一种FFT法和MUSIC法结合的间谐波频率估计

刘学军[1]，刘 畅[2]，王景芝[3]，邢吉生[1]

（1. 北华大学电气信息工程学院，吉林 吉林 132012； 2. 吉林市公安局，吉林 吉林 132012；
3. 吉林工业职业技术学院，吉林 吉林 132012）

摘要： 在电力系统中，间谐波检测是抑制间谐波的重要环节，准确有效地确定信号中的间谐波分量，对于改善电能质量有重要意义。FFT能够实现整数次谐波检测，对于非整数次谐波的检测存在着频率泄漏和栅栏效应，而MUSIC法需要在整个频域内进行谱峰搜索，影响其实用性。将FFT和MUSIC算法相结合，利用FFT缩小搜索域，再利用MUSIC进行频率细化，即克服了FFT的频率泄漏和栅栏现象，同时缩短谱峰搜索时间，可以更有效地估计出间谐波的频率，仿真试验说明了此方法的有效性及频率估计的精确度。

关键词： MUSIC； FFT； 间谐波

Inter-harmonic parameter estimation based on FFT and MUSIC

LIU Xue-jue[1], LIU Chang[2], WANG Jing-zhi[3]， XING Ji-sheng[1]

(1.Electric Information Engineering College， Beihua University ,Jilin 132021， China; 2.Police Station of Jilin City, Jilin 132021， China; 3.Jilin Vocational College of Industry and Technology, Jilin 132012,China)

Abstract: Along with the development of electric power system, harmonic and inter-harmonic detection plays an important role in power quality research due to the harmful impact of harmonics on power system and electric apparatus. When we use FFT to analyze harmonics and inter-harmonics, the inter-harmonics component will result in a phenomenon of frequency spectrum leakage and make the amplitude-frequency image distorted. MUSIC requires searching in the whole frequency range, which limits its real-time applications. In this paper, a proposal is given that it uses FFT algorithm to pre-estimate the component frequencies of a signal, then uses MUSIC algorithm to complete the frequency search. Simulation results show the proposed method has the capability of detecting inter-harmonics with a high precision.

Key words: MUSIC; FFT ; inter-harmonics

中图分类号： TM714 文献标识码： A 文章编号： 1674-3415(2009)05-0037-04

0 引言

近年来，随着电力电子技术的广泛应用，电力系统谐波污染日益严重，成为影响电能质量的公害，谐波及间谐波问题已经引起广泛关注[1]。谐波一般指频率为工频（基波频率）整数倍的成分。电力系统分数谐波可分为间谐波（inter－harmonics）和次谐波（sub－harmonics）。间谐波是介于工频谐波之间的频谱分量，次谐波是间谐波的一种特殊形态，是频率低于基波频率的频谱分量。对谐波进行准确的检测和分析是实现谐波治理的前提条件。

谐波信号成分的频率估计一直是一个重要的研究内容。频率估计技术从经典的傅立叶分析开始，先后经历了熵谱法、AR、MA、ARMA等线性模型法以及基于子空间分解的频率估计。在这些方法中，FFT的频谱分析表现出不可替代的优越性[2~4]，但由于电网基波频率总是不断波动的，被测信号中除了含有基波和整数次谐波之外还含有非整数次的谐波，因此难以做到同步采样。而且，由于采样时间的限制，运用傅立叶变换仅可以测量到部分整数次谐波分量，而且有些分整数次谐波本身还会给幅频特性和相频特性带来失真现象，这是傅立叶变换用于间谐波测量方面的局限性。但是以谐波信号模型为基础的MUSIC方法从理论上说可以达到无限的精度，但它需要在整个频段进行谱峰搜索，耗时较长，实时性差。本文结合FFT、MUSIC算法的特点，利用FFT算法对电力系统中的间谐波信号的频率进行预

基金项目：吉林省杰出青年科研计划项目（20070129）

估计，缩小搜索范围，再利用 MUSIC 反复进行频率细化，实现了对间谐波频率的准确估计。

1 MUSIC算法

MUSIC算法是基于特征结构分析的空间谱估计方法，是空间谱估计技术的典型代表，其原理是根据矩阵特征分解的理论，把信息空间分成两个正交的子空间，即信号子空间和噪声子空间。由噪声子空间的矢量正交于信号子空间的矢量的性质，可以估计信号中所包含的频率成分[5~7]。

