

# 基于蚁群算法和内点法的无功优化混合策略

李秀卿<sup>1</sup>, 王涛<sup>1</sup>, 王凯<sup>2</sup>, 张建国<sup>3</sup>

(1. 东北电力大学电气工程学院, 吉林 吉林 132012; 2. 朝阳供电公司, 辽宁 朝阳 122000;  
3. 大庆油田第十采油厂, 黑龙江 大庆 166405)

**摘要:** 基于蚁群优化算法与内点法, 提出了一种新颖的混合策略来求解电力系统无功优化问题: 不考虑无功优化中的离散约束, 采用内点法求解得到初始解; 根据优化变量的不同性质将无功优化问题分解为离散优化和连续优化2个子问题, 并采用蚁群优化算法和内点法交替求解, 使两者的优化结果互为基础、相互利用, 从而保证了混合策略的整体寻优效率。最后以 IEEE 30 和 IEEE 118 节点作为试验系统, 与常规的离散优化算法做比较, 验证了该算法的正确性和有效性。

**关键词:** 电力系统; 无功优化; 混合整数规划; 内点法; 蚁群算法

## A hybrid strategy based on ACO and IPM for optimal reactive power flow

LI Xiu-qing<sup>1</sup>, WANG Tao<sup>1</sup>, WANG Kai<sup>2</sup>, ZHANG Jian-guo<sup>3</sup>

(1. School of Electrical Engineering, Northeast Dianli University, Jilin 132012, China;  
2. Chaoyang Power Supply Company, Chaoyang 122000, China;  
3. No. 10 Oil Production Plant of Daqing Oilfield, Daqing 166405, China)

**Abstract:** By integrating a ant colony optimization algorithm (ACO) with an interior point method (IPM), a hybrid strategy for the optimal reactive power flow (ORPF) problem is proposed. First, the original ORPF problem is converted to a continuous non-linear programming problem by relaxing the discrete variables, and the initial solution is obtained by the IPM. Then according to the discrete feature of the control variables, the original ORPF problem is decomposed into a continuous optimization sub-problem and a discrete optimization sub-problem, which are solved by IPM and ACO respectively. By solving the two sub-problems alternately, the optimal solution of the ORPF problem can be obtained. IPM and GA take advantage of each other, so that the efficiency of the hybrid strategy is greatly improved. Furthermore, the numerical example of IEEE 30-bus and IEEE 118-bus system is employed to validate correctness and effectiveness of the proposed algorithm, and the result based on this algorithm is compared with that based on conventional discretization algorithm.

**Key words:** power system; optimal reactive power flow; mixed integer programming; interior point method; ant colony optimization algorithm

中图分类号: TM711 文献标识码: A 文章编号: 1003-4897(2008)01-0022-05

## 0 引言

电力系统无功优化是通过可对变压器分接头、发电机端电压和无功补偿设备的综合调节, 使系统满足电网安全约束, 并使有功损耗最小。由于可投切并联电容器组(或电抗器组)的无功出力 and 可调变压器的分接头位置是非连续变化的, 因此, 无功优化问题同时存在连续变量和离散变量, 属于非线性混合整数规划问题。

目前的算法大多为先将其作为连续变量参与

优化, 求得优化解后再进行简单的靠拢式取整, 对其余的连续变量则用常规的潮流计算或优化计算确定。这不仅会产生数学上的近似, 而且可能导致某些约束条件违限, 无法获得可行解, 是不恰当的。

非线性内点法和蚁群算法是目前很受关注的2种优化算法, 它们在电力系统无功优化中的应用已取得了一定的经验和成果。以非线性内点法为代表的确定性优化方法<sup>[1~6]</sup>, 具有寻优速度快、鲁棒性强的突出优点, 适宜求解连续可微的函数优化问题; 以蚁群算法为代表的随机优化方法<sup>[7~11]</sup>, 通过对优

化变量的随机组合来获取全局最优解, 适宜求解各种离散优化问题。

针对已有方法的特点, 本文提出了一种新的混合策略来求解无功优化问题。该策略主要分为两部分: 首先不考虑无功优化中的离散约束, 采用内点法求解原问题的初始解; 然后将原无功优化问题分解为连续优化和离散优化两个子问题, 分别采用内点法和蚁群算法交替求解, 使两者的优化结果互为基础、相互利用, 从而保证了本文混合策略的整体寻优效率。通过IEEE 30和IEEE118节点系统的仿真计算, 表明本文混合策略在处理离散无功优化方面具有明显的优势。

