基于最大熵原理的谐波求和问题

刘 鑫，杨洪耕

(四川大学电气信息学院，四川 成都 610065)

摘要： 针对电力系统中具有不同相角分布时随机谐波矢量(电压和电流)求和问题，采用最大熵原理求取谐波矢量和幅值(简称和值)的概率密度分布。通过各随机矢量X、Y正交分解后的统计特征(各阶矩)合成得和值的统计特征，由最大熵原理仅需4阶矩就能很好地逼近矢量和值的概率密度函数PDF (Probability Density Function)，进而获得相应的95%概率值，避免了递推高阶矩所带来的误差；且求和时不需要各个随机矢量在相位上具有 0～2π的均匀概率分布，适用于小样本情况。最后用实际测量值进行的对比分析验证了该方法的有效性。

关键词： 谐波；最大熵；概率密度函数；随机矢量求和

Summation of random harmonic vectors based on the maximum entropy principle

LIU Xin, YANG Hong-geng

(School of Electrical and Information, Sichuan University, Chengdu 610065, China)

Abstract: This paper presents a new method by using principle of maximum entropy to obtain the probability density distribution of sum of random harmonic vectors (voltage or current) whose phases have different probability distribution functions in a power system. Several vectors are decomposed with X-Y axis. Obtaining the summation of random vectors by that of their high order moments and through the iteration of moments of given vectors' X-Y axis components, the PDF of the sum of vectors is obtained by using principle of maximum entropy and only needing 4-order moments, and then obtaining the probability value of 95% of the sum of vectors, avoiding the error of iteration of calculating the high moments. The kind of summation method does not require the probability distribution of each random vector is within the interval (0,2π) in phase angle, so less statistical samples value is to be used. The analysis on practical measured values and comparison with other method prove that the proposed method is effective.

Key words: harmonic; maximum entropy; probability density function (PDF); summation of random harmonic vectors

中图分类号： TM744; TM933 文献标识码：A 文章编号： 1674-3415(2009)11-0019-05

0 引言

电力系统中非线性负荷变化的不确定，导致其产生的谐波电流（电压）大小和相角具有随机性，因而多个谐波源的叠加表现为随机矢量求和问题。谐波的随机特性可由其测量值的一些重要统计参数[1,2]来表征，IEC(国际电工委员会)和国标都提出了以谐波的95%超值概率值（即超过95%概率值谐波电压或电流的大小）作为谐波估计标准。

文献[3,4]通过边缘分布推导出矢量和概率密度分布的积分形式，再利用高阶正交多项式逼近积分形式得到用多项式表达的矢量和概率密度函数。但谐波矢量相角必须满足在0～2π均匀分布，实际电网中，大多数非线性负荷产生的低次谐波矢量相角一般表现为非2π的扇形分布或椭圆分布，利用上述方法计算会带来较大误差。采用Monte-Carlo方法可计算非2π分布的矢量和概率密度函数[5~7]，但计算量大，耗时长，而且没有明确的解析表达式。文献[8,9]利用Laguerre多项式拟合矢量和的概率密度函数解决了相位非2π均匀分布的随机矢量求和问题，但Laguerre多项式只展开有限项会带来截断误差，增加原点矩的阶数可减小截断误差，但因样本矩与精确矩之间的误差而带入的样本误差会随着阶数增加而增加。

最大熵原理MEP (The Maximum Entropy Principle)用于随机变量（标量形式）概率密度函数的估计，已在水文水资源科学[10]、数据测量[11]、洪水预报[12]、地震频度[13]等方面有了成功应用，但仅用于随机变量的标量形式。

本文利用MEP处理电力系统中随机谐波(电压和电流)在具有不同相角分布时的矢量求和问题。根据独立分量求和法则，通过随机矢量X、Y正交分量

的各阶矩合成得到和值的各阶矩，以熵函数为目标函数，以谐波矢量和值各阶统计矩为约束条件，通过最大化熵，提取谐波矢量和的概率密度函数，进而获得相应的95%概率值。文中仅用和值的低阶矩（4阶）就能到达满意的效果，其收敛快残差小，避免了递推高阶矩带来的误差。本文用该方法模拟电弧炉产生的谐波在电网中的叠加过程，并与以Laguerre多项式[9]拟合结果进行对比，证明了该方法的准确性及有效性。