设时间序列 $y(n)$ 为带有附加混合色噪声的复正弦信号，即：

$$y(n)=\sum_{i=1}^{q} a_i \exp\left[j\omega_i n+\varphi\right]+\xi(n) \tag{1}$$

式中：α_i 为复数谐波信号幅值；ω_i 为待估计信号频率；φ 为随机初始相位，且在 $(-\pi,\pi)$ 区间内均匀分布；ξ 分别为谱密度未知的零均值色噪声，方差为 σ^2。

对于 $(M+1)$ 维观测信号矢量 $y(n)$，若令：

$y(n)=[y(0),y(1),\cdots,y(M)]^{\mathrm{T}}$

$e_j=[1,e^{i\omega j},e^{i2\omega j},L,e^{iM\omega j}]^{\mathrm{T}} \quad j=1,2,\cdots,p$

有 $(M+1)\times(M+1)$ 维相关矩阵：

$$\boldsymbol{R}_y(\tau)=\sum_{j=1}^{p} a_j^2 e_j e_j^H+\sigma^2 I \tag{2}$$

对矩阵 $\boldsymbol{R}_y(\tau)$ 进行奇异值分解得

$$\boldsymbol{R}_y(\tau)=\boldsymbol{V}\sum\boldsymbol{U}^{\mathrm{H}}$$

式中：$\boldsymbol{V}$，$\boldsymbol{U}$ 分别为 $\boldsymbol{R}_y(\tau)$ 的左右奇异向量构成的酉阵；$\sum$ 为除 (i,i) 位置 $(i=1,2,\cdots,M)$ 是 $\boldsymbol{R}_y(\tau)$ 的奇异值外，其余元素皆为零的矩阵。

令：$R=E(\boldsymbol{R}_y\boldsymbol{R}_y^{\mathrm{H}})=H\sum{}^2V^{\mathrm{H}}$

由此可见，矩阵 $\boldsymbol{R}_y(\tau)$ 的奇异向量 V，即为 R 的特征向量，令 $V=[V_s,V_N]$，从而可由矩阵 $\boldsymbol{R}_y(\tau)$ 的奇异值分解获取信号子空间 V_s 和噪声子空间 V_N，由MUSIC原理构造空间谱为：

$$P_{\mathrm{music}}=\frac{1}{a(\omega_i)^{\mathrm{T}}V_nV_n^{\mathrm{T}}a(\omega_i)} \tag{3}$$

从而，根据MUSIC伪谱的谱峰位置就能获取信号各组成分的精确频率，其归一化频率为

$$f_i=\frac{\omega_i}{2\pi} \tag{4}$$

2 FFT与MUSIC算法结合的频率估计

FFT算法是在一个信号周期内进行频谱分析的，其表达式为：

$$X(k)=\sum_{n=0}^{N-1}x(n)\exp(-\mathrm{j}\frac{2\pi}{N}k),k=0,1,\cdots,N-1 \tag{5}$$

式中：$x(n)$、$X(k)$ 分别代表信号的采样序列及其相应的谐波系数；其中，$\xi(n)=\exp(-\mathrm{j}\frac{2\pi}{N})$。在实际工作中常常遇到的是非周期序列，它们可能是有限长，也可能是无限长。为了应用式（5）作傅立叶变换，常用矩形窗将其截成N点，然后把这N点序列视为一周期信号的一个周期序列。这样，原始信号 $\tilde{x}(n)$ 就相当于由 $x(n)$ 作周期延拓而成，$x(n)$ 是 $\tilde{x}(n)$ 的主值序列；$X(k)$ 将是 $x(n)$ 的傅立叶变换或者是其傅立叶变换的某种程度上的近似。

在MUSIC算法中，数据的行向量信号的N次采样，根据采样定理，在满足 $f_s\geq 2f_{\max}$ 的情况下，可以获取该信号的全部频谱。但是，由于利用式（1）给出的随机过程无法准确获取信号的周期，对N次采样直接进行FFT变换只能获取信号频谱的近似值。证明如下：