## 1 无功优化的数学模型

电力系统无功优化 (ORPF) 的数学模型可表示为

$$\begin{cases} \min & f = P_{\text{loss}}(Z) \\ \text{s.t.} & g(Z) = 0 \\ & Z_{\min} \leq Z \leq Z_{\max} \end{cases} \quad (1)$$

式中:  $f$ 为系统有功网损最小的目标函数;  $g$ 为系统潮流约束;  $Z=[X, U_C, U_D]$ 为系统变量, 其中,  $X$ 为系统状态变量 (负荷节点电压幅值和发电机注入无功功率);  $U_C$ 为连续控制变量 (发电机节点电压);  $U_D$ 为离散控制变量 (无功补偿装置的无功补偿容量和可调变压器分接头);  $Z_{\min}$ 和 $Z_{\max}$ 为系统变量的运行限制约束。

## 2 非线性内点法

非线性内点法直接求解连续非线性规划问题的主要优点是计算时间对问题的规模不敏感, 所具有的多项式时间复杂性在计算大规模非线性问题时很有优势。设非线性规划问题

$$\begin{cases} \min & f = f(x) \\ \text{s.t.} & g(x) = 0 \\ & x_{\min} \leq x \leq x_{\max} \end{cases} \quad (2)$$

对式(2)所描述的问题, 可先引入松弛变量 $u \geq 0$ ,  $l \geq 0$ , 将不等式约束转化为等式约束, 然后再引入对数障碍函数消去松弛变量的非负性约束, 并引入拉格朗日乘子 $y, z, w$ , 形成增广拉格朗日函数如下

$$\begin{aligned} L(x, y, l, z, w) = & f(x) - \sum y_i g_i(x) - \\ & \mu \sum (\ln l_i + \ln u_i) - z^T (x - l - x_{\min}) - \\ & w^T (x + u - x_{\max}) \end{aligned} \quad (3)$$

式中:  $z \geq 0$ ;  $w \leq 0$ ;  $\mu > 0$ 为障碍因子。根据库恩-图克 (Kuhn-Tuck) 最优条件, 令增广拉格朗日函数对变量 $x, y, l, u, z, w$ 的偏导数为零, 再通过牛顿法迭代求解该非线性方程组, 算法的收敛判据一般满足KT条件, 可表示为

$$\|L_x\| = \|\nabla f(x) - \nabla g^T(x)y - z - w\| < \varepsilon \quad (4)$$

$$\|L_y\| = \|g(x)\| < \varepsilon \quad (5)$$

$$\|L_z\| = \|x - l - x_{\min}\| < \varepsilon \quad (6)$$

$$\|L_w\| = \|x + u - x_{\max}\| < \varepsilon \quad (7)$$

$$G_{\text{gap}} = z^T l - w^T u < \varepsilon \quad (8)$$

在对偶理论中,  $x, l, u$ 为原变量,  $y, z, w$ 为对偶变量。式(4)为对偶可行条件, 式(5)~(7)为原始可行条件, 式(8)为互补松弛条件。当以式(4)~(8)为收敛条件时, 可获得最优解 (一般为局部最优解), 本文将它们定义为最优判据。仅以式(5)~(7)为收敛条件时, 可获得具有一定最优性的可行解, 本文将其定义为可行收敛判据。实际应用中, 当优化问题的规模较大时, 采用最优判据将导致收敛缓慢, 故常采用可行判据以加速收敛, 其优化结果也能满足工程应用要求。

