一种高精度的电力系统相量测量方法

王 超，汪芳宗

（三峡大学电气信息学院，湖北 宜昌 443002）

摘要：在传统的离散傅里叶算法的基础上提出了一种新的相量测量算法，首先，对纯基波信号，该算法利用 2 个数据窗的 DFT 变换数据推导出了一个关于频率偏移的方程，解此方程后可以求出基波信号的频率、幅值及相位的精确解，在推导过程中无任何近似误差，有效减小计算量的同时提高了测量的精确性。接着，为了提高谐波情况下测量的精度，利用迭代法对原采样序列进行修正，然后在最终的修正序列上用前面的算法进行相量测量。最后，分别对存在谐波和噪声的情况进行了仿真，结果表明，该算法在各种情况下具有测量精度高的优点。

关键词：相量测量；DFT 变换；修正采样序列；迭代

A high-precision algorithm for phasor measurement of power systems

WANG Chao, WANG Fang-zong

(College of Electrical Engineering & Information Technology, China Three Georges University, Yichang 443002, China)

Abstract: A new phasor measurement approach which is based on conventional DFT algorithm is proposed. Firstly, with the fundamental signal, the equation of frequency deviation can be obtained by use of data derived from DFT of two data windows in the proposed approach, hence, the accurate frequency, amplitude and phase of fundamental signal can be obtained after solving this equation, and there is no any approximate error in the process of derivation of the proposed approach in which the operation amount can be effectively reduced and the measurement accuracy is improved. Then, to improve the measurement accuracy with harmonics, iteration method is applied to modify the original sampled sequence, and the same algorithm is proposed to measure phasor on the last modified sequence. Finally, signals with harmonics and noises are simulated respectively, and the results show the high accuracy of this algorithm in all these situations.

Key words: phasor measurement; discrete Fourier transform; modified sampled sequence; iteration

中图分类号：TM761　　文献标识码：A　　文章编号：1674-3415(2009)19-0036-05

0 引言

同步相量测量是现代广域测量系统 WAMS (Wide Area Measurement System)的核心基础。相量测量包括频率、相角、幅值的测量，以相角测量和频率测量为主。国内外学者提出了多种相量测量算法[1~8]，目前，电力系统中应用最广泛的相量测量方法主要是基于离散傅里叶变换 DFT (Discrete Fourier Transform)算法[9]。当电网处于额定工频时，DFT算法具有良好的性能，相量测量结果十分准确。但当电网基频偏离额定频率时，传统 DFT 算法的测量结果将产生较大的误差。

为了得到高精度的测量值，迄今为止，已有很多文献在传统的 DFT 算法基础上提出了一些改进方法[10~13]，本文在仔细分析了 DFT 变换后，针对减小测量误差，提出了一种高精度 DFT 相量测量算法，其基本思路是对信号进行 2 次数据窗采样，然后对获得的 2 个等长度的序列进行 DFT 变换，从而推导出了一个关于频率偏移的方程，解此方程后可以求出基波信号的频率、幅值及相位的精确解。为了提高谐波情况下测量的精度，采用迭代法进行原采样序列的修正，使信号在有谐波、噪声的情况下仍能准确测量相量。

1 算法的基本原理

1.1 频率的测量

电力系统中电压、电流的信号常用余弦形式表示，假设原始的信号中只有基波，系统的额定基频表示为 f_0，信号的幅值，频率，初相角分别为 A，f_1，φ，则信号为：

$$x(t)=A\cos(2\pi f_1 t+\varphi) \tag{1}$$

当信号偏离额定频率时，频率偏差 d 表示为：

$$d=f_1/f_0-1 \tag{2}$$

信号的采样间隔为 T_s，一个数据窗采样 N 点，则将 $x(t)=A\cos(2\pi f_1 t+\varphi)$ 离散化后，表示为：

$$x(n)=A\cos(2\pi f_1 T_s n+\varphi)=A\cos[2\pi(1+d)n/N+\varphi]$$

对上式进行 DFT 变换得到（详细推导见附录）：

$$X_1=\sum_{n=0}^{N-1}A\cos[2\pi(1+d)n/N+\varphi]e^{-j\frac{2\pi}{N}n}=\frac{A\sin\pi d}{2\sin\frac{\pi d}{N}}e^{j(\varphi+\pi d-\frac{\pi d}{N})}+\frac{A\sin\pi d}{2\sin\frac{2\pi+\pi d}{N}}e^{-j(\varphi+\pi d-\frac{2\pi+\pi d}{N})} \tag{3}$$