设在进行MUSIC分析时，某一信号的采样数据长度为 N_0，数据序列为 $x(n)$。如果在一个信号周期内的采样数据为 N_0，必有 $N=(r+m)N_0$，其中，m 是非负整数，$0\leq r<1$。根据信号的周期性有：$x(n)=x(n+N_0)$ 则使用长度为N的数据做FFT，频谱为：

$$\begin{aligned}&X((r+m)k)=\\&\sum_{n=0}^{N-1}x(n)\exp(-\mathrm{j}\frac{2\pi}{(r+m)N_0}(r+m)k)=\\&mX(k)+\sum_{n=0}^{rN_0-1}x(n)\exp(-\mathrm{j}\frac{2\pi}{N_0}k)\end{aligned} \tag{6}$$

式中第二部分可以看成是被窗截断后补零形成的 N_0 点数据的DFT，存在一定的泄漏；$mX(k)$ 是信号的精确频谱。因此，式中包含了周期信号的频谱及由泄漏引起的伪谱[8]。

另一方面，式(1)中，第k条谱线对应的频率(这里用归一化频率表示)为

$$f_k=k/N_0 \tag{7}$$

式（6）的第 $(r+m)k$ 条谱线的频率由下式给出

$$f_{(r+m)k}=\frac{(r+m)k}{(r+m)N_0}=\frac{k}{N_0} \tag{8}$$

由以上可知，对任意信号长度数据序列，都可以通过直接FFT变换获取其相应频率的近似值。

MUSIC算法是在整个频域内搜索获取信号精确频谱的，利用式(6)和(8)，可以获取信号频率的粗粒度估计(信号频谱的获取利用了FFT算法对噪声的不敏感性)，真实频率就在很小的领域内；可见，如

果只在这个很狭小的区域内搜索，无疑会大大缩短搜索过程。虽然通过式(6)获取的频谱中包含了伪谱，这些伪谱在一定程度上扩大了搜索域，但并不影响整个算法性能的大幅度提高。

3　仿真分析

电网电压、电流信号中谐波、间谐波分量的幅值一般为基波分量幅值的百分之几或更小。对其进行非同步采样时，基波分量的频谱泄漏将严重影响邻近的间谐波以及 2 次、3 次等谐波分量的频谱，导致谐波测量产生很大的误差。若相邻谐波、间谐波的幅值相差太大，幅值大的频率分量有可能淹没幅值小的频率分量信号[9,10]。

本文采用的仿真信号来自于文献[11]，有某电力系统谐波为：

$$x(t)=0.3\cos\left(2\pi f_1 t+70^\circ\right)+0.7\cos\left(2\pi f_2 t+80^\circ\right)+1.0\cos\left(2\pi f_3 t\right)+$$
$$0.5\cos\left(2\pi f_4 t+90^\circ\right)+0.4\cos\left(2\pi f_5 t+40^\circ\right)+0.2\cos\left(2\pi f_6 t+20^\circ\right)+w(t)$$

式中：f_1，f_2，f_3，f_4，f_5，f_6 频率依次是25 Hz、35.85 Hz、50 Hz、86.6 Hz、100 Hz、150 Hz，其中50 Hz是系统基频分量；100 Hz、150 Hz是2、3次高频谐波分量；86.6 Hz为非线性元件产生的间谐波分量；25 Hz、35.85 Hz为次谐波分量；$w(t)$ 是一噪声信号。采样频率取480 Hz，采用本文的方法进行仿真，结果如下：

