

# 基于01整数规划的多目标最优PMU配置算法

蒋正威<sup>1,2</sup>, 曹一家<sup>1</sup>, 孙维真<sup>2</sup>

(1. 浙江大学电气工程学院, 浙江 杭州 310027; 2. 浙江电力调度通信中心, 浙江 杭州 310007)

**摘要:** 针对目前缺乏多目标PMU配置方法, 提出了一种基于线性01规划的多目标优化配置算法。并在此基础上导出了三种特殊模型, 分别处理系统在正常运行方式下完全可观测的PMU布点问题, 在线路 $N-1$ 故障时系统仍可观测的PMU布点问题及在PMU $N-1$ 故障时系统仍可观测的PMU布点问题。该方法的突出特点在于能够同时将以上三种布点需求使用统一的形式同时处理, 并且最终的布点方案在保证PMU数目最少或保证配置PMU所需费用最少的基础上获得了最高的测量冗余度。通过IEEE30、IEEE57、IEEE118节点系统布点验证了该方法的有效性和灵活性。

**关键词:** 电力系统; 相量测量装置(PMU); 01规划;  $N-1$ 准则

## Multi-object PMU optimization placement algorithm based on 01 integer program

JIANG Zheng-wei<sup>1,2</sup>, CAO Yi-jia<sup>1</sup>, SUN Wei-zhen<sup>1</sup>

(1. College of Electrical Engineering, Zhejiang University, Hangzhou 310027, China;

2. Zhejiang Electric Power Dispatching & Communication Center, Hangzhou 310007, China)

**Abstract:** Considering the need of multi-object PMU placement, this paper proposes a new multi-object PMU placement optimization algorithm based on 01 integer program. Also three special models are derived to achieve the full observability of power grid when under normal condition, any line tripped or any PMU malfunctioned. The advantage of this new algorithm is that it can handle all the three objects at the same time and also achieve high measurement redundancy with minimal PMUs or minimal costs. The numerical simulation on IEEE 30-bus system, IEEE 57-bus system, IEEE 57-bus system and the effectiveness and flexibility of the proposed algorithms are verified.

**Key words:** power system; PMU; 01 integer problem;  $N-1$  criteria

中图分类号: TM744 文献标识码: A 文章编号: 1674-3415(2008)21-0012-06

## 0 引言

目前, 我国电网已进入西电东送、南北互供和全国联网的新阶段<sup>[1]</sup>, 电力市场化工作也在积极推进。这一方面促进了电力资源在更大范围内的优化配置, 但另一方面也使得电网结构和电网运行的复杂程度不断增加, 互联电网稳定水平有下降的可能, 某些意外事故可能引发电网中各种自动装置的“连锁”动作, 从而导致系统中多个运行元件发生连锁反应而发展成大面积停电。2003年8月14日发生的美加大停电<sup>[2]</sup>就是很好的例证。其中的一个重要原因是由于EMS系统只能提供稳态的、不同步的电网时间断面数据, 调度中心不能根据这些数据及时掌握系统的动态信息进而采取果断措施。

为了对系统的动态行为进行监控和及时调整

运行方式, 就必须要求观察到母线的电压相量。基于标准时钟信号的相量测量装置PMU(Phasor Measurement Unit)<sup>[3,4]</sup>可满足这一需求。显然, 在所有的厂站配置PMU会大大改善电力系统的监控水平。但是, 要对每个厂站都配置PMU需付出很大代价, 这就要求采取分期配置的方法, 即首先得出正常方式下系统可观的PMU布点方案, 目前大部分研究也集中于此<sup>[5]</sup>, 其求解方法有启发式搜索法、模拟退火法<sup>[6]</sup>。启发式方法和模拟退火法求解缓慢, 并且不能保证得出最优解。文献[7]提出了基于逻辑“与”和“或”的混合整数规划法, 它在处理约束条件时采用了逻辑化简的方法, 并进行了适当近似处理, 最终得到的模型是非线性的, 其求解十分困难。

满足正常运行方式下系统可观的PMU布点方

案仅仅是一项基本要求。在有条件的情况下,还要求方案有足够的冗余性。即需考虑系统运行方式改变时仍可观测的方案。另外,PMU 作为一个自动化设备,也并不是十分可靠,在条件允许的情况下还要求单个 PMU 失效时系统仍能可观。

