

基于混合积分法的电力系统暂态稳定时域仿真

苏思敏

(广东电网公司深圳供电局, 广东 深圳 518020)

摘要: 提出了一种新的将显式和隐式积分法混合使用的中小型电力系统时域仿真方法, 该方法利用系统的特征根将系统分为刚性和非刚性两个不变子系统, 在刚性空间内采用稳定性较好的隐式梯形积分方法, 在非刚性空间内采用速度较快的显式前向欧拉法。新英格兰测试系统算例表明了该方法的有效性和实用性。

关键词: 电力系统; 时域仿真; 微分-代数方程; 刚性

A mixed integral method of time domain simulation for power system

SU Si-min

(Shenzhen Power Supply Bureau, Shenzhen 518020, China)

Abstract: A mixture of explicit and implicit method is proposed to deal with time domain simulation for power system. According to eigenvalue the system is decoupled to two invariant subsystems, the stiff and non-stiff, the explicit Euler method is used on stiff subspace and the implicit Trapezoidal is used on the non-stiff subspace. Taking the New England test system as an example, the effectiveness and advanced property of the presented method are proved.

Key words: power system; time domain simulation differential-algebraic problems; stiff

中图分类号: TM71 文献标识码: A 文章编号: 1673-3415(2008)15-0056-04

0 引言

电力系统时域仿真是电力系统动态行为分析的重要工具, 而微分-代数方程的求解问题则是时域仿真里最重要的组成部分, 目前一致认为隐式梯形积分法是针对刚性的电力系统最有效的方法^[1], 但是计算量很大。随着电网规模越来越大, 以及广域测量系统的应用, 在线稳定分析越发显得迫切, 而在线应用的关键就在于如何更进一步的加快微分-代数方程的求解。

电力系统仿真通常要包含上千个发电机、励磁系统、调速器、负荷、变压器以及其它电力电子设备, 因此方程中包含了大量的微分和代数方程, 而随着模型的详细程度的增加, 电力系统的动态微分-代数方程变得非常刚性。文献[2]针对刚性问题, 提出了变步长求解, 从而节省了时间。文献[3]利用变阶数变系数 BDF 法进行时域仿真。文献[4]将故障后系统降阶为两个子系统, 利用改进的梯形积分法进行求解。

本文结合显式和隐式两种方法进行微分方程的求解, 提出了混合积分方法, 其主要思想为将系统

映射为两个不变子空间, 在第一个空间中, 系统变化较慢, 其数值稳定域较大, 采用数值稳定度较差的但是效率较高的显式方法求解, 而在第二个空间中, 系统变化较快, 其数值稳定域较小, 则采用数值稳定度较高的隐式梯形积分法进行求解, 该方法综合考虑了系统的数值稳定性和效率速度, 能较好的适应刚性问题, 实现了求解速度的提高。

1 微分方程的求解

1.1 问题的描述

电力系统的微分-代数方程可由式(1)描述,

$$\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= f(x, y) \\ 0 &= g(x, y) \\ x(0) &= x_0, y(0) = y_0 \end{aligned} \quad (1)$$

式中: f 为描述动态元件向量场的函数, 如发电机转子运动方程、励磁系统以及各种控制器模型, g 是系统在向量场中运动时的轨迹约束, x 为状态变量向量, 如发电机转子速度和角速度等, y 为代数变量的向量, 如发电机的电磁功率等^[5]。