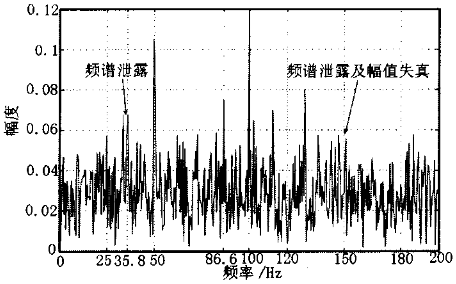

图 1　带噪声的 FFT 谐波检测频谱
Fig.1 Spectrum tapered with FFT

由仿真波形可以看出，图 1 是加噪声后 FFT 对间谐波的频率进行估计，可以看出在运用 FFT 分析谐波和间谐波时，间谐波的存在会造成“频谱泄漏”的现象，使得幅频特性图像失真，需要对其中谐波和间谐波的含量做出判断，这由图 2 的局部放大图可以看出，由于 FFT 的“泄漏效应”峰值点并不是真实的峰值，但却是最接近真实峰值的一个点，真实峰值应该在两个相邻点之间（35.85 Hz 有明显频谱泄漏）。而且间谐波源时时发生变化，采样时间也不能过长。图 3 采用 MUSIC 算法，虽然在所估计的频率处有明显的谱峰，但由于其伪谱的存在，使其谱峰大于实际的峰值，要判断其频率要去处伪峰，

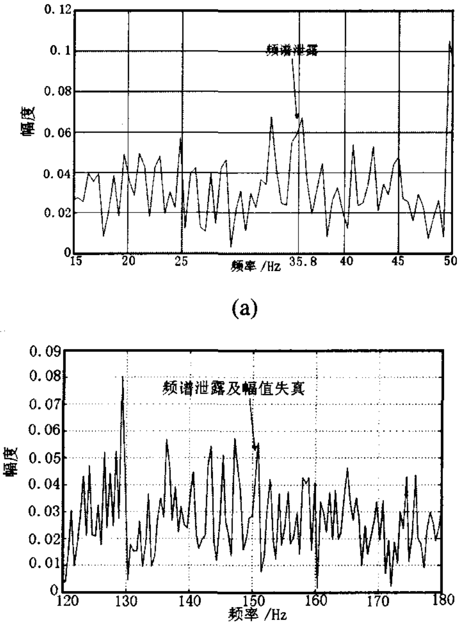

图 2　图 1 局部放大频谱图
Fig.2 Enlarged local of Fig.1

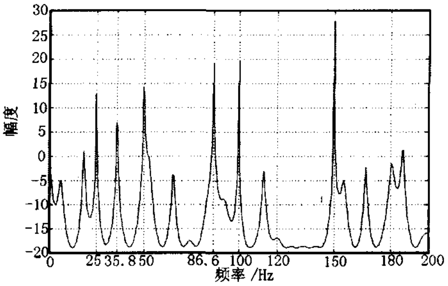

图 3　带噪声的 MUSIC 谐波检测频谱
Fig.3 Spectrum tapered with MUSIC

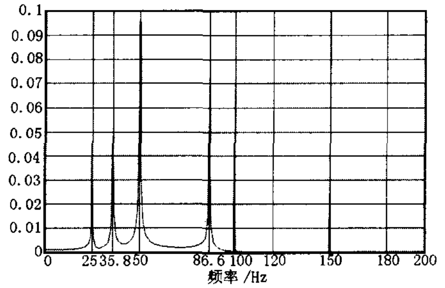

图 4 FFT-MUSIC 的谐波检测频谱
Fig.4 Spectrum tapered with FFT-MUSIC

运算量大；另外，MUSIC 算法要在整个频域内搜索，所需时间较长。图 4 是两种方法的结合，先用 FFT 缩小搜索频域，对所估计频率确定一个很小的范围，再运用 MUSIC 法在其小频域内进行频率估计，这样不但提高了频率估计的准确性，还提高了其搜索运

行的速度。并且 MUSIC 法的频谱中的伪谱，在一定程度上扩大了搜索域，并不影响整个算法的提高，由于 MUSIC 算法中伪谱的存在，虽幅值归一化后仍有误差，但其对间谐波频率估计的准确性，仍有一定的适用范围。如何提高其幅值的检测精度有待进一步的研究。

4 结论

虽然 MUSIC 方法是现代谱估计的代表，对信号的估计精度、分辨率很高，而且谱估计的稳定性好，但它要在整个频域内搜索，耗时较长，并且由于伪谱的存在，影响了其在实际中的应用；FFT 又存在频谱泄漏和栅栏效应，影响其精度。本文将两种算法有机的结合在一起，利用 FFT 对谐波频率进行预估计，减少搜索区间，再利用 MUSIC 算法的分辨率高的特性进行频率的精确估计。仿真结果证明了此方法对电力系统中间谐波检测的有效性，结果具有一定的准确度，实际应用有待于实践的检验和完善。

参考文献

[1] 林海雪. 电力系统中的间谐波问题[J]. 供用电，2001，18(3)：6-9.
LIN Hai-xue . Inter-harmonics in Power System [J]. Distribution and Utilization，2001，18(3)：6-9.