1　基于 MEP 的概率密度函数

MEP 在数学上可表达为[11]：

$$\text{Max } H(x)=-\int_R p(x)\ln p(x)\mathrm{d}x \tag{1}$$

约束条件：

$$\int_R p(x)\mathrm{d}x=1 \tag{2}$$

$$\int_R x^i p(x)\mathrm{d}x=m_i \quad (i=1,2,3,\cdots,l) \tag{3}$$

式中：$H(x)$为随机变量x的熵；$p(x)$为x的概率密度函数；R为x的取值边界；m_i为x样本数据的第i阶原点矩。

模型的求解是一个泛函条件极值问题，为使随机变量的熵$H(x)$在满足式(2)、(3)的条件下取得最大值，特构造如下拉格朗日方程：

$$\overline{H}=H(x)+(\lambda_0+1)\left[\int_R p(x)\mathrm{d}x-1\right]+\sum_{i=1}^{l}\lambda_i\left[\int_R x^i p(x)\mathrm{d}x-m_i\right] \tag{4}$$

式中：λ_0、λ_1、λ_2，$\cdots$，λ_l为相应约束条件的拉格朗日乘子。

当满足$\dfrac{\partial\overline{H}}{\partial p}=0$时得：

$$p(x)=\exp(\lambda_0+\sum_{i=1}^{l}\lambda_i x^i) \tag{5}$$

由式（2）和（3）作数学推导得[12]

$$\lambda_0=-\ln\left(\int_R\exp(\sum_{i=1}^{l}\lambda_i x^i)\mathrm{d}x\right) \tag{6}$$

$$m_i=\frac{\int_R x^i\exp(\sum_{i=1}^{l}\lambda_i x^i)\mathrm{d}x}{\int_R\exp(\sum_{i=1}^{l}\lambda_i x^i)\mathrm{d}x} \tag{7}$$

由式(6)及(7)求解关于λ的方程组，并将结果代入式(5)可求得随机变量的概率密度函数。

由式（5）、（6）、（7）可知，约束条件和随机变量的积分上下界影响 MEP 优化精度。为提高精度，本文通过样本统计矩判定约束条件。太高阶次对分布形式改善不大，本文通过仿真证明，约束条件选取 4 阶矩能达到比较满意的结果。而随机变量的积分上下界一般按样本范围确定。样本统计矩及积分范围可由现场谐波测量值得到，因此可用于描述随机谐波的概率密度函数。

2　随机矢量求和的概率密度函数模型

2.1　各分量低阶矩到高阶矩的递推

n个随机矢量求和问题可描述为[9]：

$$\dot{A}_{\mathrm{T}}=\sum_{t=1}^{n}A_t\cos\theta_t+\mathrm{j}\sum_{t=1}^{n}A_t\sin\theta_t=\sum_{t=1}^{n}X_t+\mathrm{j}\sum_{t=1}^{n}Y_t \tag{8}$$

式中：$\dot{A}_{\mathrm{T}}$为n个随机矢量$\dot{A}_t$（$t=1,\cdots,n$）的和；A_t、θ_t分别为$\dot{A}_t$的幅值和相角；X_t、Y_t分别为$\dot{A}_t$的X、Y分量。由式(8)可进一步推导出

$$\begin{cases}X_{\mathrm{T}}=\sum_{t=1}^{n}X_t\\ Y_{\mathrm{T}}=\sum_{t=1}^{n}Y_t\\ A_{\mathrm{T}}^2=X_{\mathrm{T}}^2+Y_{\mathrm{T}}^2\end{cases} \tag{9}$$

式中：X_{T}、Y_{T}分别是和值A_{T}的X、Y分量。

考虑到各分量相互独立，因此有

$$\nu_{X_{\mathrm{T}}}^{(1)}=E(\sum_{t=1}^{n}X_t)=\sum_{t=1}^{n}\nu_{X_t}^{(1)} \tag{10}$$

$$\nu_{X_{\mathrm{T}}}^{(2k)}=E[(\sum_{t=1}^{n}X_t)^{2k}] \tag{11}$$

式中：$\nu_{X_{\mathrm{T}}}^{(1)}$、$\nu_{X_t}^{(1)}$分别为$X_{\mathrm{T}}$和$X_t$的1阶矩；$\nu_{X_{\mathrm{T}}}^{(2k)}$为$X_{\mathrm{T}}$的$2k$阶矩，它可由式(12)递推得到

$$\mu_{X_{a+1}}^{(2k)}=\mu_{X_a}^{(2k)}+\sum_{j=1}^{2k}C_{2k}^{j}\mu_{X_a}^{(2k-j)}\nu_{X_{a+1}}^{j} \tag{12}$$

