

## 邻接矩阵染色法及其在电力系统网络拓扑分析中的应用

崔岩

(中国科学院电工研究所前沿探索部, 北京 100080)

**摘要:** 电力系统的网络拓扑结构可以看作一个无向图, 图的存储方式有两种, 即邻接链表和邻接矩阵。提出了一种基于邻接矩阵的判断图的连通性的实用方法——邻接矩阵染色法, 并将该算法应用到电力系统中进行网络拓扑分析, 算例证明该方法计算过程直观、快速、有效。

**关键词:** 电力系统; 网络拓扑; 邻接矩阵; 连通性

## Matrix coloring method and its application in network topology analysis of power system

CUI Yan

(Department of the Frontiers in Electrical Engineer of Institute of Electrical Engineering, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080, China)

**Abstract:** The network topology of power system can be regarded as a non-directed graph. There are mainly two forms of storage structure of graph, including linked list and adjacent matrix. In this paper, a new algorithm which is based on Adjacent Matrix named "Matrix Coloring Method" to analyze the connectivity of graph is proposed. The method is applied in network topology analysis of power system. The example illustrates that the algorithm is efficient and easy to understand.

**Key words:** power system; network topology; adjacent matrix; connectivity

中图分类号: TM71 文献标识码: A 文章编号: 1674-3415(2008)16-0052-05

## 0 引言

网络拓扑分析是电力系统能量管理系统(EMS)<sup>[1]</sup>和配网自动化管理系统(DMS)<sup>[2]</sup>中,潮流计算和安全分析等功能模块的基础。它根据网络元件(线路、变压器、断路器/隔离开关等)的位置、连接关系与断路器/隔离开关的开合状态,确定网络元件连接的拓扑结构和带电关系。

网络拓扑分析的主要作用有两个<sup>[1]</sup>:

1) 对于厂站: 母线分析, 即将厂站实际的物理模型转化成潮流计算用的计算模型, 判断某一厂站的结点由开关连接成多少个母线。

2) 对于整个电网: 网络连通性分析, 即确定网络元件的带电状态, 将整个电网划分成若干个子电网(孤岛), 潮流计算中以此为单元划分网络方程组, 与此同时, 用不同的颜色在系统接线图上加以显示(拓扑着色), 以协助工作人员直观了解系统状态。

根据图论的概念, 我们可以将电力系统网络视为一个无向图<sup>[3]</sup>, 因此电力系统网络拓扑分析的实质就是图的连通性分析, 就是图的搜索<sup>[3]</sup>。较为常

见的图的搜索算法有深度优先搜索 DFS 算法和广度优先搜索 BFS 算法<sup>[4,5]</sup>, 而常见的图的表示形式又有邻接链表和邻接矩阵<sup>[3]</sup>, 这导致在图的连通性分析上存在众多选择。目前大多数采用邻接链表<sup>[6]</sup>的形式存储图, 这种形式的不足是不够直观, 出于操作十分方便直观且分析过程物理意义明确的目的考虑, 本文在文献[7-9]的基础上做了修改, 提出了一种基于 BFS, 采用邻接矩阵存储形式的实用性方法——邻接矩阵染色法, 对图进行连通性分析, 并提出了一整套将该方法应用到电力系统网络拓扑分析中的解决方案。最后以某典型厂站接线图为算例进行验证。

## 1 邻接矩阵染色算法及应用

## 1.1 图论的基本概念

## 1.1.1 图的连通性

图可以用  $G=(V, E)$  表示, 其中  $V$  是结点的非空集,  $E$  是边的集合。  $E$  中每一条边连接  $V$  中的两个结点, (图 1 所示),  $G=(V= \{A, B, C, D\}, E = \{ (A, B), (A, C), (C, D) \})$ , 对于某图结点的连接关系不存在在方

