

基于小波和短时傅里叶变换的电网谐波分析

刘俊, 戴本祁, 王之悦

(华东理工大学信息科学与工程学院, 上海 200237)

摘要: 为了测量电网中的波动谐波, 将小波变换和短时傅里叶变换方法相结合用于电网谐波分析。通过小波变换设计出一组带通滤波器来分离出基波和各次谐波, 并采用短时傅里叶变换计算出基波和各次谐波的幅值、频率和相位。仿真结果表明, 当信号中存在高斯白噪声时该算法仍可准确检测出基波和 2 到 63 次谐波的幅值、频率和相位, 且算法简单易于实现。

关键词: 谐波分析; 小波变换; 短时傅里叶变换

Power harmonic analysis based on wavelet and STFT transform

LIU Jun, DAI Ben-qi, WANG Zhi-yue

(School of Information Science and Engineering, East China University of Science and Technology, Shanghai 200237, China)

Abstract: In order to detect the fluctuation harmonic in grid system, Fourier and wavelet transform are integrated and applied to power harmonic analysis in this paper. A series of Band-pass filters are designed to separate fundamental and harmonic from each other by using wavelet transform, then the amplitude, frequency and phase of fundamental and harmonic are precisely calculated by Short Time Fourier Transform (STFT). The results of simulation show that this method can accurately detect the amplitude, frequency and phase of fundamental and harmonic with its order from 2 to 63, even this signal comprises Gaussian additive white noise. This improved algorithm is simple and convenient for implementation.

Key words: harmonic analysis; wavelet transform; STFT

中图分类号: TM714

文献标识码: A

文章编号: 1003-4897(2007)23-0055-05

0 引言

现代社会中,电能是一种最为广泛使用的能源。然而随着现代科学技术的发展,一方面,造成电能质量问题的因素不断增加,如以电力电子装置为代表的非线性负荷的使用,各种大型用电设备的启停等,使得电力信号发生严重畸变,给电力系统带来很大的“电网污染”;另一方面,各种复杂的、精密的、对电能质量敏感的用电设备不断普及,如高性能家用电器和办公设备、精密实验仪器、精密生产过程的自动控制设备等,对电能质量的要求越来越高,从而造成两方面的矛盾愈来愈突出。电能质量问题对电网和配电系统造成的直接危害以及对人类生产和生活造成的损失也越来越大,因此电能质量已经成为急需解决的问题之一。

傅里叶变换和小波变换均是研究电能质量重要的数学工具。傅里叶变换具有较好的频域分辨率,但是应用傅里叶变换分析周期信号频谱的前提是要求对信号进行同步采样,即要求采样长度与信号周期成整数倍关系,而实际电网频率通常总是在额定

频率(我国为 50 Hz)附近波动,从而产生波动谐波,实际采样过程中非同步采样很难避免,这是产生栅栏效应和频谱泄漏现象的主要原因,常用的方法是采用短时傅里叶变换来减少频谱泄漏,而常用的 Hanning 窗旁瓣最大泄漏为 -31dB,从而导致电网参数估计结果产生一定的误差,特别是当信号中存在白噪声的情形^[1]。小波变换在时域和频域同时具有良好的局部化特性,工程上常用的小波变换多分辨率分析可对信号的低频部分不断进行细分,在低频段有很高的分辨率,但由于未对高频段进行细分,以及变换后只能得到时域波形不能直接得到频谱信息,因而不适合用来直接分析电网中的谐波,特别是当信号中有很多谐波分量的情形。

本文通过小波变换构造一组带通滤波器分离出基波和各次谐波,从而有效地降低高斯白噪声以及相邻谐波之间对电网参数测量精度的干扰,并采用短时傅里叶变换准确计算出基波和 2 到 63 次谐波的幅值、频率和相位,经仿真验证了该方法的可行性。

1 原理

1.1 小波变换多分辨率分析

连续小波变换 WT (Wavelet Transform) 的含义是: 把某一基本小波 $\psi(t)$ 先作位移 b 后再在不同尺度 a 下与分析信号 $x(t)$ 作内积:

$$WT_x(a,b) = \frac{1}{\sqrt{a}} \int x(t)\psi^*\left(\frac{t-b}{a}\right)dt, a > 0 \quad (1)$$