## 3 蚁群算法

蚁群优化算法 (ACO) 模拟了真实的蚂蚁行为。众所知, 真实的蚂蚁能够在没有任何视觉线索的情况下找到从食物源到蚁穴的最短路径, 并且能够适应环境的改变, 比如在旧的路径上放置一障碍物, 此时蚂蚁能够很快找到一条新的最短路径。生物学家们的研究揭示了蚂蚁的这种能力是借助于一种叫做“信息素”的物质, 蚂蚁个体利用该物质进行信息交流从而决定选择哪一条路径。蚂蚁在运动过程中, 能够在它经过的路径上沉积一定的“信息素”, 而且蚂蚁在运动过程中能够感知这种物质的存在及其强度, 并以此指导自己的运动方向, 蚂蚁倾向于朝着该物质强度高的方向移动。因此, 由大量蚂蚁组成的蚁群的集体行为便表现出一种信息正反馈现象: 某一路径经过的蚂蚁越多, 则后来者选择该路径的概率就越大。蚂蚁个体之间就是通过这种信息的交流来搜索食物的。

蚁群优化算法本身也是一种迭代算法, 但它并不是简单的迭代, 当前的迭代总是利用以前迭代的信息, 即模拟了信息正反馈原理。蚂蚁从某城市出发, 按照状态转移规则选择下一个城市, 该规则也被称为“随机比率规则”, 式(9)给出了蚂蚁从城市 $i$ 转移到 $j$ 的转移概率。

$$P_{ij(k)}(t) = \begin{cases} \frac{\tau_{ij}^\alpha(t)\eta_{ij}^\beta}{\sum \tau_{is}^\alpha(t)\eta_{is}^\beta} & j, s \notin \text{tabu}(k) \\ 0 & \text{else} \end{cases} \quad (9)$$

式中:  $\tau_{ij}$ 表示 $t$ 时刻在路径 $ij$ 上的信息量,  $\eta_{ij}$ 为路径长度的倒数, 表示由城市 $i$ 转移到城市 $j$ 的期望程度,  $\alpha$ 为信息启发因子,  $\beta$ 为期望启发因子。路径的信息量越大, 则该路径的转移概率越大, 蚂蚁选择该路径的概率越大。蚂蚁按照上述转移概率规则选择城市并最终形成一条封闭路径, 当所有的蚂蚁完成了它们的闭合路径后, 则一次迭代结束, 利用全局信息素更新规则来更新路径的信息量, 再开始下一次迭代直到达到最大迭代次数或最大停滞次数。

ACO的全局信息更新规则如式(10)~(12)所示

$$\tau_{ij}(t+n) = (1-\rho) \cdot \tau_{ij}(t) + \Delta\tau_{ij} \quad (10)$$

$$\Delta\tau_{ij} = \sum_{k=1}^m \Delta\tau_{ij}(k) \quad (11)$$

$$\Delta\tau_{ij}(k) = \begin{cases} \frac{Q}{L_k} & \text{若蚂蚁}k\text{走过路径}ij \\ 0 & \text{else} \end{cases} \quad (12)$$

式中:  $Q$ 是常数,  $\rho$ 是信息素挥发系数,  $L_k$ 表示第 $k$ 只蚂蚁在本次循环中所走过的路径长度,  $\Delta\tau_{ij}(k)$ 表示第 $k$ 只蚂蚁在本次循环中留在路径 $ij$ 上的信息量。

#### 4 无功优化的新型混合策略

针对内点法和蚁群算法的特点, 本文提出了一种有效的混合策略: 先忽略离散约束, 将ORPF转化为一个连续非线性规划问题, 采用内点法直接求解; 在此初始解的基础上, 根据变量的性质, 将ORPF分解为连续优化和离散优化2个子问题, 分别采用内点法和蚁群算法交替求解, 直到获得满意的优化结果。在连续优化子问题中, 以离散优化结果为基础, 假定电容器、电抗器的无功补偿容量和有载调压变压器分接头不变, 控制变量为发电机端电压, 该子问题相当于离散控制变量为常数, 相应不含其上、下限和离散约束。在离散优化子问题中, 以连续优化结果为基础, 假定发电机端电压不变, 控制变量为电容器、电抗器的无功补偿容量和有载调压变压器分接头, 该子问题又相当于连续控制变量为常数, 相应不含其上、下限约束。

新型混合策略的具体步骤可以表述如下:

(1) 首先松弛离散约束, 采用非线性内点法

进行优化计算, 得到初始解 $V_G^{(0)}$ ,  $Q_C^{(0)}$ ,  $T^{(0)}$ ;

