

# 应用分岔理论分析 SVC 对电力系统电压稳定性的影响

杨秀<sup>1</sup>, 金红核<sup>2</sup>, 郭晨吉<sup>3</sup>, 陈雨<sup>1</sup>, 陈鸿煜<sup>3</sup>

(1. 上海电力学院电力工程系, 上海 200090; 2. 上海市电力公司超高压输电变电公司, 上海 200064  
3. 上海大学自动化系, 上海 200072)

**摘要:** 基于分岔理论的电力系统电压稳定分析对于深入理解电压失稳机理有重要意义, 特别是对于灵活交流输电系统, 如静止无功补偿器等, 分岔理论能够有效分析系统的动态控制特性对电压稳定的影响。利用非线性动力系统的分岔理论, 使用通用分岔分析软件 AUTO2000 对典型的含 SVC 系统和不含 SVC 系统进行电压稳定的分析, 得出了系统在两种情况下的分岔点数值。研究发现, 通过添加静止无功补偿器(SVC), 可以延迟系统的 Hopf 分岔点和鞍结分岔点, 增加负荷极限, 从而提高了系统电压稳定性。之后又通过双参数分岔分析确定了两维分岔边界。结果表明, 在使用 SVC 控制器提高系统电压稳定性时, 要详细考虑其参数对系统中各种分岔的影响, 综合优化控制器的设计和安装。

**关键词:** 电压稳定; 鞍结分岔; Hopf 分岔; 静止无功补偿器

## The influence of SVC on voltage stability of power system based on bifurcation theory

YANG Xiu<sup>1</sup>, JIN Hong-he<sup>2</sup>, GUO Chen-ji<sup>3</sup>, CHEN Yu<sup>1</sup>, CHEN Hong-yu<sup>3</sup>

(1. School of Electrical Engineering, Shanghai University of Electric Power, Shanghai 200090, China; 2. Shanghai EHV Company, Shanghai 200064, China; 3. Automation Department, Shanghai 200072, China)

**Abstract:** The bifurcation study of power system voltage stability has an important role in understanding the voltage unstable process deeply. Especially for flexible AC system(FACTS), such as static Var compensator (SVC), the bifurcation study can analyze the impact of dynamic control performance on voltage stability. In this paper, the bifurcation analysis software AUTO2000 is used for the comparative study for power system with and without SVC, and the bifurcation point and bifurcation behavior on the point is studied. Then with double parameters bifurcation analysis, the bifurcation boundary is obtained. The studied results show that with SVC, the SNB and Hopf bifurcation (HB) point can be delayed, which mean that SVC can add load limit to improve voltage stability. But the SVC control parameters have important influence on voltage stability, so the control parameters need be adjusted carefully.

**Key words:** voltage stability; saddle node bifurcation(SNB); Hopf bifurcation( HB); static var compensator( SVC)

中图分类号: TM712 文献标识码: A 文章编号: 1674-3415(2009)07-0007-05

## 0 引言

目前, 我国正在实施全国电网互联和西电东送等重大工程, 电力系统正在不断发展壮大。与此同时, 我国正在实行电力体制改革, 逐步建立和完善电力市场。考虑到环境和经济因素的制约, 未来的电力系统运行状态会越来越接近极限状态, 以满足电力需求的不断增加。因此, 电压稳定今后仍将是一个具有挑战性的问题。由于电力系统的强非线性特性, 电压稳定的研究必然要求非线性分析方法的介入。作为分析非线性系统结构稳定性的基本方法之一的分岔理论, 近年来在电力系统电压稳定问题研究中得到了广泛应用。文献[1]研究了单机无穷大

系统中存在的 Hopf 分岔现象。文献[2]探讨了单机无穷大系统在各种负荷模型下的分岔情况, 认为负荷模型是研究电力系统电压稳定的重要因素。文献[3, 4]研究了计及发电机暂态电势和励磁系统详细模型的系统分岔情况。随着研究的深入, 发现控制系统中的分岔就可以达到控制电压崩溃的目的, FACTS 具有快速灵活的控制能力, 是在实际应用中实现分岔控制的有力工具。文献[5]研究 Hopf 分岔和电压崩溃的关系, 采用恰当的 SVC 的参数可以避免电压的崩溃。文献[6]研究了两种系统模型的动态分岔情况和 FACTS 元件对 Hopf 分岔的影响。文献[7]应用 Floquet 因子研究了一个含 FACTS 元件电力系统的分岔情况。文献[8]研究发现 SVC 可以延迟系统鞍结分岔点, 大大提高系统电压稳定, 但是引入一个 Hopf 分岔。因此在使用 FACTS 控制器提高系统电