如果令式 (1) 中 $a = a_0^j$, $b = k2^j b_0$ 后即得到离散小波变换, 通常取 $a_0 = 2$ 和 $b_0 = 1$ 。离散小波变换通过多分辨率分析来快速实现, 任何信号经离散小波变换均可分解为平滑近似信号 $a_j(k)$ 和细节信号 $d_j(k)$, $a_j(k)$ 和 $d_j(k)$ 的递推公式如下^[2,3]:

$$a_{j+1}(k) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_j(n)\bar{l}_1(n-2k) = a_j(k)*l_1(2k) \quad (2)$$

$$d_{j+1}(k) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_j(n)\bar{h}_1(n-2k) = a_j(k)*h_1(2k) \quad (3)$$

$l_1(k)$ 、 $h_1(k)$ 是满足二尺度差分方程的共轭正交滤波器组, 如果令 j 由 0 逐级增大, 即得到小波变换多分辨率分析的逐级实现, 如图 1 所示, 该图所反映的过程即是 Mallat 算法。图中 $a_0(k)$ 通过滤波器 $h_1(k)$ 再经 2 抽取后得到 $d_1(k)$, 通过滤波器 $l_1(k)$ 再经 2 抽取后得到 $a_1(k)$, $a_1(k)$ 分别通过滤波器 $h_1(k)$ 和 $l_1(k)$ 然后经 2 抽取得到 $d_2(k)$ 和 $a_2(k)$ 。

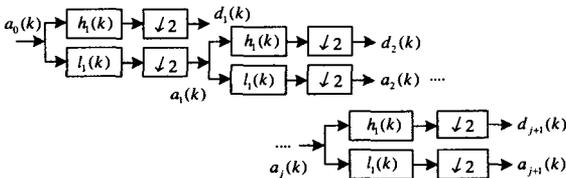


图 1 多分辨率分解的滤波器组实现

Fig.1 Implementation of multi-resolution signal decomposition by filters

Mallat 算法在每一级都有 2 抽取环节, 导致在分解过程中数据逐级减少, 并且由于存在 2 抽取环节, 因此图 1 所描述的系统不是时不变系统。多孔算法可以等效地实现 Mallat 算法。图 2 是用多孔算法实现 Mallat 算法三级分解的流程, 图中 $h_2(k)$ 由 $h_1(k)$ 每两个点之间插入一个零后所得到的新滤波器, $h_3(k)$ 由 $h_2(k)$ 每两个点之间插入一个零后所得到的新滤波器, 同理 $l_2(k)$ 和 $l_3(k)$ 分别由 $l_1(k)$ 和 $l_2(k)$ 每两个点之间插入一个零后所得。这样就把每一级的抽取移到了最后, 即可保证总的数据不会

逐级减少^[2-3]。

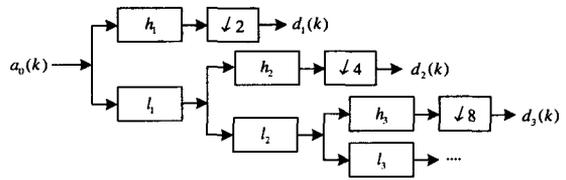


图 2 多孔算法

Fig.2 A trous algorithm

1.2 短时傅里叶变换

为解决 Fourier 变换不能同时进行时域和频域局部分析的矛盾, Dennis Gabor 利用加窗函数提出了 STFT 方法, 它既解决了傅里叶变换没有时间分辨率的问题, 也避免了小波分析在频域上的模糊性问题, 其基本思想是: 在 Fourier 变换的框架中, 将不平稳过程看成是一系列短时平稳信号的叠加, 将 Fourier 变换用于不平稳信号的分析。

给定一信号 $x(n)$, 在时域用窗函数 $g(n)$ 去截 $x(n)$, 对截下来的局部信号作傅里叶变换, 不断地移动窗函数 $g(n)$ 的中心位置, 即可得到不同时刻 $x(n)$ 的短时傅里叶变换:

$$STFT_x(m,k) = \sum_{n=0}^{L-1} x(n)g^*(n-mN)e^{-j\omega nk}, k=0,1,\dots,L-1 \quad (4)$$

