统可靠性评估所需的时间。该算法能够提高模拟精度, 加快蒙特卡罗模拟速度。应用该算法对 IEEE-RTS 系统的发电部分进行了可靠性评估, 并与常规抽样法进行了比较, 表明适当应用全概率公式是可行有效的。

**关键词:** 电力系统; 可靠性评估; 蒙特卡罗法; 全概率公式

## Application of total probability formula in power generation system reliability evaluation

WANG Jing<sup>1</sup>, WANG Fang<sup>1</sup>, PAN Jie<sup>2</sup>, WANG Zi-ren<sup>3</sup>

(1. Dept of Control Engineering, Naval Aeronautical and Astronautical University, Yantai 264001, China;  
2. Physicists and Electrical Science Department, Shandong Normal University, Jinan 250014, China;  
3. Yantai Broad Electricity Information Network Limited Company, Yantai 264001, China)

**Abstract:** Monte Carlo sampling technology, which is normally used in power system probabilistic simulation, needs large sample size and low efficiency. A new method that unifies the total probability formula and Monte Carlo is proposed to reduce power generation system computation time. The new method improves simulation accuracy and accelerates the convergence of Monte Carlo simulation. The computation result in IEEE RST test system proves its efficiency and feasibility.

**Key words:** power system; reliability evaluation; Monte Carlo method; total probability formula

中图分类号: TM732 文献标识码: A 文章编号: 1674-3415(2009)19-0069-04

## 0 引言

目前, 电力系统可靠性研究有两种基本方法: 解析法和蒙特卡罗模拟法<sup>[1]</sup>。解析法是将元件或系统的寿命过程加以合理的理想化, 并用一个数学模型来描述这一寿命过程, 而后通过计算机运行程序求解, 得出所要求的可靠性指标; 蒙特卡罗模拟法是在计算机上模拟上述寿命过程的实际现实, 并通过对此模拟过程进行若干时间的观察, 估计所要求的可靠性指标。

现代电力系统规模庞大, 结构复杂, 致使可靠性评估计算中涉及到的元件众多, 系统分析复杂, 常常面临所谓“计算灾害”的问题。蒙特卡罗模拟法的采样次数与系统规模无关, 且容易处理各种实际运行控制策略, 因而在大型电力系统的可靠性评估中应用广泛。但蒙特卡罗法存在计算时间与计算精度的矛盾, 即为了获得精度较高的可靠性指标需要进行长时间的模拟计算。通过减少方差可以加快

蒙特卡罗模拟的收敛速度, 提高仿真效率。通常减少方差的方法有分层抽样法、重要抽样法、控制变量法和对偶变数法等几种<sup>[2]</sup>。这几种方法在使用时都存在一些制约条件。

本文引入全概率公式来减少发电系统可靠性评估的方差。与其他抽样方法不同的是引入全概率公式, 将不同条件下的实验函数与相应的条件概率乘积的代数和作为系统新的实验函数达到减少实验方差、提高模拟精度的目的。

## 1 基于全概率公式的发电系统可靠性评估算法

### 1.1 蒙特卡罗模拟法的计算精度

用蒙特卡罗模拟法分析电力系统可靠性一般由3个步骤组成: ①系统状态抽样; ②状态估计; ③可靠性指标统计<sup>[2]</sup>。

首先要对系统内各个元件的状态 $X$ 进行抽样。设系统状态的事件概率为 $P(X)$ , 状态函数为 $F(X)$ ,

$F(X)$ 可以是系统停电标志(取0或1)或停电功率等, 则可靠性指标的期望值为

$$E(F) = \sum F(X)P(X) \quad (1)$$

实际抽样中, 由于抽样次数的限制, 得到的只是 $E(F)$ 的估计值

$$\hat{E}(F) = \frac{1}{N_s} \sum_{i=1}^{N_s} F_i(X) \quad (2)$$

式中:  $N_s$ 为抽样次数,  $F_i(X)$ 为第 $i$ 次抽样的实验函数。

蒙特卡罗模拟法的计算精度 $\beta$ 是基于 $E(F)$ 估计值 $\hat{E}(F)$ 的误差<sup>[2]</sup>, 即

$$\beta = \frac{\sqrt{V[\hat{E}(F)]}}{\hat{E}(F)} = \frac{\sqrt{V(F)/N_s}}{\hat{E}(F)} \quad (3)$$