基金项目: 上海市教委重点学科建设项目 (J51301)

压稳定时,要详细考虑其对系统中各种分岔的影响。

求取分岔点是电压稳定分析中一个重要的研究方向,对于这一问题,国际上已经有一些比较成熟的工具,AUTO<sup>[10]</sup>就是其中之一,现在众多学者使用AUTO进行分岔分析。本文借助AUTO对简单的不含SVC系统和含SVC系统进行分岔分析,得出了该系统在有无SVC两种情况下的分岔点数值,之后又用双参数分岔分析确定二维分岔边界。本文工作对深入了解电压失稳的机理和如何选取合适的控制参数提供参考。

### 1 分岔的基本概念

分岔是非线性科学研究的一种现象,主要研究当一组微分方程所描述的解的动态特性与方程所含参数的取值相关,并随着参数取值的变化而发生的改变,包括系统一些重要特性,例如稳定性、稳定域和平衡点的变化。

一般电力系统可以用微分代数方程组(1)表示:

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x, y, \lambda) \\ 0 = g(x, y, \lambda) \end{cases} \quad (1)$$

其中:  $x \in R^n$  是和发电机、负荷以及其他系统控制器相关的状态变量;  $y \in R^m$  是忽略了快速动态的代数变量;  $\lambda \in R^k$  是参数变量。

为了考察式(1)的动态稳定性,在平衡点  $(x_0, y_0, \lambda_0)$  处,将式(1)线性化:

$$\begin{bmatrix} \Delta \dot{x} \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_1 & J_2 \\ J_3 & J_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta x \\ \Delta y \end{bmatrix} \quad (2)$$

其中:

$$J_1 = \partial f / \partial x|_0; J_2 = \partial f / \partial y|_0; J_3 = \partial g / \partial x|_0;$$

$$\begin{cases} \dot{\delta}_m = \omega \\ \omega = \frac{1}{M} [-d_m \omega + P_m + E_m Y_m V \sin(\delta - \delta_m + \theta_m) + E_m^2 Y_m \sin \theta_m] \\ \dot{\delta} = \frac{1}{K_{qw}} [-K_{qv} V - K_{qv2} V^2 + Q - Q_0 - Q_1] \\ \dot{V} = \frac{1}{TK_{qw} K_{pv}} [K_{pw} K_{qv2} V^2 + (K_{pw} K_{qv} - K_{qw} K_{pv}) V + K_{pw} (Q_0 + Q_1 - Q) - K_{qw} (P_0 + P_1 - P)] \end{cases} \quad (4)$$

$$\text{其中: } \begin{cases} P = -E_0 Y_0 V \sin(\delta + \theta_0) - E_m Y_m V \sin(\delta - \delta_m + \theta_m) + (Y_0 \sin \theta_0 + Y_m \sin \theta_m) V^2 \\ Q = E_0 Y_0 V \cos(\delta + \theta_0) + E_m Y_m V \cos(\delta - \delta_m + \theta_m) - (Y_0 \cos \theta_0 + Y_m \cos \theta_m) V^2 \end{cases}$$

使用 AUTO2000 对系统进行分岔分析。从图 2 中可以清楚地看到负荷端电压  $V$  随无功功率  $Q_1$  变化而发生分岔的情况。图中的实线和虚线表示系统

$$J_4 = \partial g / \partial y|_0, J = \begin{bmatrix} J_1 & J_2 \\ J_3 & J_4 \end{bmatrix} \text{ 是系统 Jacobian 矩阵。}$$