向的问题时,称为无向图,无向图中 $(A,B) = (B,A)$ ,本文的讨论范围都指无向图。

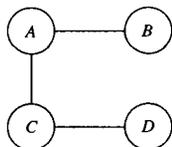


图 1 图 G  
Fig.1 Graph G

邻接的概念:当且仅当 $(i,j)$ 图中边时,结点 $i$ 和 $j$ 互为邻接结点。

连通域:对于图中某一结点集,从任意一结点出发,每次经过一条边达到另一结点,总可以找到集合中所有结点。

非连通域:对于图中某一结点集 $S$ ,和另一结点集 $P$ ,从集合 $S$ 中任一结点出发,无论经过多少条边,都找不到集合 $P$ 中的结点,则 $S$ 和 $P$ 互为非连通域。

连通图:如果某图中全部结点只属于同一个连通域,则该图为连通图(图2所示),否则为非连通图(图3所示)。

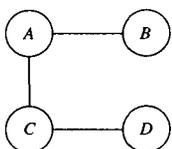


图 2 连通图 G  
Fig. 2 Connected G

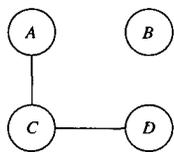


图 3 非连通图 G  
Fig.3 Disconnected graph G

连通域的分离:对于某非连通图,找出其全部结点所构成的若干个非连通域。

图的连通性分析的含义是,将图的全部节点遍历,判断其是否为连通图,若不是则找出其全部结点所构成的若干个不同的连通域,宏观的流程为图4所示。

### 1.1.2 广度优先搜索法 BFS

由图4可知,BFS应用在流程图的第2步——从某一结点出发,搜索该点隶属连通域。

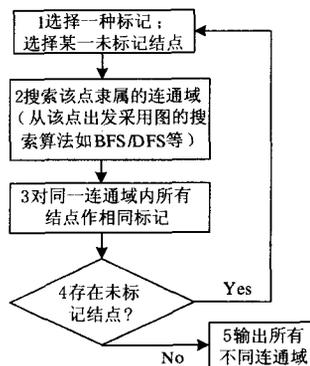


图 4 图的连通性分析宏观流程图

Fig. 4 Flow chart for the connection analysis of a graph

BFS 算法原理:通过同时找到一个结点的所有相邻结点的方法来寻找同一连通域的各点。

BFS 按如下过程进行:

Step-A: 定义一个结点集合 $Q$ 称为当前顶点集;

Step-B: 选定某一出发点,标记出发点为“已访问点”并将其放入 $Q$ ;

Step-C: 判断 $Q$ 中元素是否为空,若空执行 Step-G; 若非空执行 Step-D;

Step-D: 依次从 $Q$ 的元素出发搜索其全部的邻接结点。若某出发点存在邻接结点,将搜索到的结点标记为“已访问点”,执行 Step-E; 若 $Q$ 中某元素 $i$ 不存在邻接结点执行 Step-F;

Step-E: 将 Step-C 中新标记的“已访问点”选入 $Q$ 替换它们的出发点,执行 Step-D;

Step-F: 将 $i$ 从 $Q$ 中移除,执行 Step-C;

Step-G: 统计搜索过程中所有标记为“已访问点”的结点,确定他们隶属于同一连通域;

Step-H: 搜索结束。

### 1.1.3 图的邻接矩阵表示方法

设图 $G=(V,E)$ 有 $N$ 个结点,这 $N$ 个结点用从1到 $N$ 的连续编号来标记,则该图可用 $N \times N$ 的对称布尔矩阵(0,1矩阵) $A$ 存储并表示,其中 $A$ 的第 $k$ 行与第 $k$ 列都代表 $G$ 的结点 $k$ , $A$ 的定义如下:

$$A[i,j] = \begin{cases} 1, & \text{若 } (i,j) \in E \\ 0, & \text{否则或 } i=j \end{cases} \quad (1)$$