微分-代数方程的求解通常分为显式和隐式两

种方法, 显式方法速度比较快, 但是存在数值稳定问题, 隐式方法速度比较慢, 但是不存在数值稳定问题, 能较好地适应刚性问题的求解。

1.2 显式求解方法

显式求解方法通常有欧拉法、改进欧拉(预报-校正)法以及龙格库塔法等^[1,6~8], 显式积分的特点是 x_{n+1} 是从已知的 x 的 $f(x,t)$ 显式求出来的。式(2)~(4)分别为三种算法的迭代方法。

$$x_{n+1} = x_n + h * \left. \frac{df}{dx} \right|_{t=t_n} \quad (2)$$

$$x_{n+1} = x_n + 0.5 * h * \left(\left. \frac{df}{dt} \right|_{t=t_n} + \left. \frac{df}{dy} \right|_{t=t_{n+1}} \right) \quad (3)$$

$$\begin{aligned} x_{n+1} &= x_n + \frac{1}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4) \\ k_1 &= hf(x_n, t_n) \\ k_2 &= hf(x_n + 0.5h, t_n + 0.5k_1) \\ k_3 &= hf(x_n + 0.5h, t_n + 0.5k_2) \\ k_4 &= hf(x_n + h, t_n + k_3) \end{aligned} \quad (4)$$

1.3 隐式求解方法

隐式法常用的有二阶隐式梯形积分法, 其迭代公式如式(5)所示, 从公式中可以看出, x_{n+1} 不能由方程右边显式给出, 需要求解隐式方程。

$$x_{n+1} = x_n + \frac{h}{2}[f(x_n, t_n) + f(x_{n+1}, t_{n+1})] \quad (5)$$

1.4 效率和稳定性分析

显式求解方法由状态向量 x 的历史信息计算 x_{n+1} , 不必求解方程, 求解方法简便, 但数值稳定性差, 即它们不是数值 A-稳定的, 积分步长受到系统的很小时间常数的限制, 对于刚性系统, 除非使用小步长, 否则解会“爆炸”, 即使快的模式消失后, 也需要小的时间步长来保持数值的稳定性^[8]。而隐式梯形积分法在数值上是 A-稳定的, 所分析的系统刚性影响精度而不影响数值的稳定性。对于大的时间步长, 高频模式和快速暂态被滤掉, 但是慢的模式求解是准确的, 但是在求解过程中下一步的状态变量并不能显式的给出, 通常需要利用牛顿迭代法等求解非线性方程, 因此相比显式法如前向欧拉法等需要更多的计算量。

2 算法描述与仿真模型

由于电力系统是刚性问题, 通常用隐式积分法仿真系统的动态行为, 在每一步积分方法中都需要计算雅克比矩阵并求解非线性方程, 因此其计算量是可观的。而引起系统数值不稳定的部分通常只是一小部分的刚性问题^[9], 因此如果通过特征值将系

统解耦为刚性和非刚性两个子系统, 在刚性部分利用隐式积分法求解, 在非刚性部分利用前向欧拉法求解, 将会大大提升系统的仿真速度。

2.1 数学基础

假设有 n 维常微分方程利用显式法进行求解, 设 P 为数值不稳定的 m 维子空间, Z_1 为空间 P 的正交基, 则 Z_1 为 $n \times m$ 维矩阵并满足下列条件

$$\begin{aligned} AZ_1 &= Z_1 \Lambda \\ Z_1^T Z_1 &= I_m \end{aligned} \quad (6)$$

其中: I_m 与 Λ 均为 $m \times m$ 维矩阵。则 $\forall Q = P^\perp$, Z_2 为空间 Q 上的正交基, 并满足

$$Z_2^T Z_2 = I_{n-m} \quad (7)$$

由于 $P \perp Q$, 则

$$Z_1^T Z_2 = 0 \quad Z_2^T Z_1 = 0 \quad (8)$$

因此任意空间向量可以映射为 P 与 Q 两个子空间^[10]。设向量 $x \in R^n$, 则存在向量 $p = Z_1^T x \in R^m$ 和 $q = Z_2^T x \in R^{n-m}$, 使 $x = Z_1 p + Z_2 q$, 式(1)表达的系统可解耦为两个子系统

$$\begin{aligned} \frac{dp}{dt} &= f^p(p, q) = Z_1^T f(Z_1 p + Z_2 q) \\ \frac{dq}{dt} &= f^q(p, q) = Z_2^T f(Z_1 p + Z_2 q) \end{aligned} \quad (9)$$