式中:  $V[\hat{E}(F)]$ 、 $V(F)$ 分别表示随机变量 $\hat{E}(F)$ 和 $F(X)$ 的方差。

整理式(3)得

$$N_s = \frac{V(F)}{[\beta \hat{E}(F)]^2} \quad (4)$$

式(4)表明蒙特卡罗模拟法的计算量与计算精度的平方成反比, 即在一定的精度下, 减少抽样次数的唯一途径就是减少 $F(X)$ 的方差 $V(F)$ 。

### 1.2 全概率公式

设 $A, B$ 为二事件, 且 $P(B) > 0$ , 则称

$$P(A|B) = P(AB)/P(B)$$

为事件 $B$ 发生的条件下事件 $A$ 发生的概率<sup>[3]</sup>。

设事件 $B_1, B_2, B_3, \dots, B_n$ 是样本空间的 $\Omega$ 的一个分划,  $P(B_i) > 0$  ( $i=1, 2, \dots, n$ ),  $A$ 是试验的任一事件, 则有

$$P(A) = \sum_{i=1}^n P(B_i)P(A|B_i) \quad (5)$$

公式(5)称为全概率公式<sup>[3]</sup>。

式中:  $P(A|B_i)$ 为事件 $B_i$ 发生的条件下事件 $A$ 发生的概率。

### 1.3 基于全概率公式的发电系统可靠性评估算法

发电系统的任一发电机 $i$ , 强迫停运率为 $f_i$ , 设 $\Omega = \{B_1, B_2\}$ ,  $B_1 = \{\text{发电机 } i \text{ 停运}\}$ ,  $B_2 = \{\text{发电机 } i \text{ 运行}\}$ ,  $P(A)$ 为发电系统的实验函数, 则

$$\begin{aligned} P(B_1) &= f_i \\ P(B_2) &= 1 - f_i \end{aligned} \quad (6)$$

若发电系统除了发电机 $i$ 以外, 其它发电机仍采

用蒙特卡罗模拟法, 对应于事件 $B_1, B_2$ , 相应地得到两个实验函数 $F_1(X), F_2(X)$ , 则

$$\begin{aligned} P(A|B_1) &= F_1(X) \\ P(A|B_2) &= F_2(X) \end{aligned} \quad (7)$$

应用全概率公式得到 $A$ 即发电系统的实验函数 $F_1^*(X)$

$$F_1^*(X) = F_1(X)f_i + F_2(X)(1-f_i) \quad (8)$$

发电系统任两台发电机 $j, k$ , 强迫停运率分别为 $f_j, f_k$ , 设 $\Omega = \{B_1, B_2, B_3, B_4\}$ ,  $B_1 = \{\text{发电机 } j, k \text{ 都停运}\}$ ,  $B_2 = \{\text{发电机 } j \text{ 运行且发电机 } k \text{ 停运}\}$ ,  $B_3 = \{\text{发电机 } j \text{ 停运且发电机 } k \text{ 运行}\}$ ,  $B_4 = \{\text{发电机 } j, k \text{ 都运行}\}$ ,  $P(A)$ 为发电系统的实验函数, 则

$$\begin{aligned} P(B_1) &= f_j f_k \\ P(B_2) &= (1-f_j)f_k \\ P(B_3) &= f_j(1-f_k) \\ P(B_4) &= (1-f_j)(1-f_k) \end{aligned} \quad (9)$$

若发电系统除了发电机 $j, k$ 外, 其它发电机仍采用蒙特卡罗模拟法, 那么对应于事件 $B_1, B_2, B_3, B_4$ 得到实验函数 $F_1(X), F_2(X), F_3(X), F_4(X)$ , 即

$$\begin{aligned} P(A|B_1) &= F_1(X) \\ P(A|B_2) &= F_2(X) \\ P(A|B_3) &= F_3(X) \\ P(A|B_4) &= F_4(X) \end{aligned} \quad (10)$$

应用全概率公式得到 $A$ 即发电系统的实验函数 $F_2^*(X)$

$$\begin{aligned} F_2^*(X) &= F_1(X)f_j f_k + F_2(X)(1-f_j)f_k + \\ &F_3(X)f_j(1-f_k) + F_4(X)(1-f_j)(1-f_k) \end{aligned} \quad (11)$$