图5为图 $G$ ,图6为 $G$ 的邻接矩阵 $A$ ,其中 $G$ 的结点为“1”,“2”,“3”,“4”。



图 5 图 G  
Fig. 5 Graph G

$$\begin{matrix} & \begin{matrix} 1 & 2 & 3 & 4 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \end{matrix} & \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \end{matrix}$$

图 6 图 G 的邻接矩阵 A

Fig.6 The adjacent matrix A of graph G

### 1.2 邻接矩阵染色算法

本文基于 BFS 的搜索原则, 利用邻接矩阵的存储形式, 提出了一种直观的图形化分析方法——邻接矩阵染色法。

#### 1.2.1 邻接矩阵的物理意义

以图 5 为例, 由式 (1) 得出, 矩阵 A 的任一个元素  $A[i, j]$  代表结点  $i$  与结点  $j$  的连接关系, 0 为不邻接, 1 为邻接。而第  $k$  行与第  $k$  列具有同样的物理意义, 都代表结点  $k$ , 由此, 想要找到所有与结点  $k$  邻接的结点只要寻找第  $k$  行或者第  $k$  列内是否有为 1 的元素即可, 若  $A[k, p]=1$ , 则与  $k$  邻接的结点有结点  $p$ 。

#### 1.2.2 邻接矩阵染色算法的计算过程

结合 BFS 算法原理和邻接矩阵特殊的物理意义, 提出了图的连通性分析算法——邻接矩阵染色算法的具体计算过程:

Step1: 选择一种未用过的标记;

Step2: 选中未被标记过的某一行(列)为起始行(列), 标记该行(列);

Step3: 判断标记行列是否有元素为 1, 若有, 执行 Step4; 若无, 执行 Step6;

Step4: 寻找标记行(列)中所有值为 1 的元素;

Step5: 将值为 1 的元素所在的未被标记的行或列进行标记, 执行 Step3;

Step6: 将所有已作标记的行(列)对称位置的列(行)作同样标记;

Step7: 判断是否存在未被标记过的行或列, 若无 Step8, 若有执行 Step1;

Step8: 列出每个标记及所有带有该标记的行或列, 将这些行或列替代成相应的结点, 相同标记的结点构成的结点集即是同一个连通域。

在算法的计算过程中, 当把不同标记换成不同颜色, 把对行列标记的动作换为染色, 整个计算过程便变得非常直观易行, 只需要在邻接矩阵上做上述操作, 一个被染上各种颜色的矩阵所代表的图的连通性和其连通域就一目了然了: 如果整个矩阵由一种颜色构成, 则该图为连通图; 否则为非连通图, 而它的连通域由同一种颜色染过的行(列)所代表的结点构成。

### 1.3 邻接矩阵染色法在电力系统拓扑分析中的应用

#### 1.3.1 将电力系统网络转化为邻接矩阵

电力系统网络可以被视为一个无向图, 电网中的电流汇流点作为图的结点, 开关设备作为图的边, 这是因为开关设备控制线路的投切, 而线路决定母线的连接关系。于是, 为了得到电网的邻接矩阵, 需要建立三个关系表:

1) “开关—结点表”, 该表记录了开关与结点的实际位置关系, 表的结构如表 1 所示(表中“始结点”与“末结点”可以互换)。

表 1 开关—结点表

Tab.1 Switch-nodes position relation

开关号 (Varchar) <sup>[6]</sup>	始结点 (Varchar)	末结点 (Varchar)
CB1	NDx	NDy
CB2	NDp	NDz
⋮	⋮	⋮

2) “结点标识表”, 考虑在实际中, 电网的编号有不连续或是用字符编码的情况, 因此需要再建立该表, 将结点号统一用连续整形数字编码与邻接矩阵的下标对应起来, 表的结构如表 2 所示。