对于解耦后的系统, 文献[10]证明了其特征值与解耦前系统相同。为了避免求解 Z_2 , 令 $v = Z_2 q$, 则

$$v = Z_2 Z_2^T f(Z_1 p + v) = (I - Z_1 Z_1^T) f(Z_1 p + v) \quad (10)$$

新的系统可以描述为

$$\begin{cases} \frac{dp}{dt} = Z_1^T f(Z_1 p + v) \\ \frac{dv}{dt} = (I - Z_1 Z_1^T) f(Z_1 p + v) \end{cases} \quad (11)$$

2.2 刚性空间的辨识

对于系统 $\frac{dx}{dt} = f(x, t)$, 设雅克比矩阵 $J(x)$ 在刚

开始的几步迭代为常值, 则系统可写为 $\frac{dx}{dt} = Jx$, 应用欧拉法可以得到

$$x_{m+1} = R(hJ)x_m \quad (12)$$

其中: $R(z) = 1 + z$ 。

设由特征向量 $v_1 \cdots v_n$ 可将 J 对角化, 并重写 x_0

$$x_0 = \sum_{i=1}^n a_i v_i \quad (13)$$

则式(12)可写为

$$x_{m+1} = \sum_{i=1}^n R(h\lambda_i)^m a_i v_i \quad (14)$$

由式(14)可知, 系统稳定的区域为

$$S = \{|R(z)| \leq 1\} \quad (15)$$

即 $h\lambda \leq 1 \quad (16)$

2.3 在电力系统数值仿真中的应用

根据以上推导, 首先计算系统特征值, 并求出不稳定区域, 电力系统的代数微分方程可以重写为

$$\begin{cases} \frac{dp}{dt} = Z_1^T f(Z_1 p + v) \\ \frac{dv}{dt} = (I - Z_1 Z_1^T) f(Z_1 p + v) \\ 0 = g(p, v, y) \end{cases} \quad (17)$$

则对于状态变量 p 需要用隐式梯形积分法求解, 其迭代方式如下:

$$p_{k+1} = p_k + \frac{hZ_1[f(Z_1 p_k + v_k) + f(Z_1 p_{k+1} + v_{k+1})]}{2} \quad (18)$$

而对于状态变量 v , 则可以用前向欧拉法求解

$$v_{k+1} = v_k + h(I - Z_1 Z_1^T) f(Z_1 p_k + v_k) \quad (19)$$

以及约束方程

$$0 = g(p_{k+1}, v_{k+1}, y_{k+1}) \quad (20)$$

3 仿真计算

3.1 新英格兰测试节点分析

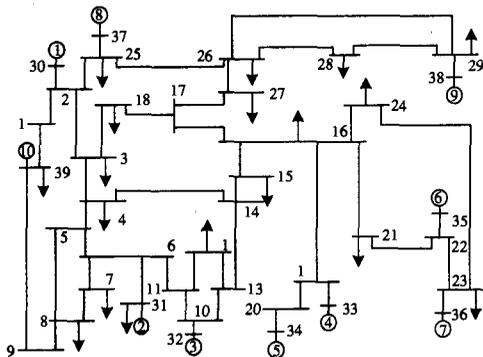


图1 新英格兰系统单线图

Fig.1 Single-line diagram of New England power system

新英格兰 10 机 39 节点系统如图 1 所示, 参数参见文献[10]以线路 6-7 中发生三相短路故障为例, 利用文中方法进行分析。

系统中发电机模型包含励磁与调速器等共 9 阶, 则系统中共有 90 个微分方程和 78 个代数方程。积分步长为 0.01s, 根据初始计算, 系统刚性不变子空间的维数为 18。