为了方便表示，令 $a=\sin\pi d\Big/\sin\frac{\pi d}{N}$，$b=\sin\pi d\Big/\sin(\frac{2\pi+\pi d}{N})$，$\theta=\varphi+\pi d-\frac{\pi d}{N}$。则式(3)可以表示为：

$$X_1=\frac{A}{2}[a\cos\theta+b\cos(2\pi/N-\theta)]+j\frac{A}{2}[a\sin\theta+b\sin(2\pi/N-\theta)] \tag{4}$$

信号 $x(t)$ 经过时间 $\Delta t=kT_s$ 后，可表示为 $y(t)$：

$$y(t)=A\cos(2\pi f_1 t+\varphi+\delta) \tag{5}$$

式中：$\delta=2\pi f_1 kT_s=2\pi f_0(1+d)kT_s$。

同理对 $y(t)$ 进行数据窗采样，其 DFT 变换为：

$$Y_1=\frac{A}{2}[a\cos(\theta+\delta)+b\cos(2\pi/N-\theta-\delta)]+j\frac{A}{2}[a\sin(\theta+\delta)+b\sin(2\pi/N-\theta-\delta)]$$

用 $R(X)$，$R(Y)$，$I(X)$，$I(Y)$ 分别表示 X_1，Y_1 的实部和虚部，按下式合并后且令：

$$k_1=I(Y)-R(X)\sin\delta-I(X)\cos\delta=-Ab\cos(2\pi/N-\theta)\sin\delta \tag{6}$$

$$k_2=R(Y)-R(X)\cos\delta+I(X)\sin\delta=Ab\sin(2\pi/N-\theta)\sin\delta \tag{7}$$

$$k_3=R(Y)-R(X)\cos\delta-I(X)\sin\delta=-Aa\sin\theta\sin\delta \tag{8}$$

$$k_4=I(Y)+R(X)\sin\delta-I(X)\cos\delta=Aa\cos\theta\sin\delta \tag{9}$$

又可由式(6)，(7)，(8)，(9)得到：

$$k_1^2+k_2^2=A^2b^2\sin^2\delta \tag{10}$$

$$k_3^2+k_4^2=A^2a^2\sin^2\delta \tag{11}$$

通过式(10)和式(11)可以得：

$$(k_3^2+k_4^2)\times b^2=(k_1^2+k_2^2)\times a^2 \tag{12}$$

将 $\delta=2\pi f_0(1+d)kT_s$ 带入式(6)，(7)，(8)，(9)后，则式(12)中 k_1，k_2，k_3，k_4，a，b 都是关于 d 的代数式，显然，式(12)是一个未知数为 d 的方程。通过牛顿迭代法可以求解此方程而得到准确的频率偏移值 d。将已求出的 d 代入式(2)中就可以得到精确的信号频率值。

1.2 幅值和相角的测量

在前面已求出频率偏移值 d 后，按下面分类求出幅值和相角。

1) 若解出的 $d=0$ 时

显然这种情况是属于频率不发生偏移，故此时幅值和相位就直接可用 $x(t)$ 的 DFT 变换值按下式求出：

$$A=\frac{2}{N}\sqrt{R^2(X)+I^2(X)}\qquad \tan\varphi=I(X)/R(X)$$

2) 若解出的 $d\neq 0$ 时

将求出的频率偏移 d 代入式(6)和式(7)中求出 k_1，k_2。

由式(10)可以得到：

$$A=\frac{\sqrt{k_1^{\ 2}+k_2^{\ 2}}}{|b\sin\delta|}=\frac{\sqrt{k_1^{\ 2}+k_2^{\ 2}}}{|\sin\pi d\sin\delta|}\left|\sin(\frac{2\pi+\pi d}{N})\right| \tag{13}$$