对于一个实际厂站(如变电站、发电厂、开关站)而言,由于功率损耗不可避免,因此严格地讲,其不可能是零注入节点。此外,随着分层分区原则的普遍实施以及接线方式的规范,在高压电网中 T 接线已基本退出历史舞台,而因此研究不考虑零注入节点时的 PMU 布点方案具有现实的意义。

## 1 电力系统可观性定义

PMU 在电网中的分布是否达到最优,其判断原则主要是系统的可观性及其冗余程度。电力系统的可观性通常可从“代数可观”与“拓扑可观”两种角度<sup>[8]</sup>考察。

### 1.1 系统可观定义

#### 1.1.1 代数可观

一个有  $n$  个节点、 $m$  个测量量的电力系统可用方程  $\mathbf{z} = \mathbf{H}\mathbf{x} + \mathbf{v}$  描述,其中  $\mathbf{z}$  为  $m$  维测量向量; $\mathbf{H}$  为  $m \times (2n-1)$  维测量量雅可比矩阵; $\mathbf{x}$  为  $2n-1$  维电压状态向量; $\mathbf{v}$  为  $m$  维测量噪声。若  $\mathbf{H}$  为满秩的,则这个系统是代数可观的。

#### 1.1.2 拓扑可观

从图论的角度可以将电力系统看作是由  $n$  个顶点、 $m$  条边构成的图  $G=(V, E)$ ,其中  $V$  表示图的顶点集合,  $E$  表示图的边集合,它们分别对应于系统的母线与支路集合。测量网络构成了一个测量子图  $G'=(E', V')$ ,并有  $V' \subseteq V$ ,  $E' \subseteq E$ 。若满足  $V \subseteq V'$ ,即子图  $G'$  包含图  $G$  的所有顶点,则系统是拓扑可观的。

#### 1.1.3 单个节点可观性

电力系统中通常以节点电压相量(幅值、相角)作为状态量。因此,若某节点的电压相量可以被直接测量或可以通过系统中其它电压相量、电流相量计算得到,就称该节点是可观的<sup>[5,9]</sup>。

根据上述定义可得如下规则:

规则 1. 若节点  $i$  配置了 PMU,则该节点的电压相量可被直接测量,于是节点  $i$  可观。

规则 2. 若节点  $i$  配置了 PMU,则该节点的电压相量和与该节点相连的所有支路的电流相量也可被直接测量。根据欧姆定律,可计算出节点  $i$  的邻接节点的电压相量,于是节点  $i$  的邻接节点也可观。

规则 3. 若节点  $i$  为零注入节点,其邻接节点个

数为  $k$ ,则根据欧姆定律和基尔霍夫定律,这  $k+1$  个节点只要有  $k$  个可观,就可计算出剩下的那个节点的电压相量,于是这  $k+1$  个节点均可观。

规则 4. 若节点  $i$  和  $j$  支路潮流已知,则这两个节点之一可观,另一节点也可观。

本文中仅考虑采用 PMU 直接量测和间接量测情况,故仅需考虑规则 1、2。

#### 1.1.4 系统可观等价表述

根据上述讨论,可以认为对一个有  $n$  个节点的系统,若  $n$  节点均可观,就称该系统是可观的;否则系统是不可观的。

### 1.2 测量冗余度

在可观性分析中,不仅要求系统可观,还要求有一定的冗余度。只有具备足够冗余度的 PMU 布点方案才能通过状态估计提高实时信息的可靠性与完整性。

将系统中独立测量量的数目和状态量数目之比称为冗余度。对一个有  $n$  个节点的系统,其状态量为  $n$  维电压相量,其独立测量量为配置了 PMU 的节点的电压相量以及与之关联的电流相量。因此,对于无零注入节点的系统而言,其冗余度为

$$R = \frac{\sum_{i \in P} (d_i + 1)}{n} \quad (1)$$

其中:  $P$  为配置了 PMU 的节点集合,  $d_i$  为与配置了 PMU 的节点  $i$  相关联的支路数。

## 2 布点模型

### 2.1 目标函数

PMU 布点问题是一个典型的多目标规划问题,求解困难。它指在满足一定约束(如系统可观性)的条件下决定配置 PMU 的最小数目和最合适的位置,并且在此基础上使得系统测量冗余度  $R$  尽可能大。