若发电系统选取 $n$ 个发电机应用全概率公式, 则样本空间 $\Omega = \{B_1, B_2, \dots, B_N\}$ ,  $N=2^n$ ,  $P(A)$ 为发电系统的实验函数, 剩余发电机仍采用蒙特卡罗模拟法就会相应地得到 $2^n$ 个实验函数 $F_1(X), F_2(X), \dots, F_N(X)$ , 即

$$\begin{aligned} P(A|B_1) &= F_1(X) \\ P(A|B_2) &= F_2(X) \\ &\vdots \\ P(A|B_N) &= F_N(X) \end{aligned} \quad (12)$$

应用全概率公式得到 $A$ 即发电系统的实验 $F^*(X)$

$$F^*(X) = \sum_{i=1}^{2^n} F_i(X)P(B_i) \quad (13)$$

式中:  $P(B_i)$ 为事件 $B_i$ 的概率, 事件 $B_i$ 发生的条件下发电系统的实验函数。

若发电系统中的发电机为多容量状态的机组选取 $n$ 个发电机应用全概率公式, 样本空间 $\Omega$ 中事件的个数 $N$ 不再等于 $2^n$ 。设应用全概率公式的 $n$ 个发电机中,  $i$ 机组有 $k_i$ 个容量状态, 则

$$N=k_1k_2\cdots k_i\cdots k_n \quad (14)$$

若发电系统为多水平负荷, 假设系统有  $m$  个负荷水平, 对于其中任一负荷水平应用式 (13) 得到一个实验函数  $F_j^*(X)$ , 再利用一次全概率公式可得最终的实验函数  $F(X)$

$$F(X) = \sum_{j=1}^m F_j^*(X)P(j) \quad (15)$$

式中:  $P(j)$  为发电系统处于第  $j$  个负荷水平的概率;  $F_j^*(X)$  为该负荷水平下利用式 (13) 得到的实验函数。

## 2 算例及分析

应用本文提出的算法对 IEEE-RTS 系统<sup>[4]</sup>的发电部分进行了可靠性评估, 计算流程框图如图 1 所示。计算的可靠性指标为系统停电概率  $LOLP$  和停电功率期望值  $EPNS$ 。

根据 IEEE 给出的可靠性标准测试系统 RTS 的原始数据, 采用本文算法对系统的可靠性指标  $LOLP$  和  $EPNS$  及相应精度进行计算, 抽样次数为 5000 次, 与常规抽样法(A 法)的指标进行比较, 结果参见表 1。

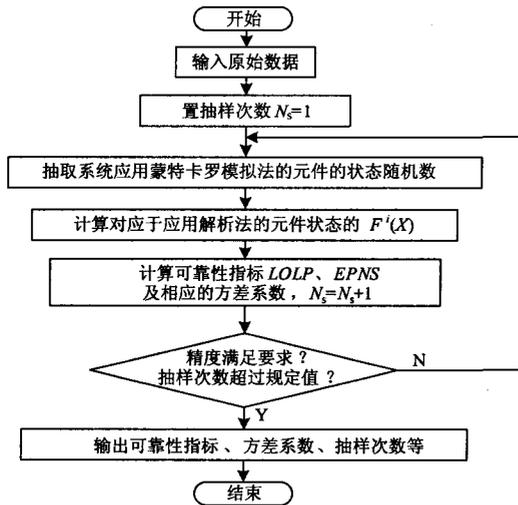


图 1 基于全概率公式的可靠性评估算法流程图  
Fig.1 Flow chart of the reliability evaluation method based on total probability formula

方法 I、II、III、IV 选定一台发电机应用全概率公式, 选定发电机的额定功率和强迫停运率分别为: 20 MW, 0.10; 197 MW, 0.05; 350 MW, 0.08; 400 MW, 0.12。方法 a、b、c 选定两台额定容量、强迫停运率皆相同的发电机应用全概率公式, 选定发电机的额定功率分别为: 20 MW, 0.10; 197 MW, 0.05; 400 MW, 0.12。方法 ①、②、③、④ 选定两