式中：$C_{2k}^{j}=\dfrac{2k!}{(2k-j)!\,j!}$是二项式系数；$\mu_{X_{a+1}}^{(2k)}$为前$a+1$个$X$分量和的$2k$阶矩；$\nu_{X_{a+1}}^{j}$为第$a+1$个$X$分量的$j$阶矩。同理可推导出$Y$分量的$\nu_{Y_{\mathrm{T}}}^{(1)}$、$\mu_{Y_{a+1}}^{(2k)}$和$\nu_{Y_{\mathrm{T}}}^{(2k)}$。

2.2　分量阶矩到和值阶矩的转换

使用递推算法估计得到矢量和各分量的 $2k$ 阶矩，再用矩量平方换算出矢量和幅值的 $2k$ 阶矩：

$$\nu_{A_T}^{(2)} = \nu_{X_T}^{(2)} + \nu_{Y_T}^{(2)} \quad (13)$$

$$\nu_{A_T}^{(2k)} = \nu_{X_T}^{(2k)} + \sum_{j=1}^{k} C_k^j \nu_{X_T}^{(2k-2j)} \nu_{Y_T}^{(2j)} \quad (14)$$

2.3 多谐波源叠加的概率密度函数

由上述可知，MEP 提供了用随机变量阶矩拟合概率密度函数的方法，可推广到随机矢量求和问题。由式（13）和（14）可得矢量和幅值的 $2k$ 阶矩，以此作为最大熵的约束条件。由式（5）、（6）、（7）可求取表示和值平方 A_T^2 的概率密度函数：

$$p_{A_T^2}(a^2) = \exp(\lambda_0 + \sum_{i=1}^{l} \lambda_i (a^2)^i) \quad (15)$$

式中：a^2 为 A^2 的一个值。

基于 MEP 的谐波求和流程图如图 1 所示。

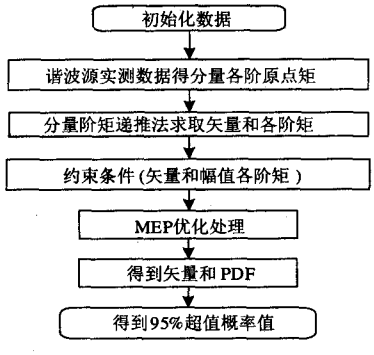

图 1 基于 MEP 谐波求和模型流程图

Fig.1 Flow chart of model of summation harmonic vectors based on MEP

3 实测数据的应用分析

本文对某电网 110 kV 母线 M 处所测数据进行分析。如图 2 所示，A，B 分别为 2 台 20t 的电弧炉。当 A，B 分别单独工作时，利用 TOPS1000 电能质量分析仪采集变压器 110 kV 高压侧的谐波数据，并采用 3 s 均方值每分钟整理成一个数据，1 天内得到 1 440 个数据作为计算样本。

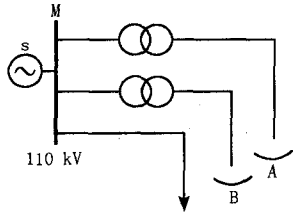

图 2 电弧炉供电系统简图

Fig.2 Schematic diagram of supply system for arc furnace

实际测量得到的数据不可能达到标准的均匀分布，主要在较低次谐波时出现非 2π 分布。如图 3 所示，电弧炉 A，B 单独作用时 3 次谐波电流分布为非 2π 的扇形分布。