对于  $n$  个节点构成的电网络,可用  $n$  维向量  $\mathbf{x}=[x_1, x_2, \dots, x_n]$  表示 PMU 的配置情况,其中

$$x_i = \begin{cases} 1 & \text{节点 } i \text{ 配置了 PMU} \\ 0 & \text{否则} \end{cases} \quad (2)$$

为使配置 PMU 的节点数最少,只需极小化目

$$\text{标函数 } J(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^n x_i。$$

在此基础上要使系统测量冗余度尽可能大就必须要求在同等条件下出线数多的节点尽可能被优先选中。注意到若以  $d_i$  表示与节点  $i$  相关联的支路

数,有  $\frac{1}{d_i} \leq 1$ ,  $\sum_{i=1}^n \frac{1}{nd_i} \leq 1$ 。只需取目标函数

$$J(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^n \omega_i x_i \quad (3)$$

其中:

$$\omega_i = 1 + \frac{1}{n \cdot d_i} \quad (4)$$

这样就能保证在同样数目的 PMU 前提下使得测量冗余度最大。

若还要考虑总的布点费用最少, 假定节点  $i$  配置 PMU 所需的费用为  $c_i$ 。此时取

$$\omega_i = c_i + \frac{k}{n \cdot d_i} \quad (5)$$

其中常数  $k$  只要满足

$$k \leq \frac{\min\{c_i\}}{\sum_i \frac{1}{n \cdot d_i}} \quad (6)$$

由于  $n, d_i, c_i$  均为常数, 故  $\omega_i$  也为常数。因此目标函数式为线性约束。

## 2.2 约束条件

在高压电网中, 有一些节点已经配置了 PMU 的, 另外一些节点, 根据其重要程度, 有的必须配置 PMU 对其直接监视, 而有的综合各种因素 (如通信条件、厂站情况、工程施工等) 是没有条件配置 PMU 的。另一方面单纯拓扑规则可能会在从系统安全和控制角度看是没有必要的配置 PMU 的节点上配置 PMU; 而另外一些没有配置 PMU 的节点却可能对电网安全起关键作用<sup>[10]</sup>。因此, 必须对配置方案进行必要的限制。以集合  $O_1$  表示必须/已配置 PMU 的节点; 以集合  $O_0$  表示不允许配置 PMU 的节点, 于是有约束:

$$\begin{aligned} x_i &= 0, & i \in O_0 \\ x_i &= 1, & i \in O_1 \end{aligned} \quad (7)$$

有时这样的约束会过于强烈以致无法得到可行解。这时在约束条件中仅需考虑  $x_i = 1, i \in O_1$ 。而对于  $O_0$  中的节点需在目标函数中加以体现, 即当  $i \in O_0$  时, 将  $x_i$  的权值  $\omega_i$  适当加大。

此外有的节点仅要求正常运行方式下可观, 有的却要求在线路发生  $N-1$  故障时仍可观测, 还有的更是要求系统中任一 PMU 故障时也要保证其可观性。

### 2.2.1 正常运行方式下完全可观的约束条件

以  $B$  表示在系统正常运行时要求可观的节点

集, 以  $P_i$  表示与节点  $i$  相邻的节点集。于是, 根据单个节点可观的定义, 有:

$$x_i + \sum_{j \in P_i} x_j \geq 1 \quad i \in B \quad (8)$$

### 2.2.2 线路 $N-1$ 故障保证完全可观的约束条件

以  $L$  表示在线路  $N-1$  故障时要求可观的节点集, 以  $P_i^1$  表示与节点  $i$  只有 1 条线路相连的节点集, 以  $P_i^2$  表示与节点  $i$  至少有 2 条线路相连的节点集。于是, 根据单个节点可观的定义, 必须至少满足以下 3 种情况之一:

- 1) 点  $i$  配置了 PMU;
- 2)  $P_i^2$  中有 1 个节点配置了 PMU;
- 3)  $P_i^1$  中有 2 个节点配置了 PMU。