台额定容量和强迫停运率皆不相同的发电机应用全概率公式, 选定发电机的额定功率和强迫停运率分别为: 20 MW, 0.10和400 MW, 0.12; 197 MW, 0.05和400 MW, 0.12; 350 MW, 0.08和400 MW, 0.12; 197 MW, 0.05和155 MW, 0.04。

表1 IEEE-RTS系统的发电部分可靠性评估的结果

Tab.1 Reliability evaluation results of power generation section in IEEE-RTS system

方法	LOLP/(%)	LOLP 方差/(%)	EPNS /MW	EPNS 方差/(%)
A	8.62	4.604 55	15.785 6	6.111 36
I	7.89	4.774 85	14.452 1	6.659 6
II	7.92	4.497 05	14.506 4	6.499 97
III	8.252 8	4.098 35	15.276 5	5.393 53
IV	8.068	3.503 82	14.526 4	4.566 28
a	8.728 2	4.481 81	16.031 5	6.169 96
b	8.558 55	4.072 32	15.740 1	5.933 73
c	8.694 02	2.402 41	15.597 7	2.903 48
①	8.483 2	3.447 99	15.847 5	4.558 48
②	8.502 4	3.235 51	15.757 6	4.395 56
③	8.715 2	2.982 77	15.524 4	3.505 15
④	8.465 24	4.242 57	15.705 9	6.032 32

表 1 中的方法, 考察了 IEEE-RTS 系统的发电部分对应于一台和两台发电机应用于全概率公式系统的可靠性评估结果。方法几乎囊括了发电系统所有可能发生的组合, 计算可靠性指标时必须同时考虑发电机的额定功率和强迫停运率两个参数, 不同的参数对系统的评估结果影响不同。如方法 I、II、III、IV 都选定一台发电机应用全概率公式, 但发电机的参数不同, 导致相对于常规抽样法  $LOLP$  和  $EPNS$  的实验方差有的变化不大, 有的明显减少。

表 1 结果表明: 抽样次数一定采用方法 III、方法 IV、方法 c、方法 ①、方法 ②、方法 ③ 相对于常规抽样法  $LOLP$  和  $EPNS$  的实验方差 (精度) 明显减小。方差明显减少的方法有一个共同点, 即选定的发电机至少包含了一台额定功率为 400 MW, 强迫停运率为 0.12 的发电机。可见选用系统中额定功率和强迫停运率都较大的发电机, 方差会明显减少。

为了进一步表明本文提出算法的效率, 在相同的计算精度下将  $LOLP$  和  $EPNS$  与常规抽样法的指标进行比较, 结果列入表 2。相同抽样次数下,  $EPNS$  的方差系数总是大于  $LOLP$  的方差系数 (参见表 1), 可见  $EPNS$  的收敛速度较  $LOLP$  的收敛速度慢, 故本文以  $EPNS$  的方差系数作为收敛判据, 以兼顾两者的计算精度<sup>[5,6]</sup>。

表2中选用的是表1中方差明显减少的方法。其中,方法A为常规抽样法。方法B<sub>1</sub>对应于表1中方法IV,一台额定功率为400 MW,强迫停运率均为0.12的发电机应用全概率公式;B<sub>2</sub>对应于表1中方法c,两台额定功率为400 MW,强迫停运率均为0.12的发电机应用全概率公式。

表2 相同计算精度下利用方法A、B<sub>1</sub>、B<sub>2</sub>

对IEEE-RTS系统的发电部分进行可靠性评估的结果

Tab.2 Reliability evaluation results of power generation section in IEEE-RTS system using the method A, B<sub>1</sub> and B<sub>2</sub> with the same precision

$\beta$	方法	LOLP(%)	EPNS /MW	抽样次数	$r_N(\%)$
0.075	A	8.377 55	14.926 3	3 581	100
	B <sub>1</sub>	7.851 55	15.228 1	1 940	54.2
	B <sub>2</sub>	8.496 7	16.039 6	843	23.5
0.025	A	8.819 94	15.850 8	29 490	100
	B <sub>1</sub>	8.538 08	15.250 9	15 663	53.1
	B <sub>2</sub>	8.628 57	15.504 5	6 255	21.2
0.01	A	8.580 28	15.584 8	190 087	100
	B <sub>1</sub>	8.520 09	15.108 4	95 468	50.2
	B <sub>2</sub>	8.496 05	15.159 4	37 272	19.6
0.007 5	A	8.627 57	15.690 3	336 781	100
	B <sub>1</sub>	8.419 3	14.973 7	173 404	51.5
	B <sub>2</sub>	8.539 85	15.294 6	68 462	20.3