将已求出的 d 带入式(13)就得到了幅值。

在这种频率偏移的情况下求解相角，须先将得到的 d 值代入式(8)和式(9)中求出 k_3，k_4。

a) 如果计算出 $k_4=0$ 时，显然，此时 k_3 不会同时为 0，由式(8)和式(9)得：

$$-\frac{k_4}{k_3}=\frac{\cos\theta}{\sin\theta}=\frac{\cot\varphi\cot(\pi d-\pi d/N)-1}{\cot\varphi+\cot(\pi d-\pi d/N)}=0$$

所以

$$\cot\varphi=\tan(\pi d-\pi d/N) \tag{14}$$

b) 如果计算出 $k_4\neq 0$ 时，由式(8)和式(9)得：

$$-\frac{k_3}{k_4}=\frac{\sin\theta}{\cos\theta}=\frac{\tan\varphi+\tan(\pi d-\pi d/N)}{1-\tan\varphi\tan(\pi d-\pi d/N)}$$

所以

$$\tan\varphi=\frac{-k_3/k_4-\tan(\pi d-\pi d/N)}{1-k_3/k_4\tan(\pi d-\pi d/N)} \tag{15}$$

将前面求出的频率偏移d带入式(14)或(15)中，求出相角φ。需要注意的是，实际的$\varphi\in[0, 360]$，故直接利用三角函数求出的φ需要变换一下，将已求得φ和d带入$a\cos\theta\sin\delta$中，若与k_4异号，则$\varphi=\varphi+180^\circ$；若同号，且$\varphi$为负数，则$\varphi=\varphi+360^\circ$。

从上述推导的公式可以看出，本方法是基于X_1和Y_1这2个DFT数据进行测量计算。在计算量不大的前提下，求出了信号幅值，频率，初相角，而且结果都是十分准确的信号实际值，除了计算机存在的解方程精度误差外，并没有任何其它的近似误差。

2　算法的改进

众所周知，信号采样时是不知道真实频率，而是以额定频率为基础进行的，当被测信号中除了基波外，还含有谐波分量时，信号的频率偏移将导致DFT算法对谐波的抑制作用不大，其计算的相量结果有较大误差，但是，如果采样序列是基于信号的真实频率而进行的同步采样，那即使是对于含有谐波的信号，DFT相量测量算法也会得到很好的结果，所以，很多文献提出了修正采样序列等方法[14,15]，文献[15]为了提高结果的精度，在没有谐波和含有谐波时均采用了一种迭代的方法对原始的采样序列进行修正并用多个数据窗口的DFT数据求解频率，以减小非同步采样带来的误差。本文在无谐波时无需进行序列修正，直接通过前面提到的2个数据窗的DFT数据就可以求出精确的相量值。针对含有谐波的信号，先修正原始序列得到新序列后，再采用前面提到的求解方法进行计算。

原采样序列是基于额定频率f_0进行采样的，采样间隔为T_s，一个数据窗采样点数为N，且$T_0=1/f_0$，则$T_s=NT_0$；设定新序列的采样间隔为T_{s1}，一个数据窗采样点数为N_1，且$T_1=1/f_1$，则$T_{s1}=N_1T_1$。为了使修改得到的新序列接近理想的同步采样序列，令N_1为T_1/T_s的四舍五入整数值，运用每2点间的线性插值原理，新序列的第一项为$x'(1)=x(1)$，其它项可以表示为：

$$x'(n)=x(n+r)+[x(n+r+1)-x(n+r)]\times(nT_{s1}/T_s-n+r)\qquad n=2\cdots N_1$$

其中：当$T_s\geq T_{s1}$时，$r=-1$；当$T_s<T_{s1}$时，$r=0$。

进行一次采样序列修正后，在新序列基础上得到的相量测量结果也许没有达到所需要的精度要求，此时若用迭代法进行原序列的不断修正，使修改的序列不断接近同步采样的理想序列，并将每次修改得到的新序列按照前面的方法进行频率计算，得到频率值f，当某次与前一次计算的频率之差绝对值小于一个很小值时(这个值可以根据需要的精度要求自由设定)，则跳出循环，另外为了避免死循环，可以设定一个最大的迭代限值次数，超过此最大数时也跳出循环。最后计算所得的f为频率最终结果，否则，将$T_1=1/f$返回再次进行原序列的修正，迭代第一步可以使$T_1=1/f_0$。