如果  $J_4$  非奇异,则可以消去代数变量  $\Delta y$ , 得:

$$\Delta \dot{x} = (J_1 - J_2 J_4^{-1} J_3) \Delta x = A \Delta x \quad (3)$$

容易看出,如果  $J_4$  非奇异式(1)确定的平衡解流形与式(3)确定的平衡解流形具有相同的平衡点分岔值,因此考察系统稳定就可直接考察式(3)所确定的系统平衡点分岔情况。电力系统中通常发生的分岔有鞍结点分岔 SNB (Saddle Node Bifurcation), Hopf 分岔 HB (Hopf bifurcation), 倍周期分岔 PDB (Period Doubling Bifurcation), 环面折叠分岔 CFB (Cyclic Fold Bifurcation), 环面分岔 TB (Tours Bifurcation)。

实际上,对应于  $J_4$  奇异的情况,原系统式(1)发生奇异诱导分岔 SIB (Singularity Induced Bifurcation), 本文对这种分岔不做详细讨论。

### 2 单参数分岔分析

#### 2.1 不含 SVC 系统

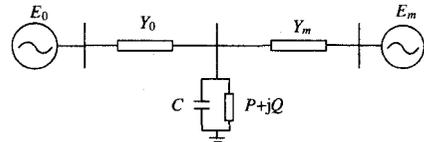


图 1 不含 SVC 的系统模型

Fig.1 The model of a simple system without SVC

不含 SVC 系统采用一个典型模型(图 1),系统的微分代数方程如式(4)所示。系统的状态变量

$$x = [\delta_m, \omega, \delta, V], \text{ 参数的含义和取值参照文献[9]。}$$

处于稳定、不稳定平衡点,而实心圆和空心圆则分别表示是系统  $V$  的稳定与不稳定的周期解(在相平面上就表现为极限环)。从图 2 中可以看系统的平衡

点曲线经历了 3 个分岔点:  $HB^1$ 、 $HB^2$  和  $SNB^3$ 。 $HB^1$  之前是稳定,  $HB^1$  之后是不稳定的,  $HB^2$  和  $SNB^3$  之间有短暂的稳定,  $SNB^3$  之后是不稳定的。 $HB^1$  是亚临界 Hopf 分岔,  $HB^2$  是超临界 Hopf 分岔。图 3 是图 2 的局部放大, 追踪  $HB^2$  得到的极限环曲线在  $PDB^4$  处失去稳定, 之后  $PDB^3$  和  $CFB^6$  之间是稳定的,  $CFB^7$  和  $PDB^8$  之间是稳定的, 极限环曲线把  $HB^1$  和  $HB^2$  连接起来, 并在其间振荡。 $HB^1$  是亚临界 Hopf 分岔, 所以其周期解是不稳定,  $HB^2$  是超临界 Hopf 分岔, 所以其周期解是稳定, 从图 3 中也验证了这个结论。分岔点的数值如表 1 所示。

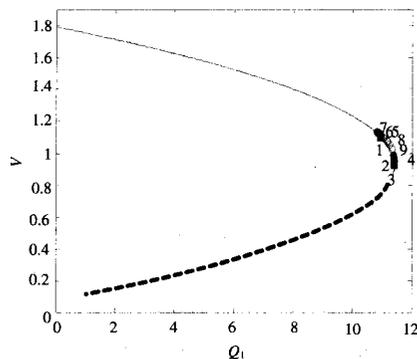


图 2 不含 SVC 系统的分岔曲线

Fig.2 Bifurcation curve of the system without SVC

表 1 不含 SVC 系统的分岔点数值

Tab.1 Bifurcation points of the system without SVC

序号	1	2	3	4	5	6	7	8	9
类型	$HB^1$	$HB^2$	$SNB^3$	$PDB^4$	$CFB^5$	$CFB^6$	$CFB^7$	$PDB^8$	$PDB^9$
$Q_1$	10.94	11.40	11.41	11.38	10.87	10.81	10.81	10.87	11.38