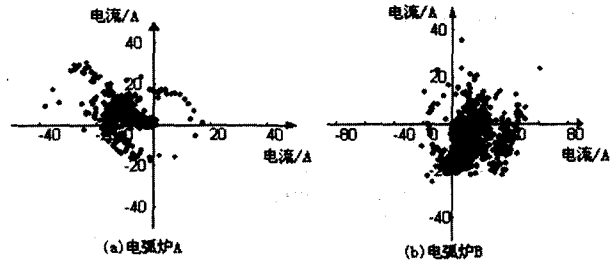

图 3 电弧炉 A 和 B 的 3 次谐波电流散点图

Fig.3 Distribution of the 3rd harmonic current vectors of arc furnace A and B

当样本统计矩阶次分别为 4 阶和 8 阶时，基于 MEP 求取矢量和的概率密度函数。由图 4 可知，统计矩阶次为 4 阶和 8 阶得到的概率密度分布形式差别不大，且都能较好地反映样本的实际分布，所以本文约束条件选取 4 阶统计矩。

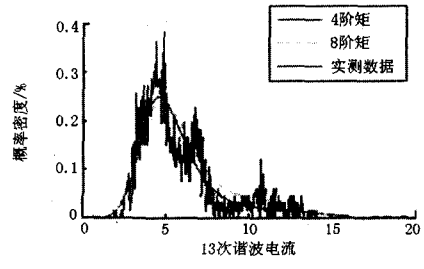

图 4 概率密度函数的比较

Fig.4　Comparison of probability density function

首先，利用 MEP 求得电弧炉 A 谐波电流分布的概率密度函数（幅值阶矩取 4 阶，下同），如图 5 中规则实线所示，以 Laguerre 多项式[9]拟合谐波电流概率密度函数（幅值阶矩取到 10 阶，下同），如图 5 中点划线所示，并将上述所得结果与实际测量值统计得到的谐波电流分布曲线（图 5 中不规则曲线）进行对比；然后比较谐波的 95%概率值，由式（16）计算其相对误差[8]，如表 1～3 所示。所分析的谐波次数取 3、7、13 次。

$$\begin{cases} \varepsilon_{Vq} = \dfrac{|V_{hq} - V_{Ahq}|}{V_{hq}} \times 100\% \\ \varepsilon_{Ii} = \dfrac{|I_{hq} - I_{Ahq}|}{I_{hq}} \times 100\% \end{cases} \quad (16)$$

式中：ε_{Vq}，ε_{Ii} 为第 q 次谐波电压、电流幅值 95%超值概率值的相对误差；V_{hq}，I_{hq} 为基于实测样本得到的第 q 次谐波电压、电流幅值 95%超值概率值；

V_{Ahq}，I_{Ahq} 为基于有限实测样本利用 MEP 或 Laguerre 多项式估计得到的第 q 次谐波电压、电流幅值 95%超值概率值。

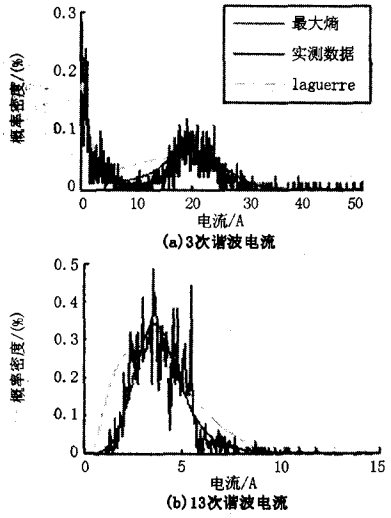

图 5 电弧炉 A 谐波电流的概率密度函数

Fig.5 Probability density function of arc furnace A harmonic currents

表 1 电弧炉 A 谐波电流的 95%概率值

Tab.1 95% probability values of arc furnace A harmonic currents

谐波次数	实测值/A	最大熵估计值/A	Laguerre 估计值/A	最大熵相对误差/(%)	Laguerre 相对误差/(%)
3 次	35.923	36.347	34.139	1.180	4.966
7 次	11.922	12.817	13.02	7.507	9.210
13 次	6.285 1	6.454 9	6.831 6	2.702	8.695
平均误差/(%)				3.796	7.624

由图 5 可以看出，由 MEP 方法得到的逼近曲线与谐波的实际分布基本吻合，而 Laguerre 多项式得到的逼近曲线在图 5（a）中的 5～15 A 区间与实际分布有较大偏差，这与该区间数据较少有关，在图 5（b）中的 0～2 A 区间与实际分布也有较大偏差，这与 Laguerre 多项式的截取方式有关。从表 1 可知，MEP 方法得到的 95%概率值的平均相对误差仅为 3.796%，比由 Laguerre 多项式得到的 95%概率值的平均相对误差小。