已知用同步采样的理想序列进行DFT变换测量的相量值是准确的，所以用越接近理想序列的新序列进行测量求出的频率也会更接近真实频率，如此不断的循环迭代，利用求出的频率对测量进行修正，就使得测量值不断收敛，精度也会越来越高。迭代得到了频率偏移d和频率的最终结果后，可基于最终的修正序列按前面的算法进行信号的幅值和相位的求解。

3　仿真结果及分析

因为无谐波时，本算法的测量值只存在求方程的精度误差，整个推导过程从理论上并没有误差，以至于求解出的相量值精度很高，可以完全等于实际值，故在此不进行仿真，本文只对信号中含有谐波、噪声的情况分别进行仿真。

仿真中额定频率为50 Hz，采样数N为512，两序列间隔时间中设定$k=2$，修正序列中前后两次测量频率的门槛设为0.005 Hz，并设定迭代次数最多限定为6次。被测电压信号如下表示：

$$x(t)=\cos(2\pi f_1t+40^\circ)+0.05\cos(6\pi f_1t+\beta_1)+0.02\cos(10\pi f_1t+\beta_2)$$

其中：β_1，β_2为随机相角，仿真得到的结果见表1。

表1 信号中含谐波时的仿真结果

Tab.1 Simulated results of phasor measurement for a signal with harmonics

频率/Hz	频率绝对误差/Hz	幅值绝对误差/V	相位绝对误差/(°)	迭代次数
48	0.000 254	0.000 011 1	0.000 262	5
49	0.000 155	0.000 007 2	0.000 848	3
50	0.000 000	0.000 000 0	0.000 000	1
51	0.000 222	0.000 005 3	0.000 786	3
52	0.000 263	0.000 009 6	0.000 540	4

从结果中可以看到，测量算法精度很高，即使是存在谐波，相量的绝对误差仍可达到10^{-4}数量级。因此，证明了本算法的高精度性。

当被测电压信号中含随机噪声时，表示为：

$$x(t)=\cos(2\pi f_1t+40^\circ)+0.05\cos(6\pi f_1t+\beta_1)+0.02\cos(10\pi f_1t+\beta_2)+\gamma$$

其中: γ 为 50 零均值的高斯白噪声，β_1，β_2 为随机相角，测量仿真结果见表 2。

表 2 信号中含噪声时的仿真结果

Tab.2 Simulated results of phasor measurement for a signal with noise

频率/Hz	频率绝对误差/Hz	幅值绝对误差/V	相位绝对误差/(°)	迭代次数
48	0.004 059	0.000 199 7	0.003 446	5
49	0.001 409	0.000 018 4	0.008 757	4
50	0.000 590	0.000 026 4	0.001 369	2
51	0.002 025	0.000 151 2	0.009 213	5
52	0.002 764	0.000 240 5	0.009 487	5

从结果中可以看到，存在噪声时，相量的绝对误差仍可达到 10^{-3} 数量级。

4 结论

本文提出了一种简单精确的、仅基于 2 个数据窗的 DFT 的相量测量方法，原理简单，更重要的是计算精度较高，易于实现，通过仿真说明了信号中存在谐波和噪声时也有很好的测量结果，验证了该算法的高效性。

附录：

公式（3）推导过程：

$$X_1=\sum_{n=0}^{N-1}A\cos\left[2\pi(1+d)\frac{n}{N}+\varphi\right]e^{-j\frac{2\pi}{N}n}=\frac{A}{2}\sum_{n=0}^{N-1}\left(e^{j2\pi(1+d)\frac{n}{N}+j\varphi}+e^{-j2\pi(1+d)\frac{n}{N}-j\varphi}\right)e^{-j\frac{2\pi}{N}n}=$$

$$\frac{A}{2}\sum_{n=0}^{N-1}e^{j2\pi(1+d)\frac{n}{N}+j\varphi}\times e^{-j\frac{2\pi}{N}n}+\frac{A}{2}\sum_{n=0}^{N-1}e^{-j2\pi(1+d)\frac{n}{N}-j\varphi}\times e^{-j\frac{2\pi}{N}n}=$$

$$\frac{A}{2}e^{j\varphi}\sum_{n=0}^{N-1}e^{j2\pi d\frac{n}{N}}+\frac{A}{2}e^{-j\varphi}\sum_{n=0}^{N-1}e^{-j2\pi(2+d)\frac{n}{N}}=$$