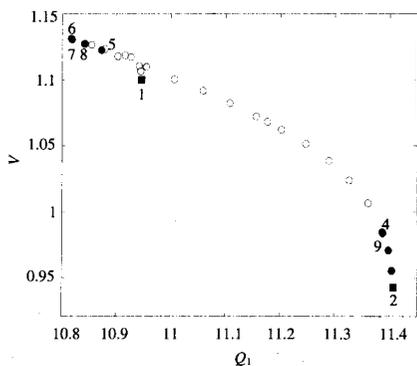


图 3 不含 SVC 系统极限环曲线的放大图

Fig.3 The local enlarged bifurcation without SVC

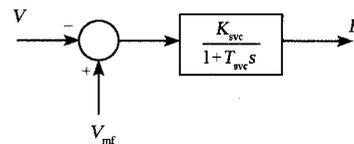


图 5 SVC 控制框图

Fig.5 The simple control mode of SVC

其数学模型如式 (5)。

$$\dot{B} = \frac{1}{T_{svc}} [K_{svc} (V_{ref} - V) - B] \quad (5)$$

## 2.2 含 SVC 系统

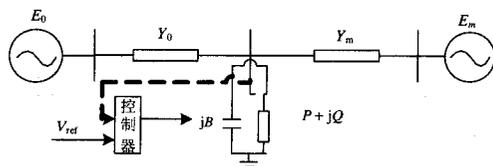


图 4 含 SVC 的简单系统模型

Fig.4 The simple model with SVC

SVC 作为一种可以提供就地无功补偿, 提高负荷端电压稳定性的设备, 已经在电力系统中得到广泛的应用。在上述系统的负荷端安装一个 SVC, 该 SVC 采用常规 PID 控制方式控制 SVC<sup>[11]</sup>, 如图 5 所示。

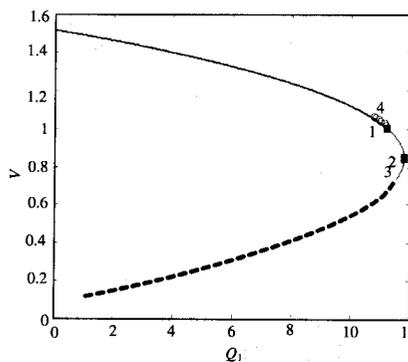


图 6 含 SVC 系统的分岔曲线

Fig.6 Bifurcation curve of the system with SVC

当  $K_{svc}=5$ 、 $T_{svc}=0.02$ , 含 SVC 系统的分岔曲线如图 6 所示。从图 6 中可以看到, 系统在  $HB^1$  失去稳定, 之后的  $HB^2$  和  $SNB^3$  不影响系统的稳定性。 $HB^1$

和  $HB^2$  都是亚临界 Hopf 分岔, 追踪  $HB^1$  得到的周期解是不稳定的,  $CFB^1$  不影响稳定性。分岔点的数值如表 2 所示。和不含 SVC 系统相比, 由于增加了 SVC, 相应的分岔点的数值都增加了,  $HB^1$  从 10.94 变为 11.22,  $HB^2$  从 11.40 变为 11.79,  $SNB^3$  从 11.41 变为 11.79, 说明系统无功功率的传输极限增加。而且, 由于增加了 SVC, 系统的分岔点的个数和分岔类型都发生了变化, 因此 SVC 可以进行有效的分岔控制。

表 2 含 SVC 系统的分岔点数值

Tab.2 Bifurcation points of the system with SVC

序号	1	2	3	4
类型	$HB^1$	$HB^2$	$SNB^3$	$PDB^4$
$Q_1$	11.22	11.79	11.79	10.76

### 3 双参数分岔分析

#### 3.1 不含 SVC 系统

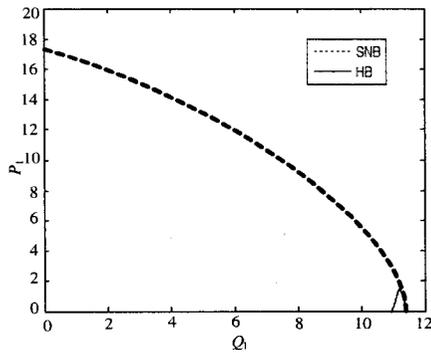


图 7 不含 SVC 系统双参数分岔边界图

Fig.7 The boundary plot of 2-parameters bifurcation without SVC

以  $P_1$  和  $Q_1$  为参数, 进行双参数分岔分析。AUTO 算法主要为延拓法, 同时在计算分岔点时也采用直接法。计算得到的上述二维参数鞍结点和 Hopf 分岔边界如图 7 所示。其中, 实线为 Hopf 分岔, 点线为鞍结点分岔。图中坐标轴左下角为系统小扰动稳定域, 其边界由纵横坐标和鞍结点分岔曲线构成, 在该区域内存在一个 Hopf 分岔区域, 由一个转折的小弧线构成。由局部分岔理论可知, 系统在发生鞍结点分岔之后将发生崩溃; Hopf 分岔和系统的振荡现象相关联。在本例中若运行在 Hopf 分岔区域, 则系统将出现周期振荡现象。从图 4 中可以看到, 当  $P_1$  从 0 开始变化时, 系统在一定范围内会经历 2 个 Hopf 分岔, 然后才遇到鞍结点分岔, 这与之前的单参数分岔分析是一致的。随着  $P_1$  的增加, 系统的 2 个 Hopf 分岔点慢慢接近到重合。如果有功负荷进一