其次，采用本文方法获得的谐波电流和的近似 PDF 和以 Laguerre 多项式[9]拟合得到谐波电流和的近似 PDF，与两个实测值分解相加得到的 PDF 进行对比。

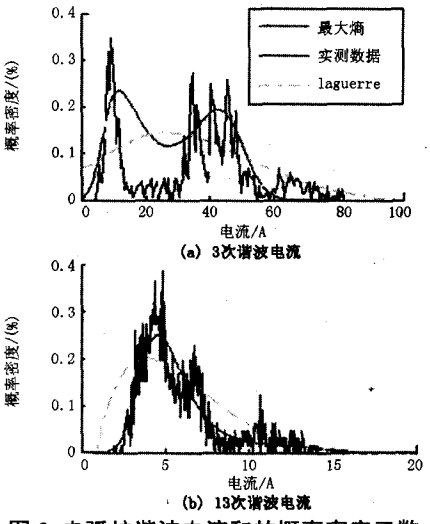

图 6 电弧炉谐波电流和的概率密度函数

Fig.6 Probability density function of summation of arc furnace harmonic currents

表 2 电弧炉谐波电流和的 95%概率值

Tab.2 95% probability values of summation of arc furnace harmonic currents

谐波次数	实测值/A	最大熵估计值/A	Laguerre 估计值/A	最大熵相对误差/(%)	Laguerre 相对误差/(%)
3 次	67.259	63.501	72.383	5.587	7.618
7 次	22.055	20.850	19.850	5.464	9.998
13 次	11.352	11.305	12.380	0.414	9.056
平均误差/(%)				3.822	8.891

从图 6 可以看出，图 6（a）中由于双峰相距较近且幅值相差不大，MEP 方法在 20～30 A 区间未能完全拟合谐波的实际分布但仍能表示出其分布趋势，而 Laguerre 多项式得到的逼近曲线则把双峰拟合为单峰，与实际分布有较大偏差；图 6（b）中由 MEP 方法得到的逼近曲线与谐波的实际分布基本吻合，由 Laguerre 多项式得到的逼近曲线在 0~3 A 区间时与谐波的实际分布有一定的偏差。从表 2 可知，MEP 方法得到的 95%概率值的平均相对误差仅为 3.822%。

最后，分别采用本文方法和 Laguerre 多项式[9]获得谐波电压和的近似 PDF，与两个实测值分解相加得到的 PDF 进行对比。

如图 7 和表 3 所示，由于实测数据呈多峰分布且峰峰相距很近，描述每个峰的数据较少，最大熵方法拟合的逼近曲线未能反映多峰情况但仍能表示其分布概况，而 Laguerre 多项式得到的逼近曲线也未能拟合出多峰分布，在 1.5%～2.5%区间与实际分布有较大偏差。MEP 方法得到的 95%概率值的最大

相对误差仅为 6.414%，证明了该方法的准确性。

表 3 电弧炉谐波电压和的 95%概率值

Tab.3　95%　probability values of summation of arc furnace harmonic voltage

谐波次数	实测值/(%)	最大熵估计值/(%)	Laguerre 估计值/(%)	最大熵相对误差/(%)	Laguerre 相对误差/(%)
3 次	2.245	2.101	2.075	6.414	7.572
7 次	0.803	0.851	0.915	5.978	13.947
13 次	0.207	0.200	0.188	3.382	9.179
平均误差/(%)				5.258	10.232

本文通过仿真证明，MEP 方法仅需样本 4 阶矩就能得到很好的逼近曲线，可以避免递推矢量和高阶矩所带来的样本误差，同时减小 Laguerre 多项式只展开有限项出现的截断误差。测量数据的样本矩与利用积分公式直接积分得到的精确矩之间的误差，以及实际分布概率密度函数的不连续性带来的误差，使得由 MEP 得到的逼近概率密度函数与实际分布函数有一定差异。同时由于样本数据有限，其统计结果并不能完全表示电网实际运行情况；但谐波评估主要考虑超值概率值，如 95%概率值，因此 MEP 方法是比较准确的，在工程上是可以接受的。