式中: $g(n)$ 的宽度为 L , N 的大小决定了窗函数沿时间轴移动的间距, 通常取 N 等于 L 。

2 电网谐波分析

应用小波变换分析电力系统谐波的关键是通过小波变换设计一种能分离出基波和各次谐波的带通滤波器, 为了降低高斯白噪声在对测量精度的影响, 在不影响谐波测量的前提下设计的带通滤波器的带宽越窄越好, 但是滤波器的带宽越窄则要求它的长度就越长, 从而导致运算量增加, 综合考虑后本文选用小波变换 8 层分解来设计带通滤波器。在图 2 中, 将 $a_0(k)$ 依次通过 $l_1(k)$, $l_2(k)$, $l_3(k)$, $l_4(k)$, $l_5(k)$, $l_6(k)$, $l_7(k)$, $l_8(k)$ 后不进行抽取可以得到频带为 $-12.5 \sim 12.5$ Hz 的低频信号, 这 8 个滤波器的系数都是实系数, 分别以这 8 个滤波器为单位取样响应的 8 个系统都是线性时不变系统, 根据系统的线性时不变特性, 信号通过 8 个级联的线性时不变系统, 其等效系统的单位取样响应等于这 8 个系统分别的单位取样响应的卷积, 因此将这 8 个滤波器相卷积后可得到一个低通滤波器 Filter0。只要选定了一个小波基, 就可以得到与它相对应的共轭正交滤波器组系数, 这里选用 sym8 小波, Symlets 函数系

是由 Daubechies 提出的近似对称的小波函数, 它对应的滤波器组接近于线性相位, 设定采样率 $f_s = 6\ 400\ \text{Hz}$, 则 Filter0 的频率响应如图 3 所示, 这里用 2048 点循环卷积代替线性卷积得到滤波器 Filter0 的系数。

根据傅立叶变换的频移特性, 如果 $X(e^{j\omega}) = FT[x(n)]$, 那么

$$FT[e^{j\omega_0 n} x(n)] = X(e^{j(\omega - \omega_0)}) \quad (5)$$

根据欧拉公式, $\cos(\omega t) = \frac{e^{j\omega t} + e^{-j\omega t}}{2}$

$$FT[2\cos(\omega_0 n)x(n)] = X(e^{j(\omega - \omega_0)}) + X(e^{j(\omega + \omega_0)})$$

令 $\omega_0 = \frac{50}{f_s} 2\pi$, 通过在时域乘以 $2\cos(\frac{50}{f_s} 2\pi n)$ 对滤

波器 Filter0 的频谱进行了双边搬移, 得到以 -50 Hz, 50 Hz 为中心频率的带通滤波器 Filter1, 由于输入信号是实信号, 它的频谱也是以 0 Hz 为中心左右对称, 用 Filter1 可以滤出输入信号中 50 Hz 频率附近的成分, Filter1 在 50 Hz 频率附近的频率响应如图 3 所示。

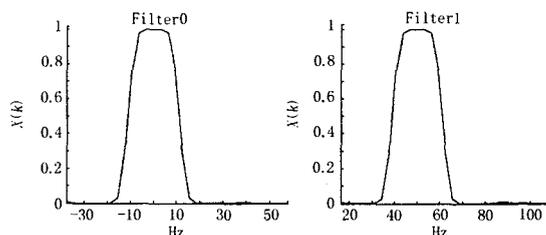


图 3 滤波器 Filter0 和 Filter1 的频率响应

Fig.3 Amplitude response of Filter0 and Filter1

图 4 为 Filter1 的幅度特性, 其中旁瓣最大泄漏为 -43 dB, 并且在各次谐波频率处幅度的衰减都在 -240 dB 以上。同理可以得到以 100 Hz, 150 Hz, 200 Hz 等以 2 到 63 次谐波频率为中心频率的 63 个带通滤波器。

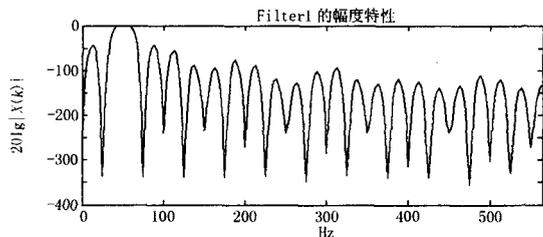


图 4 滤波器 Filter1 的幅度特性

Fig.4 Amplitude characteristic of Filter1

将采集的电力信号分别与这 63 个带通滤波器

相卷积即可分离出基波和各次谐波。这 63 个带通滤波器都是 FIR 滤波器, 并可用硬件实现。滤波器的输入为 $x(n)$, 输出为 $y(n)$, 滤波器的冲击响应为 $h(n)$, FIR 滤波器的信号流图如图 5 所示。信号 $x(n)$ 不断输入, 当输入的点数超过滤波器的长度 M 时, 系统进入稳定状态, 输出 $y(n)$ 是卷积后的准确结果, 信号 $x(n)$ 分别通过 63 个带通滤波器后可得到 63 路输出。