为了直观地反映可靠性指标 LOLP 和 EPNS 随精度的变化规律以及一定计算精度下,常规抽样法和混合法(B<sub>1</sub>、B<sub>2</sub>)相应的可靠性指标 LOLP 和 EPNS 的差异,作图 2 和图 3。

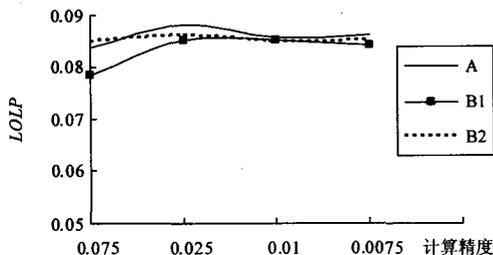


图2 相同的计算精度,混合法与常规抽样法的可靠性指标LOLP

Fig.2 LOLP of power generation section in IEEE-RTS system using the method A、B<sub>1</sub> and B<sub>2</sub> with the same precision

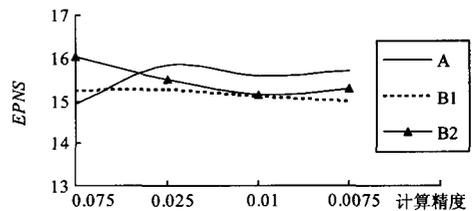


图3 相同的计算精度,混合法与常规抽样法的可靠性指标EPNS

Fig.3 EPNS of power generation section in IEEE-RTS system using the method A, B<sub>1</sub> and B<sub>2</sub> with the same precision

结果表明:方法B<sub>1</sub>和B<sub>2</sub>相对于常规抽样法随着计算精度要求的提高,混合法B<sub>1</sub>和B<sub>2</sub>的可靠性指标(LOLP和EPNS)与常规抽样法的相应指标趋于一致。且在高精度计算效率有显著的提高,计算量相对于常规抽样法分别减少了约50%和80%,且B<sub>2</sub>的计算量减少更明显。

### 3 结论

本文提出基于全概率公式的发电系统可靠性评估算法,对 IEEE-RTS 系统的发电部分进行了可靠性评估,结果表明选择合适参数的发电机及其组合应用全概率公式,在保证可靠性指标(LOLP 和 EPNS)趋于目标值的基础上,计算量大大减少,是一种有效的评估算法。后续讨论发电机参数如何选择会使评估计算量最少。

### 参考文献

- [1] 杨蔚百,戴景宸,孙启宏. 电力系统可靠性基础及应用[M]. 北京:水利电力出版社,1986.  
YANG Shi-bai, DAI Jing-chen, SUN Qi-hong. Basament and Application for Power System Reliability[M]. Beijing: Hydraulic and Electric Power Press, 1986.
- [2] 别朝红,王锡凡. 蒙特卡洛法在评估电力系统可靠性中的应用[J]. 电力系统自动化,1997,21(6):68-75.  
BIE Chao-hong, WANG Xi-fan. The Application of Monte-Carlo Method to Reliability Evaluation of Power System [J]. Automation of Electric Power Systems, 1997, 21 (6): 68-75.
- [3] 单沪军,韩国平,宫献军. 工程数学(中册)[M]. 济南:山东科学技术出版社,2001.  
SHAN Hu-jun, HAN Guo-ping, GONG Xian-jun. Project Mathematics (Book) [M]. Jinan: Shandong Science and Technology Press, 2001.
- [4] Albrecht P F, Bigger Staff B E, Billion R. A Report Prepared by the Reliability Test System Task Force of the Application of Probability Methods Subcommittee[J]. IEEE Trans on Power Apparatus and System, 1979 (6): 2047-2054.

(下转第 76 页 continued on page 76)

(3)多线程处理技术为开发复杂的保护实时仿真系统提供了可能性,具有重要实用价值。

参考文献

[1] 蔡泽祥,许志华.继电保护装置动作逻辑的数字仿真系统[J].电力系统自动化, 2006, 30(14): 101-105.  
CAI Ze-xiang, XU Zhi-hua. Digital Simulation System of Relay Protection Movement Logic[J]. Automation of Electric Power Systems, 2006,30(14):101-105.