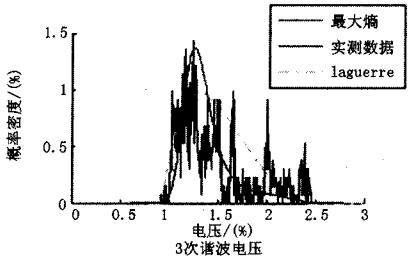

图 7 电弧炉谐波电压和的概率密度函数

Fig.7 Probability density function of summation of arc furnace harmonic voltage

4　结论

（1）本文利用 MEP 基于有限的谐波源测量数据样本确定谐波的概率密度分布，不要求其幅值和相位满足某种特定分布；可用于非 2π 均匀分布的随机矢量求和问题。

（2）本文方法只要求各随机矢量在 X-Y 分量的 4 阶矩，就能完成随机矢量求和计算并给出 PDF，避免了递推高阶矩带来的误差。

（3）实例表明本文方法在估计 95%概率值时有较高的精度；整体拟合精度主要取决于样本各阶矩的精确度，同时积分上下界的准确选取还需要进一步研究。

参考文献

[1] 杨洪耕，肖先勇，刘俊勇．电能质量问题的研究和技术进展(二)一供电网谐波的测量与分析[J]．电力自动化设备，2003，23(11)：1-4.
YANG Hong-geng，XIAO Xian-yong，LIU Jun-yong. Issues and Technology Assessment on Power Quality Part 2：Measurement and Analysis for Harmonic in Supply Network[J]. Electric Power Automatic Equipment，2003，23(11)：1-4.

[2] Testa A，Langella R. Considerations on Probabilistic Harmonic Voltages[A]. In: IEEE Power Engineering Society General Meeting[C].Toronto(Canada): 2003.1154-1159.

[3] Abdi A，Homayoun H．On the PDF of Random Vectors[J]. IEEE Trans on Communication，2000，48(1)：7-11.

[4] Primak S，Vetri J L，Roy J．On the Statistics of a Sum of Harmonic Waveforms[J]．IEEE Tran on Electromagnetic Compatibility,2002，44(1)：266-270.

[5] Carbone R，Carpinelli G，Morrison R E，et al．A Review of Probabilistic Methods for the Analysis of Low Frequency Power System Harmonic Distortion[A].In: 9th IEE International Conference on Electromagnetic Compatibility [C].Manchester(UK):1994.148-155.

[6] Van C J，Groeman F．Harmonic Analysis of Rail Transportation[A]．In: Systems with Probabilistic Techniques Probabilistic Methods Applied to Power Systems International Conference[C].2006.

[7] 张晶．多谐波源系统谐波叠加方法的研究[J]．电网技术，1995，19(3)：23-27.
ZHANG Jing．Studies of Harmonics Superposition Method in Multi-harmonic Sources System[J]．Power System Technology，1995，19(3)：23-27.

[8] 王磊,杨洪耕.基于 Laguerre 多项式的谐波求和问题[J].电力系统自动化，2005，29(4)：40-44.
WANG Lei，YANG Hong-geng．Summation of Random Harmonic Vectors Based on Laguerre Polynomials[J]. Automation of Electric Power Systems，2005，29(4)：40-44.

[9] 杨洪耕，秦东，张正书,等．用 Laguerre 多项式描述谐波随机求和问题[J]．电网技术，2005，29(14)：26-29.
YANG Hong-geng，QIN Dong，ZHNAG Zheng-shu，et al．A Study on Summation of Harmonic with Random Phases Angles Based on Laguerre Polynomials[J]．Power System Technology，2005，29(14)：26-29.

[10] 王栋，朱元牲．最大熵原理在水文水资源科学中的应用[J]．水科学进展，2001，12(3)：424-430.
WANG Dong，ZHU Yuan-sheng．Principle of Maximum Entropy and Its Application in Hydrology and Water Resources[J]．Advances in Water Science，2001，12(3)：424-430.