根据谐波变化特性和《电磁兼容 试验和测量技术 供电系统及所连设备谐波、谐间波的测量和测量仪器导则》GB/T17626.7-1999 的要求, 对于波动谐波的测量建议的窗宽为 0.32 s, 本文认为在较短时间内电力系统的频率可近似为某一恒定值, 这一假设与电力网作为大网络系统的动态特性相符合 (即不可能发生频率突变), 因此在系统稳定后对各路输出进行判断, 若某路输出信号的能量不大于某一值则认定 $x(n)$ 中该次谐波为零, 反之若大于则对该路信号每 $N=2\ 048$ 个点做一次短时傅里叶变换, 由于已分离出基波和各次谐波, 在变换中无需选用特别的窗函数来减少谱间干扰, 选用矩形窗即可。

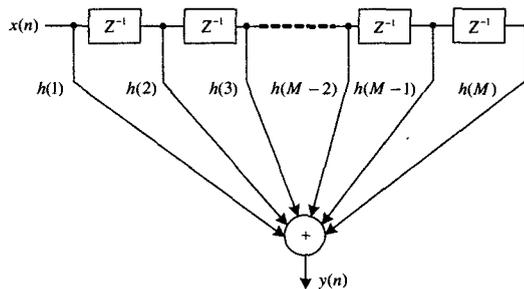


图 5 FIR 滤波器的信号流图

Fig.5 Signal flow graphs of FIR filter

信号经短时傅里叶变换后得到 $X(k) = a_m + jb_m$,

m 为谱线的序号, 频率为 $\frac{f_s}{N} m$ 的信号幅值和相位可

由 a_m 和 b_m 计算得到。

$$\text{幅值 } A_m = \sqrt{\left(\frac{2a_m}{N}\right)^2 + \left(\frac{2b_m}{N}\right)^2} \quad (6)$$

$$\text{相位 } \varphi_m = \begin{cases} \arctan\left(\frac{b_m}{a_m}\right), & b_m \geq 0 \\ \pi + \arctan\left(\frac{b_m}{a_m}\right), & b_m < 0 \end{cases} \quad (7)$$

由于实际电网频率通常总是在额定频率附近波动, 信号的频率不一定正对某一谱线, 即存在栅栏效应, 插值算法可以有效消除栅栏效应引起的误差,

文献[4]严格地推导出用矩形窗的插值公式对频率、幅值和相位进行校正。校正因子 Δk 为:

$$\Delta k = \begin{cases} \frac{X_{k+1}}{X_{k+1} + X_k}, & X_{k+1} \geq X_k \quad (0 \leq \Delta k \leq 0.5) \\ \frac{-X_{k-1}}{X_{k-1} + X_k}, & X_{k+1} < X_k \quad (-0.5 \leq \Delta k < 0) \end{cases} \quad (8)$$

频率校正公式为

$$f = (k + \Delta k) \frac{f_s}{N} \quad (9)$$

幅值校正公式为

$$A = \frac{\pi \Delta k X(k)}{\sin(\pi \Delta k)} \quad (10)$$

相位校正公式为

$$\varphi = \varphi_k - \pi \Delta k \frac{N-1}{N}, \quad (0 \leq \varphi \leq \pi) \quad (11)$$

3 模拟分析结果

模拟分析采用西安钢厂 35 kV 母线(钢阿线)某次测得线电压的各次谐波参数^[5], 相位自拟。为了进一步模拟波动谐波以及验证本算法检测高次谐波

情况, 在仿真信号中考虑了系统频率的波动, 并加入幅值为基波幅值 1% 的高斯白噪声和幅值为 1.2 的 63 次谐波, 其信号为

$$x = 37.66 \sin(50.2n + \frac{\pi}{18}) + 0.933 \sin(100.2n + \frac{4\pi}{18}) + 1.813 \sin(149.8n + \frac{5\pi}{18}) + 0.885 \sin(200.5n + \frac{6\pi}{18}) + 1.943 \sin(250.3n + \frac{7\pi}{18}) + 0.97 \sin(299.8n + \frac{8\pi}{18}) + 1.2 \sin(3150n + \frac{2\pi}{3}) + 0.37 \text{randn}$$