步增加, 系统不会出现 Hopf 分岔点。

#### 3.2 含 SVC 系统

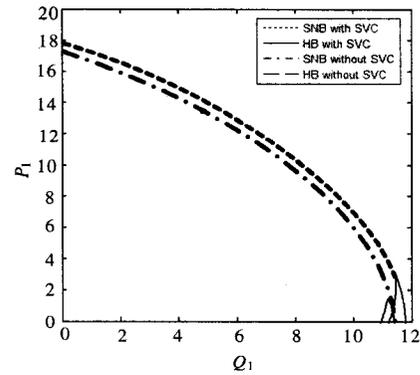


图 8 含 SVC 分岔参数为  $P_1$  与  $Q_1$  时双参数分岔边界图

Fig.8 The boundary plot with SVC for  $P_1$  and  $Q_1$  as bifurcation parameters

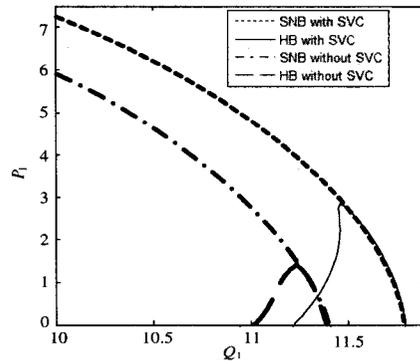


图 9 含 SVC 分岔参数为  $P_1$  与  $Q_1$  时双参数分岔局部放大图

Fig.9 The local enlarged plot with SVC for  $P_1$  and  $Q_1$  as bifurcation parameters

以  $P_1$  和  $Q_1$  为参数, 进行双参数分岔分析。双参数分岔边界如图 8 所示。实线为含 SVC 的 Hopf 分岔边界, 点线为含 SVC 的鞍结点分岔边界, 点划线为不含 SVC 的鞍结点分岔边界, 虚线为不含 SVC 的 Hopf 分岔边界。从图中可以看到, 参数为  $Q_1$  和  $P_1$  的双参数分岔边界图与不含 SVC 系统的非常相似, 不同的是分岔区域发生了变化, 区域向右移动和纵向拉长了, 这说明和不含 SVC 相比, 含 SVC 系统的稳定区域变大了, 系统无功功率的传输极限增加。图 9 为图 8 的局部放大图。

以  $K_{SVC}$  和  $Q_1$  为参数, 进行双参数分岔分析。双参数分岔边界如图 10 所示。从图中可以看到, 随着  $K_{SVC}$  的增加, 相应分岔边界的数值在增大, 说明  $K_{SVC}$  的增大有利于提高系统的稳定性。而且  $K_{SVC}$  的增长和 Hopf 分岔点的数值近似成正比关系。图 11 则是当选择时间常数  $T_{SVC}$  和  $Q_1$  为分岔参数, 进行双参数

分岔分析,可以看出,随着  $T_{svc}$  的降低,相应分岔边界的数值在增大,说明  $T_{svc}$  的减小有利于提高系统的稳定性。

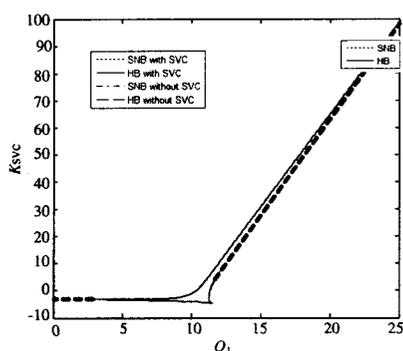


图 10 含 SVC 分岔参数为  $K_{svc}$  与  $Q_1$  时双参数分岔边界图  
Fig.10 The boundary plot with SVC for  $K_{svc}$  and  $Q_1$  as bifurcation parameters