[2] 祁才君，王小海. 基于插值FFT 算法的间谐波参数估计[J]. 电工技术学报，2003，18(1)：92-95.
QI Cai-jun，WANG Xiao-hai. Inter-harmonics Estimation Based on Interpolation FFT Algorithm [J]. Transactions of China Electro-technical Society，2003，21(12)：83-87.

[3] 薛蕙，杨仁刚. 基于FFT 的高精度谐波检测[J]. 中国电机工程学报，2002，22(12)：106-110.
XUE Hui，YANG Ren-gang. Precise Algorithms for Harmonic Analysis Based on FFT Algorithm [J]. Proceedings of the CSEE，2002，22(12)：106-110.

[4] 柴旭峥，文习山，关根志，等. 一种高精度的电力系统谐波分析方法[J]. 中国电机工程学报，2003，23(9) ：67-70.
CHAI Xu-zheng，WEN Xi-shan，GUAN Gen-zhi，et al. An Algorithm with High Accuracy for Analysis of Power System Harmonics[J]. Proceedings of the CSEE，2003，23(9)：67-70.

[5] 王树勋. 高阶统计量在系统理论中的应用[J]. 自动化学报，1994, (6):20-26.
WANG Shu-xun. Application of High-order Statistics in System Theory[J]. Acta Automatica Sinica, 1994, (6):20-26.

[6] 石要武，戴逸松，宫文斌. 色噪声背景下正弦参量估计的互谱矩和SVD方法[J]. 电子科学学刊，1995, (1):15-20.
SHI Yao-wu, DAI Yi-song, GONG Wen-bin. Cross-spectral Moment and SVD Methods Estimating the Parametrs of Clos Sinusodids in Colored Noise[J]. Journal of Electronics and Information Technology, 1995, (1):15-20.

[7] 石要武，戴逸松，宫文斌. 有色噪声背景下正弦信号频率估计的互谱Pisarenko和MUSIC[J]. 电子科学学刊，1996, (10):12-18.
SHI Yao-wu ,DAI Yi-song, GONG Wen-bin. Estimation of Sinusoidal Frequencies in Colored Noise by Cross-Spectral Pisarenko and MUSIC Methods[J]. Acta Electronica Sinica, 1996,(10):12-18.

[8] 石要武，马彦，王利民. 混合色噪声下:可消除谱估计伪峰的多正弦信号频率估计互谱奇异值分解方法[J]. 通信学报， 2001，22（9）：28-33.
SHI Yao-wu, MA Yan, WANG Li-min. Frequency Estimation of Multi-sinusoid Signal Based on Cross-spectral Approach with Cleared False Peaks[J]. Journal of China Institute of Communications, 2001，22（9）：28-33.

[9] 祁才君，陈隆道，王小海. 应用插值 FFT 算法精确估计电网谐波参数[J]. 浙江大学学报（工学版），2003，(1)：112-116.
QI Cai-jun, CHEN Long-dao, WANG Xiao-hai. High-accuracy Estimation of Electrical Harmonic Parameters by using the Interpolated FFT Algorithm[J]. Journal of Zhejiang University(Engineering Science), 2003，（1）：112-116.

[10] 薛蕙，杨仁刚. 基于连续小波变换的非整数次谐波测量方法[J]. 电力系统自动化，2003，27(5)：49-53.
XUE Hui，YANG Ren-gang. A Novel Method for Non-integer Harmonics Measurement using Continuous Wavelet Transform[J]. Automation of Electric Power Systems，2003，27(5)：49-53.

[11] Nguyen T T. Parametric Harmonic Analysis of Power Systems[J]. IEE Proc on Generation Transmission and Distribution,2000，144（1）：21-25.

收稿日期：2008-04-23；　　修回日期：2008-06-18

作者简介：

刘学军（1950-），男，教授，研究方向电力系统自动化和电能质量控制；

刘　畅（1980-），女，硕士研究生，从事软件工程研究工作。