可用公式表述如下:

$$2x_i + 2 \sum_{j \in P_i^2} x_j + \sum_{j \in P_i^1} x_j \geq 2 \quad i \in L \quad (9)$$

### 2.2.3 PMU $N-1$ 时保证完全可观的约束条件

以  $M$  表示测量系统中任一 PMU 故障时也要求可观的节点集, 以  $P_i$  表示与节点  $i$  相邻的节点集。于是, 根据单个节点可观的定义必须至少满足以下 2 种情况之一:

- 1) 点  $i$  配置了 PMU 并且  $P_i$  中至少有 1 个节点配置了 PMU;
- 2) 且  $P_i$  中至少有 2 个节点配置了 PMU。

可用公式表述如下:

$$x_i + \sum_{j \in P_i} x_j \geq 2 \quad i \in M \quad (10)$$

注意到:

$$\begin{aligned} 2x_i + 2 \sum_{j \in P_i^2} x_j + \sum_{j \in P_i^1} x_j &\geq \\ x_i + \sum_{j \in P_i^2} x_j + \sum_{j \in P_i^1} x_j &= x_i + \sum_{j \in P_i} x_j \end{aligned}$$

因此在没有零注入节点情况下, 若节点  $i$  在 PMU  $N-1$  时可观必定能保证线路  $N-1$  故障时也可观测。

## 2.3 PMU 布点的线性 01 规划模型

### 2.3.1 布点通用模型

以  $N = \{1, 2, \dots, n\}$  表示系统中所有节点的集合。根据上述讨论, 可得 PMU 布点的通用模型:

$$\begin{aligned}
\min \quad & J(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^n \omega_i x_i \\
\text{s.t.} \quad & \left\{ \begin{array}{ll} x_i + \sum_{j \in P_i} x_j \geq 1 & i \in B \\ 2x_i + 2 \sum_{j \in P_i^2} x_j + \sum_{j \in P_i^1} x_j \geq 2 & i \in L \\ x_i + \sum_{j \in P_i} x_j \geq 1 & i \in M \\ x_i = 0 & i \in O_0 \\ x_i = 1 & i \in O_1 \\ x_i = 0 \text{或} 1 & i \in N \end{array} \right. \quad (11)
\end{aligned}$$

### 2.3.2 布点导出模型

#### 2.3.2.1 正常运行情况完全可观测 PMU 布点模型

考虑电力系统中线路正常运行并且 PMU 无障情况下 PMU 的最优布点方案。此时集合  $B$  与  $N$  等价, 模型(11)可简化为:

$$\begin{aligned}
\min \quad & J(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^n \omega_i x_i \\
\text{s.t.} \quad & \left\{ \begin{array}{ll} x_i + \sum_{j \in P_i} x_j \geq 1 & i \in N \\ x_i = 0 & i \in O_0 \\ x_i = 1 & i \in O_1 \\ x_i = 0 \text{或} 1 & i \in N \end{array} \right. \quad (12)
\end{aligned}$$

#### 2.3.2.2 线路 $N-1$ 故障时完全可观测模型

电力系统的运行方式可能会因方式的调整、故障等发生改变, 因此有必要对系统的可观性用线路  $N-1$  故障进行校验。此时集合  $L$  与  $N$  等价, 模型(11)可简化为:

$$\begin{aligned}
\min \quad & J(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^n \omega_i x_i \\
\text{s.t.} \quad & \left\{ \begin{array}{ll} 2x_i + 2 \sum_{j \in P_i^2} x_j + \sum_{j \in P_i^1} x_j \geq 2 & i \in N \\ x_i = 0 & i \in O_0 \\ x_i = 1 & i \in O_1 \\ x_i = 0 \text{或} 1 & i \in N \end{array} \right. \quad (13)
\end{aligned}$$

#### 2.3.2.3 PMU $N-1$ 时完全可观测模型

PMU 作为一种自动化系统, 其不可能是百分百可靠的。为做到对系统的高可靠性的观测, 还需考

虑当任一 PMU 故障时整个系统还可观的布点方案。此时, 集合  $M$  与  $N$  等价, 模型(11)可简化为:

$$\begin{aligned}
\min \quad & J(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^n \omega_i x_i \\
\text{s.t.} \quad & \left\{ \begin{array}{ll} x_i + \sum_{j \in P_i} x_j \geq 2 & i \in N \\ x_i = 0 & i \in O_0 \\ x_i = 1 & i \in O_1 \\ x_i = 0 \text{或} 1 & i \in N \end{array} \right. \quad (14)
\end{aligned}$$