(2) 令 $V_G^0 = V_G^{(0)}$ , 迭代次数 $k=1$ ;

(3) 保持 $V_G^0$ 不变, 采用蚁群算法求解离散优化子问题, 得到 $Q_C^{*(k)}$ ,  $T^{*(k)}$ ;

(4) 令 $Q_C^0 = Q_C^{*(k)}$ ,  $T^0 = T^{*(k)}$ ;

(5) 保持 $Q_C^0$ ,  $T^0$ 不变, 采用非线性内点法求解连续优化子问题, 得到 $V_G^{*(k)}$ ;

(6) 检验是否满足收敛条件, 即最优解 $V_G^{*(k)}$ ,  $Q_C^{*(k)}$ ,  $T^{*(k)}$ 保持不变代数是否达到设定值;

(7) 若满足步骤(6)的收敛条件, 计算结束, 否则令 $V_G^0 = V_G^{*(k)}$ ;

(8)  $k=k+1$ , 转向步骤(3)。

#### 5 算例分析

本文采用IEEE 30节点系统和IEEE 118节点系统作为试验系统。为便于比较分析, 我们采用三种优化方法: (1) 本文所介绍的混合策略算法; (2) 把离散变量进行连续化处理并用非线性原对偶内点法求解的算法; (3) 在方法二所求得的优化结果基础上, 将离散变量的优化值就近归整, 再进行潮流计算。运用MATLAB7.0进行编程计算的结果如下。

##### 5.1 IEEE 30节点系统

该节点系统包括6台发电机、4台有载调压变压器、4个无功补偿点, 节点和支路数据参见文献[12]。优化结果如下:

表1 30节点系统优化后的离散变量值

Tab. 1 Discrete variables of IEEE 30-bus system after optimization

离散量	方法一	方法二	方法三
T6-9	1.0300	0.9812	0.9800
T6-10	1.0100	0.9500	0.9500
T4-12	1.0300	1.0447	1.0400
T27-28	0.9700	0.9656	0.9700
QC6	0.2400	0.0553	0.0600
QC17	0.0600	0.0742	0.0600
QC18	0.0000	0.0626	0.0600
QC27	-0.0600	0.0421	0.0600

表2 30节点系统的优化结果

Tab. 2 Optimal calculation results of IEEE 30-bus system

方法	方法一	方法二	方法三
网损	0.0505	0.0458	0.0459

由上可知, 连续优化法计算得到的网损为0.0458, 是理想值, 比本文算法要小, 且各变量也在约束范围之内, 但是在实际调度运行中是无法操作的; 简单归整法使网损变为0.0459, 但是导致某

些节电电压越限, 如: 27 节点的电压计算值为 1.1007, 超出了节点电压的上限, 这是不可行的; 本文算法的网损为 0.0505, 与连续优化法接近, 而且离散变量的值能较好地满足离散分级变化的要求, 同时各变量均在约束范围之内。因此, 本文所提出的方法在解决电力系统离散无功优化问题方面还是比较有效的。

## 5.2 IEEE 118 节点系统

该节点系统包括 36 台发电机、10 个无功补偿节点和 8 台可调变压器, 表 3 和表 4 列出了运用各种算法优化后的离散变量值和网络损耗值。限于篇幅, 连续变量值略写。

表 3 118 节点系统优化后的离散变量值

Tab.3 Discrete variables of IEEE 118-bus system after optimization

离散量	方法一	方法二	方法三
T5-8	1.0000	1.0058	1.0000
T17-30	1.0000	1.0115	1.0000
T25-26	1.0000	1.0146	1.0250
T37-38	1.0000	0.9954	1.0000
T59-63	1.0250	1.0105	1.0000
T61-64	1.0000	0.9987	1.0000
T65-66	1.0500	1.0381	1.0500
T80-81	1.0750	1.0949	1.1000
QC19	0.3500	0.3787	0.4000
QC20	0.0500	0.0203	0.0000
QC21	0.1000	0.1239	0.1000
QC33	0.1000	0.0928	0.1000
QC34	0.0000	0.0040	0.0000
QC35	0.1000	0.0924	0.1000
QC36	0.0500	0.0484	0.0500
QC37	0.6500	0.6743	0.6500
QC43	0.0500	0.0553	0.0500
QC76	0.6500	0.6701	0.6500