表 2 结点标识表

Tab.2 Node label table

标识号 (Numeric)	结点号 (Varchar)
1	NDx
2	NDy
3	NDp
4	NDz
⋮	⋮
$n$	NDq

3) “开关状态表”, 该表记录了某一时刻所有开关的状态, 结构如表 3 所示。对于断开的开关, 状态值为 0, 对于连接的开关, 状态值为 1。

表 3 开关状态表

Tab.3 Switch state table

时间批号 (Datetime)	开关号 (Varchar)	状态值 (Bit)
2007-07-03-12-32-41	CB1	0
2007-07-03-12-32-41	CB2	1
2007-07-03-12-32-41	⋮	⋮

在 SQL-Server 中对“开关—结点表”, “结点标识表”和“开关状态表”三个表之间进行条件查询<sup>[10]</sup>, 生成“邻接矩阵表”, 表的结构如表 4 所示。

由式 (1) 的定义, 该表可直观转化为电网的邻接矩阵  $A(n \times n)$ , 表 4 中一条记录的始末结点标识号  $i, j$  对应邻接矩阵元素的下标, 该条记录的状态值对应  $A[i, j]$  ( $A[j, i]$ )。由于通常情况下,  $A$  为稀

疏矩阵, 通过该表, 只需提取状态值为 1 的记录到邻接矩阵 A 中, A 的其他元素统一赋值为 0。如, 表 4 对应的邻接矩阵,  $A_{12}=A_{21}=0, A_{34}=A_{43}=1\cdots$

表 4 邻接矩阵表

Tab.4 Adjacent matrix table

状态值 (Bit)	始结点标识号 (Numeric)	末结点标识号 (Numeric)
0	1	2
1	3	4
⋮		

生成电网的邻接矩阵后, 就可以应用本文提出的算法对其进行拓扑分析。

### 1.4 算例分析

算例 1: 某厂站 S 某电压级下的主接线模型(图 7), 为单倍半接线<sup>[11]</sup>, 共有 9 个开关(CB1—CB9), 8 个结点(ND1—ND8), 开关的变化会引起母线模型的变化。本例应用本文提出的邻接矩阵染色法将厂站模型转换为计算用的母线模型, 如图 7 所示。