表 1, 2, 3 对文献[6]和本算法的电网参数估计结果进行了比较, 其中估计值 1 为采用文献[6]中加 Hanning 窗的插值 FFT 算法测得的电网参数, 估计值 2 为采用本算法的估计结果, 相对误差 1 为估计值 1 相对于设定值的偏差, 相对误差 2 为估计值 2 相对于设定值的偏差。由于信号的相位值与零基准时刻的选取有关, 因此只要将本算法测得的相位值减去零基准时刻的相位值即得到真实的相位值。

表 1 汉宁窗插值 FFT 算法和本算法频率估计结果比较

Tab.1 Comparison of frequency estimated by interpolated FFT algorithm and the algorithm in this paper

谐波次数	1	2	3	4	5	6	63
设定值	50.2	100.2	149.8	200.5	250.3	299.8	3150
估计值 1	50.1978	100.0994	149.7520	200.4859	250.2989	299.7862	3150.01
相对误差 1/(%)	-0.0044	-0.1004	-0.0320	-0.0070	-0.0004	-0.0046	0.0003
估计值 2	50.2026	100.1901	149.8049	200.5098	250.3070	299.7941	3150.02
相对误差 2/(%)	0.0052	-0.0099	0.0033	0.0049	0.0028	-0.002	0.0006

表 2 汉宁窗插值 FFT 算法和本算法幅值估计结果比较

Tab.2 Comparison of amplitude estimated by interpolated FFT algorithm and the algorithm in this paper

谐波次数	1	2	3	4	5	6	63
设定值	37.66	0.933	1.813	0.885	1.943	0.97	1.2
估计值 1	37.6888	0.9331	1.8237	0.8595	1.9456	0.9464	1.2029
相对误差 1/(%)	0.0765	0.0107	0.5902	-2.8814	0.1338	-2.4330	0.2417
估计值 2	37.6623	0.9300	1.8179	0.8870	1.9478	0.9713	1.2027
相对误差 2/(%)	0.0061	-0.3226	0.2703	0.2260	0.2470	0.1340	0.2250

表 3 汉宁窗插值 FFT 算法和本算法相位估计结果比较

Tab.3 Comparison of phase estimated by interpolated FFT algorithm and the algorithm in this paper

谐波次数	1	2	3	4	5	6	63
设定值	0.1745	0.6981	0.8727	1.0472	1.2217	1.3963	2.0944
估计值 1	0.1760	0.8033	0.9360	1.0621	1.2249	1.4371	2.0441
相对误差 1/(%)	0.8596	15.0695	7.2534	1.4228	0.2619	2.9220	-2.4016
估计值 2	0.1757	0.6809	0.8769	1.0384	1.2274	1.3853	2.0804
相对误差 2/(%)	0.6767	-2.4609	0.4859	-0.8448	0.4666	-0.7885	-0.6665

经比较采用本算法频率估计的相对误差都稳定在 $\pm 0.01\%$ 以内, 而采用文献[6]中方法的频率估计的相对误差则存在一定波动, 其中 2 次谐波频率估

计的相对误差达 -0.1004% ; 采用本算法幅值估计的相对误差稳定在 $\pm 0.4\%$ 以内, 而文献[6]中幅值估计结果的相对误差也存在波动, 特别在 4 次和 6 次谐

波时的相对误差高达-2.8814%和-2.4330%;采用本算法相位估计结果明显优于采用文献6中方法的估计结果,只有在2次谐波时误差为-2.4609%,即相角的测量误差为 0.98° ,而文献[6]中相位估计结果的相对误差则普遍较大,尤其2,3次谐波时的相对误差分别高达15.0695%和7.2534%,因此本算法优于文献[6]中加Hanning窗的插值FFT算法,更适合于电网谐波分析。

4 结语

本文先通过带通滤波器分离出基波和各次谐波,这样可有效地降低高斯白噪声对电网参数测量精度的影响,且由于已分离出基波和各次谐波,因此在对分离出的信号进行短时傅里叶变换时不存在频谱泄漏问题,并采用插值算法对测得的频率、幅值和相位进行校正,消除了短时傅里叶变换中的栅栏效应。该算法可准确检测出基波和各次谐波的频率、幅值和相位,可以分析高达63次谐波,适用于电力系统谐波的实时检测。