表 4 118 节点系统的优化结果

Tab.2 Optimal calculation results of IEEE 118-bus system

方法	方法一	方法二	方法三
网损	1.1688	1.1673	1.1583

由表 3、表 4 知, 对 IEEE 118 节点系统运用方法一和方法二优化后, 网络损耗值接近, 且所有的节点电压、发电机和无功补偿装置的无功出力均在约束范围内, 但是方法一满足离散分级变化的要求, 更加的符合实际情况。方法三求得的网损最小, 但有 12 个节点的电压和 6 个发电机的无功出力超出上下限范围, 显然是不可行解。可见, 本文提出的无

功优化混合策略较传统的无功优化算法能更合理有效的处理混合整数无功优化问题。

## 6 结论

在优化计算中蚁群算法易于处理离散变量, 而内点法在求解大规模非线性连续优化问题时, 具有收敛速度快的突出优点。本文提出的混合策略充分利用了这 2 种算法的优势, 采用蚁群算法处理离散变量, 采用内点法处理连续变量, 使二者互为基础, 相互利用, 从而大幅度提高了混合策略的寻优效率。IEEE 30 和 IEEE 118 节点系统计算结果表明, 本文混合策略实用性强, 性能稳定, 能有效地求解无功优化这一类大规模混合整数非线性规划问题。

## 参考文献

- [1] Wei H, Sasaki H, Kubokawa J, et al. An Interior Point Nonlinear Programming for Optimal Power Flow Problems with a Novel Data Structure[J]. IEEE Trans on Power Systems, 1998, 13 (3): 870-877.
- [2] 程莹, 刘明波. 含离散控制变量的大规模电力系统无功优化[J]. 中国电机工程学报, 2002, 22 (5): 54-60. CHENG Ying, LIU Ming-bo. Reactive-power Optimization of Large-scale Power Systems with Discrete Control Variables[J]. Proceedings of the CSEE, 2002, 22(5): 54-60.
- [3] 韦化, 李滨, 杭乃善, 等. 大规模水-火电力系统最优潮流的现代内点算法实现[J]. 中国电机工程学报, 2003, 23(6): 13-18. WEI Hua, LI Bin, HANG Nai-shan, et al. An Implementation of Interior Point Algorithm for Large-scale Hydro-thermal Optimal Power Flow Problems[J]. Proceedings of the CSEE, 2003, 23(6): 13-18.
- [4] LIU Ming-bo, Tao S K. An Extended Nonlinear Primal-dual Interior Point Algorithm for Reactive Power Optimization of Large-scale Power Systems with Discrete Control Variables[J]. IEEE Trans on Power Systems, 2002, 17(4): 982-991.
- [5] 黄伟, 刘明波. 混合整数无功优化问题的连续优化方法[J]. 继电器, 2005, 33(11): 5-8. HUANG Wei, LIU Ming-bo. A Continuous Optimization Algorithm for Mixed Integer Reactive Power Optimization [J]. Relay, 2005, 33(11): 5-8.
- [6] 郑延海, 张小白, 钱玉妹, 等. 电力系统实时安全约束调度的混合算法[J]. 电力系统自动化, 2005, 29(12): 49-52. ZHENG Yan-hai, ZHANG Xiao-bai, QIAN Yu-mei, et al. Hybrid Algorithm for Real-time Security Constrained Dispatch of Power System[J]. Automation of Electric