$$\frac{A}{2}e^{j\varphi}\times\frac{1-\left(e^{j\frac{2\pi d}{N}}\right)^N}{1-e^{j\frac{2\pi d}{N}}}+\frac{A}{2}e^{-j\varphi}\times\frac{1-\left(e^{-j\frac{2\pi(2+d)}{N}}\right)^N}{1-e^{-j\frac{2\pi(2+d)}{N}}}=$$

$$\frac{A}{2}e^{j\varphi}\times\frac{1-e^{j2\pi d}}{1-e^{j\frac{2\pi d}{N}}}+\frac{A}{2}e^{-j\varphi}\times\frac{1-e^{-j2\pi(2+d)}}{1-e^{-j\frac{2\pi(2+d)}{N}}}=$$

$$\frac{A}{2}e^{j\varphi}\times\frac{1-\cos 2\pi d-j\sin 2\pi d}{1-\cos\frac{2\pi d}{N}-j\sin\frac{2\pi d}{N}}+\frac{A}{2}e^{-j\varphi}\times\frac{1-\cos(4\pi+2\pi d)+j\sin(4\pi+2\pi d)}{1-\cos\frac{4\pi+2\pi d}{N}+j\sin\frac{4\pi+2\pi d}{N}}=$$

$$\frac{A}{2}e^{j\varphi}\times\frac{2\sin^2\pi d-j2\sin\pi d\cos\pi d}{2\sin^2\frac{\pi d}{N}-j2\sin\frac{\pi d}{N}\cos\frac{\pi d}{N}}+\frac{A}{2}e^{-j\varphi}\times\frac{2\sin^2\pi d+j2\sin\pi d\cos\pi d}{2\sin^2\frac{2\pi+\pi d}{N}+j2\sin\frac{2\pi+\pi d}{N}\cos\frac{2\pi+\pi d}{N}}=$$

$$\frac{A}{2}e^{j\varphi}\times\frac{2\sin\pi d(\sin\pi d-j\cos\pi d)}{2\sin\frac{\pi d}{N}(\sin\frac{\pi d}{N}-j\cos\frac{\pi d}{N})}+\frac{A}{2}e^{-j\varphi}\times\frac{2\sin\pi d(\sin\pi d+j\cos\pi d)}{2\sin\frac{2\pi+\pi d}{N}(\sin\frac{2\pi+\pi d}{N}+j\cos\frac{2\pi+\pi d}{N})}=$$

$$\frac{A}{2}e^{j\varphi}\frac{\sin\pi d}{\sin\frac{\pi d}{N}}\frac{e^{j(\pi d-\frac{\pi}{2})}}{e^{j(\frac{\pi d}{N}-\frac{\pi}{2})}}+\frac{A}{2}e^{-j\varphi}\frac{\sin\pi d}{\sin\frac{2\pi+\pi d}{N}}\frac{e^{j(\frac{\pi}{2}-\pi d)}}{e^{j(\frac{\pi}{2}-\frac{2\pi+\pi d}{N})}}=$$

$$\frac{A}{2}\frac{\sin\pi d}{\sin\frac{\pi d}{N}}e^{j(\varphi+\pi d-\frac{\pi d}{N})}+\frac{A}{2}\frac{\sin\pi d}{\sin\frac{2\pi+\pi d}{N}}e^{-j(\varphi+\pi d-\frac{2\pi+\pi d}{N})}$$

参考文献

[1] 闵勇，丁仁杰，韩英铎，等．自适应调整采样率的相量在线测量算法研究[J]．电力系统自动化，1998，22(10)：10-13.
MIN Yong，DING Ren-jie，HAN Ying-duo，et al．Research on a New Online Phasor Measurement Approach Based on Adaptive Sampling Interval Technique[J]．Automation of Electric Power Systems，1998，22(10)：10-13.

[2] Benmouyal G. An Adaptive Sampling-interval Generator for Digital Relaying[J]．IEEE Trans on Power Systems，1989，4(3)：1602-1609.

[3] Sidhu T S，Sachdev M S. An iterative Technique for Fast and Accurate Measurement of Power System Frequency[J]．IEEE Trans on Power Delivery，1998，13(1)：109-115.