参考文献

- [1] 周厚奎,张昱,金心宇.基于傅里叶和小波变换的电网谐波分析[J].电力系统及其自动化学报,2005,29(6):63-66,103.
ZHOU Hou-kui,ZHANG Yu,JIN Xin-yu. Power Harmonic Analysis Based on Fourier and Wavelet Transform[J]. Proceedings of the CSU-EPISA, 2005,29(6):63-66,103.
- [2] 胡广书.现代信号处理教程[M].北京:清华大学出版社,2004.
HU Guang-shu. Modern Signal Processing[M]. Beijing: Tsinghua University Press,2004.
- [3] Shensa M J.The Discrete Wavelet Transform: Wedding the Trous and Mallat Algorithms[J]. IEEE Trans on Signal Proc,1992,40(10):2464-2482.
- [4] 谢明.离散频谱分析的一种新校正方法[J].重庆大学学报,1995,(2):52-59.
XIE Ming. New Rectifying Technique of Spectrum Analysis[J]. Journal of Chongqing University,1995,(2):52-59.
- [5] 柴旭峰,文习山,关根志,等.一种高精度的电力系统谐波分析算法[J].中国电机工程学报,2003,27(9):60-70.
CHAI Xu-zheng, WEN Xi-shan,GUAN Gen-zhi,et al. An Algrithm with High Accuracy for Analysis of Power System Harmonic[J]. Proceedings of the CSEE,2003,27(9):60-70.
- [6] 祁才君,陈隆道,王小海.应用插值FFT算法精确估计电网谐波参数[J].浙江大学学报,2003,(1):114-118.
QI Cai-jun, CHEN Long-dao, WANG Xiao-hai. High-accuracy Estimation of Electrical Harmonic Parameters by Using the Interpolated FFT Algorithm[J]. Journal of Zhejiang University (Engineering Science), 2003,(1):114-118.
- [1] 周厚奎,张昱,金心宇.基于傅里叶和小波变换的电网谐波分析[J].电力系统及其自动化学报,2005,29(6):63-66,103.
ZHOU Hou-kui,ZHANG Yu,JIN Xin-yu. Power Harmonic Analysis Based on Fourier and Wavelet Transform[J]. Proceedings of the CSU-EPISA, 2005,29(6):63-66,103.
- [2] 胡广书.现代信号处理教程[M].北京:清华大学出版
- (上接第45页 continued from page 45)
- YU Xuan, CHENG Hao-zhong, WANG Xu, et al.A Combined Power System Mid-long Term Load Forecast Method Based on the Correlation Analysis[J]. Relay, 2005, 33(15): 49-52.
- [5] Hagan M T, Demuth H B, Beale M H. 戴葵,等译.神经网络设计[M].北京:机械工业出版社,2002.
Hagan M T, Demuth H B, Beale M H. Neural Network Design[M]. DAI Kui, et al Trans. Beijing: China Machine Press, 2002.
- [6] 周开利,康耀红.神经网络模型及其MATLAB仿真程序设计[M].北京:清华大学出版社,2005.
ZHOU Kai-li, KANG Yao-hong. Model of Neural Network and Simulation Program Design by Matlab[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2005.
- [7] 李松,刘波.灰色季节变动指数模型GSVI(1,1)在农村用电量预测中的应用[J].中国电力,2006,39(6):15-18.
LI Song, LIU Bo. Application of Gray Seasonal Variation Index Model GSVI(1,1) in Country Electricity Demand Forecasting[J].Electric Power, 2006, 39(6):15-18.

收稿日期:2007-04-28; 修回日期:2007-07-03
作者简介:

刘俊(1983-),男,硕士研究生,主要研究方向为电力系统谐波分析。E-mail:ljshoot@tom.com

收稿日期:2007-05-21; 修回日期:2007-06-25
作者简介:

师兵兵(1978-),男,硕士研究生,研究方向为智能信息处理与检测技术;E-mail: vitamin911@hotmail.com

段哲民(1953-),男,教授,博导,主要从事电工理论与新技术、电路与系统学科研究和教学工作。

陆正俊(1980-),男,硕士研究生,研究方向为数据采集与信号处理。