- Power Systems, 2005, 29(12): 49-52.
- [7] 孙薇, 商伟, 牛东晓. 改进蚁群优化算法在配电网架规划中的应用[J]. 电网技术, 2006, 30(15): 85-89. SUN Wei, SHANG Wei, NIU Dong-xiao. Application of Improved Ant Colony Optimization Algorithm in Distribution Network Planning[J]. Power System Technology, 2006, 30(15): 85-89.
- [8] 赵文彬, 孙志毅, 李虹. 一种求解TSP问题的相遇蚁群算法[J]. 计算机工程, 30(12): 136-137. ZHAO Wen-bin, SUN Zhi-yi, LI Hong. A Meeting Ant Colony Optimization Algorithm of Solving TSP Problem[J]. Computer Engineering, 30(12): 136-137.
- [9] 陈根军, 王磊, 唐国庆. 基于蚁群最优的配电网规划方法[J]. 电网技术, 2003, 27(3): 71-75. CHEN Gen-jun, WANG Lei, TANG Guo-qing. An Ant Colony Optimization Based Method for Distribution Network Planning[J]. Power System Technology, 2003, 27(3): 71-75.
- [10] Blum C, Dorigo M. Search Bias in Ant Colony Optimization: on the Role of Competition-balanced Systems[J]. IEEE Trans on Evolutionary Computation, 2005, 9(2): 159-174.
- [11] Stutzle T, Dorigo M. A Short Convergence Proof for a Class of Ant Colony Optimization Algorithms[J]. IEEE Trans on Evolutionary Computation, 2002, 6(4): 358-365.
- [12] 丁玉凤. 粒子群优化算法及其在电力系统经济运行中的应用[D]. 武汉: 华中科技大学, 2005. DING Yu-feng. Particle Swarm Optimization Algorithm and Its Applications to Power System Economic Operation[D]. Wuhan: Huazhong University of Science and Technology, 2005.

收稿日期: 2007-07-18; 修回日期: 2007-08-27

作者简介:

李秀卿(1954-), 男, 教授, 研究方向为电力系统规划, 电力系统经济调度;

王涛(1982-), 男, 硕士研究生, 研究方向为电力系统无功优化计算; E-mail: wt0532@126.com

王凯(1970-), 男, 工程硕士, 主要从事电力系统运行与控制方面的研究。

(上接第 14 页 continued from page 14)

接, 由配电站处的继电器完成在线感应故障、识别故障类型和故障区域、并向相应的断路器发出跳闸信号的通知, 切除故障区域的分布式电源, 实现故障线路的隔离, 非故障线路继续运行, 而对于瞬时故障的自动重合闸由主继电器完成。

#### 参考文献

- [1] 丁明, 王敏. 分布式发电技术[J]. 合肥工业大学. DING Ming, WANG Min. Technology of Distributed Generation[J]. Hefei University of Technology.
- [2] 李蓓, 李兴源. 分布式发电及其对配电网的影响[J]. 国际电力, 2005, (6). LI Pei, LI Xing-yuan. Distributed Generation Sources and Their Effects on Distributed Networks[J]. International Electric Power for China, 2005, (6).
- [3] 胡成志, 卢继平, 等. 分布式电源对配电网继电保护影响的分析[J]. 重庆大学学报, 2006, (8). HU Zhi-cheng, LU Ji-ping, et al. Analysis of the Impact of DG on the Protection of Distributed System[J]. Journal of Chongqing University, Natural Science Edition, 2006, (8).
- [4] 张超, 计建仁. 分布式发电对配电网馈线保护的影响[J]. 继电器, 2006, 33(6). ZHANG Chao, JI Jian-ren. Effects of Distributed Generation on Network[J]. Relay, 2006, 33(6).
- [5] Girgis A, Brahma S. Effect of Distributed Generation on Protective Device Coordination in Distribution System [A]. In: 2001 Large Engineering Systems Conference on Power Engineering. Canada: 2001. 115-119.
- [6] Brahma S M, Girgis A A. Development of Adaptive Scheme for Distribution System with High Penetration of Distributed Generation[J]. IEEE Trans on Power Delivery, 2004, 19(1).
- [7] 王希舟, 陈鑫. 分布式发电与配电网保护协调性研究[J]. 继电器, 2006, 33(2). WANG Xi-zhou, CHEN Xing. Research on the Coordination of Distributed Generation and Distribution System Protection[J]. Relay, 2006, 33(2).
- [8] Kumpulainen L K, Kauhaniemi K T. Analysis of the Impact of Distributed Generation on Automatic Reclosing[J]. IEEE, 2004.

收稿日期: 2007-06-07; 修回日期: 2007-07-05

作者简介:

温阳东(1955-), 男, 教授, 硕士生导师, 研究方向为电力系统继电保护及调度自动化;

王欣(1983-), 女, 硕士, 主要研究方向为电力系统继电保护及调度自动化. E-mail: xinxin1186121@163.com