（下转第 27 页　continued on page 27）

验证结果，总结出基于小波变换模之和的奇异性检测启动元件算法具有以下特点：

1) 约束①由于采用改进梯度算法，使梯度模极大值增大，提高了启动元件区内故障时的动作灵敏度，同时也提高了无故障时约束①的抗干扰性能。

2) 约束②采用基于 WTMS 的奇异性检测，避免了以往基于 WTMM 的奇异性检测方法在近距离或对端母线附近故障可能出现拒动的情况。

3) 奇异性检测对象是故障行波波头，同时采用支集长度较短的三阶中心样条小波，计算复杂度较低，因此该启动元件具有超高速的动作特点。

需要说明，实际应用中应根据具体输电网络对约束①的门槛通过数字仿真和现场校验加以确定，而启动元件应满足的要求便是门槛值确定的原则。

对于电压过零点故障时无行波过程而造成的启动元件启动失败，文献[5]指出可采用突变量启动原理解决其在此类故障时无法启动的问题。

4　结论

本文对启动元件的两个约束进行了改进，分别采用了改进梯度算法和小波变换模之和算法，使启动元件进一步满足故障时不拒动、无故障时可靠不误动的要求。ATP 仿真及故障暂态数据验证表明该启动元件具有可靠的动作性能，是正确和实用的。

参考文献

[1] 葛耀中.新型继电保护与故障测距原理与技术[M].西安：西安交通大学出版社，1996.

[2] Mallat S, Hwang W L. Singularity Detection and Processing with Wavelets[J]. IEEE Trans on Information Theory, 1992,38(2): 617-643.

[3] 董新洲，贺家李，葛耀中. 小波变换在行波故障检测中的应用[J]. 继电器, 1998, 26(5): 1-4.
DONG Xin-zhou, HE Jia-li, GE Yao-zhong. Application of Wavelet Transform in Detection of Fault Traveling Waves[J]. Relay, 1998, 26(5): 1-4.

[4] 段建东，张保会. 行波启动元件的算法研究[J]. 中国电机工程学报, 2004, 24(9): 30-36.
DUAN Jian-dong, ZHANG Bao-hui. Study on Starting Algorithm Using Traveling-waves[J].Proceedings of the CSEE, 2004, 24(9): 30-36.

[5] 魏军，罗四倍. 基于信号奇异性检测的行波启动元件算法的探讨[J]. 继电器, 2007, 35(21): 1-6.
WEI Jun, LUO Si-bei. Traveling-wave Starting Algorithm Based on Signal Singularity Detection[J]. Relay, 2007, 35(21): 1-6.

收稿日期：2008-07-07；　修回日期：2008-11-15

作者简介：

孔凡坊（1984-），男，硕士，主要研究方向为电力系统继电保护；Email: kongfanfang2002@126.com

王三桃（1978-），女，本科，从事继电保护及安全自动装置方面的工作；

吴军基（1955-），男，教授，博士生导师，从事电力系统及其自动化、电力市场等方面的教学与科研工作。

（上接第 23 页　continued from page 23）

[11] 朱坚民，郭冰菁，王中宇,等. 基于最大熵方法的测量结果估计及测量不确定度评定[J]. 电测与仪表，2005，42(476)：5-8.
ZHU Jian-min, GUO Bing-jing, WANG Zhong-yu, et al. Study on Evaluation of Measurement Result and Uncertainty Based on Maximum Entropy Method[J]. Electrical Measurement & Instrumentation, 2005，42(476)：5-8.

[12] 刁艳芳，王本德，刘冀. 基于最大熵原理方法的洪水预报误差分布研究[J]. 水利学报，2007，38(5)：591-595.
DIAO Yan-fang，WANG Ben-de，LIU Ji. Study on Distribution of Flood Forecasting Errors by the Method based on Maximum Entropy[J]. Shuili Xuebao, 2007，38(5)：591-595.

[13] 冯利华. 最大熵原理与地震频度－震级关系[J]. 地震地质，2003，25(2)：260-264.
FENG Li-hua. Maximum Entropy Principle and Seismic Magnitude-frequency Relation [J]. Seismology and Geology，2003，25(6)：260-264.

收稿日期：2008-07-18

作者简介：

刘　鑫(1983-)，男，硕士研究生，研究方向为电力谐波分析；E-mail:janzl7@163.com

杨洪耕(1949-)，男，教授，博士生导师，从事电能质量、电力谐波分析与控制方面的研究与教学工作。