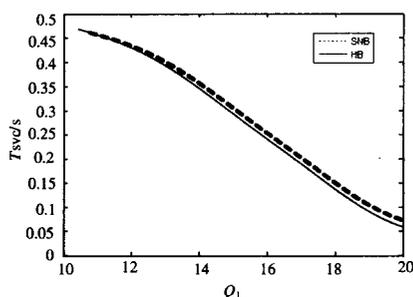


图 11 含 SVC 分岔参数为  $T_{svc}$  与  $Q_1$  时双参数分岔边界图  
Fig.11 The boundary plot with SVC for  $T_{svc}$  and  $Q_1$  as bifurcation parameters

#### 4 结论

本文使用非线性分岔理论,研究了一个典型电力系统在不含 SVC 和含 SVC 两种情况下的分岔曲线。不含 SVC 时,系统经历了 1 个亚临界 Hopf 分岔,1 个超临界 Hopf 分岔和 1 个鞍结点分岔,追踪 Hopf 分岔点的周期解会得到更复杂的分岔现象。含 SVC 时,系统经历 2 个亚临界 Hopf 分岔和 1 个鞍结点分岔。

从上面分岔点的数值可以看到,通过添加静止无功补偿器,可以延迟系统的 Hopf 分岔点和鞍结点分岔点,增加负荷极限,从而提高了系统电压稳定性。而且由于增加了 SVC,系统的分岔点的个数和分岔类型都发生了变化,因此 SVC 可以进行有效的分岔控制。

从不含 SVC 和含 SVC 的双参数分岔边界图可以看到有功负荷和无功负荷对电压稳定性的影响。结果表明,在有功负荷水平低时,系统在没有到达鞍

结点分岔之间会遇到 2 个 Hopf 分岔,因此系统会出现振荡失稳。随着有功功率的增加, Hopf 分岔点的个数由 2 变为 1,直到为 0。所以传统的用 SNB 分岔来判断电压是否失稳是不准确的。

控制系统中能改变系统的分岔情况,因此分岔控制可以达到控制电压崩溃的目的,随着  $K_{svc}$  的增加,相应分岔边界的数值在增大,说明  $K_{svc}$  的增大有利于提高系统的稳定性。因此,从本文的分析中可以看到,在使用 SVC 控制器提高系统电压稳定性时,要详细考虑参数对系统中各种分岔的影响,综合优化控制器的设计和安装。

#### 参考文献

- [1] Zhu W, Mohler R R. Hopf Bifurcation Analysis for an Electric Power System Experiencing Subsynchronous Resonance[A]. In: Proceedings of the 33rd IEEE Conference on Decision and Control[C]. 1994. 613-614.
- [2] Pal M A, Sauer P W, Lesieutre B C. Static and Dynamic Nonlinear Loads and Structural Stability in Power Systems[J]. IEEE Trans, 1995, 83(11): 1562-1572.
- [3] Rajesh K G, Padiyar K R. Bifurcation Analysis of a Three Node Power System with Detailed Models[J]. Electrical Power and Energy Systems, 1999,21(5):375-393.
- [4] JING Zhu-jun, XU Da-shun, Chang Yu, et al. Bifurcations, Chaos, and System Collapse in a Three Node Power System[J]. Int J of Electrical Power and Energy Systems, 2003, 25(6): 443-461.
- [5] Kasusky R G, Fuerte-Esquivel C R, Torres-Lucio D. Assessment of the SVC's Effect on Nonlinear Instabilities and Voltage Collapse in Electric Power Systems[J]. 0-7803-7989-6/03\$17.00, IEEE 2003.
- [6] Srivastava K N, Srivastava S C. Elimination of Dynamic Bifurcation and Chaos in Power Systems Using Facts Devices[J]. IEEE Trans on Circuits and Systems-I: Fundamental Theory and Applications, 1998, 45(1): 72-78.
- [7] Marsadek M, Mukerjee R N. Bifurcation Analysis Based Performance Evaluation of Power System Incorporating FACTS Controller[J]. 0-7803-7208-0/03/\$17.00, IEEE 2003.
- [8] GU Wei, Milano F, JIANG Ping. Hopf Bifurcation Induced by SVC Controllers: a Didactic Example[J]. Electric Power System Research, 77(2007): 234-240.
- [9] Dobson L, Chiang Hsino-dong, James S, et al. A Model of Voltage Collapse in Electric Power Systems[A]. In: IEEE Proceedings of 27th Conference on Control and Decision[C]. 1988.2104-2109.
- [10] Doedel E J. AUTO 2000: Continuation and Bifurcation Software for Ordinary Differential Equations. Pasadena, CA: California Insitute of Technology[D]. 2002.