仿真首先进行全隐式积分计算, 节点 6 的电压如图 2 中实线所示, 然后利用混合积分法计算, 在刚性空间内采用隐式积分法, 在非刚性空间中采用

前向欧拉法, 节点 6 电压如图 2 中虚线所示, 图 2 中横坐标为计算次数。

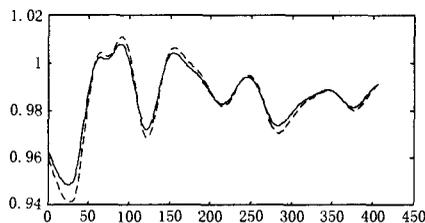


图2 全隐式法和混合法仿真结果

Fig.2 Result of implicit and hybrid method

从图 2 可以看出, 两种方法的精度在满足范围内。

表 1 新英格兰全隐式法和混合法仿真时间

Tab.1 Time of implicit and hybrid simulation

of New England power system

方法	计算时间/s	提高效率
隐式积分法	5.13	37.62%
解耦法	3.20	

两者所用的时间如表 1 所示, 表中计算时间为无量纲, 主要用来比较两者的计算时间, 从中可以看出混合法大大提高了运算速度。

3.2 美国 NPCC48 机测试系统

NPCC48 机系统是美国东北部电力测试系统, 该系统包括 48 台发电机、140 条母线和 233 条输电线路。

系统中发电机仍采用包含励磁与调速器等 9 阶模型, 系统中共有 432 个微分方程和 280 个代数方程。积分步长为 0.01 s, 根据初始计算, 系统刚性不变子空间的维数为 96。系统仿真统计结果如表 2 所示。

表 2 NPCC 全隐式法和混合法仿真时间

Tab.2 Time of implicit and hybrid simulation of NPCC

power system

方法	计算时间/s	提高效率
隐式积分法	22.13	22.5%
解耦法	17.15	

从表 2 中可以看出, 对于 NPCC48 机系统, 文中方法提高的效率为 22.5%, 比新英格兰测试节点的效率有所下降, 这是由于随着系统规模的扩大, 刚性空间的辨识存在“维数灾”问题, 使得辨识效率低下、耗时过多。经研究发现, 当系统的微分方程的阶数超过 1000 时, 文中方法与传统方法相比便无优势可言, 甚至不如传统方法, 因此文中方法仅适合于中小型电力系统。

4 结论

文中提出了一种混合积分方法用来进行数值积分, 该方法首先将电力系统微分方程解耦为刚性和

非刚性空间,在刚性空间中采用稳定性较高的隐式积分法,而在非刚性空间中,采用速度较快显示积分法。由于大型电力系统的刚性空间辨识存在“维数灾”问题,因此文中方法比较适合中小型电力系统的时域仿真。为使文中方法更具有通用性,下一步工作的重点是解决“维数灾”的问题,或者提出一个新的刚性空间识别方法。

参考文献

- [1] 倪以信,陈寿孙,张宝霖.动态电力系统的理论和分析[M].北京:清华大学出版社,2002.
NI Yi-xin, CHEN Shou-sun, ZHANG Bao-lin. Theory and Analysis of Dynamic Power Systems[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2002.
- [2] E.P. de M. Simulating Fast and Slow Dynamic Effects in Power Systems[J]. IEEE Trans on Power Systems, 1992, 7(33):32-38.
- [3] Astic J Y. The Mixed Adams-BDF Variable Step Size Algorithm to Simulate Transient and Long-term Phenomena in Power System[J]. IEEE Trans on Power Systems, 1994, 5(9):929-935
- [4] LIU Chih-wen. New Method for Computing Power System Dynamic Response for Real-time Transient Stability Prediction[J]. IEEE Trans on Circuits and System, 2000, 3(47):324-337.
- [5] 郭琦,赵晋泉,张伯明.基于变参数追踪的暂态稳定分析与预防控制[J].电力系统自动化,2005,29(24).
GUO Qi, ZHAO Jin-quan, ZHANG Bo-ming. Transient Stability and Preventive Control Approach Based on Parameter-switching Tracing Method[J]. Automation of Electric Power Systems, 2005, 29(24).
- [6] 王锡凡,方万良,杜正春.现代电力系统分析[M].北京:科学出版社,2003.
WANG Xi-fan, FANG Wan-liang, DU Zheng-chun. Modern Power Analysis[M]. Beijing: Science Press, 2003.
- [7] Hairer E, Wangner G. Solving Ordinary Differential Equations[M]. Beijing: Science Press, 2006.
- [8] Kundur P. Power System Stability and Control [M]. Beijing: China Electric Power Press, 2002.
- [9] Janovsk V, Liberda O. Continuation of Invariant Subspace via the Recursive Projection Method[J]. Applications of Mathematics, 2003 4(8):89-112.
- [10] Dan Y, Ventataramana A. A Decoupled Method for Power System Time Domain Simulation via Invariant Subspace Partition[J]. IEEE Trans on Power Systems, 2005, 7(2): 1-6.