[2] Berbic N, Memisevic R, Vorsic J. Application of Program Packages EMTDC and Matlab in the Analysis of Impact of Neutral Point Operating Regime on the Magnitude of Touch Voltage[J].IEEE Trans on, 2005,2(1):838- 843.

[3] 程刚, 张沛超. 基于 Matlab 和 ATP 的微机距离保护动态仿真[J].继电器, 2006, 34(22): 5-8.  
CHENG Gang, ZHANG Pei-chao. Dynamic Simulation of microprocessor-based Distance Protection Based on Matlab and ATP[J]. Relay,2006, 34(22): 5-8.

[4] 顾丹珍, 艾芊, 陈陈, 等. 基于 ATP-EMTP 的大型电力系统暂态稳定仿真[J].电力系统自动化, 2006, 30 (21): 54-56.  
GU Dan-zhen,AI Qian,CHEN Chen, et al.Transient Stability Simulation of a Large Power System Based on ATP-EMTP[J]. Automation of Electric Power Systems, 2006, 30 (21): 54-56.

[5] 薛巍,舒继武,严剑峰,等.基于集群机的大规模电力系统暂态过程并行仿真[J].中国:电机工程学报, 2003, 23 (28): 38-43.  
XUE Wei, SHU Ji-wu, YAN Jian-feng, et al.

Cluster-Based Parallel Simulation for Power System Transient Stability Analysis[J].Proceedings of the CSEE, 2003, 23 (28): 38-43.

[6] Du X W, Liu D C, Li Y. Mixed Digital/Analog Testing System for Relay Protection of Power System[A]. in: IEEE Industrial Electronics and Applications Conference[C]. 2007:407-410 .

[7] 杨星星, 张沛超. 基于 RTDS 的微机保护实时闭环仿真系统的研究[J].电力系统自动化, 审稿中.

[8] 郑三立, 雷宪章, Retzmann D,等.电力系统计算机及实时数字仿真(下)——电力系统实时数字仿真[J]. 电力系统自动化.

[9] RTDS Technologies Inc. Real Time Digital Simulation for the Power Industry Manual Set, 2007.

[10] 王玲, 崔琪, 负保记,等.基于 IEC61850 的高压线路间隔的建模研究[J].继电器, 2007, 35 (24) :1-5.  
WANG Ling, CUI Qi, YUAN Bao-ji. Analysis on High Voltage Line Bay Based on IEC61850[J]. Relay, 2007, 35 (24) :1-5.

收稿日期: 2008-10-16

作者简介:

杨星星(1984-),男,硕士研究生,主要研究方向为继电保护以及数字化仿真; E-mail: dsyang1984@sjtu.edu.cn

张沛超(1970-),男,博士,副教授,主要研究方向为继电保护、电网调度自动化;

刘之尧(1971-),男,硕士,高级工程师,主要研究方向为继电保护运行管理。

(上接第 72 页 continued from page 72)

[5] 何国锋,谭震宇.采用等分散抽样法的电力系统仿真[J].电力自动化设备, 2004, 24 (7): 57-59.  
HE Guo-feng, TAN Zhen-yu. Power System Probabilistic Simulation Using Average and Scatted Sampling[J]. Electric Power Automation Equipment, 2004, 24 (7): 57-59.

[6] 宋晓通, 谭震宇. 改进的重要抽样法在电力系统可靠性评估中的应用[J]. 电网技术, 2005, 29 (13): 56-59.  
SONG Xiao-tong, TAN Zhen-yu. Application of Improved Important Sampling Method in Power System Reliability Evaluation [J]. Power System Technology, 2005, 29 (13): 56-59.

[7] 方再根. 计算机模拟和蒙特卡洛方法[M]. 北京: 北京工业学院出版社, 1988.

FANG Zai-gen. Computer Simulation and Monte-Carlo Method [M]. Beijing: Beijing Institute of Technology Press, 1988.

收稿日期: 2008-10-17; 修回日期: 2008-12-18

作者简介:

王晶(1982-),女,助教,硕士,研究方向为电工理论与新技术; E-mail: qixiawangjing@126.com

王昉(1982-),女,助教,硕士,研究方向为电力电子与电气传动。