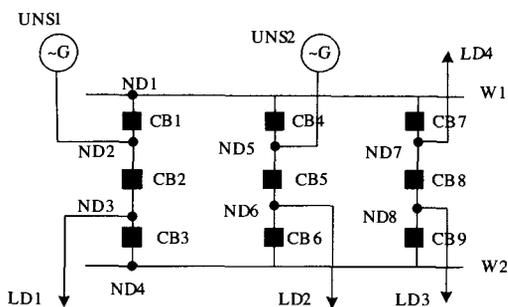


图 7 厂站 S 电气主接线模型

Fig.7 Electric main power connection of power plant S

首先建立“开关—结点表”与“结点标识表”, 如表 5、6 所示。

表 5 厂站 S 开关—结点表

Tab.5 Switch-nodes position relation of S

开关号	始结点	末结点
CB1	ND1	ND2
CB2	ND2	ND3
⋮		

表 6 厂站 S 结点标识表

Tab.6 Node label table of S

标识号	结点号
1	ND1
2	ND2
⋮	
6	ND6

T1 时刻, 厂站 S 的 CB2、CB4、CB8 断开, 则“开关状态表”为如表 7 所示。

通过 SQL—Server 的查询, 得到厂站 S 的邻接矩阵表(表 8), 从而生成邻接矩阵 A(图 8)。

表 7 厂站 S 开关状态表

Tab.7 Switch state table of S

时间批号	开关号	状态值
T1	CB1	1
⋮		

表 8 厂站 S 的邻接矩阵表

Tab.8 Adjacent matrix table of S

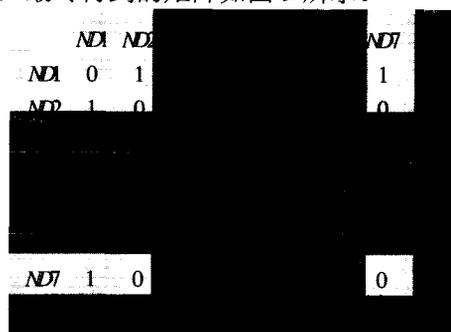
状态值	始结点标识号	末结点标识号
1	1	2
⋮		
1	8	4

$$\begin{matrix}
 & \begin{matrix} ND1 & ND2 & ND3 & ND4 & ND5 & ND6 & ND7 & ND8 \end{matrix} \\
 \begin{matrix} ND1 \\ ND2 \\ ND3 \\ ND4 \\ ND5 \\ ND6 \\ ND7 \\ ND8 \end{matrix} & \begin{pmatrix}
 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0
 \end{pmatrix}
 \end{matrix}$$

图 8 厂站 S 的邻接矩阵 A

Fig.8 Adjacent matrix A of S

应用邻接矩阵染色法对图 8 的矩阵 A 进行计算, 最终得到的矩阵如图 9 所示。



颜色 1

颜色

图 9 邻接矩阵 A 最终染色分布

Fig.9 The final colored adjacent matrix A

由邻接矩阵染色法可知: 颜色 1 染色的结点 ND1, ND2, ND7, 为连通域 1, 即厂站的 1# 母线; 颜色 2 染色的结点 ND3, ND4, ND5, ND6, ND8, 为连通域 2, 即厂站的 2# 母线。由此得到厂站 S 的母线模型如图 10 所示。

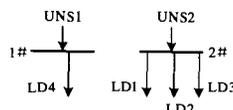


图 10 T1 时刻厂站 S 的母线模型

Fig.10 The main bus model of S at time T1

这和实际的情况是符合的。

## 2 结论

本文提出了一种计算图的连通性问题的邻接矩阵染色算法,该算法基于广度优先搜索法 BFS 的原理,结合了邻接矩阵特殊的结构和物理意义,采用了直观便捷的图形化方法。通过算例证明,该算法切实有效,并且可以成功应用在电力系统网络拓扑分析中。