收稿日期:2007-11-26; 修回日期:2008-01-06

作者简介:

苏思敏(1982-),女,主要从事电力系统市场部工作。

E-mail: baiom@126.com

(上接第9页 continued from page 9)

号; ③合理布置元器件,尽可能降低元器件之间连线长度,降低信号线产生的电磁辐射; ④合理排布电源、地和各种信号线,降低各种信号线之间产生的耦合干扰; ⑤多层板去耦技术,降低系统各连线之间的分布参数影响; ⑥表面贴片技术,可以提高电磁兼容的性能; ⑦软件抗干扰技术。

5 结束语

IED所处环境的电磁干扰源对IED自身而言是不能控制的,但防止电磁干扰电子装置的影响是可以采取措施解决的。上述分析和解决电磁兼容的方法和措施,已应用到清华大学和北京清电华力电气自动化科技有限公司共同研发的TD1-5L/5M/5LT/5TM/5C等系列微机保护装置中,这些系列装置已顺利通过电力工业电力设备及仪表质量检验测试中心型式试验检验,其电磁兼容性能全部满足国标和IEC规定的电磁干扰严酷等级为IV级的电磁干扰试验。型式试验检验结果证明:应用上述主要措施可以比较满意地解决继电保护装置的电磁兼容问题。

参考文献

- [1] 姚刚,贺家李,王钢,等.电力系统自动化设备的电磁兼容技术[J].电力系统及其自动化学报,2000,

12(4): 52-57.

YAO Gang, HE Jia-li, WANG Gang, et al. Electromagnetic Compatibility of the Automatics Equipment of Power System[J]. Proceedings of the EPSA, 2000, 12(4): 52-57.

- [2] 张晖.继电保护装置的电磁兼容问题[J].江西电力,2006,30(5):1-3.
ZHANG Hui. The EMC of the Equipments of the Relay Protection[J]. Jiangxi Electrical Power, 2006, 30(5): 1-3.
- [3] 王剑乔,刘建新.微机保护抗电快速瞬变脉冲群干扰的研究[J].高电压技术,2005,31(10):36-38.
WANG Jian-qiao, LIU Jian-xin. Research on Electrical Fast Transient Immunity for Relay Protection Equipment[J]. High Voltage Engineering, 2005, 31(10): 36-38.
- [4] 骆飞,王富荣,王海霞.微机继电保护的电磁兼容[J].电子质量,2004,(4):33-35.
LUO Fei, WANG Fu-rong, WANG Hai-xia. The EMC of Microcomputer-Based Protective Relay[J]. Electronic Quality, 2004, (4): 33-35.

本文为2007年12月中国电力系统继电保护应用技术学术研讨会大会发言稿

作者简介:

黄益庄(1938-),女,教授,研究方向为变电站综合自动化、微机继电保护、电能质量控制。E-mail:hyz-dea@tsinghua.edu.cn