[4] Yang J Z，Liu C W．A Precise Calculation of Power System Frequency and Phasor[J]．IEEE Trans on Power Delivery，2000，15(2)：494-498.

[5] 吴杰康，龙军，王辑祥．基于数字微分算法的电力参数快速准确估算[J]．继电器，2004，32(17)：1-5.
WU Jie-kang，LONG Jun，WANG Ji-xiang．An Algorithm for Parameter Estimation of Power System Based on Numerical Differentiation[J]．Relay，2004，32(17)：1-5.

[6] 麦瑞坤，何正友，薄志谦．基于泰勒展开模型的同步相量估计新算法[J]．电力系统自动化，2008，32(12)：22-26.
MAI Rui-kun，HE Zheng-you，BO Zhi-qian．Research on Synchrophasor Estimation Algorithm Based on Taylor Expansion [J]．Automation of Electric Power Systems，2008，32(12)：22-26.

[7] 江道灼，孙伟华，陈素素．电网相量实时同步测量的一种新方法[J]．电力系统自动化，2003，27(15)：40-44.
JIANG Dao-zhuo，SUN Wei-hua，CHEN Su-su．A New Method of Real Tme and Synchronous Measurement on Power Network Phase Parameters[J]．Automation of Electric Power Systems，2003，27(15)：40-44.

[8] Sidhu T S．Accurate Measurement of Power System Frequency Using a Digital Signal Processing Technique[J]．IEEE Trans on Instrumentation and Measurement，1999，48(1)：75-81.

[9] IEEE Working Group Report．Synchronized Sampling and Phasor Measurement for Relaying and Control[J]．IEEE Trans on Power Delivery，1994，9(1)：442-452.

[10] 磨少清，李啸骢．一种高精度的改进傅里叶测频算法[J]．电力系统自动化，2003，27(12)：48-49.
MO Shao-qing，LI Xiao-cong．An Improved High-accuracy Algorithm for Frequency Measurement Based on Fourier Transform[J]．Automation of Electric Power Systems，2003，27(12)：48-49.

[11] 王茂海，孙元章．基于DFT的电力系统相量及功率测量新算法[J]．电力系统自动化，2005，29(2)：20-24.
WANG Mao-hai，SUN Yuan-zhang．A DFT-based Method for Phasor and Power Measurement in Power Systems[J]．Automation of Electric Power Systems，2005，29 (2)：20-24.

[12] 禹永植，张忠民，席志红．基于傅里叶变换的高精度频率及相量算法[J]．电网技术，2007，31(23)：83-86.
YU Yong-zhi，ZHANG Zhong-min，XI Zhi-hong．A High-Precision Algorithm for Frequency and Phasor Based on Fourier Transform[J]．Power System Technology，2007，31(23)：83-86.

[13] 胡海兵，祁才君，吕征宇．一种基于非同步采样的FFT算法[J]．中国电机工程学报，2004，24(12)：13-17.
HU Hai-bing，QI Cai-jun，Lü Zheng-yu．A Novel FFT Algorithm for Asynchronous Sample[J]．Proceedings of the CSEE，2004，4(12)：13-17.

[14] 唐建辉，胡敏强，吴在军．一种基于修正采样序列的电力系统频率测量方法[J]．电力系统自动化，2004，16(6)：54-56.
TANG Jian-hui，HU Min-qiang，WU Zai-jun．Algorithm for Measuring Frequency of Power System Based on Modified Sampled Sequence[J]．Automation of Electric Power Systems，2004，16(6)：54-56.

[15] 李一泉，何奔腾．一种基于傅氏算法的高精度测频方法[J]．中国电机工程学报，2006，26(2)：78-81.
LI Yi-quan，HE Ben-teng．A High-accuracy Algorithm for Measuring Frequency of Power System Based on Fourier Filter[J]．Proceedings of the CSEE，2006，26(2)：78-81.

收稿日期：2008-10-23；　　修回日期：2008-12-11

作者简介：

王　超(1983-)，女，硕士研究生，主要研究方向为数字信号处理及其应用；E-mail:wangchaodream@163.com

汪芳宗(1966-)，男，博士，教授，主要研究方向为电力系统分析与控制。