### 参考文献

- [1] 于尔铿. 能量管理系统 (EMS) [M]. 北京: 科学出版社, 1998.
- [2] 但刚, 赵云龙. 城市中压配电网接线方式及配电自动化探讨[J]. 华北电力技术, 2007, (1): 18-21.  
DAN Gang, ZHAO Yun-long. Study on Connection Modes of Urban Middle Voltage Distribution Network and Distribution Automation[J]. North China Electric Power, 2007,(1): 18-21.
- [3] 卜月华. 图论及其应用[M]. 南京: 东南大学出版社, 2000.
- [4] Sartaj Sahni. Data Structures, Algorithms, and Applications in C++[M]. Beijing: China Machine Press, 2004.
- [5] 龚延平. 数据结构与算法 (C++) [M]. 上海: 上海交通大学出版社, 2006.
- [6] 丘生, 张焰. 用邻接表保存中压配电网拓扑结构[J]. 电力自动化设备, 2005, 3(3): 57-59.  
QIU Sheng, ZHANG Yan. Adjacency List Saving Topology Structure of Mid-voltage Distribution System[J]. Electric Power Automation Equipment, 2005,3(3): 57-59.
- [7] 张百舸, 姚学武. 网络拓扑着色的矩阵方法及其在电力系统中的应用[J]. 吉林电力, 2005, 8(4): 23-25.  
Zhang B G, Yao X W, Tian L H. Matrix Transform Method of Network Topology Coloring and Its Application in Power System[J]. Jilin Electric Power, 2005,4(8).
- [8] 张宏, 郭宗仁. 基于节点-支路关联矩阵的配电网馈线故障区域定位算法[J]. 电力自动化设备, 2004,24(1): 27-29.  
ZHANG Hong, GUO Zong-ren. Fault Section Locating for Distribution Feeder Net Based on Node-branch Incident Matrix[J]. Electric Power Automation Equipment, 2004,24(1): 27-29.
- [9] 李晓鹏, 侯佑华. 矩阵方法在电力系统网络拓扑的应用[J]. 内蒙古电力技术, 2000,18(4).  
LI Xiao-peng, HOU You-hua. Matrix Method in Application of Power System Network Topology[J]. Inner Mongolia Electric Power, 2000,18(4).
- [10] 李淘, 刘凯奎. Visual C++ SQL Server 数据库开发与实例[M]. 北京: 清华大学出版社, 2006.
- [11] 周双喜. 现代电厂工程[M]. 北京: 清华大学出版社, 1997.  
ZHOU Shuang-xi. Modern Power Plant Engineering[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 1997.
- [12] 张伏生, 耿中行, 葛耀中. 电力系统谐波分析的高精度 FFT 算法[J]. 中国电机工程学报, 1999,19(3):63-66.  
ZHANG Fu-sheng, GENG Zong-hang, GE Yao-zhong. FFT Algorithm with High Accuracy for Harmonic Analysis in Power System[J]. Proceedings of The CSEE, 1999,19(3):63-66.
- [13] 李士勇. 模糊控制·神经控制和智能控制论[M]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学出版社出版社, 1999.  
LI Shi-yong. Fuzzy Control · Neurocontrol and Intelligent Cybernetics[M]. Harbin: Harbin Institute of Technology Press, 2006.
- [14] 孙成发. 电能质量技术丛书之四——电压波动与闪变 [M]. 北京: 中国电力出版社, 1999.  
SUN Shu-qin. Power Quality Techniques——Voltage Fluctuation and Flicker[M]. Beijing: China Electric Power Press, 1999.
- [15] Jain V J. High-Accuracy Analog Measurements Via Interpolated FFT[J]. IEEE Trans on Instrumentation and Measurement, 1979, 28:113-122.
- [16] Grandke T. Interpolation Algorithms for Discrete Fourier Transforms of Weighted Signals[J]. IEEE Trans on Instrumentation and Measurement, 1983,32:350-355.

(上接第 51 页 continued from page 51)

ZHAO Hai-xiang, CHEN Mo-zi, DAI Hui-zhu. Error Analysis of Discrete Calculation Method of Flicker Severity and Its Application[J]. Power System Technology, 2004,28(13): 84-87.

- [3] 佟为明, 宋雪雷. 电压闪变的相关标准及分析[J]. 低压电器, 2006,(3):57-61.

TONG Wei-ming, SONG Xue-lei. Introduction and Analysis of Relative Standards of Voltage Flicker[J]. Low Voltage Apparatus, 2006,(3):57-61.

- [4] 孙树勤. 电能质量技术丛书之四——电压波动与闪变 [M]. 北京: 中国电力出版社, 1999.

SUN Shu-qin. Power Quality Techniques——Voltage Fluctuation and Flicker[M]. Beijing: China Electric Power Press, 1999.

- [5] Jain V J. High-Accuracy Analog Measurements Via Interpolated FFT[J]. IEEE Trans on Instrumentation and Measurement, 1979, 28:113-122.

- [6] Grandke T. Interpolation Algorithms for Discrete Fourier Transforms of Weighted Signals[J]. IEEE Trans on

收稿日期: 2007-11-07; 修回日期: 2008-03-04

作者简介:

崔岩 (1983-), 男, 硕士研究生, 主要研究方向为分布式发电技术。E-mail:cyan@mail.iee.ac.cn

收稿日期: 2008-03-03

作者简介:

孙成发 (1965-), 男, 高级工程师, 研究方向为电力系统自动化及继电保护; E-mail:suncf2000@163.com

高辉 (1969-): 男, 博士, 研究方向为交通运输、智能控制及电力系统自动化。