### 2.4 模型求解

以上模型实质上形如

$$\begin{aligned}
\min \quad & J(\mathbf{x}) = \boldsymbol{\omega}^T \cdot \mathbf{x} \\
\text{s.t.} \quad & \mathbf{A} \cdot \mathbf{x} \geq \mathbf{b} \\
& x_i = 0 \text{或} 1
\end{aligned} \quad (15)$$

其中:  $\boldsymbol{\omega} = (\omega_i)$ ,  $\mathbf{A} = (a_{ij})$ ,  $\mathbf{b} = (b_i)$ 。  $\boldsymbol{\omega}$ ,  $\mathbf{A}$ ,

$\mathbf{b}$  中的元素均为常数。这是一个整数规划 (IP) 问题, 它的一个通用解法是分枝定界法——先求解 IP 相应的线性规划 (LP) 问题, 如果其最优解不符合整数条件, 则需要增加新的约束, 形成一系列子问题, 最终得到原问题的整数最优解。分枝定界法通过求解子问题, 可以对许多可能解不予考虑, 提高了求解效率。并且当矩阵  $\mathbf{A}$  是么模矩阵 (每个子方阵的行列式是  $\pm 1$  或  $0$ ), 那么 IP 的松弛问题 LP 的最优解将是整数, 因而是 IP 的最优解。而且如果矩阵  $\mathbf{A}$  越像么模矩阵该 IP 问题就越容易用分枝定界法求解<sup>[11]</sup>。

因此, 当  $\mathbf{A}$  中元素有较多的 0 和 1 时, IP 问题就相对容易求解。而电力系统结构的稀疏性, 模型(15)中  $\mathbf{A}$  比较接近么模矩阵, 可用分枝定界法求解。以 IEEE-57 为例, 采用基本 PMU 布点模型时, 矩阵  $\mathbf{A}$  的子方阵行列式非 0、 $\pm 1$  的仅占 0.97%, 该模型通过 164 个 LP 问题就可求解, 整个过程不到 1 s。而对 IEEE-118 进行基本布点, 也仅需 236 次分枝定界, 整个过程也不到 1 s。而要求解线路  $N-1$  时的 PMU 布点, 由于  $\mathbf{A}$  矩阵中有较多的元素 2, 模型求解相对费时。此时, 为提高求解速度, 可对矩阵  $\mathbf{A}$  中元素 2 占优的行除以 2 以提高求解速度。但若经此处理后还有较多的元素 2, 并且  $\mathbf{A}$  的阶数较高, 该 IP 问题通常难以用常规方法求出全局最优解。此时, 可用分枝定界法得出满意解或采用启发式方法求解。然而, 实际电网中高压电网大量存在



PMU, 节点 14 由于条件受限不能配置 PMU。如图 1 所示。对该系统运用本文算法进行配置, 不到 1 s 就可得出配置方案, 其中新增 PMU 节点已标于图 1 中, 该配置方案冗余度为 2.1000。

#### 4 结束语

本文提出了高压电网 PMU 布点的一般方法, 仅需修改节点的约束条件就可灵活适用于全网部分节点可观、全网可观、线路  $N-1$  时全网可观、任一 PMU 故障时全网仍可观以及他们的任意组合的 PMU 布点模型。通过对 IEEE 30 节点系统、IEEE 57 节点系统、IEEE 118 节点系统在不同要求下的求解找到了全局最优布点方案。同其他算法求解相比不仅所求得的布点方案质量更高, 而且求解速度也较快。