模拟从有流、有压到无流、无压，各自投应正确动作：用模拟断路器模拟的#2主变中、低压侧开关DL4、DL6应可靠跳闸，#1主变三侧开关应相继合闸。

2) 备投逻辑和#1主变跳闸回路的完好性试验条件：

- a. #1主变三侧开关在合闸位置，三侧刀闸在拉开位置；
- b. #1母线固定有压（对应空开合上）；
- c. #5、#7、#8母线用试验仪同时加电压（对应空开断开，#4母对应的空开断开）；
- d. DL1、DL3的电流用试验仪外加；
- e. DL2、DL4、DL6的合闸回路和位置触点用模拟断路器模拟（模拟DL2、DL4、DL6的分闸状态，注意原来合DL2、DL4、DL6实际开关的合闸回路改接到模拟断路器上）；

模拟从有流、有压到无流、无压，各自投应正确动作：#1主变的中、低压侧开关应可靠跳闸，用模拟断路器模拟的#2主变三侧开关DL2、DL4、DL6应相继合闸。

### 6 各自投的运行维护

1) 新安装的各自投装置投运前应带实际变压器分别进行整组传动试验，以检查动作逻辑和二次回路的正确性；定期检验时，应随两台主变保护定检同步进行。

2) 正常时一台变压器运行，另一台变压器热备用，热备用变压器的中心点地刀应在合上位置。

3) 当PT失压（断线）、CT断线（或低负荷运行）、开关量异常以及各自投装置故障时，应可靠退出运行。

4) 手分（遥分）主变开关前、两台主变并联运行前、主变热备用转冷备用前均应先停用各自投。

5) 各自投装置动作后应及时停用，只有当变压

器重新具备热备用条件，并得到调度同意后方可用复位键对各自投装置进行复位，重新投入各自投。

6) 各自投投运期间，应关注变压器的负荷，如果各自投动作后会引起变压器过载，则应退出运行或者启用自动切负荷功能。

7) 变电站运行人员应定期巡视各自投装置，特别是各自投的充电标志和开关量的状态信息，当发现有异常时应汇报调度，申请退出运行。

### 7 结束语

经过上述几种方案的分析研究和在荆州地区220 kV变电站的实际使用及推广，提高了变电站的供电可靠性和安全性，较好地解决了变压器及相关一次设备的运行效率，提高了变电站的运行水平。

### 参考文献

[1] 许继集团.WBT-851微机各自投装置技术及使用说明书[Z]. XJ Group Corporation.Technique and Application on WBT-851 Automatic Bus[Z].

[2] 何雄，宋会平.各自投在荆州城网的运用[J].湖北电力,2005,(2):10-12. HE Xiong, SONG Hui-ping.Application on Automatic Bus in the Jingzhou's City Power Net[J].Hubei Electric Power, 2005,(2):10-12.

收稿日期：2008-05-20； 修回日期：2008-06-06

作者简介：

陈生银（1972-），男，工程师，从事电力工程变电技术管理工作；

宋会平（1965-），男，高级工程师，从事继电保护工作； E-mail: shpsc@sohu.com

王燕（1976-），女，助理工程师，从事电力系统通讯及继电保护工作。

（上接第11页 continued from page 11）

[11] Srivastava K N, Srivastava S C, Kalra P K. Chaotic Oscillations in Power System Under Disburbances[A]. In: IEE 2<sup>nd</sup> International Conference on Advances in Power Control, Operation and Management[C]. Hong Kong:1993.705-711.

杨秀（1972-），男，博士，副教授，主要研究方向为HVDC、FACTS运行与控制；E-mail:yangxiu72@263.net

金红核（1966-），男，副总工程师，主要从事变电运行与管理工作；

郭晨吉（1984-），男，硕士，主要研究高压直流输电动态特性。

收稿日期：2008-02-19； 修回日期：2008-04-08

作者简介：