#### 参考文献

- [1] 郑宝森, 郭日彩. 中国互联电网的发展[J]. 电网技术, 2003, 27(2): 1-3.  
ZHENG Bao-sen, GUO Ri-cai. On Development of Interconnection of Power Networks in China[J]. Power System Technology, 2003, 27(02): 1-3.
- [2] U.S. - Canada Power System Outage Task Force. Final Report on the August 14, 2003 Blackout in the United States and Canada Causes and Recommendations[R]. 2004.
- [3] Phadke A G. Synchronized Phasor Measurements in Power System[J]. IEEE Computer Applications in Power, 1993, 6(2): 10-15.
- [4] 国家电网公司. 电力系统实时动态监测系统技术规范[S]. 国家电网公司, 2006.
- [5] Baldwin T L, Mili L, Boisen M B J, et al. Power System Observability with Minimal Phasor Measurement Placement[J]. IEEE Trans on Power Systems, 1993, 8(2): 707-715.
- [6] Dong-jie X, Ren-mu H, Pen W, et al. Comparison of Several PMU Placement Algorithms for State Estimation[Z]. 2004.
- [7] Xu B, Abur A. Observability Analysis and Measurement Placement for Systems with PMUs[Z]. 2004.
- [8] Krumpholz G R, Clements K A, Davis P W. Power System Observability: A Practical Algorithm Using Network Topology[J]. IEEE Trans on Power Apparatus and Systems, 1980, PAS-99(4): 1534-1542.
- [9] Milosevic B, Begovic M. Nondominated Sorting Genetic Algorithm for Optimal Phasor Measurement Placement[J]. IEEE Trans on Power Systems, 2003, 18(1): 69-75.
- [10] Denegri G B, Invernizzi M, Milano F. A Security Oriented Approach to PMU Positioning for Advanced Monitoring of a Transmission Grid[C]. Kunming(China): 2002.
- [11] Winston W L. 运筹学应用范例与解法(第 4 版)[M]. 杨振凯, 周红, 易兵, 等译. 北京: 清华大学出版社, 2006. Winston W L. Operations Research (4th ed)[M]. YANG Zhen-kai, ZHOU Hong, YI Bing, et al Trans. Beijing: Tsinghua University Press, 2006.
- [12] 蔡田田, 艾芊. 电力系统中 PMU 最优配置的研究[J]. 电网技术, 2006, 30(13): 32-37.  
CAI Tian-tian, AI Qian. Research on Optimal PMU Placement in Power Systems[J]. Power System Technology, 2006, 30(13): 32-37.

收稿日期: 2008-01-10; 修回日期: 2008-03-05

作者简介:

蒋正威 (1978-), 男, 硕士研究生, 工程师, 主要从事 EMS 和 WAMS 方面的工作; E-mail: jiang\_zhengwei@zpepc.com.cn

曹一家 (1969-), 男, 教授, 博士生导师, 研究方向为大系统优化与控制、进化计算与计算智能、智能控制系统与决策。

### 许继昌南公司 SF-961 高频传输设备在贵州电网投入试运行

10月9日, 贵州省首套采用许继昌南公司 SF-961 高频传输设备的康宁东高频纵联继电保护装置在贵阳供电局 220 千伏鸡场变鸡阳 I 回线上投运, 进行试运行, 接受贵阳地区凝冻天气的考验。

在今年年初严重凝冻天气肆虐贵州电网, 线路浮冰严重, 导致大多数 220 千伏线路高频保护纵联通道损耗严重退出运行, 严重威胁电网安全。许继昌南公司迅速组织人员研发出专门针对这一恶劣天气的 SF-961 高频传输设备, 该装置在线路浮冰和正常工作情况下均能实现接受高频信号的自动增益调整, 满足线路运行条件。

许继昌南公司研发出此设备后, 南方电网公司高度重视, 派出人员赴许继进行学习, 测试该设备, 效果良好, 决定在贵阳供电局鸡阳 I 回线、云南昭通供电局大关至镇雄变同时进行运行测试。在省调的统一安排下, 贵阳供电局继保人员迅速完成装置的安装, 并在许继昌南的配合下, 精心模拟冰灾条件下的恶劣运行条件, 完成每一个测试项目。在调试中, 继保人员也针对此新设备提出许多相关专业问题, 许继昌南公司人员均予以详细解释, 在双方的共同努力下完成调试, 使其顺利投入试运行, 接受运行测验。

此套装置为“自适应”, 免去变电站运行维护人员的很多工作, 高频通道也处于时时监测状态, 保护更为积极可靠。此装置是在原有设备上改进创新, 运行效果良好, 高频通道改造简单方便, 不影响正常供电。